

<p>آزمون درس جبر و احتمال، سال سوم ریاضی فیزیک نیمسال اول سال تحصیلی ۹۱ نام و نام خانوادگی: ..... دبیرستان قاضی مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه تاریخ: ۹۱/۱۰/۱۳</p>	
۱	<p>کدام یک از عبارات زیر درست و کدام یک نادرست است.</p> <p>الف) اگر <math>(A \cap B) \notin x</math> آنگاه <math>x \in A'</math> یا <math>x \in B'</math>.</p> <p>ب) مثال نقض، برای اثبات درستی یک قضیه کلی به کار می رود.</p> <p>ج) اگر <math>A \subset \emptyset</math> آنگاه <math>A = \emptyset</math>.</p> <p>د) اگر <math>A \cap B = \emptyset</math> آنگاه <math>A \subset B'</math> و <math>B \subset A'</math>.</p>
۰/۵	<p>اگر ۵، ۲، ۳ و ... و P تمام اعداد اول کوچکتر یا مساوی P باشند. در این صورت در مورد</p> <p><math>N = ۲ \times ۳ \times ۵ \times \dots \times P + ۱</math> کدام گزینه درست است.</p> <p>(۱) یا N اول است یا زوج است (۲) یا N اول نیست یا عامل اول کوچکتر از P دارد.</p> <p>(۳) یا N اول است یا عامل اول بزرگتر از P دارد. (۴) یا N اول نیست یا عامل اول بزرگتر از P دارد.</p>
۰/۵	<p>فرض کنید <math>A_n = \{x   x \geq n\}</math>. اگر <math>A_k \subseteq A_t</math> بین k و t کدام رابطه زیر همواره برقرار است.</p> <p>(۱) <math>k &gt; t</math> (۲) <math>t &gt; k</math> (۳) <math>t \geq k</math> (۴) <math>k \geq t</math></p>
۱/۵	<p>با استفاده از اصل استقرای ریاضی ثابت کنید برای هر عدد طبیعی n داریم:</p> <p>الف) <math>(۱ \times ۳) + (۲ \times ۵) + (۳ \times ۷) + \dots + (n \times (۲n + ۱)) = \frac{۴n^۳ + ۹n^۲ + ۵n}{۶}</math></p> <p>ب) <math>۹^n - ۱</math> بر ۸ بخش پذیر است.</p>
۱/۵	<p>با استفاده از اصل اسقرای ریاضی برای هر عدد طبیعی <math>n \geq ۲</math> ثابت کنید.</p> <p>( <math>۱ + \sqrt{۲} + \sqrt{۳} + \dots + \sqrt{n} &gt; n</math> )</p>
۱	<p>با استدلال استنتاجی ثابت کنید حاصل ضرب دو عدد صحیح زوج متوالی مضرب ۸ است.</p>
۱	<p>می دانیم <math>\sqrt{۳}</math> و <math>\sqrt{۷}</math> اعدادی گنگ هستند. نشان دهید <math>\frac{۱}{\sqrt{۷} + \sqrt{۳}}</math> نیز عددی گنگ است.</p>
۲	<p>الف) اگر a، b دو عدد حقیقی باشند، ثابت کنید که: <math>a^۲ + b^۲ \geq -۴(a + b + ۲)</math></p> <p>ب) اگر a، b دو عدد حقیقی مثبت باشند، ثابت کنید <math>\frac{a}{b^۲} + \frac{b}{a^۲} \geq \frac{۱}{a} + \frac{۱}{b}</math></p>
۱	<p>نشان دهید اگر هر زیرمجموعه ۶ عضوی از مجموعه <math>S = \{۱, ۲, ۳, \dots, ۹\}</math> را در نظر بگیریم حداقل دو عضو وجود دارد که مجموع آنها برابر ۱۰ باشد.</p>

۱۰	الف) $\circ$ ۱ نقطه داخل مربعی به ضلع واحد انتخاب می کنیم ثابت کنید فاصله حداقل دو نقطه از آنها کمتر از $\frac{\sqrt{2}}{3}$ است. ب) حداقل چند نفر در کلاس جبر و احتمال باشند تا حداقل ۳ نفر از آنها در یک ماه از سال و یک روز هفته متولد شده باشند.	۲
۱۱	الف) اگر $A_n = \{x \in \mathbb{Z}   -n \leq x \leq n\}$ مطلوب است $A_p - (A_1 \cap A_3)$ ب) مجموعه های $B$ و $C$ چنان مثال بزنید که $B \subset C$ و $B \in C$ باشد.	۲
۱۲	اگر $A = \{x \in \mathbb{N}   x^2 \leq 8\}$ باشد، مجموعه های $A$ و $P(A)$ را با اعضایش مشخص کنید.	۱/۵
۱۳	قضیه دو شرطی زیر را ثابت کنید. $(A \subset B \Leftrightarrow A \cup B = B)$	۱/۵
۱۴	الف) ثابت کنید تهی زیر مجموعه هر مجموعه است. ب) اگر $A \subset B$ ثابت کنید $B' \subset A'$ .	۲
<p style="text-align: center;">موفق باشید.</p> <p style="text-align: right;">خواندی</p>		