

باسمه تعالی

مدت امتحان :	ساعت شروع : ۸ صبح	رشته : ریاضی و فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تعداد صفحه: ۱	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸ / ۱	سال دوازدهم آموزش متوسطه	نام و نام خانوادگی:
جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷			طراح سوال: حسین مهربانی
ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد)	نمره	
۱	<p>جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>(الف) تابع $x - 3 = f(x)$ در بازه $x \in [1, 2]$ اکیدا نزولی است.</p> <p>(ب) باقی مانده ای تقسیم چند جمله ای $x^3 + x^2 + x + 1 = 2x^3 + \dots$ است.</p> <p>(پ) دوره تناوب تابع $f(x) = 3 \cos\left(\frac{\pi}{4}x\right)$ برابر با است.</p> <p>(ت) جواب های کلی معادله $\tan x = \tan \alpha$ به صورت می باشد.</p> <p>نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر است. با رسم مراحل، نمودار $y = -f(2x)$ را رسم کنید.</p>	۱	
۱	<p>$y = f(x)$</p>	۲	
۱	<p>جواب های کلی معادله $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4}$ را بدست آورید.</p> <p>حاصل حدود زیر را بدست آورید.</p>	۳	
۲	<p>(الف) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^3 - 1}{(x-1)^3}$</p> <p>(ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^3 + 2x}{4x + 1}$</p>	۴	
۱/۵	<p>مشتق تابع $f(x) = x^3 + 3x$ را در نقطه $x = 2$ به کمک تعریف مشتق بدست آورید.</p>	۵	
۱/۵	<p>در تابع $f(x) = \sqrt{x+1}$ معادله خط مماس بر منحنی در نقطه ای به طول $x = 3$ را بدست آورید.</p>	۶	
۱/۵	<p>مشتق پذیری تابع $f(x) = x^3 - 1$ را در $x = 1$ برسی کنید.</p>	۷	
۲	<p>مشتق توابع زیر را بدست آورید.(ساده کردن الزامی نیست).</p> <p>(الف) $f(x) = \frac{3x^3 + 4x}{x^3 - 3x + 4}$</p> <p>(ب) $g(x) = \sin^3(3x^3 + 5)$</p>	۸	
۱/۵	<p>معادله حرکت متحرکی به صورت $s = t^3 - 5t + 6$ (t بروزت ثانیه) داده شده است. در کدام لحظه سرعت لحظه ای با سرعت متوسط در بازه $[3, 5]$ با هم برابرند.</p>	۹	
۱/۷۵	<p>در تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + b$ را چنان بیابید که نقطه $(-1, 2)$ اکسترمم نسبی تابع باشد.</p>	۱۰	
۱/۷۵	<p>نقاط اکسترمم نسبی و مطلق تابع $f(x) = x^3 - 3x$ را در بازه $[1, 2]$ در صورت وجود بیابید و نقاط بحرانی این تابع را بدست آورید.</p>	۱۱	
۱/۷۵	<p>جهت تقری و نقطه عطف تابع $f(x) = -\sqrt[3]{x-2}$ را بدست آورید.</p>	۱۲	
۱/۷۵	<p>اگر نقطه $(-2, 3)$ محل برخورد مجانب های تابع $y = \frac{ax+6}{cx+4}$ باشد، نقطه برخورد تابع با محور x ها را بیابید.</p>	۱۳	

