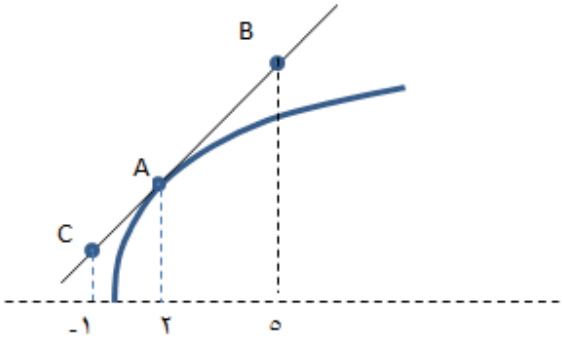


بسمه تعالی

سؤالات امتحان درس: حسابان ۲	رشته : ریاضی فیزیک	تعداد صفحه: ۲	مدت امتحان : ۱۳۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	دوره متوسطه دوم	تاریخ امتحان : / /	ساعت شروع :
دانش آموزان روزانه ، بزرگسال و داوطلبان آزاد در نوبت خرداد		پایه دوازدهم	

سؤالات پاسخ نامه دارد.

ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلامانع است.	بارم
۱	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) اگر تابعی در یک فاصله صعودی باشد ، اکیداً صعودی نیز هست. ب) نمودار تابع $y = x^2$ همواره بالاتر از نمودار تابع $y = x^3$ قرار دارد. ج) شرط لازم و کافی برای آنکه تابع f در $x = a$ مشتق پذیر باشد آن است که در این نقطه پیوسته باشد. د) اگر $f'(c) = 0$ باشد آنگاه $x = c$ یک اکسترمم نسبی است.	۱
۲	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. الف) اگر $g(x) = f(2x + 1)$ و $A(x_0, y_0)$ یک نقطه از نمودار تابع f باشد آنگاه مختصات نقطه متناظر آن روی تابع g ، (..... و) است. ب) در فاصله ای که یک تابع نزولی است ، با حرکت روی نمودار از چپ به راست رو به نخواهیم رفت. ج) اگر $x^n + a^n$ بر $x + a$ بخش پذیر باشد آنگاه n ، لزوماً عددی است. د) تابع $y = \frac{2x^2 + 3x - 5}{x^2 + x - 2}$ دارای مجانب قائم و مجانب افقی است. (تعداد مجانبهای قائم و افقی مدنظر است.)	۱/۵
۳	گزینه صحیح را انتخاب کنید. الف) شیب نیم مماس راست تابع $y = x $ در نقطه $x = 0$ چقدر از شیب نیم مماس چپ تابع در این نقطه بیشتر است؟ ۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳ ب) تابع با ضابطه $y = x - [x]$ در بازه $[0, 4]$ چند نقطه بحرانی دارد؟ ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴	۱
۴	الف) مقدار k را طوری بیابید که باقی مانده تقسیم $x^3 + kx + 2$ بر $x - 2$ برابر (-2) باشد. ب) اگر دامنه تابع $g(x) = f(2x - 1)$ بازه $[-1, 3]$ باشد دامنه تابع f را به دست آورید.	۰/۵ ۰/۵
۵	الف) در تابع $y = a \sin 2x + c$ اگر مقادیر ماکزیمم و می نیمم به ترتیب ۴ و ۶ باشند، مقادیر a و c را به دست آورید. ب) معادله مثلثاتی زیر را حل کنید. $\tan x - 2 \cot x = 1$	۰/۷۵ ۱/۲۵
۶	نمودار تابع f را به گونه ای رسم کنید که همه شرایط زیر را دارا باشد:	۱/۲۵

	$f(0) = 1$, $f(3) = 0$, $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$	
۰/۷۵	$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[x] - 1}{\sin x}$	۷ حاصل حد زیر را به دست آورید.
۱	برای تابع f در شکل زیر داریم : $f'(2) = 3$ و $f(2) = 12$ ، با توجه به شکل مختصات نقاط C, B را به دست آورید.	۸
		
۱/۵	الف) با استفاده از تعریف مشتق ، مشتق پذیری تابع $y = x^2 - 4 $ را در نقطه $x = 2$ بررسی کنید. ب) آیا این تابع در بازه $[1, 3]$ مشتق پذیر است؟ چرا؟	۹
۱/۵	مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)	۱۰
	$f(x) = \frac{x\sqrt{x^2 - 1}}{\sin 2x} + \tan x$	
۱/۵	اگر تابع f به صورت زیر تعریف شده باشد ضابطه و نمودار تابع f' را بنویسید. $f(x) = \begin{cases} 3x - 2 & x < 0 \\ x^2 + 1 & 0 \leq x \leq 2 \\ 2x + 1 & x > 2 \end{cases}$	۱۱
۱/۵	اکسترمم های مطلق تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x$ را در بازه $[-3, 3]$ بیابید.	۱۲
۱/۲۵	در کره ای به شعاع R یک استوانه محاط کرده ایم. ارتفاع استوانه را طوری بیابید که حجم استوانه بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد.	۱۳
0/۷۵	الف) تابعی درجه سوم مثال بزنید که نقطه $(-1, 1)$ نقطه عطف آن باشد. ب) اگر محل تقاطع مجانب های تابع هموگرافیک f نقطه $(-1, 2)$ باشد و این تابع از نقطه $(0, 3)$ بگذرد، ضابطه تابع را به دست آورید.	۱۴
۱/۵	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = x^3 - 3x + 2$ را رسم کنید.	۱۵

