۱- برای این‌که f روی R مشتق‌پذیر باشد، باید در $x = ۲$ نیز مشتق‌پذیر باشد. ضمناً اگر تابعی در نقطه‌ای مشتق‌پذیر باشد، در آن نقطه پیوسته نیز است.

الف) $f(۲) = \lim\limits_{x \to ۲^+} f(x) = \lim\limits_{x \to ۲^-} f(x) \Rightarrow ۲a - b = ۲$

ب) $f'_{۲}- = f'_{۲}+ \Rightarrow a = ۴ \ , \ b = ۶$

۲- $$f'(۲) = \lim_{x \to ۲} \frac{f(x) - f(۲)}{x - ۲} = \lim_{x \to ۲} \frac{\sqrt{|x - ۲|} - ۰}{x - ۲} = \begin{cases} \lim\limits_{x \to ۲^+} \frac{\sqrt{x - ۲}}{x - ۲} = +\infty \\ \lim\limits_{x \to ۲^-} \frac{\sqrt{-x + ۲}}{x - ۲} = -\infty \end{cases}$$

پس f' در $x_{\circ} = ۲$ وجود ندارد.

۳- $$f'(۱) = \lim_{x \to ۱} \frac{f(x) - f(۱)}{x - ۱} = \lim_{x \to ۱} \frac{|x - ۱| \sqrt{x + ۲} - |۱ - ۱| \sqrt{۱ + ۲}}{x - ۱} = \lim_{x \to ۱} \frac{|x - ۱| \sqrt{x + ۲}}{x - ۱}$$

$$\begin{cases} f'+(۱) = \lim\limits_{x \to ۱^+} \frac{(x - ۱)\sqrt{x + ۲}}{x - ۱} = \lim\limits_{x \to ۱^+} \sqrt{x + ۲} = \sqrt{۳} \\ f'-(۱) = \lim\limits_{x \to ۱^-} \frac{-(x - ۱)\sqrt{x + ۲}}{x - ۱} = \lim\limits_{x \to ۱^-} \left(-\sqrt{x + ۲}\right) = -\sqrt{۳} \end{cases}$$

لذا f در $x_{\circ} = ۱$ مشتق‌پذیر نیست.

۴- $f(۲) = ۳ \quad f(۲ + \Delta x) = ۵(۲ + \Delta x) - ۱ = \sqrt{۵\Delta x + ۹}$

$$f'(۲) = \lim_{\Delta x \to ۰} \frac{f(۲ + \Delta x) - f(۲)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to ۰} \frac{\sqrt{۵\Delta x + ۹} - ۳}{\Delta x} \times \frac{\sqrt{۵\Delta x + ۹} + ۳}{\sqrt{۵\Delta x + ۹} + ۳}$$

$$= \lim_{\Delta x \to ۰} \frac{۵\Delta x + ۹ - ۹}{\Delta x\left(\sqrt{۵\Delta x + ۹} + ۳\right)} \Rightarrow f'(۲) = \frac{۵}{۶}$$

۵- $f(x) = (x + ۱)[x]$ در نقطه $x_۰ = -۱$

$$f'(-۱) = \lim_{x \to -۱} \frac{f(x) - f(-۱)}{x - (-۱)} = \lim_{x \to -۱} \frac{(x + ۱)[x] - ۰}{x + ۱} = \lim_{x \to -۱} [x] \Rightarrow \begin{cases} f'_{(-۱)^+} = \lim_{x \to (-۱)^+} [x] = [(-۱)^+] = -۱ \\ f'_{(-۱)^-} = \lim_{x \to (-۱)^-} [x] = [(-۱)^-] = -۲ \end{cases}$$

f در نقطه $x_۰ = -۱$ مشتق‌پذیر نمی‌باشد.

۶- $f(x) = |x^۲ - ۳x| \qquad x_۰ = ۳$

$$f'(۳) = \lim_{x \to ۳} \frac{f(x) - f(۳)}{x - ۳} = \lim_{x \to ۳} \frac{|x^۲ - ۳x| - ۰}{x - ۳} = \lim_{x \to ۳} \frac{|x(x - ۳)|}{x - ۳} = \lim_{x \to ۳} \frac{|x| \,.\, |x - ۳|}{x - ۳}$$

$$\begin{cases} \lim_{x \to ۳^+} \frac{|x| \,.\, |x - ۳|}{x - ۳} = \lim_{x \to ۳} \frac{|x| \times (x - ۳)}{x - ۳} = \lim_{x \to ۳} |x| = |۳| = ۳ \\ \lim_{x \to ۳^-} \frac{|x| \,.\, |x - ۳|}{x - ۳} = \lim_{x \to ۳} \frac{|x| \times (-(x - ۳))}{x - ۳} = -\lim_{x \to ۳} |x| = -|۳| = -۳ \end{cases}$$

لذا f در نقطه‌ی $x_۰ = ۳$ مشتق‌پذیر نمی‌باشد.

۷- $$f'(۱) = \lim_{x \to ۱} \frac{f(x) - f(۱)}{x - ۱} = \lim_{x \to ۱} \frac{[x](x - ۱)}{(x - ۱)} = \begin{cases} \lim_{x \to ۱^-} [x] = ۰ \\ \lim_{x \to ۱^+} [x] = ۱ \end{cases}$$

بنابراین چون $f'_{۱^-} \neq f'_{۱^+}$ پس تابع مشتق‌پذیر نیست.

۸- $$f'(۱) = \lim_{x \to ۱} \frac{f(x) - f(x_۰)}{x - ۱} = \lim_{x \to ۱} \frac{\sqrt{(x - ۱)^۲ (x + ۲)} - ۰}{x - ۱}$$

$$\lim_{x \to ۱} \frac{|x - ۱| \sqrt{x + ۲}}{x - ۱} = \begin{cases} \lim_{x \to ۱^+} \frac{(x - ۱)\sqrt{x + ۲}}{(x - ۱)} = \lim_{x \to ۱} \sqrt{x + ۲} = \sqrt{۳} = f'_{۱^+} \\ \lim_{x \to ۱^-} \frac{-(x - ۱)\sqrt{x + ۲}}{(x - ۱)} = \lim_{x \to ۱} \left(-\sqrt{x + ۲}, x \to ۱\right) = -\sqrt{۳} = f'_{۱^-} \end{cases}$$

چون مشتق چپ و مشتق راست برابر نیستند، پس تابع مشتق‌پذیر نیست.

$$f'(۰) = \lim_{x \to ۰} \frac{f(x) - f(۰)}{x - ۰} = \lim_{x \to ۰} \frac{|x|\sqrt{x+۱} - ۰}{x} =$$

$$\begin{cases} \lim_{x \to ۰^+} \frac{x\sqrt{x+۱}}{x} = ۱ \\ \lim_{x \to ۰^-} \frac{-x\sqrt{x+۱}}{x} = -۱ \end{cases}$$

-۹

چون $f'_+(۰) \neq f'_-(۰)$، پس در $x = ۰$ مشتق‌پذیر نیست.