باسم‌هه تعالی

مدت امتحان :	ساعت شروع : ۸: صبح	رشته : ریاضی و فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تعداد صفحه: ۳	تاریخ امتحان : / ۱۳۹۸ / سال دوازدهم آموزش متوسطه	نام و نام خانوادگی :	جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷ طراح سوال: حسین مهربافی
نمره			پاسخنامه
ردیف			
۱		الف) $(-\infty, 3)$ (مشابه کار در کلاس صفحه ۱۷) (۰/۲۵) ب) $\frac{-2}{8}$ (کار در کلاس صفحه ۱۹) (۰/۲۵) پ) ۸ (مشابه تمرین ۱ صفحه ۳۳) (۰/۲۵) ت) $x = k\pi + \alpha$ (صفحه ۴۲ کتاب) (۰/۲۵)	۱
۱			(مشابه کار در کلاس صفحه ۸) (۰/۵)
۱		(۰/۲۰)	(مثال صفحه ۴۰)
۱	$2\sin x \cos x = 2 \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} =$ $\sin \frac{\pi}{3} \left\{ \begin{array}{l} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z} \\ 2x = (2k+1)\pi - \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{(2k+1)\pi}{2} - \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$	(۰/۲۰)	۲
۲	الف) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^{\gamma}-1}{(x-1)^{\gamma}} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x-1)} = \frac{1^+}{1^+} = +\infty$ (۰/۱۵) (۰/۲۰) (۰/۲۰)	(کار در کلاس صفحه ۵۳)	۳
۲	ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^{\gamma} + 2x}{4x + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^{\gamma}}{4x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x}{4} = \frac{-\infty}{4} = -\infty$ (۰/۲۰) (۰/۲۰) (۰/۲۰) (۰/۲۰)		۴
۱/۵	$f'(\gamma) = \lim_{x \rightarrow \gamma} \frac{f(x) - f(\gamma)}{x - \gamma} = \lim_{x \rightarrow \gamma} \frac{x^{\gamma} + \gamma x - 1}{x - \gamma} = \lim_{x \rightarrow \gamma} \frac{(x - \gamma)(x + \gamma)}{(x - \gamma)} = \lim_{x \rightarrow \gamma} (x + \gamma) = \gamma + \gamma = 2\gamma$	(مشابه مثال صفحه ۷۹)	۵

نام و نام خانوادگی:	سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان
تعداد صفحه: ۳	سال دوازدهم آموزش متوسطه
جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷	تاریخ امتحان: / ۱۳۹۸ ساعت شروع: ۸: صبح رشته: ریاضی و فیزیک
نمره	ردیف
	(مشابه تمرین ۱ صفحه ۸۱)
۱/۵	$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}} \Rightarrow m = f'(3) = \frac{1}{\sqrt{3+1}} = \frac{1}{2} \quad (0/20)$ $f(x) = \sqrt{x+1}, \quad x = 3 \Rightarrow y = f(3) = 2 \quad (0/20)$ $m = \frac{1}{2}, \quad A(3,2) \Rightarrow y - 2 = \frac{1}{2}(x - 3) \Rightarrow 2y - 4 = x - 3 \Rightarrow 2y - x = 1 \quad (0/20)$ $(0/20) \quad (0/20)$
۱/۵	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ x^2 - 1 }{x - 1} = \quad (0/0)$ $\begin{cases} f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{ x^2 - 1 }{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x + 1) = 2 \\ f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{ x^2 - 1 }{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x^2 - 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} -(x + 1) = -2 \end{cases} \quad (0/0)$ $(0/20) \quad (0/20)$ <p style="text-align: center;">مشابه مثال صفحه ۹۴</p>
۲	$\text{الف) } f'(x) = \frac{(8x + 4)(x^2 - 3x + 4) - (2x - 3)(2x^2 + 4x)}{(x^2 - 3x + 4)^2} \quad (1)$ $\text{ب) } g'(x) = (2)(8x)\cos(3x^2 + 5) \sin(3x^2 + 5) \quad (1)$ <p style="text-align: right;">مشابه کار در کلاس صفحه ۹۷</p>
۱/۵	$\bar{v} = \frac{f(5) - f(3)}{5 - 3} = \frac{6 - 3}{2} = \frac{3}{2} \quad (0/5)$ $f'(t) = 2t - 5 \Rightarrow v(t) = 2t - 5 \Rightarrow v(t) = \frac{3}{2} \Rightarrow 2t - 5 = \frac{3}{2} \Rightarrow t = \frac{13}{4}$ <p style="text-align: right;">طول نقطه اکسترمم نسبی ریشه مشتق اول می باشد (مشابه تمرین ۷ صفحه ۱۲۶)</p>
۱/۷۵	$f'(x) = 3x^2 + 2ax \Rightarrow f'(-1) = . \Rightarrow 3 - 2a = . \Rightarrow a = \frac{3}{2} \quad (0/5)$ $f(-1) = 2 \Rightarrow -1 + a + b = 2 \Rightarrow a + b = 3 \Rightarrow \frac{3}{2} + b = 3 \Rightarrow b = \frac{3}{2} \quad (0/5)$ <p style="text-align: right;">(مشابه تمرین ۴ صفحه ۱۰۹)</p>

