

سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

بسمه تعالی کتاب کار تحلیلی

ریاضی ۱ (پایه دهم)

(رشته های ریاضی و فیزیک – علوم تجربی)

(دوره دوم متوسطه)

شامل :

سؤالات تألیفی – سؤالات تیزهوشان و
سوالات کنکورهای سراسری و آزاد



- ❖ سؤالات ادوار گذشته امتحانی مدارس دولتی و تیزهوشان و نمونه دولتی به صورت طبقه بندی و سطح بندی مباحث
- ❖ سؤالات کنکورهای سراسری و آزاد سال های اخیر
- ❖ آزمون های پایان فصل (آزمون های سه گانه): طراحی ۳ آزمون سطح بندی در انتهای هر فصل (ترکیبی (در سطح متوسط) - پیشنهادی مولف - ویژه تیزهوشان)
- ❖ آزمون در آزمون: طراحی سوالات ترکیبی از فصل ها (از فصل دوم به بعد)
- ❖ پاسخ آزمون (۱): پاسخ آزمون ترکیبی هر فصل
- ❖ آزمون های جامع انتهای کتاب: ارائه ۳ آزمون جامع سطح بندی شده از کلیه مباحث کتاب (متوسط - پیشنهادی مولف - مدارس خاص)
- ❖ به همراه یک آزمون میان ترم و ۳ دوره آزمون پایانی نوبت دوم
- ❖ ارائه مجموعه نکات مهم درس ها به صورت فلش کارت

مؤلفان : سیدحسن حسین پور موسوی

اسماعیل طاهری مقدم – سیدضیاءالدین هاشمی زاده کلوری

- **سرشناسه:** حسین پور موسوی، سیدحسن، ۱۳۵۳ -
- **عنوان و نام پدیدآور:** کتاب کار تحلیلی ریاضی ۱ (پایه دهم) شامل: سوالات تالیفی و تیزهوشان، سوالات چند سال اخیر...
- **مشخصات نشر:** تهران: انتشارات راه، ۱۳۹۵.
- **مشخصات ظاهری:** ۲۲۴ ص؛ ۲۲×۲۹ س.م.
- **شابک:** ۹۷۸-۶۰۰-۴۲۷-۰۸۳-۰
- **وضعیت فهرست نویسی:** فیپای مختصر
- **یادداشت:** فهرست نویسی کامل این اثر در نشانی: <http://opac.nlai.ir> قابل دسترسی است
- **شناسه افزوده:** طاهری مقدم، اسماعیل، ۱۳۵۹ -
- **شناسه افزوده:** هاشمی زاده کلوری، سیدضیاءالدین، ۱۳۵۶ -
- **شماره کتابشناسی ملی:** ۴۴۳۰۷۴۱

- **نام کتاب:** ریاضی ۱ (پایه دهم)
- **مؤلفان:** سیدحسن حسین پور موسوی - اسماعیل طاهری مقدم - سیدضیاءالدین هاشمی زاده کلوری
- **ویراستار علمی:** حسین میرزا آقاییک
- **برنامه ریزی تألیف:** گودرز فریدونی
- **صفحه آرا:** مریم احمدی
- **لیتوگرافی، چاپخانه و صحافی:** مجموعه انتشارات راه
- **سال نشر:** ۱۳۹۵
- **نوبت چاپ:** اول
- **شمارگان:** ۱۰۰۰ جلد
- **قیمت:** ۱۷۰۰۰ تومان
- **کد کتاب:** ۱۰۰۴۹
- **شابک:** ۹۷۸-۶۰۰-۴۲۷-۰۸۳-۰
- **ISBN:** 978-600-427-083-0

• شماره تلفن‌های بخش فروش و پذیرش نمایندگی:

• کتب پیام نور و دانشگاهی: ۷۰-۶۶۵۹۴۵۶۸ تلفکس: ۰۲۱-۶۶۹۲۸۸۹۵

• کتب ابتدایی تا کنکور: ۷۲-۶۶۵۷۴۹۷۰ تلفکس: ۰۲۱-۶۶۹۲۸۸۹۵

• کتب آموزش زبان: ۷۵-۶۶۵۷۴۹۷۳ تلفکس: ۰۲۱-۶۶۹۲۸۸۹۵

• دفتر تألیف: جهت همکاری و تماس مؤلفان، اساتید و معلمان ۶۶۱۲۲۳۶۵ - ۶۶۱۲۲۳۶۲ - ۶۶۱۲۲۳۵۷ - ۰۲۱

• آدرس دفتر مرکزی انتشارات و فروشگاه راه: انقلاب، خیابان کارگر جنوبی، لبافی نژاد غربی، نبش بن بست جعفرزاده، پلاک ۲۹۶

• تلفن فروشگاه: ۰۲۱-۶۶۴۰۰۱۴۷ - ۰۲۱-۶۶۴۰۰۱۱۵ - ۰۲۱-۶۶۱۲۲۳۵۴

• ایمیل: Info@rahpub.com

• فروشگاه اینترنتی: www.rahpub.com

• پیامک: ۳۰۰۰۶۸۶۳۳۳۳۳

کلیه حقوق این کتاب برای انتشارات راه محفوظ است.

هیچ شخص حقیقی یا حقوقی حق استفاده از عنوان کتاب تحلیلی و همچنین چاپ و نشر تمام یا بخشی از این اثر را به هر صورت اعم از فتوکپی، چاپ کتاب یا جزوه و حتی برداشت به صورت دستنویس ندارد و متخلفین به موجب بند ۵ از ماده‌ی قانون حمایت از ناشران تحت پیگردج‌دی قانونی قرار میگیرند.

سخن ناشر

سخنی کوتاه با دانش‌آموزان و دبیران

بی‌شک همواره یکی از ضرورت‌ها و الزامات یادگیری بهتر و مؤثرتر در دوران تحصیل، انجام تمرینات و مسائل متنوع و پیوسته است.

تنوع تمرینات و مسائل بیشتر دانش‌آموز را هرچه افزون‌تر جهت انجام امتحانات پیش‌رو آماده و مهیا می‌نماید. انتشارات راه در این راستا اقدام به تهیه کتاب‌هایی تحت عنوان «کتاب کار» نموده است. کتاب **ریاضی ۱ (پایه دهم)** (ویژه رشته ریاضی و فیزیک و علوم تجربی) از جمله این کتاب‌ها است که مشتمل بر بخش‌های متنوع ذیل بوده و بی‌تردید در ارتقای سطح علمی و توان پاسخ‌گویی به تمرینات کتاب دانش‌آموزان عزیز را یاری خواهد رساند.

کتابی که پیش‌رو دارید علاوه بر طرح مسائل و تمرینات کتاب، **سوالات تالیفی و سوالات کنکور** سال‌های اخیر را برای دانش‌آموزان پرتلاش در بر دارد.

در ذیل مهمترین اهداف و مزایای کتاب کار تحلیلی انتشارات راه عبارتند از:

۱) طبقه‌بندی و سطح‌بندی: هر فصل به چند مبحث طبقه‌بندی شده و برای هر مبحث تمرین‌های کتاب درسی، سوالات تالیفی، امتحانی هماهنگ و کنکور به صورت سطح‌بندی شده (از ساده به دشوار) در نظر گرفته شده است. از آن جایی که این مهم باعث می‌شود که دانش‌آموزان با سوالات مشابه مواجه شوند، از سردرگمی آن‌ها کاسته خواهد شد.

۲) استفاده بهینه از زمان: این کتاب، یک کتاب کار می‌باشد، در نتیجه از زمانی که برای نوشتن صورت مسائل صرف می‌شود کاسته شده و دبیران محترم فرصت پیدا می‌کنند که در کلاس، مسائل گوناگون بیشتری را حل کنند و همچنین مشابه تمرین‌های حل شده، تمرین‌های اضافه، در اختیار دانش‌آموزان قرار بدهند.

۳) آزمون‌های پایان بخش: در این کتاب ۳ آزمون در انتهای هر فصل در نظر گرفته شده که آزمون اول ترکیبی از مباحث فصل، آزمون دوم سوالات پرفراوان امتحانی و آزمون سوم سوالات ویژه مدارس خاص را در برمی‌گیرد.

۴) آزمون در آزمون: در انتهای فصل‌های دوم به بعد، آزمونی از ترکیب فصل‌های قبل و همان فصل قرار گرفته که در سطح سوالات امتحانات هماهنگ می‌باشد.

۵) نکات برگزیده: مجموعه‌ای از نکات مهم در قالب فلش کارت که در انتهای کتاب می‌باشد. همچنین شایان ذکر است این کتاب شامل ابتدایی‌ترین تا پیچیده‌ترین مسائل قابل طرح در سطح مباحث کتاب و نیز استفاده از **آدرس‌دهی دقیق** جهت راهنمایی دانش‌آموزان به کتاب درسی می‌باشد.

همچنین از همه‌ی دبیران و دانش‌آموزان محترم که ما را در ارتقای کیفی این اثر با ارائه پیشنهادات و انتقادات سازنده خود یاری می‌نمایند سپاسگزاریم.

انتشارات راه

فهرست مطالب

فصل ششم: شمارش، بدون شمردن

درس اول: شمارش

تمرینات کتاب ۱۶۰
سؤالات تألیفی ۱۶۱
سؤالات مدارس تیزهوشان ۱۶۳
سؤالات کنکور دانشگاه سراسری و آزاد ۱۶۴

درس دوم: جایگشت

تمرینات کتاب ۱۶۶
سؤالات تألیفی ۱۶۷
سؤالات مدارس تیزهوشان ۱۶۸
سؤالات کنکور دانشگاه سراسری و آزاد ۱۶۹

درس سوم: ترکیب

تمرینات کتاب ۱۷۰
سؤالات تألیفی ۱۷۱
سؤالات مدارس تیزهوشان ۱۷۳
سؤالات کنکور دانشگاه سراسری و آزاد ۱۷۴
آزمون (۱) ۱۷۵
آزمون (۲) ۱۷۶
آزمون (۳) ۱۷۷
آزمون در آزمون ۱۷۸
پاسخ آزمون (۱) ۱۸۰

فصل هفتم: آمار و احتمال

درس اول: احتمال یا اندازة گیری

شانس

تمرینات کتاب ۱۸۶
سؤالات تألیفی ۱۸۸
سؤالات مدارس تیزهوشان ۱۹۰
سؤالات کنکور دانشگاه سراسری و آزاد ۱۹۱

درس دوم: مقدمه ای بر علم آمار، جامعه و نمونه

تمرینات کتاب ۱۹۴
سؤالات تألیفی ۱۹۴
سؤالات مدارس تیزهوشان ۱۹۵
سؤالات کنکور دانشگاه سراسری و آزاد ۱۹۵