-۱۰

$$f'(۹) = \lim_{\Delta x \to ۰} \frac{f(۹+\Delta x) - f(۹)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to ۰} \frac{\sqrt{۹+\Delta x} - ۳}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to ۰} \frac{\left(\sqrt{۹+\Delta x} - ۳\right)\left(\sqrt{۹+\Delta x} + ۳\right)}{\Delta x\left(\sqrt{۹+\Delta x} + ۳\right)}$$

$$= \lim_{\Delta x \to ۰} \frac{\Delta x}{\Delta x\left(\sqrt{۹+\Delta x} + ۳\right)} = \frac{۱}{۶}$$

یا از راه :

$$f'(x) = \lim_{x \to x_۰} \frac{f(x) - f(x_۰)}{x - x_۰}$$

-۱۱

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to ۰} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to ۰} \frac{(x+\Delta x)^۲ - ۲(x+\Delta x) - x^۲ + ۲x}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to ۰} \frac{x^۲ + ۲x\Delta x + \Delta x^۲ - ۲x - ۲\Delta x - x^۲ + ۲x}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to ۰} \frac{\Delta x(۲x + \Delta x - ۲)}{\Delta x} = ۲x - ۲$$

$$\Rightarrow f'(x) = ۲x - ۲ \Rightarrow f'(۱) = ۰$$

راه ۲ : $\lim_{x \to ۱} \frac{f(x) - f(۱)}{x - ۱} = \lim_{x \to ۱} \frac{x^۲ - ۲x + ۱}{x - ۱} = \lim_{x \to ۱} \frac{(x-۱)^۲}{x - ۱} = \lim_{x \to ۱}(x - ۱) = ۰$

-۱۲

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to ۰} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to ۰} \frac{(x+\Delta x)^۲ + ۱ - x^۲ - ۱}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to ۰} \frac{x^۲ + ۲x\Delta x + \Delta x^۲ - x^۲}{\Delta x}$$

$$\lim_{\Delta x \to ۰} \frac{\Delta x(۲x + \Delta x)}{\Delta x} = ۲x$$

۱۳- $f'(x) = \lim_{\Delta x \to ۰} \frac{f(x_۰ + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \Rightarrow f'(x) = \lim_{\Delta x \to ۰} \frac{f(۱ + \Delta x) - f(۱)}{\Delta x}$

$$\Rightarrow f'(x) = \lim_{\Delta x \to ۰} \frac{(۱ + \Delta x) - ۲(۱ + \Delta x) - (۱^۲ - ۲ \times ۱)}{\Delta x}$$

$$\Rightarrow f'(x) = (۱ + \Delta x)\frac{\Delta x^۲}{\Delta x} = f'(x) = \lim_{\Delta x \to ۰} \Delta x = ۰$$

۱۴- $f'_+(۲) = \lim_{x \to ۲^+} \frac{f(x) - f(۲)}{x - ۲} = \lim_{x \to ۲^+} \frac{۲x^۲ + ۱ - ۱۶}{x - ۲} = -\infty$ (۰/۲۵)

$f'_-(۲) = \lim_{x \to ۲^-} \frac{f(x) - f(۲)}{x - ۲} = \lim_{x \to ۲^-} \frac{۸x - ۱۶}{x - ۲} = ۸$ (۰/۲۵)

۱۵- خیر، چون مشتق چپ و راست مساوی نیست. (یا چون f در $x = ۲$ پیوسته نیست.) (۰/۲۵)

۱۶- $f'(۰) = \lim_{x \to ۰} \frac{f(x) - f(۰)}{x - ۰} = \lim_{x \to ۰} \frac{\sqrt{(x + ۲)\ \sin^۲ x}}{x}$

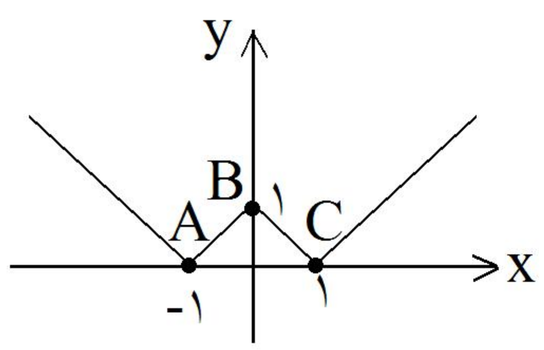
$$\lim_{x \to ۰} \frac{|\sin x| \sqrt{x + ۲}}{x} = \begin{cases} \lim_{x \to ۰^+} \frac{\sin x}{x} \cdot \sqrt{x + ۲} = \sqrt{۲} \\ \lim_{x \to ۰^-} \frac{-\sin x}{x} \cdot \sqrt{x + ۲} = -\sqrt{۲} \end{cases}$$

f در $x_o = ۰$ مشتق‌پذیر نیست.

۱۷- $f(x) = |\ |x| - ۱|$

$x = ۰ \Rightarrow y = ۱$

$|x| - ۱ = ۰ \begin{cases} x = ۱ \\ x = -۱ \end{cases} \Rightarrow y = ۰$



این تابع در سه نقطه‌ی A ، B و C یا در نقاطی به طول ۱ ، ۱- و صفر مشتق‌پذیر نیست.

۱۸- اولاً باید f در $x_o = \frac{\pi}{۲}$ پیوسته باشد.

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{۲}^+} f(x) = \lim_{x \to \frac{\pi}{۲}^-} f(x) = f\left(\frac{\pi}{۲}\right) \Rightarrow \frac{\pi}{۲}a - b = ۰$$

ثانیاً مشتق چپ و راست تابع f در $x_۰ = \frac{\pi}{۲}$ باید مساوی باشند.

$$\begin{cases} f'_-\left(\frac{\pi}{۲}\right) = -۱ \\ f'_+\left(\frac{\pi}{۲}\right) = a \end{cases} \Rightarrow \quad -۱ = a \Rightarrow b = -\frac{\pi}{۲}$$

۱۹-
$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to ۰} \frac{f(x_o + \Delta x) - f(x_o)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to ۰} \frac{(x_o + \Delta x)^۲ + ۳(x_o + \Delta x) - x_o^{\,۲} - ۳x_o}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to ۰} \frac{\Delta x(۲x_o + \Delta x + ۳)}{\Delta x} = ۲x_o + ۳ \Rightarrow f'(۱) = ۲(۱) + ۳ = ۵$$

$f'(۱) = \lim_{x \to ۱} \frac{f(x) - f(۱)}{x - ۱}$ .... یا از راه

۲۰-
$$f'(۱) = \lim_{x \to ۱} \frac{f(x) - f(۱)}{x - ۱} = \begin{cases} \lim_{x \to ۱^+} \frac{(x - ۱)(x - ۱)}{x - ۱} = \lim_{x \to ۱^+}(x - ۱) = ۰ \\ \lim_{x \to ۱^-} \frac{-(x - ۱)(x - ۱)}{x - ۱} = \lim_{x \to ۱^-}(-(x - ۱)) = ۰ \end{cases} \Rightarrow$$

f در $x_۰ = ۱$ مشتق‌پذیر است.

۲۱-
$$f'(۰) = \lim_{x \to ۰} \frac{f(x) - f(۰)}{x - ۰} = \lim_{x \to ۰} \frac{\left|۳x - x^۲\right|}{x} = \lim_{x \to ۰} \frac{|x|\left|۳ - x^۲\right|}{x}$$

$$= \begin{cases} \lim_{x \to ۰^+} x\frac{\left|۳ - x^۲\right|}{x} = ۳ \\ \lim_{x \to ۰^-} (-x)\left|۳ - x^۲\right| = -۳ \end{cases} \Rightarrow f'_-(۰) \neq f'_+(۰) \Rightarrow$$ f' در $x_۰ = ۰$ وجود ندارد

-۲۲

$$f'(۲) = \lim_{x\to ۲} \frac{f(x) - f(۲)}{x - ۲} =$$

$$\lim_{x\to ۲} \frac{(x - ۲)[x] - ۰}{x - ۲} = \lim_{x\to ۲} [x] = \begin{cases} \lim\limits_{x\to ۲^-} [x] = ۱ \\ \lim\limits_{x\to ۲^+} [x] = ۲ \end{cases} \Rightarrow \text{مشتق پذیر نیست}$$

