

<p>آزمون درس جبر و احتمال، سال سوم ریاضی فیزیک دبیرستان ثامن الائمه در دی ماه سال ۹۲</p> <p>نام و نام خانوادگی: مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه تاریخ: ۹۱/۱۰/۲۳</p>		
۱	<p>جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید.</p> <p>(الف) یک دانش غریزی یا احساس بدون استدلال است.</p> <p>(ب) وقتی از استفاده می کنیم که مطمئن هستیم، نتیجه همواره درست است.</p> <p>(ج) احکام همواره درست را می گوئیم.</p> <p>(د) برای نشان دادن نادرستی یک نتیجه کلی از استفاده می کنیم.</p>	۱
۰/۵	<p>کدام یک از عبارات زیر درست و کدام یک نادرست است.</p> <p>(الف) اگر $x \in (A \cup B)$ آنگاه $x \in A$ و $x \in B$.</p> <p>(ب) مجموعه تهی، هم عضو مجموعه توانی هر مجموعه است و هم زیر مجموعه آن.</p>	۲
۲	<p>درستی یا نادرستی احکام زیر را با ذکر دلیل مشخص کنید.</p> <p>(الف) اگر x و y هر دو عدد گنگ باشند، x^y نیز گنگ است.</p> <p>(ب) اگر n^2 مضرب ۴ باشد، آن گاه n نیز مضرب ۴ است.</p> <p>(ج) مجموع سه عدد صحیح زوج متوالی مضرب ۶ است.</p> <p>(د) اگر x و y هر دو عدد گنگ باشند، $\frac{x+y}{x-y}$ نیز گنگ است.</p>	۳
۰/۷۵	<p>با استفاده از اصل استقرای ریاضی ثابت کنید برای هر عدد طبیعی n داریم:</p> $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} = 1 - \frac{1}{2^n}$	۴
۱	<p>با استفاده از اصل اسقرای ریاضی برای هر عدد طبیعی $n \geq 5$ ثابت کنید.</p> $2^n > n^2$	۵
۰/۷۵	<p>اگر n^2 مضرب ۳ باشد، ثابت کنید n نیز مضرب ۳ است.</p>	۶
۰/۷۵	<p>می دانیم $\sqrt{2}$ عددی گنگ است. نشان دهید $\frac{1}{\sqrt{4}-\sqrt{2}}$ نیز عددی گنگ است.</p>	۷

۲	<p>الف) اگر x و y دو عدد حقیقی باشند، ثابت کنید :</p> $x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y$ <p>ب) اگر a و b دو عدد حقیقی مثبت باشند، ثابت کنید:</p> $\frac{a}{b^2} + \frac{b}{a^2} \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$	۸
۵/۰	از ۸۰۰ نفر دانش آموز یک مدرسه حداقل چند نفر در یک روز متولد شده اند. چرا؟	۹
۱/۲۵	<p>الف) ۱۰ نقطه داخل مربعی به ضلع واحد انتخاب می کنیم ثابت کنید فاصله حداقل دو نقطه از آنها کمتر از $\frac{\sqrt{2}}{3}$ است.</p> <p>ب) در کلاس جبر و احتمال حداقل چند نفر باید داشته باشیم تا <u>دست کم</u> ۳ نفر از آنها در یک ماه از سال متولد شده باشند؟</p>	۱۰
۲	<p>الف) مجموعه زیر را با استفاده از یک گزاره نما بنویسید.</p> $A = \{1, 2, 4, 8, \dots\}$ <p>ب) مجموعه های A و B چنان مثال بزنید که $A \subseteq B$ و $A \in B$ باشد.</p> <p>ج) اگر $D = \{x^2 x \in \mathbb{Z}, x^2 \leq 6\}$. آن گاه مجموعه D را با نوشتن عضوها مشخص کنید.</p>	۱۱
۱/۵	<p>اگر $A = \{x \in \mathbb{N} x^2 \leq 8\}$ باشد، مطلوب است:</p> <p>الف) مجموعه های A و $P(A)$ را با اعضایش مشخص کنید.</p> <p>ب) اعضای مجموعه $A - P(A)$ را بنویسید.</p>	۱۲
۱/۵	قضیه : اگر $A \subseteq C$ و $B \subseteq C$ آن گاه $A \cup B \subseteq C$.	۱۳
۲	<p>الف) ثابت کنید تهی زیر مجموعه هر مجموعه است.</p> <p>ب) اگر $A \subset B$ آن گاه ثابت کنید $B' \subset A'$.</p>	۱۴
۲/۵	<p>با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها، ثابت کنید.</p> <p>الف) $A \cup (A \cap B) = A$</p> <p>ب) $(A - B) \cap (B - A) = \phi$</p>	۱۵
۲۰	موفق باشید. خاوندی	