درس سوم: متغیر و انواع آن

تمرینات کتاب ۱۹۶
سؤالات تألیفی ۱۹۸
سؤالات مدارس تیزهوشان ۱۹۹
سؤالات کنکور دانشگاه سراسری و آزاد ۱۹۹
آزمون (۱) ۲۰۰
آزمون (۲) ۲۰۱
آزمون (۳) ۲۰۲
آزمون در آزمون ۲۰۳
پاسخ آزمون (۱) ۲۰۴

سؤالات امتحانی میان ترم ۲۰۸

آزمون های جامع

آزمون جامع (۱) ۲۱۰
آزمون جامع (۲) ۲۱۲
آزمون جامع (۳) ۲۱۵

فیش کارت

خلاصه و نکات برتر دروس ۲۱۷

درس دوم: ریشه n ام

تمرینات کتاب ۶۹
سؤالات تألیفی ۷۰
سؤالات مدارس تیزهوشان ۷۱
سؤالات کنکور دانشگاه سراسری و آزاد ۷۱

درس سوم: توان های گویا

تمرینات کتاب ۷۳
سؤالات تألیفی ۷۴
سؤالات مدارس تیزهوشان ۷۵
سؤالات کنکور دانشگاه سراسری و آزاد ۷۵

درس چهارم: عبارت های چپری

تمرینات کتاب ۷۶
سؤالات تألیفی ۷۷
سؤالات مدارس تیزهوشان ۷۹
سؤالات کنکور دانشگاه سراسری و آزاد ۸۲
آزمون (۱) ۸۵
آزمون (۲) ۸۶
آزمون (۳) ۸۸
آزمون در آزمون ۸۹
پاسخ آزمون (۱) ۹۱

فصل چهارم: معادله ها و نامعادله ها

درس اول: معادله درجه دوم و روش های مختلف حل آن

تمرینات کتاب ۹۶
سؤالات تألیفی ۹۸
سؤالات مدارس تیزهوشان ۱۰۰
سؤالات کنکور دانشگاه سراسری و آزاد ۱۰۱

درس دوم: سهمی

تمرینات کتاب ۱۰۳
سؤالات تألیفی ۱۰۴
سؤالات مدارس تیزهوشان ۱۰۵
سؤالات کنکور دانشگاه سراسری و آزاد ۱۰۶

درس سوم: تعیین علامت

تمرینات کتاب ۱۰۷
سؤالات تألیفی ۱۰۸
سؤالات مدارس تیزهوشان ۱۰۹
سؤالات کنکور دانشگاه سراسری و آزاد ۱۱۰
آزمون (۱) ۱۱۲
آزمون (۲) ۱۱۴
آزمون (۳) ۱۱۶
آزمون در آزمون ۱۱۷
پاسخ آزمون (۱) ۱۱۸

فصل پنجم: تابع

درس اول: مفهوم تابع و بازتابی های آن

تمرینات کتاب ۱۲۸
سؤالات تألیفی ۱۲۹
سؤالات مدارس تیزهوشان ۱۳۱
سؤالات کنکور دانشگاه سراسری و آزاد ۱۳۱

درس دوم: دامنه و برد آن

تمرینات کتاب ۱۳۳
سؤالات تألیفی ۱۳۶
سؤالات مدارس تیزهوشان ۱۳۹
سؤالات کنکور دانشگاه سراسری و آزاد ۱۴۰

درس سوم: انواع تابع

تمرینات کتاب ۱۴۱
سؤالات تألیفی ۱۴۲
سؤالات مدارس تیزهوشان ۱۴۶
سؤالات کنکور دانشگاه سراسری و آزاد ۱۴۷
آزمون (۱) ۱۴۸
آزمون (۲) ۱۴۹
آزمون (۳) ۱۵۱
آزمون در آزمون ۱۵۲
پاسخ آزمون (۱) ۱۵۵

فصل اول: مجموعه، الگو و دنباله ها

درس اول: مجموعه های متناهی و نامتناهی

تمرینات کتاب ۶
سؤالات تألیفی ۷
سؤالات مدارس تیزهوشان ۸
سؤالات کنکور دانشگاه سراسری و آزاد ۹

درس دوم: متمم یک مجموعه

تمرینات کتاب ۱۱
سؤالات تألیفی ۱۲
سؤالات مدارس تیزهوشان ۱۴
سؤالات کنکور دانشگاه سراسری و آزاد ۱۴

درس سوم: الگو و دنباله

تمرینات کتاب ۱۶
سؤالات تألیفی ۱۷
سؤالات مدارس تیزهوشان ۱۸
سؤالات کنکور دانشگاه سراسری و آزاد ۱۹

درس چهارم: دنباله های حسابی

تمرینات کتاب ۲۰
سؤالات تألیفی ۲۱
سؤالات مدارس تیزهوشان ۲۲
سؤالات کنکور دانشگاه سراسری و آزاد ۲۳

درس چهارم: دنباله هندسی

تمرینات کتاب ۲۴
سؤالات تألیفی ۲۵
سؤالات مدارس تیزهوشان ۲۶
سؤالات کنکور دانشگاه سراسری و آزاد ۲۷
آزمون (۱) ۲۸
آزمون (۲) ۲۹
آزمون (۳) ۳۰
پاسخ آزمون (۱) ۳۲

فصل دوم: مجموعه، الگو و دنباله ها

درس اول: نسبت های مثلثاتی

تمرینات کتاب ۳۶
سؤالات تألیفی ۳۷
سؤالات مدارس تیزهوشان ۳۹
سؤالات کنکور دانشگاه سراسری و آزاد ۴۰

درس دوم: دایره مثلثاتی

تمرینات کتاب ۴۱
سؤالات تألیفی ۴۲
سؤالات مدارس تیزهوشان ۴۴
سؤالات کنکور دانشگاه سراسری و آزاد ۴۵

درس سوم: روابط پیرن نسبت های مثلثاتی

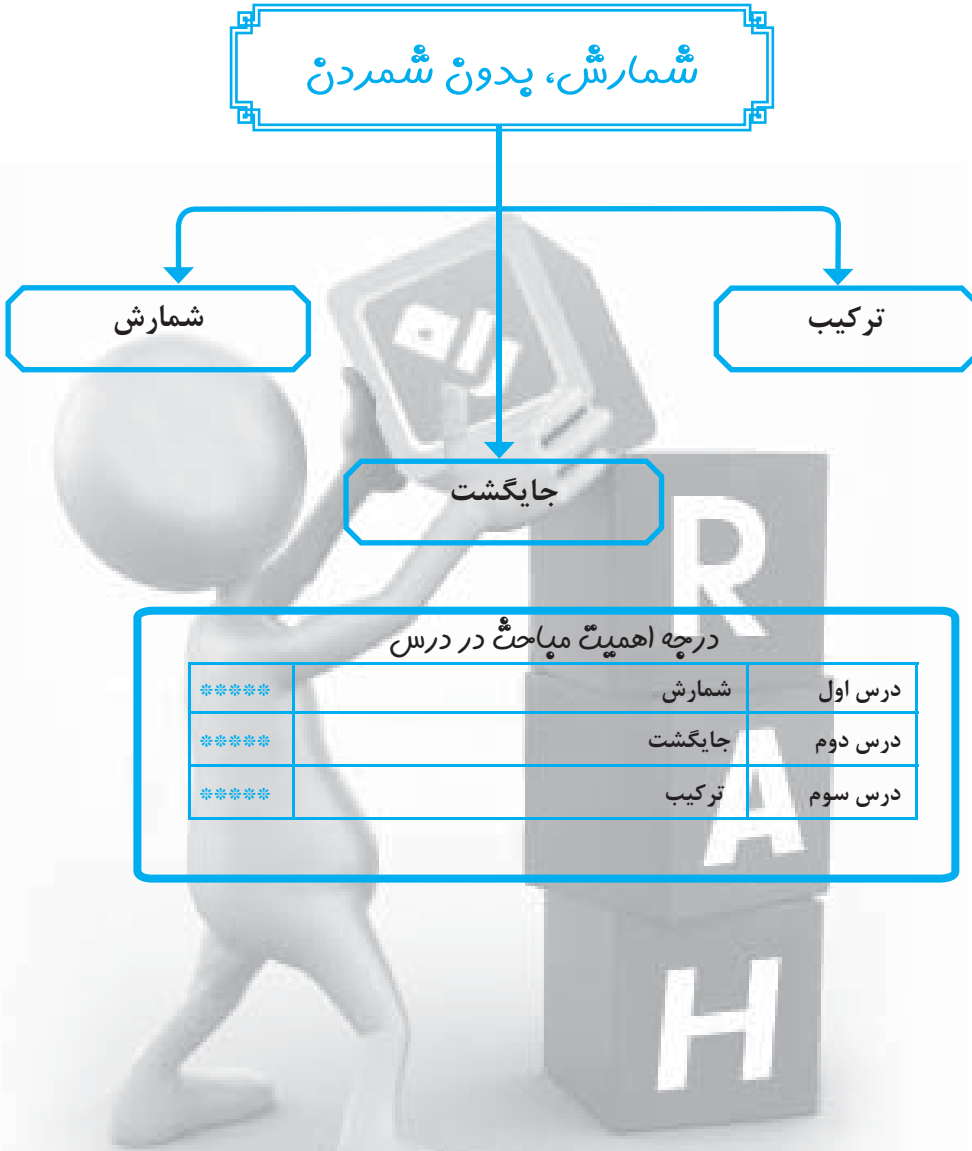
تمرینات کتاب ۴۶
سؤالات تألیفی ۴۸
سؤالات مدارس تیزهوشان ۴۹
سؤالات کنکور دانشگاه سراسری و آزاد ۵۱
آزمون (۱) ۵۲
آزمون (۲) ۵۳
آزمون (۳) ۵۵
آزمون در آزمون ۵۶
پاسخ آزمون (۱) ۵۸

فصل سوم: مجموعه، الگو و دنباله ها

درس اول: توان های گویا و عبارت های چپری

تمرینات کتاب ۶۴
سؤالات تألیفی ۶۶
سؤالات مدارس تیزهوشان ۶۸
سؤالات کنکور دانشگاه سراسری و آزاد ۶۸

شمارش، بدون شمردن



شهریور	پایانی دوم	پایانی اول
۳	۴	—

مجموع	آزمون‌ها	سؤالات کنکور	سؤالات تیزهوشان	سؤالات تألیفی	تمرینات کتاب
۱۳۳	۵۲	۱۶	۲۰	۲۳	۲۲



فصل ششم: شمارش، بدون شمردن درس اول: شمارش



(تمرین ۱ - صفحه ۱۳۴)

۱- تعداد حالت‌های ممکن برای رمز یک دستگاه را در حالت‌های زیر به دست آورید.
مشخص کنید برای این کار از اصل جمع استفاده می‌شود یا از اصل ضرب یا از هر دو
(الف) این رمز از یک گزینه تشکیل شده، که یک عدد یا یک حرف الفبای فارسی است.