موفق باشید

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه		رشته ریاضی و فیزیک		راهنمای تصحیح امتحان درس حسابان ۲	
تاریخ برگزاری امتحان:		دوره دوم متوسطه		پایه دوازدهم	
نمره	راهنمای تصحیح				ردیف
۱	هر مورد (۰/۲۵)	(د) نادرست	(ج) نادرست	(ب) نادرست	(الف) نادرست
۱/۵	هر مورد (۰/۲۵)	(د) یک، یک	(ج) فرد	(ب) بالا	(الف) $(\frac{x_0-1}{2}, y_0)$
۱	هر مورد (۰/۵) نمره	$f'_+(\circ) = 1 \quad f'_-(\circ) = -1 \Rightarrow 1 - (-1) = 2$ $x = 1, 2, 3 \longrightarrow$ طول نقاط بحرانی			(الف) گزینه ۳ (ب) گزینه ۳
۱	$x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \rightarrow 2^3 + k(2) + 2 = R = -2$ (۰/۲۵) $8 + 2k + 2 = -2 \rightarrow 2k = -12 \rightarrow k = -6$ (۰/۲۵) $-1 \leq x \leq 3 \xrightarrow{\times 2} -2 \leq 2x \leq 6 \xrightarrow{+(-1)} -3 \leq 2x - 1 \leq 5 \rightarrow D_f = [-3, 5]$ (۰/۲۵)				(الف) (ب)
۱/۷۵	$\max = 6 = a + c \rightarrow c = \frac{\max + \min}{2} = \frac{6 + 4}{2} = 5$ (۰/۲۵) $\min = 4 = - a + c$ $ a = \frac{\max - \min}{2} = \frac{6 - 4}{2} = \frac{2}{2} = 1 \rightarrow a = \pm 1$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $\tan x - \frac{2}{\tan x} = 1 \rightarrow \frac{\tan^2 x - 2}{\tan x} = 1$ (۰/۲۵) با فرض $\tan x \neq 0 \rightarrow x \neq k\pi$ $\tan^2 x - \tan x - 2 = 0 \xrightarrow{\tan x = X} X^2 - X - 2 = 0$ (۰/۲۵) $b = a + c \rightarrow \begin{cases} X = -1 \rightarrow \tan x = -1 = \tan(-\frac{\pi}{4}) & x = k\pi - \frac{\pi}{4} & (۰/۲۵) \\ X = -\frac{c}{a} \rightarrow \tan x = 2 = \tan \alpha & x = k\pi + \alpha & (۰/۲۵) \end{cases}$				(الف) (ب)

۱/۲۵	<p style="text-align: right;"> $(0,1) \in f$ $(3,0) \in f$ (۰/۲۵) $y = 2$ مجانب افقی $x = 2$ مجانب قائم (۰/۲۵) </p> <p style="text-align: right;">(۰/۷۵)</p>	۶
۰/۷۵	$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[x]-1}{\sin x} = \frac{[0^-]-1}{\sin^- 0} = \frac{-1-1}{0^-} \stackrel{(0.25)}{=} \frac{-2}{0^-} \stackrel{(0.25)}{=} +\infty$	۷
۱	$f(2) = 12 \rightarrow \begin{bmatrix} 2 \\ 12 \end{bmatrix}$ $f'(2) = 3 \rightarrow m_{BC} = 3 \quad (0.25)$ $BC: y - y_A = m_A(x - x_A) \rightarrow y - 12 = 3(x - 2) \rightarrow$ $y = 3x + 6 \quad (0.25)$ $\xrightarrow{x_B=5} y_B = 3(5) + 6 = 21 \rightarrow B \begin{bmatrix} 5 \\ 21 \end{bmatrix} \quad (0.25)$ $\xrightarrow{x_C=-1} y_C = 3(-1) + 6 = 3 \quad C = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix} \quad (۰/۲۵)$	۸
۱/۵	<p>الف) $f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} =$ (۰/۲۵)</p> $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)} = 4 & (۰/۲۵) \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x^2 - 4)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)(x+2)}{(x-2)} = -4 & (۰/۲۵) \end{cases}$ <p>$f'_+(2) \neq f'_-(2) \rightarrow 4 \neq -4 \rightarrow$ تابع f در $x = 2$ مشتق پذیر نمی باشد (۰/۲۵)</p> <p>ب) خیر (۰/۲۵) چون تابع در $x = 2$ مشتق پذیر نیست (۰/۲۵)</p>	۹