-۲۳

$$f'(۱) = \lim_{\Delta x\to ۰} \frac{f(۱+\Delta x) - f(۱)}{\Delta x} \quad (۰/۲۵) = \lim_{\Delta x\to ۰} \frac{\left((۱ + \Delta x)^۲ - ۲(۱ + \Delta x)\right) - (-۱)}{\Delta x} \quad (۰/۲۵) =$$

$$= \lim_{\Delta x\to ۰} \frac{\Delta x\ (\Delta x)}{\Delta x} \quad (۰/۲۵) = ۰ \quad (۰/۲۵)$$

-۲۴

$$f'(x) = \lim_{\Delta x\to ۰} \frac{f(۲ + \Delta x) - f(۲)}{\Delta x} = \Delta x + ۴ = ۴$$

-۲۵

$$\lim_{x\to ۲} \frac{x^۲ - ۴}{x - ۲} = f'(۲) \quad (۰/۲۵) \quad \Rightarrow \quad f'(۲) = \lim_{x\to ۲} \frac{(x - ۲)(x + ۲)}{(x - ۲)} \quad (۰/۲۵) = \lim_{x\to ۲} (x + ۲) = ۴ \quad (۰/۵)$$

-۲۶

$$f'(x) = \lim_{x\to x_۰} \frac{f(x) - f(x_۰)}{x - x_۰} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow f'(۲) = \lim_{x\to ۲} \frac{x^۲ - ۱ - (۲^۲ - ۱)}{x - ۲} \quad (۰/۲۵) = \lim_{x\to ۲} \frac{x^۲ - ۴}{x - ۲}$$

$$= \lim_{x\to ۲} \frac{(x + ۲)(x - ۲)}{x - ۲} \quad (۰/۲۵) = \lim_{x\to ۲} (x + ۲) = ۲ + ۲ = ۴ \quad (۰/۲۵)$$

-۲۷

$$\lim_{x\to ۲} \frac{f(x) - f(۲)}{x - ۲} \quad (۰/۲۵) = \lim \frac{۲ - ۲}{x - ۲} \quad (۰/۲۵) = ۰ \quad (۰/۲۵)$$

-۲۸

$$f'(x) = \lim_{x\to x_۰} \frac{f(x) - f(x_۰)}{x - x_۰} = \lim_{x\to ۰} \frac{\frac{۱}{x+۱} - ۱}{x} \quad (۰/۲۵) = \lim_{x\to ۰} \frac{\frac{۱ - x - ۱}{x+۱}}{x} \quad (۰/۲۵) = \lim_{x\to ۰} \frac{-x}{x(x+۱)} \quad (۰/۲۵) = -۱ \quad (۰/۲۵)$$

$$f'(x) = \lim_{\Delta x\to ۰} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \quad \text{یا از راه}$$

۲۹-

$$f'(۲)=\lim_{x\to ۲}\frac{f(x)-f(۲)}{x-۲}=\lim_{x\to ۲}\frac{\frac{۱}{x+۱}-\frac{۱}{۳}}{x-۲}=$$

(۰/۲۵)

(۰/۲۵)

$$=\lim_{x\to ۲}\frac{\frac{۳-(x+۱)}{۳(x+۱)}}{x-۲}=\lim_{x\to ۲}\frac{\frac{-x+۲}{۳(x+۱)}}{x-۲}=\lim_{x\to ۲}\frac{-۱}{۳(x+۱)}=\frac{-۱}{۹}$$

۳۰-

$f(۱)=۲(۱)^{۳}-۱=۱$ (۰/۲۵) $\quad y'=۶x^{۲}-۱$ (۰/۲۵)

$m=-\frac{۱}{f'(۱)}=-\frac{۱}{۵}$ (۰/۲۵) $\quad y'-y_{۰}=m(x-x_{۰})\to y-۱=-\frac{۱}{۵}(x-۱)$ (۰/۵)

۳۱- خیر (۰/۲۵) , (۰/۲۵) وجود ندارد.

$$f'(۰)=\lim_{x\to ۰}\frac{f(x)-f(۰)}{x-۰}=\lim_{x\to ۰}\frac{x\sin\frac{۱}{x}-۰}{x}\ (۰/۵)=\lim_{x\to ۰}\sin\frac{۱}{x}$$

۳۲-

$$f'(a)=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}\ (۰/۲۵)\to$$

$$f'(۳)=\lim_{x\to ۳}\frac{\frac{۲}{x}-\frac{۲}{۳}}{x-۳}\ (۰/۲۵)=\lim_{x\to ۳}\frac{\frac{۶-۲x}{۳x}}{x-۳}\ (۰/۲۵)=\lim_{x\to ۳}\frac{-۲}{۳x}\ (۰/۲۵)=-\frac{۲}{۹}\ (۰/۲۵)$$

۳۳-

$$f'(۰)=\lim_{x\to ۰}\frac{f(x)-f(۰)}{x-۰}=\lim_{x\to ۰}\frac{\sqrt{x^{۲}(x+۱)}-۰}{x-۰}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}f'_{+}(۰)=\lim_{x\to ۰}\frac{x\sqrt{x+۱}}{x}\\ f'_{-}(۰)=\lim_{x\to ۰^{-}}\frac{-x\sqrt{x+۱}}{x}=-۱\end{cases}\Rightarrow f'_{+}(۰)\neq f'_{-}(۰)$$

f در نقطه‌ی $x_{۰}=۰$ مشتق‌پذیر نیست.

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\sqrt{4 - x - \Delta x} - \sqrt{4 - x}}{\Delta x} \times \frac{\sqrt{4 - x - \Delta x} + \sqrt{4 - x}}{\sqrt{4 - x - \Delta x} + \sqrt{4 - x}} \qquad -34$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{4 - x - \Delta x - 4 + x}{\Delta x \left(\sqrt{4 - x - \Delta x} + \sqrt{4 - x}\right)} = \frac{-1}{2\sqrt{4 - x}}$$

$$f'(1) = \lim_{x \to 1} \frac{\sqrt[3]{(x-1)^2} - 0}{x - 1} = \lim_{x \to 1} \frac{1}{\sqrt[3]{x-1}} = \begin{cases} \lim_{x \to 1^+} \frac{1}{\sqrt[3]{x-1}} = \frac{1}{0^+} = +\infty \\ \lim_{x \to 1^-} \frac{1}{\sqrt[3]{x-1}} = \frac{1}{0^-} = -\infty \end{cases} \qquad -35$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

(محاسبه یکی از حدود چپ یا راست کافی است)

f در $x_0 = 1$ مشتق‌پذیر نیست. (۰/۲۵)

$$f'_+(-1) = \lim_{x \to -1^+} \frac{f(x) - f(-1)}{x+1} = \lim_{x \to -1^+} \frac{x^3 + 1 - 0}{x+1} = 3 \qquad -36$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

$$f'_-(-1) = \lim_{x \to -1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x+1} = \lim_{x \to -1^-} \frac{x^2 - 1 - 0}{x+1} = -2$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

چون $f'_+(-1) \neq f'_-(-1)$ پس تابع f در $x = -1$ مشتق‌پذیر نیست. (۰/۲۵)

$f(x) = x^2 + 3x$ (۰/۵) ، $a = -2$ (۰/۲۵) -37

$$y = (3x - 4)(2 - 5x)^4 \Rightarrow y' = 3(2 - 5x)^4 + 4(2 - 5x)^3 (-5)(3x - 4) \qquad -38$$

$$y = 2\sin^3 x + \cos 4x \Rightarrow y' = 2 \times 3\sin^2 x \cdot \cos x - 4\sin 4x \qquad -39$$

