



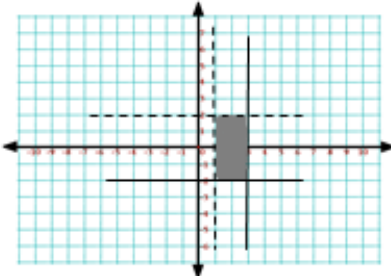
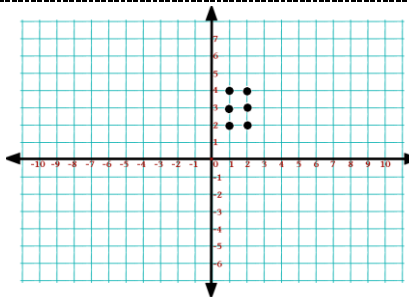
سال اقتصاد و فرهنگ، با عزم ملی و مدیریت جهادی

نام و نام خانوادگی :	سوالات امتحانی درس : جبر و اتمال	تاریخ امتحان : ۹۳/۱۰/۱۸	مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه
نام طراح : محمد محمدی	شعبه کلاس :	شماره صندلی :	تعداد صفحه:
ردیف	متن سوالات صفحه یک	بارم	
۱	جا های خالی را با یکی از کلمات (شهودی - تمثیلی - استقرایی - استنتاجی) کامل کنید . الف) استدلال روش نتیجه گیری کلی بر مبنای مجموعه محدودی از مشاهدات است . ب) استدلال روش نتیجه گیری کلی با استفاده از حقایقی است که درستی آنها را پذیرفته ایم .	۱	
۲	با استفاده از اصل استقرای ریاضی برای هر عدد طبیعی n ثابت کنید : $\frac{1}{2 \times 5} + \frac{1}{5 \times 8} + \frac{1}{8 \times 11} + \dots + \frac{1}{(3n-1)(3n+2)} = \frac{n}{6n+4}$	۲	
۳	کدام یک از عبارات زیر درست و کدام یک نادرست است اگر درست است با استفاده از استدلال استنتاجی ثابت و اگر نادرست است مثال نقض بیاورید . الف) مربع هر عدد فرد به صورت $8q + 1$ است . ب) اگر x, y دو عدد گنگ باشند انگاه x^y گنگ است.	۲	
۴	با استفاده از اثبات بازگشتی نشان دهید که عبارت زیر درست می باشد . $ab \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \quad (a, b \geq 0)$	۲	
۵	اگر $\sqrt{6}$ گنگ باشد با استفاده از برهان خلف نشان دهید $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ عددی گنگ است .	۲	
۶	پنج نقطه داخل مربعی به ضلع p مفروض اند ، ثابت کنید حداقل فاصله دو نقطه از این پنج نقطه کمتر از $\sqrt{2}$ است.	۱	
۷	نماد ریاضی مجموعه های زیر را بنویسید $A = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$ $B = \{2 - \sqrt{3}, 2 + \sqrt{3}\}$	۱	
۸	اگر $i \in N$ و $A_i = [-i, 2 - i]$ باشد مطلوب است. الف) A_1 و A_2 و A_3 و A_4 ب) $\bigcap_{i=1}^4 A_i$ و $\bigcup_{i=1}^4 A_i$	۲	
۹	مجموعه های $A = \{x x \in Z, x^2 < 1\}$ و $B = \left\{\frac{1-x}{2} x \in N, x \leq 2\right\}$ مفروضند : الف) مجموعه های A, B را با نوشتن اعضا مشخص کنید . ب) اعضای مجموعه $A \Delta B$ را مشخص کنید .	۲	
۱۰	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها ، ثابت کنید : الف) $(A \Delta B) \cup (A \cap B) = A \cup B$ ب) $[A \cup (B' \cap C')] \cap [A \cup (B \cap C)] = A$ ج) $A \cap (A \cup B) = A$	۳	
۱۱	اگر $A = \{1, 2\}, B = \{2, 3, 4\}$ باشد . الف) $A^2, A \times B$ رابینید . ب) $A^2 - A \times B$ رابینید .	۱	
۱۲	در هر یک از حالات زیر $A \times B$ را در دستگاه مختصات رسم کنید . الف) $A = \{1, 2\}, B = \{2, 3, 4\}$ ب) $A = (1, 3], B = [-2, 2)$	۱	

آیا مردم پنداشتند که تا گفتند ایمان آوردیم (ها می شوند و مورد اتمال قرار نمی گیرند (آیه ۲) و به یقین کسانی را که پیش از اینان بودند آزمودیم تا خدا آنان را که راست گفته اند معلوم دارد و دروغگویان را نیز معلوم دارد (آیه ۳) (سوره العنکبوت)

