

## بسمه تعالی

نام و نام خانوادگی :

اردیبهشت 94

مدت امتحان : 90 دقیقه - دو صفحه

امتحان نوبت دوم درس **هندسه تحلیلی** سال چهارم ریاضی دبیرستان نمونه دولتی **معراج** سال تحصیلی 94-1393

1. دو بردار  $a = i + j$  و  $b = j - k$  را در فضای  $\mathbb{R}^3$  در نظر بگیرید . قرینه ی بردار  $a$  در امتداد بردار  $b$  را تعیین کنید . (1)

2. دو بردار  $a$  و  $b$  با طول های 3 و 4 واحد با یکدیگر زاویه ی 30 درجه می سازند . مساحت متوازی الاضلاعی که بر روی دو بردار  $a + 2b$  و  $4a - 3b$  تولید می شود را بیابید . (1)

3. معادله ی صفحه ی عمود منصف پاره خط وصل کننده ی دو نقطه ی  $(3, 1, 0)$  و  $(5, -1, 3)$  را پیدا کنید . (1/5)

4. مرکز و شعاع دایره ای را بیابید که از سه نقطه ی  $(2, 1)$  ,  $(1, -2)$  ,  $(0, 0)$  می گذرد . (1/5)

5. مدار گردش زمین به خورشید ، بیضی است که خورشید در یکی از کانونهای آن قرار دارد . اگر بیشترین و کمترین فاصله زمین از خورشید به ترتیب  $152/1$  و  $147/1$  میلیون کیلومتر باشد . خروج از مرکز بیضی را محاسبه کنید . (1)

6. معادله ی یک هذلولی به صورت  $9x^2 - 4y^2 - 36x - 24y - 36 = 0$  می باشد . مطلوبست : (2)

الف) معادله ی استاندارد هذلولی

ب) معادله ی مجانبها

ج) مساحت مستطیل جانبی

د) کمترین فاصله ی بین نقاط دو شاخه هذلولی

7. محورهای مختصات را با کدام زاویه دوران دهیم تا منحنی  $y = \frac{2x+1}{3x+1}$  استاندارد شود ؟ (1)

8. اثبات کنید :

قضیه : فرض کنید  $A, B$  دو ماتریس مربعی هم مرتبه باشند ، آنگاه :  $(AB)^t = B^t A^t$  (2)

9. فرض کنید  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  نشان دهید :  $(\frac{1}{\sqrt{2}} A)^{1000} = I$  (1/5)

10. بدون بسط و با استفاده از خواص دترمینان نشان دهید : (2/5)

$$\text{الف) } \begin{vmatrix} \sin x & \cos x & \sin(x+t) \\ \sin y & \cos y & \sin(y+t) \\ \sin z & \cos z & \sin(z+t) \end{vmatrix} = 0$$

$$\text{ب) } \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \end{vmatrix} = (y-x)(z-x)(z-y)$$

11. فرض کنید  $A$  یک ماتریس مربعی باشد و  $A^2 = A$  به ازای  $\gamma \neq 1$  ثابت کنید :  $(I - \gamma A)^{-1} = I + \frac{\gamma}{1-\gamma} A$

(1/5)

12. وارون ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$  را تعیین کنید . (2)

13. دستگاه سه معادله و سه مجهول  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 3 \\ x_1 + 4x_2 + x_3 = 6 \end{cases}$  را به روش حذفی گaus حل کنید . (1/5)

موفق باشید - مصطفی فدائی