

نام و نام خانوادگی: .....  
 مقطع و رشته: یازدهم ریاضی  
 نام پدر: .....  
 شماره داوطلب: .....  
 تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

جمهوری اسلامی ایران  
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران  
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران  
 دبیرستان غیردولتی دخترانه متوسطه دوم سرای دانش واحد رسالت  
 آزمون پایان ترم نوبت دوم سال تحصیلی ۹۸-۱۳۹۷

نام درس: حسابان ۱  
 نام دبیر: فاطمه عراقی  
 تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۰۳/۰۵  
 ساعت امتحان: ۰۸:۰۰ صبح  
 مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

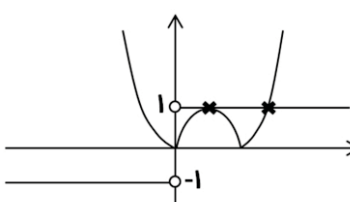
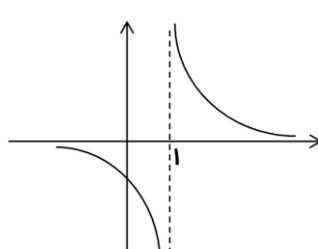
نمره به عدد:		نمره به حروف:	نمره به عدد:		نمره به حروف:	نمره به عدد:		نمره به حروف:
نام دبیر:		تاریخ و امضاء:	نام دبیر:		تاریخ و امضاء:	محل مهر و امضاء مدیر:		
ردیف	سوالات	نمره	ردیف	سوالات	نمره	ردیف	سوالات	نمره
۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. (الف) حاصل عبارت $200 + \dots + 6 + 4 + 2$ برابر ۱۰۱۰۰ است. (ب) معادله $\sqrt{x-1} + \sqrt{x^2-1} = 0$ یک جواب دارد. (پ) دو تابع $f(x) = \sqrt{1-\cos^2 x}$ , $g(x) = \sin x$ با هم مساوی اند. (ت) تابع $f(x) = \sqrt{x-2}$ در $x=2$ حد دارد.		۱/۲۵	جاهای خالی را با اعداد یا عبارات مناسب پر کنید. (الف) نمودار تابع $f(x) = (\frac{1}{2})^x + 1$ در ناحیه ..... محورهای مختصات بالای نمودار تابع $g(x) = 2^x + 1$ قرار می گیرد. (ب) اگر $f(x) = [x]$ باشد، حاصل $f(x) - f(x)$ برابر ..... است. (پ) دامنه توابع $y = \sin x$ , $y = \cos x$ برابر ..... و برد آن ها برابر ..... است. (ت) اگر تابع $f(x) = [x]$ بر بازه $[3, k]$ پیوسته باشد، حداکثر مقدار $k$ برابر ..... است.		۱	گزینه صحیح را انتخاب کنید. (الف) شکل مقابل مربوط به سهمی $f(x) = ax^2 + bx + c$ است. اگر $ a  = 1$ باشد، حاصلضرب صفرهای $f$ کدام است؟ (با راه حل). (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ (ب) اگر $f = \{(1,3), (2,5)\}$ و $g = \{(2,3), (5,1)\}$ باشد، تابع $f + g$ کدام است؟ (۱) $\{(2,11)\}$ (۲) $\{(2,7)\}$ (۳) $\{(2,7), (1,4)\}$ (۴) $\{(2,11), (1,4)\}$ (پ) اگر حاصل عبارت $A = 2^{(\log_{\sqrt{4}} 4 - \log_2 x)}$ برابر یک باشد، آنگاه مقدار $\log_{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{x}$ کدام است؟ (با راه حل) (۱) $-\frac{1}{5}$ (۲) $-\frac{4}{3}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{3}{7}$ (ت) در تابع $f(x) = \begin{cases} -1 & x \in Z \\ 0 & x \notin Z \end{cases}$ حاصل $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ چقدر است؟ (۱) صفر (۲) -۱ (۳) -۲ (۴) ۱	
سوالات تشریحی:								
۰/۷۵	تعداد ریشه های معادله $ x^2 - 2x  = \frac{x}{ x }$ را به روش هندسی بدست آورید.	۰/۷۵	۴	معادله مقابل را حل کنید.	۱	۵	$(x - \frac{1}{x})^2 - 3(x - \frac{1}{x}) + 2 = 0$	۱
صفحه ۱ از ۲								

