

<div> <div> امتحان جبر و احتمال نام و نام خانوادگی: </div> <div> به نام خدا دی ماه 1391 کلاس: </div> <div> دبیرستان پراک-ناحیه 6 مشهد زمان: 90 دقیقه </div> </div>		
1.5	1	حکم درست را اثبات کنید و برای حکم نادرست مثال نقض بنویسید. (الف) اگر x, y گنگ باشند، $x + y$ گنگ است. (الف) اگر x, y گویا باشند، $x + y$ گویاست.
1.5	2	با استدلال برهان خلف ثابت کنید اگر $\sqrt{3}$ گنگ باشد $\sqrt{\sqrt{3} + 2}$ نیز گنگ است.
1.5	3	با استفاده از استدلال استنتاجی نشان دهید اگر به مکعب عدد فرد یک واحد اضافه کنیم، عددی زوج به دست می آید.
1.5	4	اگر a, b دو عدد حقیقی مثبت باشند، ثابت کنید $\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} \geq \frac{4}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$
1.5	5	با استفاده از استقرای ریاضی ثابت کنید برای هر عدد طبیعی n $(1 \times 3) + (2 \times 5) + (3 \times 7) + \dots + (n \times (2n + 1)) = \frac{4n^3 + 9n^2 + 5n}{6}$
1.5	6	ثابت کنید $4^n + 5$ بر 3 بخشپذیر است.
1.5	7	درون مربعی به ضلع یک واحد، 10 نقطه به تصادف انتخاب کرده ایم. ثابت کنید حداقل دو نقطه به فاصله ی $\frac{\sqrt{2}}{3}$ از یکدیگر قرار دارند.
1	8	در مورد مجموعه ی $\{2, 3, 5\}$ و $\{2\}$ و $A = \{2\}$ کدام درست و کدام نادرست است؟ (الف) $2 \in A$ (ب) $\{2\} \in A$ (ج) $\{5\} \in A$ (د) $\{\{2\}\} \in A$
1	9	اگر $A = \{2\}$ و $B = \{2\}$ و $C = \{2\}$ و $\{\{2\}, 2\}$ کدام درست و کدام نادرست است؟ (الف) $B \subset C$ (ب) $A \subset B$ (ج) $A \in B$ (د) $B \in C$
1	10	تعداد زیر مجموعه های $P(A)$ ، 256 می باشد. مجموعه ی A چند عضو دارد؟
1.5	11	اگر $A_n = \left(-n, \frac{1}{n}\right)$ آنگاه $\bigcup_{i=1}^4 A_i$ ، $\bigcap_{i=1}^4 A_i$ را به دست آورید.
2	12	به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید: (الف) $A \cup (B - C) = (A \cup B) - (C - A)$ (ب) $(B \subset A) \Rightarrow (A' \subset B')$
1.5	13	x, y را طوری تعیین کنید که زوجهای مرتب $(128, 3^{2x-y})$ ، $(2^{2x+y}, 27)$ مساوی باشند.
1.5	14	اگر $A = \{4^x x \in \mathbb{Z}, -1 < x \leq 1\}$ ، $B = \{x x \in \mathbb{Z}, x^2 \leq 3\}$ عضوهای $A \times B - A^2$ را مشخص و نمودار آن را رسم کنید.