-۴۰ $f(x)=\frac{۱-\sin x}{۱+\cos x}\rightarrow y'=\frac{-\cos x(۱+\cos x)+\sin x\ (۱-\sin x)}{(۱+\cos x)^{۲}}$

$$y'=\frac{-\cos x-\cos^{۲}x+\sin x-\sin^{۲}x}{(۱+\cos x)^{۲}}=\frac{-\cos x+\sin x-۱}{(۱+\cos x)^{۲}}$$

-۴۱ $f(x)=\sqrt{\frac{x+۱}{x-۲}}\rightarrow y'=\frac{\frac{x-۲-x-۱}{(x-۲)^{۲}}}{۲\sqrt{\frac{x+۱}{x-۲}}}=\frac{-۳}{۲(x-۲)^{۲}\sqrt{\frac{x+۱}{x-۲}}}$

-۴۲- الف) $y'=\frac{۰\times(x^{۲}+۳x+۲)-(۲x+۳)\times ۱}{(x^{۲}+۳x+۲)^{۲}}=\frac{-۲x-۳}{(x^{۲}+۳x+۲)^{۲}}$

ب) $y'=\frac{۲x-۴}{۲\sqrt{x^{۲}-۴x}}=\frac{x-۲}{\sqrt{x^{۲}-۴x}}$

پ) $y'=۳\cos ۳x\times\cos ۲x-۲\sin ۳x\times\sin ۲x$

ت) $y'=۵\times ۲\times \tan ۵x\times(۱+\tan^{۲}۵x)=۱۰\tan ۵x\times(۱+\tan^{۲}۵x)$

-۴۳ $\lim_{x\to -۱^{+}} f(x)=\lim_{x\to -۱^{+}}(۲x^{۲}+۳)=۲(-۱)^{۲}+۳=۵$

$\lim_{x\to -۱^{-}} f(x)=\lim_{x\to -۱^{-}}(x^{۲}+۲)=(-۱)^{۲}+۲=۳$

حد چپ و راست تابع در نقطه $x=-۱$ با هم برابر نیستند پس در این نقطه حد ندارد.

-۴۴ $y'=۳\times ۲x\times \tan^{۲}(x^{۲})(۱+\tan^{۲}(x^{۲}))$ (۰/۵) $+\left[-۵\sin\left(۵x-\frac{\pi}{۴}\right)\right]$ (۰/۲۵)

-۴۵ $y'=\frac{۵\times ۲\ (۲x+۱)^{۴}\ x\sqrt{x}-\left(\sqrt{x}+\frac{۱}{۲\sqrt{x}}x\right)(۲x+۱)^{۵}}{(x\sqrt{x})^{۲}}$

-۴۶

الف) $f'(x) = \frac{۲x - ۵}{۳\sqrt[۳]{(x^۲ - ۵x)^۲}} . \text{Sin}(۳x) + ۳\cos(۳x) . \sqrt[۳]{x^۲ - ۵x}$

$g'(x) = \frac{۵}{\sqrt{۱ - (۵x)^۲}} - \left(-\frac{۱}{x^۲}\right)\left(۱ + \tan^۲\left(\frac{۱}{x}\right)\right)$

ب) $y' = (۱۰x - ۱)\, f'(۵x^۲ - x) = (۱۰x - ۱)\sqrt{(۵x^۲ - x)^۲ + ۱}$

۴۷- الف)

۱) $y' = \frac{۵(۲ - ۳x^۲)(۲x - x^۳)^۴(\sqrt{x} - ۱) - \frac{۱}{۲\sqrt{x}}(۲x - x^۳)^۵}{(\sqrt{x} - ۱)^۲}$

۲) $y' = ۳\,\text{Sin}^۲x . \text{Cos}\,x - ۴\left(\frac{۱}{۱ + x^۲}\right)$

۳) $۳x^۲ + ۲y + ۲xy' + ۲yy' = ۰ \Rightarrow y' = \frac{-(۳x^۲ + ۲y)}{۲x + ۲y}$

ب)

$f'(x) = (۶x - ۲)\, g'(۳x^۲ - ۲x) \Rightarrow f'(۱) = ۴$

۴۸- الف)

$f'(x) = -\frac{۱}{x^۲}\text{Cos}\left(\frac{۱}{x}\right) + \frac{۲x - ۵}{۳\sqrt[۳]{(x^۲ - ۵x)^۲}}$

$g'(x) = \frac{-(-۲)}{۱ + (۱ - ۲x)^۲} + ۴(۲ - ۳x^۲)(۲x - x^۳)^۳$

ب)

$f'(x) = ۳\,\text{Cos}\,x + \text{Sin}\,x$

$y' = \frac{۱}{۲\sqrt{x}} \times f'(\sqrt{x}) = \frac{۱}{۲\sqrt{x}}(۳\,\text{Cos}\sqrt{x} + \text{Sin}\sqrt{x})$

۴۹- الف) $y' = \cos x \cos x - \sin x \sin x = \cos^{۲} x - \sin^{۲} x$

ب) $f'(x) = ۳x^{۲} - \frac{-۱ - ۲x}{۲\sqrt{۱ - x - x^{۲}}}$

پ) $y' = \frac{-۴x\left(x^{۳} + x - ۱\right) - \left(۳x^{۲} + ۱\right)\left(۳ - ۲x^{۲}\right)}{\left(x^{۳} + x - ۱\right)^{۲}}$

۵۰- $y' = \frac{۳x^{۲} + ۲}{۵\sqrt[۵]{\left(x^{۲} + ۲x\right)^{۴}}}$

۵۱- $y' = ۳(۲ - ۵x)^{۴} + ۴(۲ - ۵x)^{۳}(-۵)(۳x - ۴)$

۵۲- $y' = ۶\sin^{۲} x \cos x - ۴\sin ۴x$

۵۳- $y' = \frac{۲x(۳x + ۵)^{۲} - ۲(۳x + ۵)۳ \times \left(x^{۲} - ۱\right)}{(۳x + ۵)^{۴}}$

۵۴- $y' = ۳\sin^{۲} x \cos x \,.\, \cot g\, ۲x + (-۲)\left(۱ + \cot g^{۲} ۲x\right)\left(\sin^{۳} x\right)$

۵۵- $y' = \frac{۲(۲)}{۳\sqrt[۳]{(۲x - ۱)}}\cos x + (-\sin x)\sqrt[۳]{(۲x - ۱)^{۲}}$

۵۶- $y' = \frac{\left(\frac{۱}{۳\sqrt[۳]{x^{۲}}}(۲x - ۱)^{۵} + ۵ \times ۲(۲x - ۱)^{۴} \times \sqrt[۳]{x}\right)\left(x^{۳} - ۴x\right) - \left(۳x^{۲} - ۴\right)\sqrt[۳]{x}(۲x - ۱)^{۵}}{\left(x^{۳} - ۴x\right)^{۲}}$

۵۷- $y' = \frac{\frac{۲}{۳\sqrt[۳]{(۲x)^{۲}}}\left(x^{۳} + x\right) - \left(۳x^{۲} + ۱\right)\sqrt[۳]{۲x}}{\left(x^{۳} + x\right)^{۲}}$

۵۸- $y' = ۷\cos ۷x - \frac{۱}{۲\sqrt{x}}\sin\sqrt{x}$

۵۹- $y' = \frac{۱}{۳\sqrt[۳]{x^۲}}\left(\sin^۲ x - ۳\cos x\right) + \left(۲\sin x\cos x + ۳\sin x\right)\sqrt[۳]{x}$

۶۰- $y' = \frac{۳x^۲\left(۵x^۲\right) - ۱۰x\left(x^۳ + ۲\right)}{\left(۵x^۲\right)^۲}$

۶۱- $y' = ۵\sin^۴ x\cos x + \frac{۲}{x^۳}\sin\left(\frac{۱}{x^۲}\right)$ (۰/۲۵) (۰/۵)