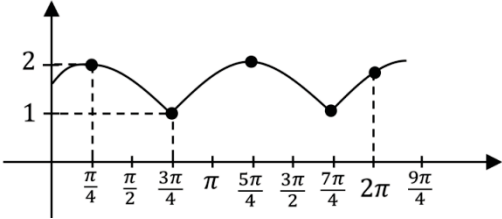
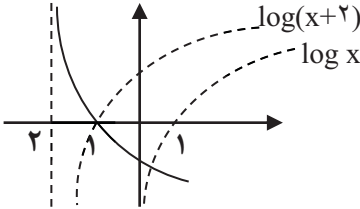
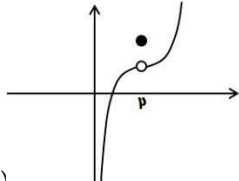
۰/۷۵	مساحت مربعی را که معادله دو ضلع آن به صورت $3x + 4y = -1$ و $6x + 8y = 18$ باشد، بدست آورید.	۶
۱	به کمک رسم نمودار تابع $y = \frac{1}{x-1}$ نشان دهید این تابع وارون پذیر است و سپس ضابطه تابع وارون را بیابید.	۷
۱/۲۵	توابع $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$ و $g(x) = 2 - \sqrt{3-x}$ مفروض اند. مطلوب است محاسبه: الف) دامنه تابع $f \circ g$ ب) دامنه تابع $\frac{g}{f}$	۸
۱/۵	نامعادله نمایی و معادله لگاریتمی زیر را حل کنید. الف) $(\sqrt[4]{3})^{16x} \geq (27)^{\frac{x}{3}-2}$ ب) $2 \log x = 1 + \log(x + \frac{12}{5})$	۹
۱/۲۵	نمودار توابع زیر را رسم کنید. الف) $y = -\log(x+2)$ ب) $y = 1 + \left  \cos(x - \frac{\pi}{4}) \right $	۱۰
۰/۵	طول پاندول یک ساعت ۲۰ سانتی متر است. اگر پاندول کمانی به اندازه ۷۲ درجه را طی کند، طول کمان طی شده توسط نوک پاندول چند سانتی متر است؟ ( $\pi \approx 3$ )	۱۱
۱/۲۵	اگر $\frac{\sin(\frac{\pi}{3} + \alpha)}{2 \sin(\alpha - \pi) + \cos(\alpha - \frac{\pi}{3})} = \frac{1}{2}$ باشد، مقدار $\tan \alpha$ را بیابید.	۱۲
۱	درستی اتحاد زیر را بررسی کنید. $\sqrt{2} \cos(x + \frac{\pi}{4}) = \cos x - \sin x$	۱۳
۰/۵	نمودار تابعی را رسم کنید که در همسایگی ۲ تعریف شده باشد و در این نقطه حد داشته باشد ولی پیوسته نباشد.	۱۴
۰/۵	با توجه به نمودار حدود زیر را بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow 0^+} [f(x)]$ ب) $[\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)]$	۱۵
۲/۷۵	حدهای زیر را بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+2}}{x^2 + x - 6}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x -  x }{[x+1] - x}$ پ) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2x - \pi}{\cos x}$	۱۶
۱/۵	پیوستگی تابع مقابل را در $x = 0$ بررسی کنید. $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{\sin x} & x < 0 \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & x = 0 \\ [-x] & x > 0 \end{cases}$	۱۷

نام درس: مسابان ۱  
 نام دبیر: فاطمه عراقی  
 تاریخ امتحان: ۰۵/۰۳/۱۳۹۸  
 ساعت امتحان: ۰۸:۰۰ صبح  
 مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران  
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران  
 دبیرستان غیر دولتی دخترانه متوسطه دوره دوم سرای دانش واحد رسالت  
**کلید** سؤالات پایان ترم نوبت دوم سال تحصیلی ۹۸-۹۷



ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	الف) درست (۰/۲۵) ب) درست (۰/۲۵) پ) نادرست (۰/۲۵) ت) نادرست (۰/۲۵)	
۲	الف) دوم (۰/۲۵) ب) صفر (۰/۲۵) پ) $R, [-1, 1]$ (۰/۵) ت) ۴ (۰/۲۵)	
۳	الف) گزینه (۱) $ a  = 1 \rightarrow \max \rightarrow a = -1$ (۰/۲۵) $x_5 = -\frac{b}{2a} \rightarrow \frac{-b}{-2} = -2 \rightarrow b = -4$ (۰/۲۵) $(-2, 2) \rightarrow c = -2$ (۰/۲۵) $f(x) = -x^2 - 4x - 2$ $\alpha \times \beta = \frac{c}{a} = 2$ (۰/۲۵) ب) گزینه (۱) (۰/۲۵) پ) گزینه (۲) $A = 2^{\log_2 \frac{16}{x}} = \frac{16}{x} = 1 \rightarrow x = 16$ $\log_{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{16} = \log_{2^{-1}} 2^{\frac{4}{3}} = -\frac{4}{3}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) ت) گزینه (۱) (۰/۲۵)	
۴	۲ ریشه دارد (۰/۲۵) $\begin{cases} y_1 =  x^2 - 2x  \\ y_2 = \frac{x}{ x } \rightarrow \begin{cases} 1 & x > 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases} \end{cases}$  (۰/۵)	
۵	$x - \frac{1}{x} = t \rightarrow t^2 - 3t + 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} t = 1 \rightarrow x - \frac{1}{x} = 1 \rightarrow x^2 - x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \text{ (۰/۲۵)} \\ t = 2 \rightarrow x - \frac{1}{x} = 2 \rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \pm \sqrt{2} \text{ (۰/۲۵)} \end{cases}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)	
۶	$d = \frac{ c - c' }{\sqrt{a^2 + b^2}} \rightarrow d = \frac{ 18 + 2 }{\sqrt{6^2 + 8^2}} = \frac{20}{10} = 2 \rightarrow S = 4$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	
۷	$f^{-1}(x) = \frac{1+x}{x}$ (۰/۵) وارون پذیر $\rightarrow$ یک به یک (۰/۲۵)  (۰/۲۵)	
۸	$D_f = (-1, +\infty)$ (۰/۲۵) $D_g = (-\infty, 3]$ (۰/۲۵) $D_{f \circ g} = \{x \in (-\infty, 3] \mid 2 - \sqrt{3-x} > -1\} = (-6, 3]$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $D_{\frac{g}{f}} = D_f \cap D_g - \{x \mid f(x) = 0\} \rightarrow D_{\frac{g}{f}} = (-1, 3]$ (۰/۲۵)	

<p>الف) <math>3^{x-6} \geq 3^{4x} \rightarrow x-6 \geq 4x \rightarrow x \leq -2</math>  (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> <p>ب) <math>\log \frac{x^2}{x + \frac{12}{5}} = 1 \rightarrow \frac{x^2}{x + \frac{12}{5}} = 10 \rightarrow x^2 - 10x - 24 = 0</math>  (۰/۲۵) (۰/۲۵) <math>\begin{cases} x = 12 &amp; (۰/۵) \\ x = -2 &amp; \text{غ.ق.ق} \end{cases}</math></p>	۹
<p>الف) (۰/۵)</p>  <p>ب) (۰/۷۵)</p> 	۱۰
$\alpha = 72^\circ = \frac{2\pi}{5} \quad (۰/۲۵) \quad L = r \cdot \alpha \rightarrow L = 20 \times \frac{2\pi}{5} = 4\pi = 24 \quad (۰/۲۵)$	۱۱
$\frac{-\cos \alpha}{-2 \sin \alpha + \sin \alpha} = \frac{-\cos \alpha}{-\sin \alpha} = \cot \alpha = \frac{1}{2} \rightarrow \tan \alpha = 2$ (۰/۷۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱۲
$\sqrt{2}(\cos x \cdot \cos \frac{\pi}{4} - \sin x \cdot \sin \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2}(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x) = \cos x - \sin x$ (۰/۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱۳
 <p>(۰/۵)</p>	۱۴
<p>الف) ۲ (۰/۲۵) ب) ۱ (۰/۲۵)</p>	۱۵
<p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+2}}{x^2 + x - 6} \times \frac{x + \sqrt{x+2}}{x + \sqrt{x+2}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+1)}{(x-2)(x+3)(x+\sqrt{x+2})} = \frac{3}{20}</math>  (۰/۲۵) (۰/۵) (۰/۲۵)</p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x - (-x)}{-1 + 1 - x} = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x}{-x} = -2</math>  (۰/۵) (۰/۲۵)</p> <p>پ) <math>\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\pi + 2t - \pi}{\cos(\frac{\pi}{2} + t)} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{2t}{-\sin t} = -2</math>  (۰/۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> <p><math>x - \frac{\pi}{2} = t \rightarrow x = \frac{\pi}{2} + t</math></p>	۱۶
<p><math>\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-\sqrt{2}(\sin \frac{x}{2})}{2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}</math>  (۰/۵) (۰/۲۵)</p> <p><math>\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} [-x] = -1 \quad (۰/۲۵)</math></p> <p><math>f(0) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (۰/۲۵)</math></p> <p>پیوسته نیست ولی پیوستگی چپ دارد. (۰/۲۵)</p>	۱۷