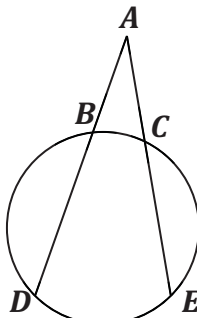
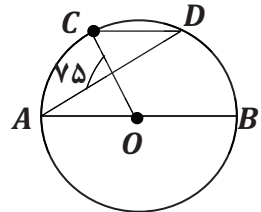
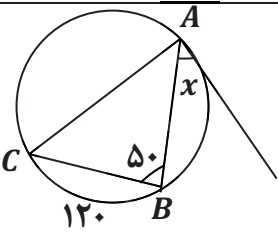
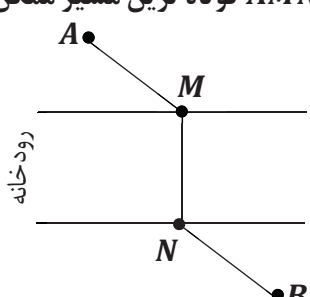
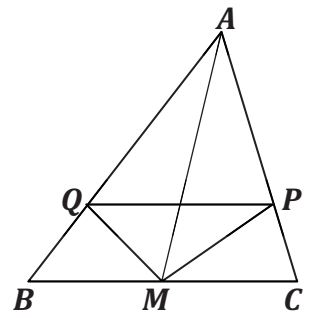
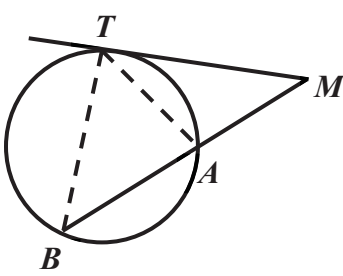


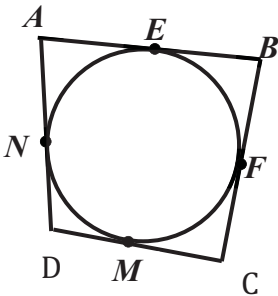
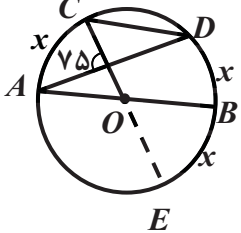
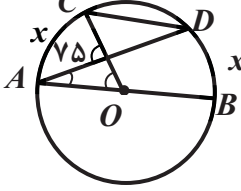
سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه ۲	تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۱۰	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

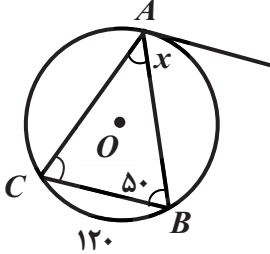
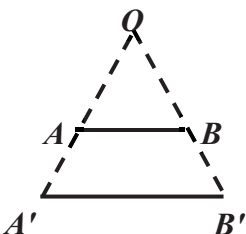
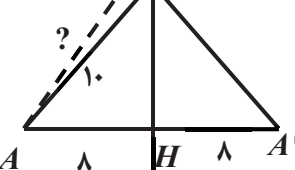
ردیف	سؤالات پاسخ‌نامه دارد-استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.	نمره
۱	درستی یا نادرستی هر یک از گزاره‌های زیر را تعیین کنید. الف) کایت یک چهار ضلعی محاطی است. ب) در دایره‌ای به شعاع ۳ سانتی متر، طول کمان رو به رو به زاویه 60° درجه $\frac{3\pi}{4}$ است. پ) بازتاب، هیچگاه تبدیل همانی نیست. ت) در مثلث ABC، اگر $a^2 > b^2 + c^2$ باشد آنگاه $\hat{A} > 90^\circ$	۱
۲	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف) اگر دو دایره به شعاع‌های $m - 2$ و $m + 2$ با خط‌المركزین $3m - 12$، دارای دقیقاً سه مماس مشترک باشند، مقدار m برابر است. ب) شعاع دایره محاطی خارجی مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع ۲، برابر است. پ) ترکیب دو بازتاب با محورهای بازتاب موازی، یک است. ت) در تجانس به مرکز O و نسبت K، اگر تصویر شکل، بزرگ‌تر می‌شود.	۱/۵
۳	نشان دهید هرگاه M نقطه‌ای بیرون دایره باشد و از M مماس و قاطعی نسبت به دایره رسم کنیم، مربع اندازه مماس برابر است با حاصل ضرب اندازه‌های دو قطعه قاطع.	۱/۵
۴	در شکل زیر ثابت کنید: $\widehat{DAE} = \frac{\widehat{DE} - \widehat{BC}}{2}$ 	۱/۲۵
۵	نشان دهید اگر یک چهار ضلعی محیطی باشد. آنگاه مجموع اندازه‌های دو ضلع مقابل برابر مجموع اندازه‌های دو ضلع مقابل دیگر است.	۱/۵
۶	در دایره رسم شده شکل مقابل $AB \parallel CD$، اندازه کمان CD را به دست آورید. 	۱/۵
ادامه سؤالات در صفحه دوم		