۶۲- $y' = \frac{۱}{۳\sqrt[۳]{x^۲}}\left(x^۲ - ۱\right)^۷ + ۷\times\ ۲x\left(x^۲ - ۱\right)^۶\sqrt[۳]{x}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۶۳- $y' = \frac{۶x\left(x^۳+۲\right) - ۳x^۲\left(۳x^۲+۱\right)}{\left(x^۳+۲\right)^۲}$ (۰/۵) (۰/۲۵)

۶۴- $y' = ۳x^۲ - \frac{۱}{x^۲}$ (۰/۵)

۶۵- $f(x) = \frac{۱}{x} - ۲x \Rightarrow f'(x) = \frac{-۱}{x^۲} - ۲ \Rightarrow f''(x) = \frac{۲}{x^۳} \Rightarrow \ldots\ldots \Rightarrow f^{(n)}(x) = \frac{(-۱)^n n!}{x^{n+۱}}$

۶۶- $f'(x) = ۴\left(۳x^۲ - ۲\right)\left(x^۳ - ۲x + ۱\right)^۳ + \frac{-۲}{(۲x + ۱)^۲}$

۶۷- $g'(x) = \frac{۱}{۲\sqrt{x}}\cos\sqrt{x}\times\ \cos ۲x - ۲\sin ۲x\times\ \sin\sqrt{x}$

$$h'(x)=\frac{\frac{-2x}{2\sqrt{4-x^2}}\times x^3-3x^2\left(\sqrt{4-x^2}\right)}{x^6}$$ -۶۸

$$f'(x)=\frac{-a}{x^2}+1 \quad (0/25) \Rightarrow \frac{-a}{(1)^2}+1=3 \quad (0/25) \Rightarrow a=-2 \quad (0/25)$$ -۶۹

$$S=\pi r^2 \Rightarrow r=2$$
$$\frac{ds}{dt}=\frac{ds}{dr}\times\frac{dr}{dt}=2\pi r\times 3=12\pi$$ -۷۰

$$R_1=2\ ,\ R_2=4 \qquad \text{مساحت دایره } S=\pi R^2$$
$$\frac{\Delta S}{\Delta R}=\frac{S(R_2)-S(R_1)}{R_2-R_1}=\frac{\pi(4)^2-\pi(2)^2}{4-2}=\frac{12\pi}{2}=6\pi$$ -۷۱

$$S(t)=t^2+3t+1 \xrightarrow{V(t)=S'(t)} V(t)=2t+3$$
$$\frac{\Delta S}{\Delta t}=\frac{s(t_2)-s(t_1)}{t_2-t_1}=\frac{\left(4^2+3(4)+1\right)-\left(2^2+3(2)+1\right)}{4-2}=\frac{29-11}{2}=9\ m/s \quad \text{سرعت متوسط}$$
$$\frac{ds}{dt}=2t+3 \xrightarrow[t=3]{\text{به ازای}} 2(3)+3=9 \quad \text{سرعت لحظه‌ای}$$ -۷۲

$$\begin{cases} \text{مساحت دایره}: S=\pi R^2 \to S(R)=\pi R^2 \to \frac{dS}{dR}=2\pi R \\ \text{قطر دایره}: 2R=40 \to R=20 \end{cases} \Rightarrow \frac{dS}{dR}=2\pi(20)=40\pi$$ -۷۳

$$S=\pi R^2 \to S'(R)=2\pi R \xrightarrow{R=4} \frac{dS}{dR}=8\pi$$ -۷۴

۷۵- اگر متغیر t را زمان فرض کنیم و شعاع را تابعی بر حسب زمان در نظر بگیریم پس:

مساحت $S(R)=\pi R^2$ $\qquad \frac{ds}{dt}=\frac{ds}{dR}\times\frac{dR}{dt}=2\pi R\times\frac{dR}{dt}\Rightarrow\frac{ds}{dt}=2\pi\times 3\times 2=12\pi$

$\left(\frac{dR}{dt}=2\ \frac{cm}{s}\ ,\ R=3cm\right)$

۷۶- $\frac{dr}{dt} = -۳ \rightarrow \frac{ds}{dt} = \frac{\frac{ds}{dr}}{\frac{dt}{dr}} = \frac{ds}{dr} \times \frac{dr}{dt}$ (۰/۲۵) $= ۸\pi \times ۵ \times (-۳)$ (۰/۲۵) $= -۱۲۰\pi$ (۰/۲۵)

۷۷- $S = \pi R^{۲} \Rightarrow S' = ۲\pi R \Rightarrow S'(۲) = ۴\pi$

۷۸- $v = \frac{۴}{۳}\pi R^{۳}$ $\qquad \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dR} \times \frac{dR}{dt} = ۴\pi R^{۲} \times ۰/۰۳ = ۴\pi(۵)^{۲} \times ۰/۰۳ = ۳\pi$

۷۹- $S = ۴\pi R^{۲} \Rightarrow S' = ۸\pi R \Rightarrow S' = ۸\pi(۳) = ۲۴\pi$

$V = \frac{۴}{۳}\pi R^{۳} \Rightarrow V' = ۴\pi R^{۲} \Rightarrow V' = ۴\pi(۳)^{۲} = ۳۶\pi$

۸۰- $S = x^{۲}$ $\quad \frac{ds}{dp} = \frac{ds}{dx} \times \frac{dx}{dp} = ۲x \times \frac{۱}{۴} = \frac{x}{۲}$
$P = ۴x$

۸۱- $V = \frac{۴}{۳}\pi R^{۳}$

$\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dR} \times \frac{dR}{dt} = ۴\pi R^{۲} \times ۰/۰۳ = ۱۲\pi$

۸۲- $S = \pi R^{۲} \Rightarrow \begin{cases} R_۱ = ۲ \Rightarrow S_۱ = ۴\pi \\ R_۲ = ۳ \Rightarrow S_۲ = ۹\pi \end{cases}$ (۰/۵)

آهنگ تغییر $= \frac{S_۲ - S_۱}{R_۲ - R_۱} = \frac{۹\pi - ۴\pi}{۳ - ۲} = ۵\pi$ (۰/۲۵)

۸۳- $s = x^{۲}$, $p = ۴x$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = \frac{p}{۴}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow s = \frac{p^{۲}}{۱۶}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow s' = \frac{p}{۸}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow s'_{(۱۶)} = ۲$ (۰/۲۵)

۸۴- $۶x\frac{dx}{dt} - ۲y\frac{dy}{dt} + ۲y\frac{dx}{dt} + ۲x\frac{dy}{dt} = ۰ \Rightarrow (۶x + ۲y)\frac{dx}{dt} + (۲x - ۲y)\frac{dy}{dt} = ۰ \Rightarrow (۱۰ \times (-۲))\frac{dy}{dt} = ۰ \Rightarrow \frac{dy}{dt} = -۱۰$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۸۵- اگر ضلع مربع را x درنظربگیریم و مساحت را با s و محیط را با P نشان دهیم آن‌گاه:

$\left.\begin{matrix} s = x^{۲} \rightarrow x = \sqrt{s} \\ P = ۴x \end{matrix}\right\} \rightarrow P(s) = ۴\sqrt{s}$ (۰/۵) $\rightarrow P'(s) = \frac{۲}{\sqrt{s}}$ (۰/۲۵) $\rightarrow P'(۹) = \frac{۲}{۳}$ (۰/۲۵)

o.shahidi56@gmail.com www.shmath.ir

-۸۶ $S = \pi r^{۲}\ ,\ P = ۲\pi r$

$$\frac{ds}{dp} = \frac{۲\pi r}{۲\pi} = r$$

-۸۷ $$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_۱+\Delta x)-f(x_۱)}{\Delta x} = \frac{۸/۲۹-۷}{۰/۳} = ۴/۳$$ (۰/۷۵)