(ب) این رمز از دو گزینه تشکیل شده است که گزینه اول یک عدد و گزینه دوم یک حرف الفبای فارسی است.

(پ) این رمز از دو گزینه تشکیل شده است که یکی از گزینه‌ها یک عدد و گزینه دیگر یک حرف الفبای فارسی است.

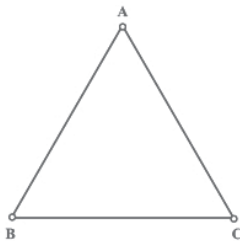
(ت) این رمز از دو گزینه تشکیل شده است که یا هر دو گزینه عددند یا هر دو گزینه حروف انگلیسی‌اند.

(ث) این رمز از ۴ گزینه تشکیل شده است که دو گزینه اول اعداد غیرتکراری و دو گزینه دوم حروف انگلیسی غیرتکراری‌اند.

۲- در یک شهرک صنعتی ۵ بلوار اصلی و در هر بلوار، بین ۸ تا ۱۰ خیابان، و در هر خیابان بین ۱۰ تا ۱۲ کوچه و در هر کوچه بین ۲۰ تا ۳۰ کارخانه وجود دارد. حداقل و حداکثر تعداد کارخانه‌هایی که ممکن است در این شهرک وجود داشته باشد چندتاست؟
(تمرین ۲ - صفحه ۱۳۵)

(تمرین ۳ - صفحه ۱۳۵)

۳- می‌خواهیم راس‌های مثلث زیر را با دو رنگ قرمز و آبی رنگ کنیم.
(الف) به چند طریق این کار امکان‌پذیر است؟



(ب) به چند طریق می‌توان این رنگ‌آمیزی را انجام داد به گونه‌ای که راس‌هایی که به هم وصل‌اند، هم رنگ نباشند.

(پ) هر دو قسمت الف و ب را در حالتی که از سه رنگ مختلف استفاده می‌کنیم بررسی کنید.

۴- با پلاک‌هایی به صورت زیر که عدد دو رقمی سمت راست آن‌ها از مجموعه A انتخاب شوند و سایر ارقام از مجموعه B انتخاب شوند و حرف استفاده شده در آن از مجموعه C انتخاب شود چند ماشین را می‌توان شماره‌گذاری کرد؟
(تمرین ۴ - صفحه ۱۳۵)



$$A = \{1, 2, \dots, 99\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$C = \{س, د, ج, ب, ی, ه, و, ن, م, ل, ق, ط, ص, س, د, ج, ب\}$$

۵- در یک کشور نوعی اتومبیل در ۵ مدل، ۱۰ رنگ، ۳ حجم موتور مختلف و ۲ نوع دنده (اتوماتیک و غیراتوماتیک) تولید می‌شود.

(تمرین ۵ - ۱۲۵)



الف) چند نوع مختلف از این اتومبیل تولید می‌شود؟

ب) اگر یکی از رنگ‌های تولید شده مشکی باشد چند نوع از این اتومبیل با رنگ مشکی تولید می‌شود؟

پ) چند نوع از این اتومبیل مشکی دنده اتوماتیک تولید می‌شود؟

۶- یک آزمون چندگزینه‌ای شامل ۱۰ سوال ۴ گزینه‌ای و ۵ سوال ۲ گزینه‌ای (بله - خیر) است فردی قصد دارد به سوال‌ها به صورت تصادفی جواب دهد. او به چند روش می‌تواند این کار را انجام دهد اگر:

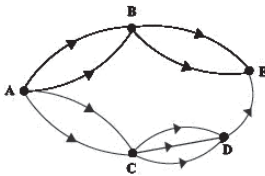
(تمرین ۶ - صفحه ۱۲۶)

الف) اگر مجبور باشد به همه سوال‌ها جواب بدهد؟

ب) بتواند سوال‌ها را بدون جواب هم بگذارد؟

۷- اگر شکل مقابل نشان‌دهنده جاده‌های بین شهرهای A و B و C و D و E باشد و همه جاده‌ها یک طرفه باشند، به چند طریق می‌توان از شهر A به شهر E رفت؟

(تمرین ۷ - صفحه ۱۲۶)



(تمرین ۸ - صفحه ۱۲۶)

۸- مسئله زیر را به گونه‌ای کامل کنید که جواب ارائه شده درست باشد.

مسئله: چند عدد دو رقمی زوج می‌توان نوشت؛ به طوری که؟

حل: تعداد راه‌های نوشتن یکان برابر ۵ تاست و تعداد راه‌های نوشتن دهگان برابر ۴ تاست. لذا با توجه به اصل ضرب ۲۰ عدد با شرایط موردنظر وجود دارد.

۹- مسئله‌ای طرح کنید که با استفاده از اصل جمع یا اصل ضرب و یا هر دوی آن‌ها حل شود و جواب آن به صورت زیر باشد.

(تمرین ۹ - صفحه ۱۲۶)

$$2 \times 2 \times 2 + 3 \times 3 \times 3 = 35$$



۱- مریم می‌خواهد برای کارت عابریانک دانش‌آموزی، که پدرش در روز تولدش به او هدیه داده است یک رمز جدید شامل ۴ رقم (با ارقام صفر تا نه) انتخاب نماید. تعداد حالت‌های ممکن را در هر یک از حالت‌های زیر به دست آورید.

(اصل ضرب - مشابه تمرین ۱ - صفحه ۱۲۴)

الف) اگر بخواهد رقم‌های تکراری نیز استفاده نماید.

ب) اگر بخواهد هیچ رقم تکراری وجود نداشته باشد.

۲- در مرحله آخر ثبت نام کنکور، رایانه از دانش آموز تقاضا نموده که یک پسورد شش رقمی برای دسترسی های بعدی انتخاب نماید. این پسورد باید هم شامل عدد و هم شامل حروف الفبای فارسی باشد تا احتمال دسترسی توسط شخص دیگر به حداقل برسد. تعداد حالت های ممکن را در هر یک از قسمت های زیر به دست آورید.
(الف) فقط یک حرف الفبای فارسی استفاده شود.

(ب) فقط دو حرف الفبای فارسی استفاده شود.

(پ) حداقل سه عدد استفاده شود.

(ت) تعداد اعداد و حروف باهم برابر باشند.

۳- دبیرستان کهن تصمیم گرفته است برای امتحانات میان نوبت دوم به علت کمبود وقت فقط از دروس فیزیک، ریاضی، هندسه و شیمی و عربی و زبان و ادبیات آزمون برگزار نماید. یکی از دانش آموزان رشته تجربی کارنامه دوره های قبل خود را بررسی نموده است و جدول زیر را تهیه کرده است:

نام درس	فیزیک	ریاضی	هندسه	شیمی	عربی	زبان	ادبیات
پایین ترین نمره	۱۲	۱۰	۱۱	۱۵	۱۳	۱۴	۱۶
بالاترین نمره	۱۹	۱۶	۱۷	۱۹	۱۸	۲۰	۲۰

اگر این دانش آموز بخواهد دقیقاً مانند دوره های گذشته خود تلاش کند حداقل و حداکثر معدلی که می تواند از خودش در این دروس انتظار داشته باشد چقدر است؟

۴- شرکتی دارای سه سالن تولیدی الف و ب و پ می باشد. در سالن الف سه مدل محصول A و B و C و در سالن ب دو مدل محصول D و E در سالن پ پنج مدل محصول L, I, H, G, F تولید می شود. ساعت کار هر فرد و تعداد کارگران لازم برای تولید یک واحد از هر محصول در جدول زیر آورده شده است:

مدل	A	B	C	D	E	F	G	H	I	L
تعداد کارگران	۵	۷	۴	۸	۳	۶	۲	۹	۳	۵
ساعت کار هر نفر	۵	۴	۲/۵	۵	۲/۵	۴/۵	۳	۴	۳	۵

(الف) اگر این شرکت بخواهد از هر نوع محصول خود ۸ واحد تولید کند و هزینه دستمزد هر ساعت کارگران ۱۰ هزار تومان باشد چقدر باید هزینه دستمزد تولید محصول بپردازد.

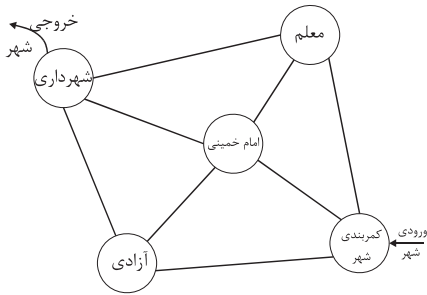
(ب) اگر بدانیم دو سالن الف و پ در این ماه راه اندازی شده اند و در انبار شرکت ۵ واحد از محصولات سالن ب از تولید ماه قبل باقی مانده است هزینه دستمزد پرداختی ماه قبل این شرکت چقدر بوده است؟

۵- شکل مقابل مسیرهای موجود بین پنج میدان اصلی و بزرگ یک شهر را نشان می‌دهد. مسافری قصد ورود و خروج از این شهر را دارد. اگر همه خیابان‌های این شهر دوطرفه باشد و مسافر نخواهد به هیچ میدانی دو مرتبه وارد شود این مسافر برای خروج از این شهر چند انتخاب مختلف می‌تواند داشته باشد؟

(اصل ضرب - مشابه تمرین ۷ - صفحه ۱۲۵)

(اصل ضرب - مشابه تمرین ۸ - صفحه ۱۲۶)

الف) با ارقام صفر تا هشت و بدون تکرار رقم چند عدد چهار رقمی می‌توان نوشت؟



ب) چند عدد چهار رقمی زوج می‌توان نوشت؟ (بدون تکرار ارقام)

پ) چند عدد چهار رقمی بیش‌تر از پنج هزار می‌توان نوشت؟ (بدون تکرار ارقام)

۶- با حروف کلمه «علیرضا» و بدون توجه به معنی کلمه و بدون تکرار حروف، چند کلمه چهار حرفی می‌توان نوشت؟

(اصل ضرب - مشابه مثال صفحه ۱۲۶)

۷- در یک رستوران ۵ مدل غذا و ۳ مدل نوشیدنی و ۲ مدل سوپ و ۲ مدل سالاد هر کدام در منوی جداگانه نوشته شده و جهت پذیرایی از مهمانان آماده شده‌اند. احمد وارد این رستوران شده است و می‌خواهد غذا سفارش دهد.

(اصل ضرب - مشابه تمرین ۳ - صفحه ۱۲۶)

الف) اگر احمد بخواهد از هر منوی یکی را انتخاب کند چند انتخاب مختلف می‌تواند داشته باشد.