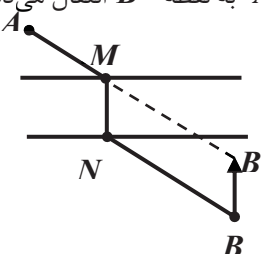
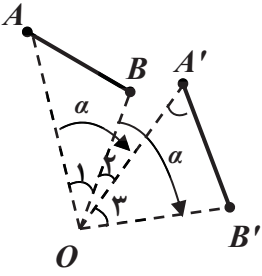
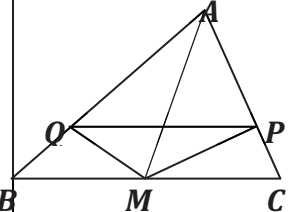
۱/۵	۷	طول شعاع های دو دایره متخارج را به دست آورید که طول مماس مشترک خارجی آن ها $6\sqrt{2}$ و طول مماس مشترک داخلی آن ها $4\sqrt{2}$ و طول خط مرکزین آن ها مساوی ۹ باشد.
۱/۷۵ ۰	۸	با توجه به شکل زیر مقدار x را به دست آورید. 
۱/۲۵	۹	ثابت کنید تجانس، شیب خط را حفظ می کند. (در حالتی اثبات کنید که مرکز تجانس روی پاره خط نباشد و $k > 0$)
۱/۲۵	۱۰	نقطه A' تصویر نقطه A در بازتاب نسبت به خط L است. اگر $AA' = 16$ و نقطه O روی خط L و $OA = 10$ باشد، فاصله نقطه A از خط OA' چقدر است؟
۱	۱۱	اگر دو شهر A و B دو طرف رودخانه باشند و بخواهیم جاده ای از A به B بسازیم به طوری که پل MN بر راستای رودخانه عمود باشد، محل احداث پل را کجا در نظر بگیریم که مسیر $AMNB$ کوتاه ترین مسیر ممکن باشد؟ 
۱/۵	۱۲	ثابت کنید دوران تبدیلی طولی است. (در حالتی اثبات کنید که مرکز دوران روی پاره خط AB نباشد و زاویه دوران، از زاویه $\widehat{AOB}$ بیشتر باشد.)
۱/۲۵	۱۳	در مثلث ABC ، M وسط BC و MP و MQ نیمسازهای زوایای $\widehat{AMC}$ و $\widehat{AMB}$ هستند؛ ثابت کنید: $PQ \parallel BC$ 
۱/۵	۱۴	در مثلث ABC ، $BC = 10$ و $\widehat{A} = 120^\circ$ و $AC = \frac{10\sqrt{6}}{3}$ است. مقدار شعاع دایره محیطی مثلث و اندازه زاویه $\widehat{B}$ را به دست آورید.
۱/۷۵ ۱	۱۵	مثلث با اضلاع $AB = 3$ و $AC = 5$ و $BC = 7$ مفروض است. الف) مساحت مثلث را با استفاده از دستور هرون به دست آورید. ب) اندازه زاویه A را به دست آورید. (A منفرجه است)
۲۰	جمع	موفق باشید

کلید آزمون نهایی درس: هندسه ۲	تعداد صفحه: ۵	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۱۰	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

ردیف	کلید سوالات هندسه ۲	نمره
۱	الف) نادرست ۰/۲۵ - صفحه ۲۸ (ب) نادرست ۰/۲۵ - صفحه ۱۲ پ) درست ۰/۲۵ - صفحه ۴۸ (ت) درست ۰/۲۵ - صفحه ۷۴	۱
۲	الف) $m=12$ - صفحه ۲۲ (ب) $\sqrt{3}$ - صفحه ۲۵ پ) انتقال ۰/۲۵ - صفحه ۴۲ (ت) $ k > 1$ - صفحه ۴۶	۱/۵
۳	 $\begin{cases} \widehat{MTA} = \frac{\widehat{AT}}{2} \cdot 0/25 \\ \widehat{MBT} = \frac{\widehat{AT}}{2} \cdot 0/25 \end{cases} \rightarrow \widehat{MTA} = \widehat{MBT} \cdot 0/25$ دو مثلث $\triangle MTA$ و $\triangle MTB$ متشابهند زیرا: $\begin{cases} \widehat{MTA} = \widehat{MBT} \\ \widehat{M} = \widehat{M} \end{cases} \cdot 0/5 \rightarrow \frac{MA}{MT} = \frac{MT}{MB} \rightarrow MT^2 = MA \cdot MB \cdot 0/25$ ص ۱۸	۱/۵
۴	راه حل اول: از نقطه C خط CF را موازی BD رسم می کنیم. $BD \parallel CF \rightarrow \widehat{BC} = \widehat{DF} \cdot 0/25$ $AD \parallel CF \text{ و } AE \text{ مورب} \rightarrow \hat{A} = \hat{C} = \frac{1}{2}EF \cdot 0/25$ $\hat{A} = \frac{1}{2}\widehat{EF} \rightarrow \hat{A} = \frac{1}{2}(\widehat{DE} - \widehat{DF}) \xrightarrow{\widehat{BC}=\widehat{DF}} \cdot 0/25$ $\rightarrow \hat{A} = \frac{\widehat{DE}-\widehat{BC}}{2} \cdot 0/25$ راه حل دوم: از نقطه C به نقطه D وصل می کنیم، زاویه DCE زاویه خارجی مثلث ACD است، بنابراین: ۰/۲۵ $D\hat{C}E = B\hat{D}C + D\hat{A}C \cdot 0/25$ زاویه $D\hat{C}E = \frac{\widehat{DE}}{2}$, $B\hat{D}C = \frac{\widehat{BC}}{2} \cdot 0/25 \rightarrow D\hat{A}E = D\hat{C}E - B\hat{D}C$ محاطی $D\hat{A}C = D\hat{A}E \cdot 0/25 \rightarrow \begin{cases} D\hat{A}E = D\hat{C}E - B\hat{D}C \\ D\hat{A}E = \frac{\widehat{DE}-\widehat{BC}}{2} \end{cases} \cdot 0/25$ ص ۱۵	۱/۲۵