-۸۸ $$\frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{f(x_۲)-f(x_۱)}{x_۲-x_۱} = \frac{۵-۲}{۲۵-۴} = \frac{۳}{۲۱}$$ (۱)

(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

-۸۹ $V = \frac{۴}{۳}\pi r^{۳}\ ,\ \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dr}\times\frac{dr}{dt} = ۴\pi r^{۲}\times ۰/۹ = ۳/۶\pi\times ۰/۲۵ = ۰/۹\pi$ (۰/۲۵)

-۹۰ $s(P) = \frac{p^{۲}}{۴\pi} \Rightarrow s'(P) = \frac{p}{۲\pi} \Rightarrow s'(۵\pi) = \frac{۵\pi}{۲\pi} = \frac{۵}{۲}$

(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

راه دوم: $S'_P = \frac{d_s}{d_p} = \frac{\left(\frac{d_s}{d_r}\right)}{\left(\frac{d_p}{d_r}\right)} = \frac{S'_r}{P'_r} = \frac{۲\pi r}{۲\pi} = \frac{P}{۲\pi} = \frac{۵\pi}{۲\pi} = \frac{۵}{۲}$

-۹۱ (۰/۲۵)

$S = \pi r^{۲}\ ,\ P = ۲\pi r \qquad \frac{S'}{P'} = \frac{۲\pi r}{۲\pi} = r \rightarrow \frac{S'(۵)}{P'(۵)} = ۵$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵)

-۹۲ x: ضلع قاعده
h: ارتفاع مکعب مستطیل
$\Rightarrow V = x^{۲}.h$ (۰/۲۵)

$V'(t) = ۲x.h.x'(t) + x^{۲}.h'(t)$ (۰/۵)

$۱۰۰ = ۲\times ۵\times ۱۰\times ۰/۱ + ۲۵\times h'(t)$ (۰/۲۵)

$h'(t) = \frac{۱۸}{۵}$ متر در ثانیه (۰/۲۵)

۹۳- $y'_t = \frac{(-x^2+1)x'_t}{(x^2+1)^2} \Rightarrow y'_t = \frac{-6}{5}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۹۴- $g'(x) = 6\cos x \sin^2 x - 2x \sin x^2$

۹۵- الف) $f'(x) = \frac{2x+5}{2\sqrt{x^2+5x}}$

ب) $g'(x) = 5(2)(4x^3-3)(x^4-3x+2)^4$

پ) $h'(x) = 2\sin x \cos x - 5\sin 5x$

۹۶- الف) $y' = \frac{\frac{2}{2\sqrt{2x}}(x^2+1) - 2x\sqrt{2x}}{(x^2+1)^2}$

ب) $y' = 3\sin^2 x \cos x + \frac{-\sin x}{5\sqrt[5]{\cos^4 x}}$

ج) $y' = 5(x^2-x+1)^3 + 3(x^2-x+1)^2(2x-1)5x$

۹۷- $y' = (x^2-3x)' f'(x^2-3x) \Rightarrow y' = (2x-3)\frac{x^2-3x}{x^2-3x-1}$

۹۸-

۹۹- $f'(x) = 2x-5$

$y = f(\cos x) \rightarrow y' = (\cos x)' f'(\cos x) = -\sin x(2\cos x - 5)$

-۱۰۰ $$y = \text{Arc}\sin\frac{x-۱}{x+۱} \rightarrow y' = \frac{\frac{۱(x+۱)-۱(x-۱)}{(x+۱)^۲}}{\sqrt{۱-\left(\frac{x-۱}{x+۱}\right)^۲}} = \frac{۲}{(x+۱)^۲ \cdot \sqrt{۱-\left(\frac{x-۱}{x+۱}\right)^۲}}$$

$$\xrightarrow{\text{مختصات } \begin{vmatrix}۱\\۰\end{vmatrix} \text{ در مشتق } A} m_{\text{مماس}} = \frac{۲}{(۱+۱)^۲\sqrt{۱-\left(\frac{۱-۱}{۱+۱}\right)^۲}} = \frac{۲}{۴} = \frac{۱}{۲}$$

$$D: y - y_A = m\left(x - x_A\right) \rightarrow D: y - ۰ = \frac{۱}{۲}(x-۱) \Rightarrow D: y = \frac{۱}{۲}(x-۱)$$

-۱۰۱ $$y = \text{Arc}\cos\left(x^۲ - x\right) \Rightarrow y' = \frac{-(۲x-۱)}{\sqrt{۱-\left(x^۲-x\right)^۲}}$$

-۱۰۲ $$y' = \cos x\ f'(\sin x) = \cos x\left(\sin^۲ x + \sin x\right)$$

-۱۰۳ $$g'(x) = \left(f\left(x^۳ + x - ۱\right)\right)' = \left(۳x^۲ + ۱\right) f'\left(x^۳ + x - ۱\right) \Rightarrow g'(۰)$$
$$= (۳ \times ۰ + ۱)\ f'(۰ + ۰ - ۱) = ۱ \times f'(-۱) = ۱۲$$

-۱۰۴ الف) $$y' = ۵ \times ۲ \times \sin ۵x \times \cos ۵x \Rightarrow y' = ۵\sin ۵x \cos ۵x$$

ب) $$y' = ۳ \times ۲x \times \left(x^۳ - ۴x\right) + ۳x^۲ \times \left(۳x^۲ - ۴\right)$$
$$= ۶x^۴ - ۲۴x^۲ + ۹x^۴ - ۱۲x^۲ = ۱۵x^۴ - ۳۶x^۲$$

پ) $$y' = \frac{۰ \times \left(x^۲ + ۴x - ۵\right) - ۱ \times (۲x+۴)}{\left(x^۴ + ۴x - ۵\right)^۲} = \frac{-۲x - ۴}{\left(x^۲ + ۴x - ۵\right)^۲}$$

ت) $$y' = \frac{۳x^۲ - ۳}{۲\sqrt{x^۳ - ۳x + ۵}}$$

-۱۰۵ $$y' = \cos x\ .\ f'(\sin x)\ \text{(۰/۲۵)} = \cos x\ .\ \sin^۲ x\ \text{(۰/۲۵)}$$

-۱۰۶

الف) $f'(x) = \dfrac{۱۲x - ۱}{۲\sqrt{۶x^۲ - x - ۴}}$

ب) $g'(x) = ۶ \cos x \sin^۲ x - ۲x \sin x^۲$

ج) $h'(x) = ۳ \left[-\dfrac{۲}{x^۲} + \dfrac{۱}{۲\sqrt{x}}\right] \left[\dfrac{۲}{x} + \sqrt{x}\right]^۲$

-۱۰۷

الف) $f'(x) = \dfrac{\dfrac{-۲x}{۲\sqrt{۴ - x^۲}} \times x^۳ - ۳x^۲\sqrt{۴ - x^۲}}{x^۶}$

ب) $g'(x) = ۲ (-۲x) \cos\left(۱ - x^۲\right) \sin\left(۱ - x^۲\right) + \dfrac{۱}{۲\sqrt{x}} \times \left(۱ + \tan^۲\sqrt{x}\right)$

ج) $h'(x) = ۳ \left(-۱۲ x^۲\right)\left(۷ - ۴x^۳\right)^۲$

-۱۰۸

الف) $f'(x) = \dfrac{-۱}{(x + ۱)^۲} + ۳ \left(\sqrt{x}\right)^۲ \dfrac{۱}{۲\sqrt{x}}$

ب) $g'(x) = \dfrac{۶ - ۶}{۴\sqrt[۴]{(۳ - ۲x)}}$

ج) $h'(x) = ۶ \cos ۲x \sin^۲ ۲x - \dfrac{۱}{۲}\left(۱ + \cot^۲ \dfrac{x}{۲}\right)$