با امید اینکه از امتحانات خداوند قبول شویم

ردیف	نام طراح : محمد محمدی	کلید سوالات جبر و احتمال	دی ماه ۹۳	بارم
۱	الف) استقرایی ب) استنتاجی			۱
۲		$P(1) \rightarrow \frac{1}{10} = \frac{1}{10}$ <p>برقرار است</p> $P(k) \rightarrow \frac{1}{2 \times 5} + \frac{1}{5 \times 8} + \frac{1}{8 \times 11} + \dots + \frac{1}{(3k-1)(3k+2)} = \frac{k}{6k+4}$ <p>فرض استقرا</p> $P(k+1) \rightarrow \frac{1}{2 \times 5} + \frac{1}{5 \times 8} + \frac{1}{8 \times 11} + \dots + \frac{1}{(3k+2)(3k+5)} = \frac{k+1}{6k+10}$ <p>حکم استقرا</p> $\text{طرف اول} = \frac{1}{2 \times 5} + \frac{1}{5 \times 8} + \frac{1}{8 \times 11} + \dots + \frac{1}{(3k-1)(3k+2)} + \frac{1}{(3k+2)(3k+5)}$ $= \frac{k}{6k+4} + \frac{1}{(3k+2)(3k+5)} = \frac{k}{2(3k+2)} + \frac{1}{(3k+2)(3k+5)}$ $= \frac{k(3k+5) + 2}{2(3k+2)(3k+5)} = \frac{3k^2 + 5k + 2}{2(3k+2)(3k+5)} = \frac{(3k+2)(k+1)}{2(3k+2)(3k+5)} = \frac{k+1}{6k+10}$		۲
۳		$(2k+1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 4k(k+1) + 1 = 8q + 1$ <p>الف)</p> $x = \sqrt{3}^{\sqrt{2}}, y = \sqrt{2} \quad x^y = \left(\sqrt{3}^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}} = (\sqrt{3})^2 = 3$ <p>ب)</p>		۳
۴		$ab \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \rightarrow ab \leq \frac{a^2 + 2ab + b^2}{4} \rightarrow 4ab \leq a^2 + 2ab + b^2$ $\rightarrow 0 \leq a^2 + 2ab + b^2 - 4ab$ $\rightarrow 0 \leq a^2 - 2ab + b^2$ $\rightarrow 0 \leq (a-b)^2 \quad \text{بدیهی است}$ <p>چون تمام روابط برگشت پذیر است پس حکم برقرار است</p>		۴
۵		<p>فرض کنید $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ گویا باشد. پس داریم</p> $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \frac{m}{n} \rightarrow (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 = \left(\frac{m}{n}\right)^2 \rightarrow 5 + 2\sqrt{6} = \frac{m^2}{n^2} \rightarrow \sqrt{6} = \frac{m^2 - 5n^2}{n^2} \rightarrow \sqrt{6} \text{ گویا است}$ <p>و این تناقض است.</p>		۵

بارم	بارم سوالات جبر و احتمال	ردیف
۱	اثبات درست ۱ نمره	۶
۱	$A = \{2x - 1 x \in \mathbb{N}\} \quad B = \{x x^2 - 4x + 1 = 0, x \in \mathbb{R}\}$ <p style="text-align: center;">0.5 0.5</p>	۷
۲	<p>(الف) $A_4 = [-4, -2], A_3 = [-3, -1], A_2 = [-2, 0], A_1 = [-1, 1]$</p> <p>(ب) $\bigcup_{i=1}^4 A_i = [-4, 1], \bigcap_{i=1}^4 A_i = \emptyset$</p> <p style="text-align: center;">1</p>	۸
۲	<p>(الف) $A = \{0\}, B = \{0, -\frac{1}{2}\}$</p> <p>(ب) $A \Delta B = \underbrace{(A - B) \cup (B - A)}_{0.25} = \underbrace{\emptyset \cup \{-\frac{1}{2}\}}_{0.25} = \underbrace{\{-\frac{1}{2}\}}_{0.25}$</p>	۹
۳	<p>(الف) ۱ نمره</p> $\begin{aligned} (A \Delta B) \cup (A \cap B) &= [(A - B) \cup (B - A)] \cup (A \cap B) \\ &= [(A \cap B') \cup (B \cap A')] \cup (A \cap B) \\ &= (A \cap B') \cup [(B \cap A') \cup (A \cap B)] \\ &= (A \cap B') \cup [B \cap (A' \cup A)] \\ &= (A \cap B') \cup [B \cap U] \\ &= (A \cap B') \cup B \\ &= (A \cup B) \cap (B' \cup B) \\ &= (A \cup B) \cap U \\ &= (A \cup B) \end{aligned}$ <p>(ب) ۱ نمره</p> $[AU(B' \cup C')] \cap [AU(B \cap C)] = AU[(B' \cup C') \cap (B \cap C)] = AU[(B \cap C)' \cap (B \cap C)] = AU \emptyset = A$ <p>(ج) ۱ نمره</p> $A \cap (A \cup B) = (A \cup \emptyset) \cap (A \cup B) = AU(\emptyset \cap B) = AU \emptyset = A$	۱۰
۱	<p>(الف)</p> $A^2 = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2)\} \quad A \times B = \{(1,2), (1,3), (1,4), (2,2), (2,3), (2,4)\}$ <p style="text-align: center;">0.25 0.25</p> <p>(ب)</p> $A^2 - A \times B = \{(1,1), (1,2), (2,1)\}$ <p style="text-align: center;">0.5</p>	۱۱
۱	<p>(الف) ۰.۵ نمره</p>  <p>(ب) ۰.۵ نمره</p> 	۱۲
۲۰	جمع	

مصححین گرامی لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر هم به تناسب نمره منظور فرمایید . (محمد محمدی)