نام و نام خانوادگی :	سوالات امتحان نهایی درس: حسابان												
تعداد صفحه: ۳	سال دوازدهم آموزش متوسطه												
تاریخ امتحان: / ۱۳۹۸ /	ساعت شروع: ۸ صبح												
ردیف	پاسخنامه												
نمره	(تمرین ۶ صفحه ۱۲۵)												
۱/۷۵	$f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \Rightarrow x = 1$ نقطه بحرانی $(0/25)$ $x = -1 \Rightarrow y = f(-1) = 2, x = 1 \Rightarrow y = f(1) = -2$ $x = 2 \Rightarrow y = f(2) = 2$ نقاط $(-1, 2)$ و $(2, 2)$ ماکسیمم مطلق و نقطه $(1, -2)$ مینیمم نسبی و مطلق است و نقطه $(-2, 2)$ نقطه بحرانی است. $(+75)$ <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">x</td> <td style="text-align: center;">-1</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">2</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$f'(x)$</td> <td style="text-align: center;">+</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">+</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">y</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">-2</td> <td style="text-align: center;">2</td> </tr> </table> $\begin{array}{cccc} x & -1 & 1 & 2 \\ f'(x) & + & - & + \\ y & 2 & -2 & 2 \end{array} \quad (0/5)$	x	-1	1	2	$f'(x)$	+	-	+	y	2	-2	2
x	-1	1	2										
$f'(x)$	+	-	+										
y	2	-2	2										
۱/۷۵	تابع در کل \mathbb{R} پیوسته است. $f(x) = -\sqrt[3]{x-2}, Df = R \Rightarrow f(x) = -(x-2)^{\frac{1}{3}}$ $f'(x) = -\frac{1}{3}(x-2)^{-\frac{2}{3}} = -\frac{1}{\sqrt[3]{(x-2)^2}} \quad (0/25)$ $f''(x) = -\frac{1}{3}\left(-\frac{2}{3}\right)(x-2)^{-\frac{5}{3}} = \frac{2}{9}(x-2)^{-\frac{5}{3}} = \frac{2}{\sqrt[3]{(x-2)^5}} \quad (0/5)$ تابع در $x = 2$ پیوسته و $f'(2) = -\infty$. بنابراین نقطه عطف است. $(+5)$ <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">x</td> <td style="text-align: center;">-∞</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">+∞</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$f''(x)$</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">ت ن</td> <td style="text-align: center;">+</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"></td> <td style="text-align: center;">∩</td> <td style="text-align: center;">U</td> <td style="text-align: center;">U</td> </tr> </table> $\begin{array}{cccc} x & -\infty & 2 & +\infty \\ f''(x) & - & \text{ت ن} & + \\ & \cap & U & U \end{array} \quad (0/5)$	x	- ∞	2	+ ∞	$f''(x)$	-	ت ن	+		∩	U	U
x	- ∞	2	+ ∞										
$f''(x)$	-	ت ن	+										
	∩	U	U										
۱/۷۵	(مشابه تمرین ۲ صفحه ۱۴۴) $y = \frac{ax+\epsilon}{cx+\epsilon}$ $cx+\epsilon = 0 \Rightarrow x = -\frac{\epsilon}{c} = -\frac{\epsilon}{\epsilon} = -1 \Rightarrow c = 2 \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax+\epsilon}{cx+\epsilon} = \frac{a}{c} = \frac{a}{\epsilon} = 3 \rightarrow a = 3 \quad \Rightarrow \quad y = \frac{\epsilon x+\epsilon}{\epsilon x+\epsilon} = \frac{3x+3}{x+3} \quad (0/25)$ $y = 0 \Rightarrow \frac{3x+3}{x+3} = 0 \Rightarrow 3x+3 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow (-1, 0) \quad (0/5)$ محل برخورد با محور x ها												