-۱۰۹

الف) $f'(x) = ۴ \left(۱۵x^۲ - ۲\right) \left(۵x^۲ - ۲x + ۱\right)^۳$

ب) $g'(x) = ۲ \sin x \cos x + \dfrac{\sin x}{۲}$

ج) $h'(x) = \dfrac{\dfrac{۳ (x + ۲) - ۳x}{(x + ۲)^۲}}{۲ \times \sqrt{\dfrac{۳x}{x + ۲}}}$

-۱۱۰

$y' = \dfrac{۲}{۲\sqrt{۲x}} \times f'\left(\sqrt{۲x}\right) = \dfrac{۱}{\sqrt{۲x}} \times \left(\sqrt{۲x}\right)^۲ = \dfrac{۲x}{\sqrt{۲x}} = \sqrt{۲x}$

-۱۱۱ $y' = \frac{۲x}{۱ + (x^۲)^۲} - ۲(۳)\ \cos ۳x\ \sin ۳x$

-۱۱۲ $y' = ۳(\text{Arc}\cot g\, x)^۲ \times \frac{-۱}{۱ + x^۲}$

-۱۱۳ $y' = ۲\left(\frac{۲}{x} - \sqrt{x}\right)\left(\frac{-۲}{x^۲} - \frac{۱}{۲\sqrt{x}}\right) + \frac{۲}{۱ + (۲x - ۵)^۲}$

-۱۱۴ $y' = \frac{-(۲x - ۳)}{۱ + (x^۲ - ۳x)^۲}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

-۱۱۵ الف) $f'(x) = \frac{(x + ۱) - (x - ۱)}{(x + ۱)^۲} = \frac{۲}{(x + ۱)^۲}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

ب) $g'(x) = ۲\cos x - \sin x$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

ج) $h'(x) = \frac{۲x + ۳}{۲\sqrt{x^۲ + ۳x}}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

-۱۱۶ الف) $f'(x) = \frac{(۲x + ۵)(۲x - ۱) - ۲(x^۲ + ۵x)}{(۲x - ۱)^۲}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

ب) $y' = ۲(۳\sin^۲ x \cos x) + ۴(۲\cos x(-\sin x))$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

ج) $f'(x) = \frac{-۲x}{۲\sqrt{۹ - x^۲}}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

-۱۱۷

الف) $y' = \dfrac{۹x^{۲} - ۴}{۲\sqrt{۳x^{۲} - ۴x + ۵}}$ ۰/۲۵ ۰/۲۵

ب) $y' = ۲\left(۱ + \tan^{۲} ۲x\right)$ ۰/۲۵ $- \operatorname{Sin} x$ ۰/۲۵

پ) $y' = \dfrac{-\frac{۱}{۲}\sqrt{x}(-۳)}{\left(\sqrt{x}\right)^{۲}}$ ۰/۵ ۰/۲۵

ت) $y' = ۳\ (۲)\ (۲x - ۱)^{۲}\left(x^{۲} - x\right)$ ۰/۵ $+ (۲x - ۱)\ (۲x - ۱)^{۲}$ ۰/۲۵

-۱۱۸

الف) $y' = \dfrac{۲x - ۲}{۲\sqrt{x(x - ۲)}}$ ۰/۲۵

ب) $y' = \dfrac{\operatorname{Cos} x\ (۱ + \operatorname{Cos} x) - (- \operatorname{Sin} x)\ (\operatorname{Sin} x)}{(۱ + \operatorname{Cos} x)^{۲}}$ ۰/۷۵

پ) $y' = ۱۲\ (۲x - ۴)\left(x^{۲} - ۴x\right)^{۱۱} - \dfrac{۱}{x^{۲}}$ ۰/۷۵

-۱۱۹

الف) $۲\left(\operatorname{Sin}\dfrac{\pi x}{۶}\right)\left(\dfrac{\pi x}{۶}\right)' \operatorname{Cos}\left(\dfrac{\pi x}{۶}\right) = ۲\left(\operatorname{Sin}\dfrac{\pi x}{۶}\right)\left(\dfrac{\pi}{۶}\right)\operatorname{Cos}\left(\dfrac{\pi x}{۶}\right)$

ب) $= ۳\left[\dfrac{x - ۲}{۳x}\right]^{۲}\left[\dfrac{۳x - ۳(x - ۲)}{۹x^{۲}}\right]$

ج) $\dfrac{- \operatorname{Sin} x}{۲\sqrt{\operatorname{Cos} x}} + \dfrac{۱}{۲\sqrt{x}}$ ۰/۷۵

-۱۲۰

الف) $f'(x) = ۲\left(\dfrac{۲x + ۱}{۳x + ۲}\right)\left(\dfrac{۲(۳x + ۲) - ۳(۲x + ۱)}{(۳x + ۲)^{۲}}\right)$ ۰/۷۵

ب) $g'(x) = ۴x\left(۱ + \tan^{۲}\left(۲x^{۲} + ۱\right)\right)$ ۰/۲۵ $\operatorname{Sin} x + \tan\left(۲x^{۲} + ۱\right) \operatorname{Cos} x$ ۰/۲۵

ج) $h'(x) = \dfrac{۲x}{۲\sqrt{x^{۲} + ۳}}$ ۰/۵

-۱۲۱ $V_{(x)} = x^{۳}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow V_{(۲)} = ۸ \ , \ V_{(۵)} = ۱۲۵$ (۰/۲۵)

$$\frac{\Delta V}{\Delta x} = \frac{V_{(۵)} - V_{(۲)}}{۵ - ۲} = \frac{۱۱۷}{۳} = ۳۹ \quad (۰/۲۵)$$

-۱۲۲ الف) $f'(x) = \dfrac{۳x^{۲} + ۲}{۲\sqrt{x^{۳} + ۲x}}$ (۰/۵)

ب) $g'(x) = -۶ \operatorname{Sin} ۳x \operatorname{Cos} ۳x - ۲ \operatorname{Cos} ۲x$ (۰/۷۵)

ج) $h'(x) = ۳\left(\dfrac{۵}{(۲x + ۳)^{۲}}\right)\left(\dfrac{x - ۱}{۲x + ۳}\right)^{۲}$ (۰/۷۵)

-۱۲۳ $f'(x) = \dfrac{۳(۶x)(۳x^{۲} - ۱)^{۲}(x+۱) - (۱ \times (۳x^{۲} - ۱)^{۳})}{(x+۱)^{۲}}$ (۰/۷۵)

-۱۲۴ $g'(x) = \dfrac{۶ \operatorname{Sin} ۳x}{۲\sqrt{۱ - ۲ \operatorname{Cos} ۳x}}$ (۰/۷۵)

-۱۲۵ $k'(x) = \dfrac{۲}{۱+x^{۲}} + \dfrac{۳}{\sqrt{۱ - x^{۲}}} - \dfrac{۴}{x^{۲}}$ (۰/۷۵)

-۱۲۶ $f'(x) = \dfrac{۲}{۲\sqrt{۲x+۵}} \operatorname{Cos} \sqrt{۲x+۵}$

(۰/۵) (۰/۲۵)

-۱۲۷ $g'(x) = \dfrac{\dfrac{۱}{۲\sqrt{x}}(۲x+۱)^{۳} - ۳(۲)(۲x+۱)^{۲}\sqrt{x}}{(۲x+۱)^{۶}}$

(۰/۵) (۰/۵) (۰/۲۵)

-۱۲۸ $k'(x) = (۱ + \tan^{۲} x) \operatorname{Cos}^{-۱} x + \dfrac{-۱}{\sqrt{۱ - x^{۲}}}(۱ + \tan x)$