ب) اگر بدانیم احمد غذا را سفارش داده است و می‌تواند از سایر منوها چیزی را انتخاب نکند، چند انتخاب مختلف می‌تواند داشته باشد.



۱- ۳ نفر نامزد ریاست یک فدراسیون هستند. به چند طریق ۵۰ نفر می‌توانند رای دهند طوری که هر فرد حداکثر به یک نفر رای بدهد؟

(شمارش - تهران - منطقه ۲ - ۹۰)

(شمارش - قدس - ۹۰)

۲- چند عدد سه رقمی وجود دارد که در آن دو رقم مجاور هم هر دو زوج نباشند.

۳- در یک صفحه شطرنجی 4×4 به چند طریق می‌توان دو خانه غیرهمرنگ انتخاب کرد به طوری که این دو خانه در یک سطر یا ستون قرار نداشته باشند.

(شمارش - ۵ - ۹۲)

۴- در چند زیر مجموعه $S = \{1, 2, \dots, 10\}$ اختلاف بین بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عضو برابر ۵ است؟

(شمارش - ۹۳ - یزد)

۵- چهار تیم ۵ نفره و یک تیم ۶ نفره در یک دوره مسابقه تنیس شرکت کرده‌اند.

(شمارش - تهران - منطقه ۵ - ۹۱)

هر دو بازیکن از دو تیم مختلف دقیقاً یکبار مسابقه می‌دهند در مجموع چند مسابقه انجام می‌شود؟

(شمارش - اصفهان - ۹۳)

۶- همه اعداد ۳ رقمی را روی کاغذ نوشته‌ایم عدد ۵ چندبار نوشته شده است؟

(شمارش - یزد - ۹۴)

۷- چند عدد صحیح بین یک میلیون و ۱۰ میلیون وجود دارد که در نمایش آن‌ها هیچ دو رقم متوالی یکسان نباشد؟

سوالات کنکور دانشگاه سراسری و آزاد



۱- از بین ۴ پرس غذایی مختلف و ۳ بطری نوشابه‌های متفاوت، شخصی غذا و نوشابه‌ی موردنظر خود را برداشته است چند راه ممکن برای انتخاب غذا و نوشابه‌ی نفر بعدی وجود دارد؟

(اصل ضرب - آزاد انسانی فارغ ۸۸)

(د) ۱۲

(ج) ۱۰

(ب) ۶

(الف) ۷

۲- از یک قطعه مقوا، ارقام ۱، ۲، ۲، ۲، ۳، ۵ بریده شده است. با جایگشت هر سه رقم دلخواه از آن‌ها چند عدد سه رقمی می‌توان ساخت؟

(شمارش و اصل ضرب - سراسری انسانی فارغ ۹۰)

(د) ۳۴

(ج) ۳۲

(ب) ۳۰

(الف) ۲۸

(شمارش و اصل ضرب - سراسری تجربی دافل ۹۰)

۳- چند عدد چهار رقمی با ارقام متمایز و فرد، بزرگتر از ۳۰۰۰ وجود دارد؟

(د) ۱۰۸

(ج) ۹۶

(ب) ۸۴

(الف) ۷۲

(اصل ضرب - آزاد پزشکی دافل ۹۱)

۴- چند عدد زوج چهار رقمی با ارقام ۰ و ۲ و ۳ می‌توان نوشت؟

(د) ۱۲

(ج) ۴

(ب) ۷

(الف) ۳

۵- با ارقام ۹ و ۷ و ۵ و ۳ و ۱ چند عدد سه رقمی با شرط رقم صدگان < دهگان < رقم یکان می‌توان نوشت؟

(شمارش اصل ضرب - سراسری ریاضی دافل ۹۱)

(د) ۱۲

(ج) ۱۰

(ب) ۹

(الف) ۸

۶- با ارقام ۹, ۲, ۰, ۱ را به چند طریق می‌توان یک عدد ۵ رقمی ساخت، به طوری که درست ۲ رقم آن زوج باشد؟

(شمارش اصل ضرب - سراسری ریاضی دافل ۹۴)

(د) ۹۶۰۰

(ج) ۸۴۰۰

(ب) ۷۲۰۰

(الف) ۶۴۰۰



درس دوم: جایگشت



۱- در یک لیگ فوتبال ۱۸ تیم قرار دارند. در پایان این لیگ تیم‌های اول تا سوم به چند حالت مختلف می‌تواند مشخص شوند؟

(تمرین ۱ - صفحه ۱۳۱)

۲- از بین تعدادی کتاب مختلف می‌خواهیم سه کتاب را انتخاب کنیم و در قفسه‌ای بچینیم اگر تعداد حالت‌های مختلف برای این کار ۲۱۰ تا باشد تعداد کتاب‌ها چندتا است؟

(تمرین ۲ - صفحه ۱۳۱)

۳- کدام یک از موارد زیر درست و کدام نادرست است؟

(تمرین ۳ - صفحه ۱۳۱)

$$6! = 3! + 3!$$

$$6! = 6 \times 5!$$

$$8! = 4! \times 2!$$

$$2 \times 3! = 6!$$

$$(3!)^2 = 9!$$

$$4! = \frac{8!}{2!}$$

۴- در یک نوع ماشین حساب کوچک که دارای ۲۰ کلید است، برای انجام یک دستور خاص باید سه کلید مشخص با ترتیبی مشخص فشار داده شوند. اگر فردی نداند سه کلید مورد نظر کدامند و بخواهد به طور تصادفی این کار را انجام دهد و فشردن هر سه کلید ۲ ثانیه زمان بخواهد این فرد حداکثر (در بدترین حالت) در چه زمانی می‌تواند دستور مورد نظر را اجرا کند؟

(تمرین ۴ - صفحه ۱۳۲)

(تمرین ۵ - صفحه ۱۳۲)

۵- با حروف کلمه «گل‌پیرا» و بدون تکرار حروف

(الف) چند کلمه ۶ حرفی می‌توان نوشت؟ چند تا از آن‌ها با «گل» شروع می‌شود؟

(ب) چند کلمه ۴ حرفی می‌توان نوشت؟

(پ) چند کلمه ۴ حرفی می‌توان نوشت که در آن‌ها دو حرف «ب» و «ر» در کنار هم آمده باشند؟

(ت) چند کلمه ۵ حرفی می‌توان نوشت که در آن‌ها حروف کلمه «پیرا» کنار هم آمده باشند؟



۱- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

(فاکتوریل - مشابه کار در کلاس ۲ - صفحه ۱۲۸)

الف) $\frac{7!}{5!} =$

ب) $\frac{k!}{(k-2)!} =$

پ) $\frac{10!}{7!} =$

ت) $\frac{n!}{(n-r)!}$; $(r \leq n)$

(فاکتوریل - مشابه کار در کلاس ۳ - صفحه ۱۲۹)

۲- حاصل ضرب‌های زیر را با استفاده از نماد فاکتوریل نمایش دهید.

الف) $7 \times 6 \times 5 \times 4 =$

ب) $k(k-1)(k-2) =$

پ) $n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4) =$

ت) $15 \times 14 =$

ث) $20 =$

۳- با حروف کلمه «تیزهوشان» و بدون تکرار حروف چند کلمه ۸ حرفی می‌توان نوشت به طوری که:

(جایگشت - مشابه مثال صفحه ۱۳۰)

الف) به «ن» ختم شود؟

ب) شامل کلمه «هوش» باشد؟

پ) حروف کلمه «هوش» کنار یکدیگر باشند؟

ت) حروف کلمه «تیز» سه حرف اول آن باشد؟

۴- فاطمه دانش‌آموز پایه دهم است و می‌خواهد ۱۰ تا از کتاب‌های خود را در قفسه‌های کتابخانه قرار دهد.

الف) به چند حالت مختلف می‌تواند این کتاب‌ها را در قفسه قرار دهد؟

ب) فاطمه یکشنبه‌ها ریاضی و ادبیات و فیزیک و دوشنبه‌ها هندسه و عربی و شیمی را در برنامه درسی خود دارد. پس تصمیم دارد کتاب‌ها را طوری در قفسه قرار دهد که کتاب‌های موردنیاز در روز یکشنبه کنار هم و روز دوشنبه نیز کنار هم قرار بگیرند. چند حالت مختلف برای چیدن این ۱۰ کتاب در قفسه وجود دارد؟

پ) برنامه درسی فاطمه در روز چهارشنبه شامل ۴ کتاب است چند حالت مختلف برای چیدمان این ۴ کتاب در برنامه درسی فاطمه وجود دارد؟

(جایگشت - مشابه تمرین ۱ - صفحه ۱۳۱)

۵- از میان دانش‌آموزان کلاسی که محمد نیز عضو آن است می‌خواهند از روی شماره دانش‌آموزان در لیست کلاس ۳ نفر را برای سه اردوی مشهد و اصفهان و قم انتخاب نمایند (یک نفر برای هر اردو). محمد با محاسباتی که انجام داده است فهمیده که ۷۲۰ حالت مختلف برای انتخاب این سه نفر وجود دارد؟ تعداد هم‌کلاسی‌های محمد چند نفر است؟
(مایگشت - مشابه تمرین ۲ - صفحه ۱۳۱)

۶- جهت برگزاری یک امتحان ۱۲ دانش‌آموز از ۲۰ دانش‌آموز کلاس A به عنوان یک گروه و بقیه نیز به عنوان گروه دوم باید در صندلی‌هایی انفرادی و پشت سر هم بنشینند.
الف) چند حالت مختلف برای انتخاب این دو گروه وجود دارد؟
(مایگشت - مشابه تمرین ۲ و ۳ - صفحه ۱۳۱)

ب) سه نفر از دانش‌آموزان دوست دارند در هر گروهی که قرار می‌گیرند با هم و پشت سر هم بنشینند به چند حالت مختلف می‌توان این چیدمان را انتخاب نمود.



سوالات مدارس تیزهوشان

(مایگشت - تالیفی)

۱- اگر $p(n, 4) = 3p(n, 3)$ مقدار n را بیابید.