۱/۵	$f'(x) = \frac{\sqrt{x^2-1} \times \frac{2x}{2\sqrt{x^2-1}} \times x \times \sin 2x_{(0.5)} - 2 \cos 2x \times x \sqrt{x^2-1}_{(0.5)}}{(\sin 2x)^2_{(0.25)}} + (1 + \tan^2 x)_{(0.25)}$	۱۰												
۱/۵	$f'(x) = \begin{cases} 3 & x < 0 \\ 2x & 0 < x < 2 \\ 2 & x > 2 \end{cases}$ <p style="text-align: center;">نوشتن ضابطه (۰/۷۵)</p> <p style="text-align: right;">رسم نمودار (۰/۷۵)</p>	۱۱												
۱/۵	$f'(x) = 0 \rightarrow x^2 - 1 = 0 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1 \in [-3, 3]$ <p style="text-align: right;">طول نقاط بحرانی (۰/۵)</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">-۳</td> <td style="padding: 5px;">-۱</td> <td style="padding: 5px;">۱</td> <td style="padding: 5px;">۳</td> <td style="padding: 5px;">۶ = ماکسیمم مطلق (۰/۲۵)</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">$f(x)$</td> <td style="padding: 5px;">-۶</td> <td style="padding: 5px;">$\frac{2}{3}$</td> <td style="padding: 5px;">$-\frac{2}{3}$</td> <td style="padding: 5px;">۶</td> <td style="padding: 5px;">-۶ = مینیمم مطلق (۰/۲۵)</td> </tr> </table> <p style="text-align: right;">جدول (۰/۵)</p>	x	-۳	-۱	۱	۳	۶ = ماکسیمم مطلق (۰/۲۵)	$f(x)$	-۶	$\frac{2}{3}$	$-\frac{2}{3}$	۶	-۶ = مینیمم مطلق (۰/۲۵)	۱۲
x	-۳	-۱	۱	۳	۶ = ماکسیمم مطلق (۰/۲۵)									
$f(x)$	-۶	$\frac{2}{3}$	$-\frac{2}{3}$	۶	-۶ = مینیمم مطلق (۰/۲۵)									
۱/۲۵	$\frac{h^2}{4} + r^2 = R^2 \rightarrow r^2 = R^2 - \frac{h^2}{4} \quad (0.25)$ $v = \pi r^2 h = \pi \left(R^2 - \frac{h^2}{4}\right) h$ $\rightarrow v(h) = \pi R^2 h - \frac{\pi}{4} h^3 \quad 0 \leq h \leq 2R_{(0.25)}$ $v'(h) = \pi R^2 - \frac{3\pi}{4} h^2 \quad (0.25)$ $v'(h) = 0 \rightarrow h = \frac{2R}{\sqrt{3}} \quad (0.25)$ $v(0) = 0, v(2R) = 0 \rightarrow v\left(\frac{2R}{\sqrt{3}}\right) = \text{Max} \rightarrow h = \frac{2R}{\sqrt{3}} \quad (0.25)$		۱۳											
۱/۷۵	<p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p> <p>(الف) در تابع درجه سوم نقطه عطف منحنی همان مرکز تقارن آن است</p> $y = f(x) = (x+1)^3 + 1$ $y = f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 2 \quad (۰/۵)$ <p>(ب) محل تقاطع مجانب های تابع هموگرافیک مرکز تقارن آن می باشد.</p> $w(-1, 2) \Rightarrow w\left(-\frac{d}{c}, \frac{a}{c}\right) = (-1, 2)$	۱۴												

	$y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \quad -\frac{d}{c} = -1 \rightarrow \frac{d}{c} = 1 \rightarrow d = c \quad (0/25)$ $\frac{a}{c} = 2 \rightarrow a = 2c \quad (0/25)$ $(0,3) \in f \rightarrow 3 = \frac{b}{d} \rightarrow b = 3d \xrightarrow{d=c} b = 3c \quad (0/25)$ $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} = \frac{2cx+3cx}{cx+c} = \frac{5cx}{c(x+1)} \rightarrow \frac{5x}{x+1} = f(x) \quad (0/25)$																												
۱/۵	<p>$D_y = R \quad x=0 \rightarrow y=2 \rightarrow (0,2) \quad (0/25)$ محل تلاقی با محور y ها</p> <p>$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} x^3 = \pm\infty \quad y' = 3x^2 - 3 = 0 \quad 3x^2 = 3 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$</p> <p>ریشه های مشتق اول یا طول نقاط اکسترمم (۰/۲۵)</p> <p>مختصات نقاط اکسترمم $(1, 0), (-1, 4)$</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>f'(x)</td> <td></td> <td>+</td> <td>∩</td> <td>-</td> <td>∪</td> <td></td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td>$-\infty$</td> <td>↗</td> <td>4</td> <td>↘</td> <td>0</td> <td>↗</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>max</td> <td></td> <td>min</td> <td></td> </tr> </table> <p style="text-align: right;">(۰/۵)</p>	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	f'(x)		+	∩	-	∪		f(x)	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗				max		min		۱۵
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$																								
f'(x)		+	∩	-	∪																								
f(x)	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗																							
			max		min																								