(۰/۵) (۰/۵)

-۱۲۹ $y' = ۳\tan^۲ x\left(۱+\tan^۲ x\right)+\frac{۱}{\sqrt{۱-x^۲}}$ (۰/۵) (۰/۵)

-۱۳۰ $y'= \frac{\left(۵x^۴+۲\sin ۲x\right)}{۳\sqrt[۳]{\left(x^۵-\cos ۲x\right)^۲}}$ (۰/۵) (۰/۵)

-۱۳۱ $y'=۳\times ۴\times ۲\times (۲x-۵)^۳+\frac{۱}{۳}\sqrt[۳]{x^۲}$ (۰/۵) (۰/۵)

-۱۳۲ $y'=\frac{\left(\frac{۱}{۲\sqrt{x}}\cos\sqrt{x}\right)\left(۱+x^۲\right)-(۲x)\left(\sin\sqrt{x}\right)}{\left(۱+x^۲\right)^۲}$ (۰/۵) (۰/۵) (۰/۲۵)

-۱۳۳ $g'(x)=۳x^۲$ (۰/۲۵) $\Rightarrow g'(۱)=۳$ (۰/۲۵)
$(fog)'(۱)=g'(۱)\times f'(g(۱))=۳\times f'(۰)=۳\times ۴=۱۲$ (۰/۲۵)
(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

-۱۳۴ $(۳,a)\in f^{-۱} \Rightarrow (a,۳)\in f \Rightarrow \sqrt{a^۳+۱}=۳ \Rightarrow a=۲$ (۰/۲۵)

$f'(x)=\frac{۳x^۲}{۲\sqrt{x^۳+۱}}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $\Rightarrow f'(۲)=۲$ (۰/۲۵) $\left(f^{-۱}\right)'(۳)=\frac{۱}{f'(۲)}=\frac{۱}{۲}$ (۰/۲۵) $y-۲=\frac{۱}{۲}(x-۳)$

(۰/۲۵)

-۱۳۵ $y' = ۵(۲x+۳)^۴(۲)(\sin x)+(\cos x)(۲x+۳)^۵$ (۰/۵) (۰/۵)

-۱۳۶ $y' = \frac{-۱}{(x+۱)^۲}+\frac{۱}{۱+x^۲}$ (۰/۵) (۰/۵)

۱۳۷- $y' = \frac{۱۰x}{۳\sqrt[۳]{(۵x^۲ - ۱)^۲}}$ (۰/۲۵) (۰/۵)

۱۳۸- $\begin{vmatrix}۲\\a\end{vmatrix} \in f^{-۱} \Rightarrow \begin{vmatrix}a\\۲\end{vmatrix} \in f \Rightarrow \sqrt{a^۳ + ۳} = ۲ \Rightarrow a = ۱$

$f'(x) = \frac{۳x^۲}{۲\sqrt{x^۳ + ۳}} \Rightarrow f'(۱) = \frac{۳}{۴}$ $\qquad m = (f^{-۱})'(۲) = \frac{۱}{f'(۱)} = \frac{۴}{۳}$ شیب مماس

$\Rightarrow m' = -\frac{۳}{۴} \Rightarrow$ معادله ی قائم $y - ۱ = \frac{۳}{۴}(x - ۲) \Rightarrow y = -\frac{۳}{۴}x + \frac{۵}{۲}$

۱۳۹- $\begin{vmatrix}-۲\\a\end{vmatrix} \in f^{-۱} \Rightarrow \begin{vmatrix}a\\-۲\end{vmatrix} \in f \rightarrow \sqrt[۳]{۲a^۳ + ۶a} = -۲ \Rightarrow a^۳ + ۳a + ۴ = ۰ \Rightarrow a = -۱$

$f'(x) = \frac{۲x^۲ + ۲}{\sqrt[۳]{(۲x^۳ + ۶x)^۲}} \Rightarrow f'(-۱) = ۱ \Rightarrow (f^{-۱})'(-۲) = \frac{۱}{f'(-۱)} = ۱$

$\Rightarrow$ معادله مماس $y + ۱ = ۱(x + ۲) \Rightarrow y = x + ۱$

۱۴۰- $\begin{vmatrix}-۱\\a\end{vmatrix} \in f^{-۱} \Rightarrow \begin{vmatrix}a\\-۱\end{vmatrix} \in f \Rightarrow \frac{a - ۵}{a + ۱} = -۱ \Rightarrow a - ۵ = -a - ۱ \Rightarrow a = ۲$

$f'(x) = \frac{۶}{(x + ۱)^۲} \Rightarrow (f^{-۱})'(-۱) = \frac{۱}{f'(۲)} = \frac{۱}{\frac{۶}{۹}} = \frac{۳}{۲}$

۱۴۱- $x^۲ - x + ۳ = ۳ \Rightarrow x(x - ۱) = ۰ \begin{cases} x = ۰ & \text{غ ق ق} \\ x = ۱ & \text{ق ق} \end{cases} \longrightarrow A'\begin{vmatrix}۳\\۱\end{vmatrix}$

$(f^{-۱})'(b) = \frac{۱}{f'(a)}$, $f'(x) = ۲x - ۱ \Rightarrow f'(۱) = ۱ \Rightarrow (f^{-۱})'(۳) = ۱$

۱۴۲- $A\begin{vmatrix}a\\۴\end{vmatrix}$ $a^۳ + ۲a + ۱ = ۴ \Rightarrow a^۳ + ۲a - ۳ = ۰ \Rightarrow a = ۱$ $A'\begin{vmatrix}۴\\۱\end{vmatrix}$ $f'(x) = ۳x^۲ + ۲$

$m = (f^{-۱})'(۴) = \frac{۱}{f'(۱)} = \frac{۱}{۵} \Rightarrow m' = -۵ \Rightarrow y - ۱ = -۵(x - ۴)$

۱۴۳- $y' = f'(\sin x) \times \cos x = ۲\sin x \times \cos x$

-۱۴۴ $b=f(a)\Rightarrow ۲=a+a^{۳}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a=۱$ (۰/۲۵)

$(f^{-۱})'(b)=\frac{۱}{f'(a)}=\frac{۱}{۱+۳a^{۲}}=\frac{۱}{۴}$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

-۱۴۵ $g(۰)=۱$ (۰/۲۵) , $g'(x)=۳x^{۲}+۳$ (۰/۲۵)

$(fog)'(۰)=f'(g(۰))\times g'(۰)=۲\times ۳=۶$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵)

-۱۴۶ $(۱,b)\in D_f\Rightarrow (b,۱)\in D_{f^{-۱}}\Rightarrow b=f(۱)=۴$ (۰/۲۵) , $f'(x)=۳x^{۲}+۳$ (۰/۲۵)

$m=(f^{-۱})'(۴)=\frac{۱}{f'(۱)}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow m=\frac{۱}{۶}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow m'=-۶$ (۰/۲۵)

-۱۴۷ (۰/۲۵) $\frac{۱}{۳}$

-۱۴۸ $\begin{cases} B(\alpha\ ,\ -\alpha^{۲}+۱) & m=-۲\alpha \\ y'=-۲x & B \text{ مماس در} \end{cases} \Rightarrow y-(-\alpha^{۲}+۱)=-۲\alpha(x-\alpha)$

$۲+\alpha^{۲}-۱=-۲\alpha+۲\alpha^{۲}$

$\Rightarrow \alpha^{۲}-۲\alpha-۱=۰\rightarrow \alpha=۱\pm\sqrt{۲}\rightarrow m_{\text{مماس}}=-۲\ (۱\pm\sqrt{۲})=-۲\pm ۲\sqrt{۲}$

o.shahidi56@gmail.com www.shmath.ir