۲- به چند طریق ۵ نفر به نام‌های a_1, a_2, \dots, a_5 می‌توانند در یک صف بایستند به طوری که a_1 جلوتر از a_2 (نه لزوماً پشت سرهم) قرار گرفته باشد؟
(مایگشت - تهران - منطقه ۱۶ - ۹۰)

۳- چند جایگشت ۵ حرفی از حروف کلمه triangle با حروف t شروع شده و به حرف e ختم می‌شود؟
(مایگشت - تهران - منطقه ۵ - ۹۱)

۴- ۷ نفر به نام‌های a_1, a_2, \dots, a_7 در یک کنفرانس سخنرانی می‌کنند به چند طریق ممکن است بین a_1 و a_7 دقیقاً ۳ نفر دیگر سخنرانی کنند؟
(مایگشت - تهران - منطقه ۱۷ - ۹۳)

۵- به چند طریق می‌توانند ۵ دکتر و ۵ مهندس به در یک ردیف قرار بگیرند به طوری که هیچ دو دکتر و هیچ دو مهندسی کنار هم نباشند؟
(مایگشت - قدس - ۹۴)

۶- چند طریق می‌توانند ۳ دانش‌آموز اول، ۴ دانش‌آموز دوم و ۳ دانش‌آموز سوم در دو ردیف ۵ تایی بایستند به طوری که دانش‌آموزان اول در ردیف جلو و دانش‌آموزان سوم در ردیف عقب قرار گیرند؟
(مایگشت - کرمان - ۹۴)

سؤالات کنکور دانشگاه سراسری و آزاد



۱- حروف کلمه‌ی "LAGRANGE" را با جایگشت‌های مختلف کنار هم قرار می‌دهیم. در چند حالت حروف یکسان کنار هم قرار می‌گیرند؟
(جایگشت - سراسری تجربی دافل ۸۴)

الف) ۳۶۰ (ب) ۵۴۰ (ج) ۷۲۰ (د) ۱۴۴۰

۲- حروف کلمه‌ی ASISST را به چند طریق می‌توان بدون توجه به مفهوم آن کنار هم قرار داد که Sها یک در میان باشند؟
(جایگشت - سراسری فنی مرفه‌ای دافل ۸۷)

الف) ۶ (ب) ۸ (ج) ۱۲ (د) ۱۸

۳- با حروف کلمه‌ی FLOWER و بدون تکرار حروف چند کلمه‌ای ۴ حرفی شامل حروف 0 بدون توجه به مفهوم آن می‌توان نوشت؟
(جایگشت - سراسری فنی و مرفه‌ای دافل ۹۰)

الف) ۱۸۰ (ب) ۲۴۰ (ج) ۱۶۰ (د) ۱۲۰

۴- از بین ۱۲ نفر دانش آموز نمونه، به چند طریق می‌توان سه نفر را جهت مشارکت در سه مورد متمایز در امور مدرسه انتخاب کرد؟
(جایگشت - سراسری انسانی فارغ ۹۱)

الف) ۱۳۲۰ (ب) ۶۶۰ (ج) ۳۳۰ (د) ۲۲۰

۵- تعداد جایگشت‌های حروف کلمه‌ی «SYS TEM» به طوری که کنارهم نباشند؟
(جایگشت - سراسری تجربی فارغ ۹۲)

الف) ۱۲۰ (ب) ۱۸۰ (ج) ۳۴۰ (د) ۳۶۰



درس سوم: ترکیب



۱- یک فروشنده تنقلات در فروشگاه خود، پسته، بادام، گردو، تخمه کدو، تخمه ژاپنی، نخودچی و کشمش دارد. از نظر او در یک آجیل حداقل پنج نوع از تنقلات فوق باید وجود داشته باشد. او با تنقلات موجود در فروشگاهش چند نوع آجیل می‌تواند درست کند؟ (تمرین ۱ - صفحه ۱۳۹)

۲- یک اداره دارای ۱۸ عضو است. این اداره دارای ۱ رئیس، ۳ معاون، ۲ حسابدار، ۶ کارشناس اداری، ۳ کارمند کارگزینی و ۳ کارشناس امور حقوقی است. این اداره ماهانه باید جلسه‌ای ۵ نفر جهت بررسی و تصویب آخرین طرح پیشنهادی برگزار کند. به چند طریق این گروه ۵ نفره می‌تواند انتخاب شود هر گاه:

(الف) رئیس و دقیقاً یک کارشناس امور حقوقی در جلسه باشند؟

(ب) رئیس و دقیقاً یک معاون، و یک کارشناس امور حقوقی در جلسه باشند؟

(پ) رئیس و دقیقاً یک معاون، یک حسابدار و یک کارشناس امور حقوقی در جلسه باشند؟

۳- در یک کلاس تعدادی از دانش‌آموزان که همگی دارای شرایط علمی خوبی‌اند، داوطلب حضور در مسابقات علمی مدرسه هستند. معلم قصد دارد ۲ نفر را به تصادف انتخاب کند. او این دو نفر را به ۲۸ روش می‌تواند از بین داوطلبان انتخاب کند. تعداد داوطلبان چند نفر بوده است؟ (تمرین ۳ - صفحه ۱۳۹)

۴- گل‌فروشی در فروشگاه خود ۱۰ نوع گل مختلف دارد. او در هر دسته گل از ۳ تا ۵ شاخه گل متمایز قرار می‌دهد. او چند دسته گل مختلف می‌تواند درست کند؟ (تمرین ۴ - صفحه ۱۳۹)

۵- یک نقاش قوطی‌هایی از ۴ رنگ قرمز، آبی، زرد و مشکی دارد. اگر او با ترکیب دو یا چند قوطی از رنگ‌های متمایز بتواند دقیقاً یک رنگ جدید به دست آورد او چند رنگ می‌تواند داشته باشد؟ (تمرین ۵ - صفحه ۱۳۹)

چرا با این‌که در کارهای هنری فقط از همین ۴ رنگ استفاده می‌شود اما تعداد رنگ‌های حاصل بیش‌تر از جواب شماست؟

۶- هفت نقطه A و B و C و D و E و F و G روی محیط یک دایره قرار دارند. چند مثلث مختلف می‌توان کشید که رئوس آن از این هفت نقطه انتخاب شده باشند؟ (تمرین ۶ - صفحه ۱۳۹)

۷- یک آشپز ده نوع ادویه دارد. او با استفاده از هر ۳ تا از این ادویه‌ها یک طعم مخصوص درست می‌کند. این آشپز چند طعم می‌تواند درست کند هر گاه (تمرین ۷ - صفحه ۱۴۰)

(الف) هیچ محدودیتی در استفاده از ادویه‌ها نداشته باشد؟

(ب) دو نوع ادویه هستند که با هم نمی‌توانند استفاده شوند؟

پ) سه ادویه هستند که با هم نمی‌توانند استفاده شوند؟

ت) ادویه‌ها به ۲ دسته ۵ تایی تقسیم می‌شوند که هیچ یک از ادویه‌های دسته اول با هیچ یک از ادویه‌های دسته دوم سازگاری ندارند؟

(تمرین ۸ - صفحه ۱۴۰)



۸- مسئله‌ای طرح کنید که جواب آن برابر باشد با:

$$\text{الف) } \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{ب) } \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$$



۱- از میان ۷ نفر از اعضای هیئت مدیره یک شرکت می‌خواهند یک گروه سه نفره انتخاب کنند، به طوری که نفر اول رئیس و نفر دوم معاون و نفر سوم دبیر هیئت مدیره شوند. به چند حالت مختلف می‌توان این انتخاب را انجام داد. (ترکیب - مشابه مثال صفحه ۱۳۴)

۲- از میان ۷ کشتی‌گیر می‌خواهیم ۳ نفر را برای مسابقات انتخاب کنیم. به چند حالت مختلف می‌توان این انتخاب را انجام داد. (ترکیب - مشابه مثال صفحه ۱۳۴)

۳- از بین ۴ دروازه‌بان و ۵ بازیکن چپ پا و ۱۰ بازیکن راست پا می‌خواهیم یک تیم فوتسال ۱۰ نفری انتخاب کنیم به طوری که حتماً شامل دو دروازه‌بان و دو بازیکن چپ پا باشد. تعداد حالت‌های مختلف انتخاب اعضای تیم فوتسال را به دست آورید. (ترکیب - مشابه مثال صفحه ۱۳۴)

۴- مریم می‌خواهد برای ملاقات دوستش یک دسته گل شامل ۶ گل خریداری کند. در گل‌فروشی ۵ مدل گل قرمز و ۳ مدل گل سفید و ۲ مدل گل آبی مورد پسند سلیقه مریم هستند او به چند صورت مختلف می‌تواند دسته گلش را انتخاب کند به طوری که:

(ترکیب - مشابه تمرین ۴ - صفحه ۱۳۹)

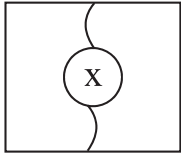
الف) حتماً سه گل سفید در دسته گل وجود داشته باشد.

ب) تعداد رنگ گل‌های موجود در دسته گل با هم برابر باشند و از هر رنگی نیز وجود داشته باشد.

پ) حداقل ۴ گل قرمز در دسته گل وجود داشته باشد.

۵- پرچم باشگاه X به شکل مقابل می‌باشد و این باشگاه می‌خواهد از میان رنگ‌های سفید، آبی، قرمز، زرد، مشکی و نارنجی برای رنگ‌آمیزی پرچم انتخاب کند به طوری که نام باشگاه در مرکز پرچم و هر کدام از قسمت‌ها دارای رنگی متفاوت باشند. به چند صورت مختلف می‌توان این پرچم را رنگ‌آمیزی نمود؟

(ترکیب - مشابه تمرین ۵ - صفحه ۱۳۹)



۶- یک کیسه شامل ۵ مهره قرمز و ۴ مهره آبی و ۳ مهره سفید است. می‌خواهیم از این کیسه ۳ مهره خارج کنیم به طوری که:

(ترکیب - مشابه تمرین ۵ - صفحه ۱۳۹)

الف) رنگ مهره‌ها با هم فرق کند.

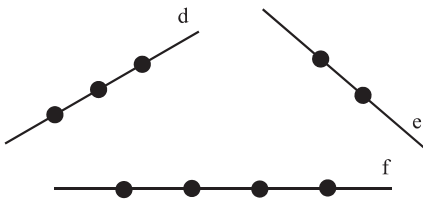
ب) هر سه مهره هم‌رنگ باشند.

پ) دو مهره هم‌رنگ باشند.

ت) حداقل دو مهره قرمز باشد.

۷- دو خط موازی d و d' با فاصله ۲ سانتی‌متری از هم قرار دارند. ۳ نقطه روی خط d و ۴ نقطه روی خط d' با فاصله یک‌سانتری از هم مشخص نموده‌ایم. می‌خواهیم با این نقاط یک مثلث رسم کنیم. چند مثلث مختلف می‌توان رسم نمود. (ترکیب - مشابه تمرین ۶ - صفحه ۱۳۹)

۸- سه خط d, e, f و تعدادی نقطه روی هر کدام در شکل روبرو مشخص شده‌اند. می‌خواهیم یک مثلث رسم کنیم به طوری که هر راس آن روی یکی از خط‌ها قرار داشته باشد. چند مثلث مختلف می‌توان رسم نمود.



۹- در یک رستوران ۵ مدل غذای کبابی و ۳ مدل غذای خورشتی در منوی غذا وجود دارد. آقای رضایی به همراه دو نفر از همکارانش برای صرف ناهار به این رستوران رفته‌اند. در هر کدام از قسمت‌های زیر تعداد حالت‌های مختلف انتخاب غذا را به دست آورید.

(ترکیب - مشابه تمرین ۷ - صفحه ۱۳۹)

الف) هر سه نفر بخواهند غذای کبابی میل نمایند.

ب) حداقل دو نفر از یک مدل غذا سفارش دهند.



سوالات مدارس تیزهوشان

(ترکیب - تالیفی)

۱- در یک صفحه شطرنجی 4×4 چند مستطیل وجود دارد؟

(ترکیب - تالیفی)

۲- اگر تمام زیرمجموعه‌های $S = \{1, 2, \dots, 10\}$ را بنویسیم، مجموع تمام عضوهای تمام زیرمجموعه‌ها چقدر خواهد شد؟

(ترکیب - اصفهان - ۹۰)

۳- حاصل $\binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n}$ را بیابید.

۴- اگر ۱۰ نفر در یک ردیف ایستاده باشند به چند طریق می‌توان ۳ نفر از بین آن‌ها انتخاب کرد به طوری که هیچ دو فرد مجاور انتخاب نشوند؟

(ترکیب - یزد - ۹۰)

۵- به چند طریق می‌توان سه عضو از مجموعه $A = \{1, 2, \dots, 20\}$ انتخاب کرد که تشکیل یک تصاعد حسابی بدهند.

(ترکیب - منطقه ۱۶ - ۹۱)

۶- به چند طریق می‌توان کمیته‌ای ۴ نفره از بین ۴ مرد و ۳ زن انتخاب کرد طوری که حداکثر یک زن عضو کمیته باشد؟

(ترکیب - قدس - ۹۲)

(ترکیب - یزد - ۹۳)

۷- در چند زیرمجموعه ۳ عضوی از مجموعه $S = \{1, 2, \dots, 8\}$ مجموع اعضا عددی زوج است؟

(ترکیب - تهران - منطقه ۲ - ۹۳)

۸- در یک صفحه شطرنجی 4×4 چند مربع وجود دارد؟

۹- در یک جمع ۱۰ نفر ۳ زوج (زن و شوهر) وجود دارند به چند طریق می‌توان ۵ نفر از این جمع انتخاب کرد به طوری که از هر زوج دقیقاً یک نفر انتخاب شوند؟

(ترکیب - کره - ۹۴)

(ترکیب - منطقه ۲ - ۹۴)

۱۰- در چند عدد ۵ رقمی با ارقام ناصفر و متمایز دقیقاً ۲ رقم فرد وجود دارد؟

سؤالات کنکور دانشگاه سراسری و آزاد



۱- از ۱۰ پرسش موجود، به چند طریق می‌توان ۸ پرسش را جهت پاسخ‌گویی انتخاب کرد، به شرط آن که حداقل ۴ پرسش از ۵ پرسش اول انتخاب شود؟

(ترکیب - سراسری ریاضی دافل ۸۹)

(د) ۳۵

(ج) ۳۲

(ب) ۳۰

(الف) ۲۵

(ترکیب - آزاد انسانی فارغ ۹۰)

۲- حاصل $p(6, 3) \div c(6, 3)$ برابر است با:

(د) ۳

(ج) ۳!

(ب) ۲!

(الف) ۲

۳- تعداد زیرمجموعه‌های ۳ عضوی یک مجموعه ۷ عضوی، از تعداد زیرمجموعه‌های ۲ عضوی یک مجموعه n عضوی، ۲۰ واحد بیش‌تر است این دو مجموعه روی هم چند عضو دارند؟

(ترکیب - سراسری فنی و مرفه‌ای ۹۱)

(د) ۱۳

(ج) ۱۵

(ب) ۱۲

(الف) ۱۱

۴- از هر یک از ۶ منطقه‌ی کشوری، ۱۵ دانش‌آموز به یک اردوگاه فرهنگی دعوت شده‌اند. به چند طریق می‌توان ۳ دانش‌آموز از بین آن‌ها که دو به دو غیر هم منطقه‌ای هستند انتخاب کرد؟

(ترکیب - سراسری ریاضی دافل ۹۳)

(د) ۷۶۵۰۰

(ج) ۷۵۶۰۰

(ب) ۶۷۵۰۰

(الف) ۵۷۶۰۰

(ترکیب - سراسری فنی و مرفه‌ای دافل ۹۳)

۵- تعداد زیرمجموعه‌های فرد عضوی یک مجموعه ۹ عضوی، کدام است؟

(د) ۲۱۰

(ج) ۳۵۶

(ب) ۲۴۶

(الف) ۳۱۰



آزمون (۱): آزمون ترکیبی (ترکیبی از مباحث فصل ششم)

- ۱- با ارقام ۴, ۶, ۸ چند عدد سه رقمی با ارقام متمایز می‌توان نوشت؟
- ۲- با ارقام ۲, ۳, ۴ چند عدد سه رقمی با تکرار ارقام می‌توان ساخت؟
- ۳- برای سفر از شهر A به شهر B چهار حالت و برای سفر از شهر B به شهر C سه حالت امکان دارد به چند طریق می‌توان:
 - الف) از شهر A به شهر C رفت به شرط این‌که از شهر B بگذریم
 - ب) از شهر A به شهر C با شرط گذاشتن از شهر B رفت و برگشت به طوری که مسیر رفت و برگشت یکی نباشد.
- ۴-
 - الف) با ارقام ۰, ۱, ۴, ۵, ۶ چند عدد ۵ رقمی بدون تکرار می‌توان نوشت؟
 - ب) با ارقام ۱, ۲, ۵, ۶, ۷ چند عدد زوج بدون تکرار می‌توان نوشت؟
 - پ) با ارقام ۰, ۱, ۴, ۵, ۶, ۹ چند عدد فرد بدون تکرار می‌توان نوشت؟
 - ت) با ارقام ۰, ۱, ۴, ۵, ۶, ۹ چند عدد زوج ۶ رقمی بدون تکرار می‌توان نوشت؟
 - ث) با ارقام ۰, ۱, ۴, ۵, ۶, ۷ چند عدد ۶ رقمی می‌توان نوشت که مضرب ۵ باشند (تکرار ارقام مجاز نیست)
- ۵- سجاد برای رفتن از منزل به مدرسه می‌تواند از یکی از ۲ خط تاکسی یا یکی از سه خط اتوبوس استفاده کند سجاد به چند طریق می‌تواند به مدرسه برود.
- ۶- با حروف کلمه «تهرانی» و بدون تکرار حروف
 - الف) چند کلمه ۶ حرفی می‌توان ساخت؟ چندتا از آن‌ها به «ن» ختم می‌شوند؟
 - ب) چند کلمه ۶ حرفی می‌توان ساخت که در آن‌ها حروف «ه» و «ن» کنار هم باشند؟
 - پ) چند کلمه ۶ حرفی می‌توان ساخت که در آن‌ها حروف «ران» سه حرف اول باشند؟
 - ت) چند کلمه ۶ حرفی می‌توان ساخت که در آن‌ها حروف «ران» کنار هم باشند؟
 - ث) چند کلمه ۶ حرفی می‌توان ساخت که با حرف نقطه‌دار شروع شوند؟
 - ج) چند کلمه ۴ حرفی می‌توان نوشت؟ چندتا از آن‌ها به «ت» ختم می‌شوند.
- ۷- سه نفر رشته ریاضی و دو نفر رشته تجربی به چند طریق می‌توانند کنار هم قرار بگیرند به طوری که:
 - الف) هیچ شرطی نباشد.
 - ب) فقط ریاضی‌ها کنار هم باشند.
 - ج) فقط تجربی‌ها کنار هم باشند.
 - د) هم ریاضی‌ها کنار هم و هم تجربی‌ها کنار هم باشند.
 - ه) یک در میان باشند.
- ۸- حاصل عبارت‌های زیر را بیابید و حتی‌الامکان ساده کنید.

(الف) ۴!	(ب) ۶!	(پ) $\frac{۸! \times ۶!}{۷! \times ۴!}$	(ت) $\frac{(۱۰۰)!}{۲! \times ۹۸!}$	(ث) $\frac{n!}{(n-۲)!}$	(و) $\frac{(n-۲)!}{(n+۱)!}$	(ز) $\frac{n!}{(n-۵)!}$
----------	--------	---	------------------------------------	-------------------------	-----------------------------	-------------------------
- ۹- اگر $۵ \times ۳^۲ \times ۲^۴ = (x^۲ - ۳)!$ مقدار طبیعی x را بیابید.

۱۰- حاصل ضرب‌های زیر را با نماد فاکتوریل نمایش دهید.

(الف) $7 \times 6 =$ (ب) $n(n-1)(n-2)$

(پ) $10 \times 9 \times 8 =$ (ت) $n(n-1)$

(و) $\frac{1}{n(n+1)}$ (ز) 10

۱۱- در کیسه‌ای ۳ مهره سفید و ۵ مهره مشکی و ۲ مهره آبی قرار دارد به چند طریق می‌توان: (الف) سه مهره انتخاب کرد؟

(ب) سه مهره انتخاب کرد به طوری که از هر رنگ یک مهره انتخاب شود.

(پ) ۵ مهره انتخاب کرد به طوری که حداقل ۳ مهره مشکی باشد.

(ت) ۶ مهره انتخاب کرد به طوری که ۳ مهره مشکی و ۲ مهره سفید و یک مهره آبی باشد.

(ج) ۵ مهره انتخاب شود به طوری که حداقل یک مهره آبی باشد.

(چ) ۴ مهره انتخاب شود به طوری که حداکثر یک مهره مشکی باشد.

۱۲- با ده نقطه غیرواقع بر یک خط راست

(الف) چند پاره‌خط می‌توان رسم کرد.

(ب) چند مثلث می‌توان رسم کرد.

(ج) چند چهارضلعی می‌توان رسم کرد.

(د) چند بردار می‌توان رسم کرد.

۱۳- از بین ۸ نفر به چند طریق می‌توان ۳ نفر را انتخاب کرد به طوری که فرد موردنظر انتخاب شده باشد.

۱۴- از یک مجموعه ۱۰ عضوی به صورت $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$ به چند طریق می‌توان:

(الف) زیر مجموعه‌های ۶ عضوی ساخت.

(ب) زیرمجموعه‌های ۶ عضوی ساخت که همگی آن‌ها ۲ عضو ۱ و ۲ را داشته باشند.



آزمون (۲): آزمون پیشنهادی فصل ششم مولف

۱- با چهار عدد ۱، ۰، ۴، ۵ چند عدد چهار رقمی بدون تکرار می‌توان نوشت؟

۲- با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ چند عدد سه رقمی بزرگ‌تر از ۳۰۰ بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟

۳- به چند طریق می‌توان ۳ کتاب از ۵ کتاب سال اول و ۴ کتاب از ۶ کتاب سال دوم را در یک در میان در یک قفسه چید؟

۴- پلاک اتومبیل سواری سری ب در تهران به صورت $***ب***$ تهران که هر ستاره نمایش یک رقم غیرصفر است، می‌باشد. در سری ب در شهر تهران چند پلاک می‌توان ساخت که با رقم فرد شروع و به رقم زوج ختم شود.

۵- به چند طریق می‌توانند ۴ دانش‌آموز کلاس جبر و ۵ دانش‌آموز کلاس حسابان کنار هم عکس یادگاری بگیرند، به طوری که دانش‌آموزان کلاس جبر یک در میان باشند.

۶- به چند طریق می‌توان ۴ کتاب ریاضی مختلف و ۶ کتاب فیزیک مختلف را کنار هم قرار داد به طوری که کتاب‌های ریاضی کنار هم باشند.

۷- با ارقام ۰, ۱, ۲, چند عدد زوج ۶ رقمی می‌توان نوشت.

۸- تعداد جایگشت‌های حروف کلمه‌ی SYSTEM به طوری که حروف S کنار هم نباشند را بیابید.

۹- از بین ۵ جفت کفش به چند طریق می‌توان ۳ لنگه کفش انتخاب کرد به طوری که یک جفت کفش انتخاب شود؟

۱۰- از هر یک از تیم‌های ملی فوتبال، والیبال، بسکتبال، هندبال، ۵ نفر به جلسه‌ی دعوت شده‌اند به چند طریق می‌توان ۳ نفر که دو به دو آن‌ها هم‌تیمی نباشد انتخاب کرد؟

۱۱- از هر یک از ۸۰ مدرسه علاقمند، ۶ نفر برای بازی تنیس ۴ نفری انتخاب شده‌اند به چند طریق می‌توان بازی انجام شود به طوری که هر دو نفر هم‌یارهم، از یک مدرسه باشند

۱۲- حاصل $\binom{12}{3} - \binom{10}{5}$ را بیابید.

۱۳- اگر $n! = 2^7 \times 3^3 \times 5^2$ باشد مقدار $\binom{n}{2}$ را بیابید.

۱۴- جواب معادله‌ی $\binom{2x}{x+1} = \binom{2x}{3}$ را بیابید.

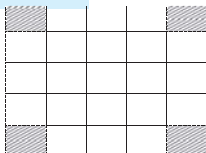
۱۵- اگر $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ چند زیرمجموعه ۳ عضوی می‌توان از A نوشت که شامل عضو ۳ باشند اما ۴ نداشته باشند.

۱۶- اگر $\binom{n}{3} = p(n, 2)$ باشد n را بیابید.



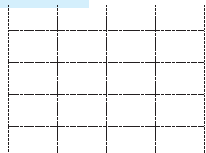
آزمون (۳): ویژه مدارس خاص (تیزهوشان- نمونه دولتی و ...)

(ترکیب - تالیفی)



۱- در شکل مقابل چند مربع وجود دارد؟

(ترکیب - تالیفی)



۲- در این شکل چند مستطیل 2×3 وجود دارد؟

(بایگشت - تالیفی)

۳- اگر $n.p(5,3) = p(7,5)$ مقدار n چقدر است؟

(ترکیب - تالیفی)

۴- به چند طریق می‌توان ۵ کتاب مختلف را بین ۸ نفر تقسیم کرد به طوری که به هر نفر حداکثر یک کتاب برسد؟

۵- ۵ جفت دستکش مختلف در اختیار داریم. به چند طریق می‌توان این دستکش‌ها را بین ۵ نفر تقسیم کرد به طوری که به هر نفر یک دستکش چپ و یک دستکش راست برسد؟

(ترکیب - قدس - ۹۰)

(شمارش - کره - ۹۲)

۶- در چند عدد سه رقمی که با ارقام ۱, ۲, ۳, ۴, ۵ نوشته می‌شود حاصل ضرب رقم‌ها زوج است؟

۷- چند زیر مجموعه سه عضوی از مجموعه $S = \{1, 2, \dots, 10\}$ وجود دارد به طوری که شامل ۱ باشند ولی شامل ۲ و ۳ نباشد.

(ترکیب - منقطه ۲ - ۹۳)



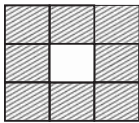
آزمون در آزمون (مروری بر فصول اول تا ششم)

۱- در یک کلاس ۴۰ نفری تعداد ۱۵ نفر عضو تیم فوتبال و ۲۰ نفر عضو تیم والیبال می‌باشند اگر ۱۰ نفر عضو تیم والیبال و فوتبال باشند تعداد دانش‌آموزانی را بیابید که عضو هیچ تیمی نیستند.

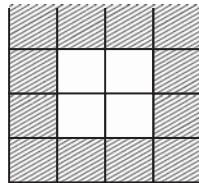
۲- با توجه به الگوی زیر شکل ۱۰۰۰ ام از چند مربع رنگی تشکیل شده است؟



شکل ۱

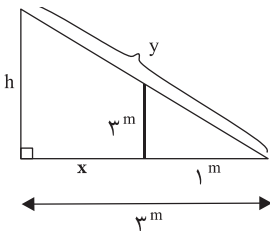


شکل ۲



شکل ۳

۳- در شکل زیر مقادیر مجهول را بیابید.



۴- اگر $\tan \alpha = \frac{-4}{3}$ باشد و α در ربع چهارم مثلثاتی باشد نسبت‌های دیگر مثلثاتی α را بیابید.

۵- حاصل عبارت‌های $(-64)^{\frac{1}{2}}$ و $(32)^{-\frac{1}{5}}$ را بیابید.

۶- عبارت $\frac{2}{\sqrt{x-1}}$ را گویا کنید.

۷- معادله $x^2 - 4x + 5 = 0$ را به روش مربع کامل حل کنید.

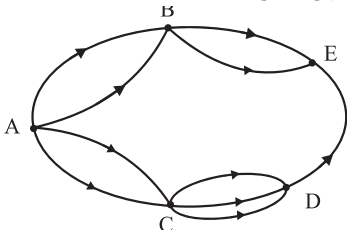
۸- به ازای چه مقادیری از m عبارت $y = -2x^2 + 2mx + 2$ همواره منفی است؟

۹- با استفاده از رسم نمودار $y = x^2$ نمودار $y = -(x-2)^2 + 1$ را رسم کنید.

۱۰- با ارقام ۰، ۴، ۱، ۹، چند عدد سه رقمی با ارقام غیرتکراری می‌توان نوشت که زوج باشند.

۱۱- در یک کشور نوعی اتومبیل در ۵ مدل، ۱۰ رنگ، ۳ حجم موتور مختلف و ۲ نوع دنده (اتوماتیک و غیراتوماتیک) تولید می‌شود چند نوع مختلف از این اتومبیل تولید می‌شود.

۱۲- در شکل مقابل با شرط این که همه‌ی جاده‌ها یک طرفه باشند به چند طریق می‌توان از شهر A به شهر E رفت.



۱۳- در یک لیگ فوتبال ۱۸ تیمی در پایان مسابقات این لیگ، تیم‌های اول تا سوم به چند حالت مختلف می‌تواند مشخص شوند.

۱۴- با حروف کلمه‌ی «گل پیرا» چند کلمه‌ی سه حرفی می‌توان ساخت

۱۵- از ۶ گل مختلف به چند طریق می‌توان چهار گل را برای هدیه دادن به یک نفر انتخاب کرد.

۱۶- از میان ۸ ایرانی و ۶ روسی و ۵ فرانسوی یک گروه علمی انتخاب می‌شود به چند طریق می‌توان این کار را انجام داد:
(الف) گروه ۶ نفری باشد و از هر ملیت ۲ نفر باشند.

(ب) گروه ۲ نفری باشد و حداقل یک روسی باشد.

۱۷- اگر انتخاب ۲ نفر از میان n نفر برابر ۲۸ حالت باشد مقدار n را بیابید.



پاسخ آزمون (۱): آزمون ترکیبی (ترکیبی از مباحث فصل ششم)

-۱

$$\boxed{3} \boxed{2} \boxed{1} = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

چون ارقام نباید تکرار شوند رقم صدگان (سمت چپ) سه حالت (۴ یا ۶ یا ۸) می‌باشد. برای رقم دهگان (وسطی) دو حالت دیگر برای رقم یکان (سمت راست) یک حالت می‌ماند.

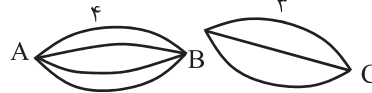
-۲

$$\boxed{3} \boxed{3} \boxed{3} = 3 \times 3 \times 3 = 3^3 = 27$$

چون ارقام می‌توانند تکرار شوند هر کدام سه حالت می‌توانند بگیرند (۴ یا ۶ یا ۸)

-۳

چون از کلمه‌ی «و» استفاده شده است پس اصل ضرب می‌باشد.



$$\text{الف) } 4 \times 3 = 12$$

$$\text{ب) } 12 \times 11 = 132$$

در قسمت «ب» از شهر A با گذشتن از شهر B دوازده حالت امکان دارد به شهر C برسیم و از ۱۱ حالت می‌توان برگردیم به شرط آن که مسیر رفت و آمد یکی نباشد.

-۴

الف)

$$\boxed{4} \boxed{4} \boxed{3} \boxed{2} \boxed{1} = 96$$

جز صفر
جز رقم سمت چپ

$$\boxed{4} \boxed{3} \boxed{2} \boxed{1} \boxed{2} = 48$$

جز رقم یکان

۲ یا ۶

ب) عددی زوج است که رقم یکان آن زوج باشد.

$$\boxed{4} \boxed{4} \boxed{3} \boxed{2} \boxed{1} \boxed{3} = 288$$

جز صفر و
رقم یکان

۹ یا ۵ یا ۱

پ) عددی فرد است که رقم یکان آن فرد باشد.

ت)

برای به دست آوردن تعداد اعداد زوج یا تعداد عددهای مضرب ۵ که یک رقم صفر باشد از روش زیر استفاده می‌کنیم.
حالت اول: رقم یکان عدد زوج صفر باشند.

$$\boxed{5} \boxed{4} \boxed{3} \boxed{2} \boxed{1} \boxed{1} = 120$$

فقط صفر

$$\boxed{4} \boxed{4} \boxed{3} \boxed{2} \boxed{1} \boxed{2} = 192$$

جز صفر و رقم یکان

۴ یا ۶

$$\text{تعداد اعداد زوج} = 120 + 192 = 312$$

حالت دوم: رقم یکان عدد زوج غیر صفر باشد

ت)

$$\boxed{5} \boxed{4} \boxed{3} \boxed{2} \boxed{1} \boxed{1} = 120$$

فقط صفر

$$\boxed{4} \boxed{4} \boxed{3} \boxed{2} \boxed{1} \boxed{1} = 96$$

جز صفر و ۵

فقط ۵

حالت اول: رقم یکان صفر باشد

حالت دوم: رقم یکان ۵ باشد

$$۱۲۰ + ۹۶ = ۲۱۶$$

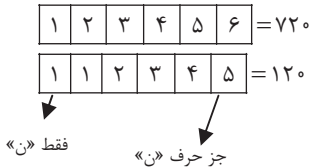
نکته: عددی بر ۵ قابل قسمت است که رقم یکان آن ۰ یا ۵ باشد
۵- چون از کلمه‌ی «یا» استفاده شده است پس اصل جمع است.

$$۲ + ۳ = ۵$$

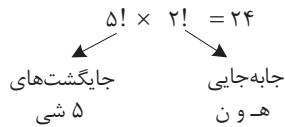
۶-

ت ه ر ا ن ی

(الف) سعی کنیم برای نوشتن حروف فارسی از راست به چپ مربع‌ها را پر کنیم.



(ب) چون دو حرف «ه» و «ن» کنار هم هستند این دو حرف را با هم مثل یک حرف در نظر می‌گیریم. پس «ه» و «ن» با ۴ حرف دیگر تشکیل ۵ حرف می‌دهند از طرفی «ه» و «ن» به صورت‌های «هن» و «نه» می‌توانند نوشته شوند در نتیجه

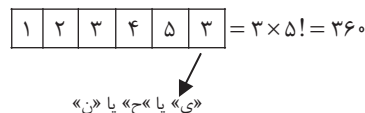


(پ) سه حرف اول «ران» به ۳! حالت می‌توانند کنار هم باشند.

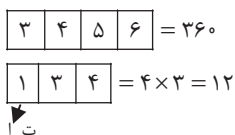
دقت کنیم سؤال نگفت فقط به این ترتیب «ران» بلکه گفت کنار هم باشند حال به هر ترتیبی می‌توانند کنار هم باشند از طرفی سه حرف دیگر هم به ۳! حالت می‌توانند کنار هم باشند و طبق اصل ضرب نوشتن کلمه‌ی موردنظر به $۳! \times ۳! = ۶ \times ۶ = ۳۶$ حالت امکان‌پذیر است.

(ت) حروف کلمه‌ی «ران» را یک حرف در نظر می‌گیریم حال سه حرف باقیمانده با یک حرف ترکیبی «ران» را ۴ حرف در نظر گرفته که می‌توان به ۴! حالت کنار هم قرار داد. از طرف حروف «ران» به ۳! حالت می‌توانند جابه‌جا شوند که در کل $۴! \times ۳! = ۱۴۴$ حالت امکان نوشتن وجود دارد.

(ث) دقت کنیم که حرف نقطه‌دار برای حرف اول فقط «ت» و «ن» نمی‌باشند زیرا کلمه‌ای که با «ی» شروع شود «ی» نقطه‌دار می‌شود مثل «یهتران» پس:



(ج)

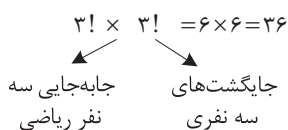


۷-

R T

(الف) $۵! = ۱۲۰$

(ب) روش اول: سه نفر ریاضی را مثل یک نفر فرض کرده که با ۲ نفر تجربی ۳ نفر حساب می‌شوند پس می‌توان ۳! حالت برای این سه نفر در نظر گرفت از طرفی این سه نفر ریاضی‌ها به ۳! حالت می‌توانند جابه‌جا شوند در نتیجه کل حالت برابر است با



R T T
 سه نفر

روش دوم حالت ب:



ابتدا تعداد محل‌ها برای قرارگیری ریاضی‌ها را مشخص می‌کنیم که ۳ محل می‌باشد هر به ۳! حالت می‌توان این سه محل را کنار هم قرار داد. سپس خود ریاضی‌ها نیز به ۳! حالت جابه‌جا می‌شوند. در نتیجه $3! \times 3! = 36$

روش اول:



$4! \times 2! = 24 \times 2 = 48$

جایگشت‌های ۴ نفر جابه‌جایی دو نفر

روش دوم ج

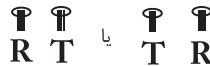


$4! = 24 \Rightarrow 4$ محل برای تجربی‌ها

$4! \times 2! = 48$

جایگشت‌ها جابه‌جایی‌های تجربی‌ها
چهار محل (مکان)

د



$(3! \times 2!) \times 2 = 24$

یک در میان فقط یک حالت امکان دارد. (طبق این شکل)



جابه‌جایی تجربی‌ها = $3! = 6$

$\rightarrow 6 \times 2 = 12$

جابه‌جایی ریاضی‌ها = $2! = 2$

ا

الف) $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

ب) $6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$

پ) $\frac{8! \times 6!}{7! \times 4!} = \frac{(8 \times 7!) \times (6 \times 5 \times 4!)}{7! \times 4!} = 240$

ت) $\frac{(100)!}{2! \times 98!} = \frac{100 \times 99 \times 98!}{(2 \times 1) \times 98!} = \frac{100 \times 99}{2} = 4950$

ث) $\frac{n!}{(n-2)!} = \frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)!} = n(n-1) = n^2 - n$

و) $\frac{(n-2)!}{(n+1)!} = \frac{(n-2)!}{(n+1)(n)(n-1)(n-2)!} = \frac{1}{(n+1)n(n-1)}$

ز) $\frac{n!}{(n-5)!} = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)!}{(n-5)!} = n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)$

-۹

$$(x^2 - 3)! = 2^4 \times 3^2 \times 5 = 16 \times 9 \times 5$$



روش اول:

$$(x^2 - 3)! = (2 \times 3) \times 5 \times 4 \times 3 \times 2$$

$$= 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 6! = 720 \Rightarrow (x^2 - 3)! = 6!$$

$$\Rightarrow x^2 - 3 = 6 \rightarrow x^2 = 9 \xrightarrow{x \in \mathbb{N}} \boxed{x = 3}$$

$$(x^2 - 3)! = 2^4 \times 3^2 \times 5 = 16 \times 9 \times 5 = 720 = 6!$$

روش دوم:

$$\Rightarrow (x^2 - 3)! = 6! \Rightarrow x^2 - 3 = 6 \rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow \boxed{x = 3}$$

-۱۰

الف) $7 \times 6 = \frac{7!}{5!}$

ب) $n(n-1)(n-2) = \frac{n!}{(n-3)!}$

پ) $10 \times 9 \times 8 = \frac{10!}{7!}$

ت) $n(n-1) = \frac{n!}{(n-2)!}$

و) $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{(n-1)!}{(n+1)!}$

ز) $10 = \frac{10!}{9!}$

-۱۱

$$n = 3 + 5 + 2 = 10 \rightarrow \binom{10}{3}$$

الف)

$$\binom{3}{1} \times \binom{5}{1} \times \binom{2}{1} = 3 \times 5 \times 2 = 30$$

ب)

پ) حداقل ۳ مهره مشکل یعنی ۳ مهره مشکلی (۳ مهره مشکلی و ۲ مهره غیرمشکی) یا ۴ مهره مشکلی (۴ مهره مشکلی و ۱ مهره غیرمشکی) یا ۵ مهره مشکلی می‌باشد پس

$$\binom{5}{3} \binom{5}{2} + \binom{5}{4} \binom{5}{1} + \binom{5}{5} \binom{5}{0}$$

هر ۵ مهره مشکلی
 یک مهره ۴ مهره غیرمشکی مشکلی
 ۲ مهره ۳ مهره غیرمشکی مشکلی

$$\binom{5}{3} \times \binom{3}{2} \times \binom{2}{1} = \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} \times \frac{3 \times 2}{2 \times 1} \times \frac{2 \times 1}{1} = 10 \times 3 \times 2 = 60$$

ت)

ج) حداقل یک مهره آبی یعنی ۱ مهره آبی (۱ مهره آبی و ۴ مهره غیرآبی) یا ۲ مهره آبی (۲ مهره آبی و ۳ مهره غیرآبی) می‌باشد.

$$\binom{2}{1} \binom{8}{4} + \binom{2}{2} \binom{8}{3}$$

۱ مهره آبی
 ۴ مهره غیرآبی
 ۲ مهره آبی
 ۳ مهره غیرآبی

ج) حداکثر یک مهره مشکی یعنی یک مهره مشکی (یک مهره مشکی و ۳ مهره غیرمشکی) یا صفر مهره مشکی (همه غیرمشکی) باشند.

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

\downarrow مهره ۱ مشکی \downarrow مهره ۳ غیرمشکی \downarrow مهره ۴ غیرمشکی

-۱۲

الف) با وصل ۲ نقطه یک پاره‌خط رسم می‌شود.

ب) با وصل ۳ نقطه یک مثلث رسم می‌شود.

ج) با وصل ۴ نقطه یک چهارضلعی رسم می‌شود.

$$\binom{10}{2} = \frac{10 \times 9}{2 \times 1} = 45$$

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120$$

$$\binom{10}{4} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 210$$

د) از دو نقطه‌ای A و B دو بردار می‌گذرد یکی بردار \overline{AB} و دیگری بردار \overline{BA} پس برای به دست آوردن تعداد بردارها کافی است تعداد

$$\text{پاره‌خطها را ۲ برابر کنیم یعنی } 2 \times \binom{10}{2} = 2 \times 45 = 90 = \text{تعداد بردارها}$$

نکات تستی: از بین n نقطه غیرواقع بر یک خط راست (n نقطه روی محیط دایره)

$$\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$$

الف) تعداد پاره‌خطهای رسم شده برابر است با:

$$\binom{n}{3} = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$$

ب) تعداد پاره‌خطهای مثلث‌های رسم شده برابر است با:

$$\binom{n}{4} = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{24}$$

ج) تعداد پاره‌خطهای چهارضلعی‌ها رسم شده برابر است با:

$$2 \times \binom{n}{2} = n(n-1)$$

د) تعداد پاره‌خطهای بردارهای رسم شده برابر است با:

۱۳- چون یک نفر، موردنظر از بین سه نفر انتخاب شده است پس دو نفر باقیمانده را باید از بین ۷ نفر دیگر انتخاب کرد که تعداد حالت‌ها برابر

$$\binom{7}{2} = 21 \text{ می‌باشد.}$$

-۱۴ الف)

$$\binom{10}{6} = \binom{10}{4} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 210$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

نکته:

ب) چون دو عضو یک و دو معلومند پس ۴ عضو دیگر باید از ۸ عدد باقی مانده انتخاب شود که تعدادی آن برابر $\binom{8}{4}$ می‌باشد.

$$\binom{8}{4} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2} = 70$$