۱/۵	اگر از نقطه‌ای بیرون دایره دو مماس بر دایره رسم کنیم، دو پاره‌خط مماس هم‌اندازه‌اند. (۰/۲۵) پس:  $\begin{cases} AE = AN \\ BE = BF \\ CM = CF \\ DM = DN \end{cases} \rightarrow \begin{aligned} (AE + BE) + (CM + DM) &= ۰/۲۵ \\ (AN + DN) + (BF + CF) &= ۰/۲۵ \\ \rightarrow AB + CD &= AD + BC \quad ۰/۲۵ \end{aligned}$ صفحه ۲۷	۵
۱/۵	راه حل اول: از مرکز دایره پاره‌خط CO را امتداد می‌دهیم که دایره را در نقطه E قطع کند؛ در این صورت:  $\begin{aligned} \widehat{AC} = \widehat{BD} = x \quad ۰/۲۵ \\ \angle AOE = ۷۵^\circ \\ \rightarrow ۷۵^\circ = \frac{(x + x) + x}{۲} \rightarrow ۱۵۰ = ۳x \rightarrow x = ۵۰^\circ \quad ۰/۲۵ \\ \rightarrow \widehat{CD} = ۱۸۰ - ۲x \rightarrow \widehat{CD} = ۱۸۰^\circ - ۱۰۰^\circ = ۸۰^\circ \quad ۰/۲۵ \end{aligned}$ راه حل دوم: زاویه ۷۵ درجه را E می‌نامیم. کمان $\widehat{BD} = \widehat{AC}$ زیرا بین دو خط موازی AB و DC قرار دارند. پس مقدار هر دو کمان را x قرار می‌دهیم.  $\begin{aligned} \widehat{BD} = \widehat{AC} = x \quad ۰/۲۵ \\ \angle AOE = ۷۵^\circ \\ \angle AOE = \widehat{AC} \cdot \frac{۰/۲۵}{۲} \\ \angle AOE = \frac{\widehat{AB}}{۲} = \frac{x}{۲} \cdot \frac{۰/۲۵}{۲} \end{aligned}$ حال زاویه ۷۵ درجه یک زاویه خارجی برای مثلث AOE است. پس: $۷۵^\circ = \angle AOE + \angle A = x + \frac{x}{۲} = \frac{۳x}{۲} \rightarrow x = ۵۰^\circ \quad ۰/۲۵$ $\widehat{CD} = ۱۸۰ - ۲x = ۱۸۰ - ۲ \times ۵۰ = ۸۰ \quad ۰/۲۵$ صفحه ۱۷	۶
۱/۵	$\begin{aligned} TT'^2 &= ۸۱ - (R - R')^2 = ۷۲ \quad ۰/۲۵ \\ MM'^2 &= ۸۱ - (R + R')^2 = ۳۲ \quad ۰/۲۵ \\ \rightarrow R - R' &= ۳ \quad ۰/۲۵; R + R' = ۷ \quad ۰/۲۵ \\ R &= ۵ \quad ۰/۲۵; R' = ۲ \quad ۰/۲۵ \end{aligned}$	۷

۰/۷۵	راه حل اول:  $\hat{A}_1 = \frac{\widehat{BC}}{2} = \frac{120}{2} = 60 \quad \cdot/۲۵$ $\hat{C} = 180 - (60 + 50) = 70 \quad \cdot/۲۵$ $\widehat{AB} = 70 \times 2 = 140 \rightarrow \hat{x} = \frac{140}{2} = 70 \quad \cdot/۲۵$ راه حل دوم: $\widehat{BC} = 120 \rightarrow \widehat{AC} = 50 \times 2 = 100 \quad \cdot/۲۵$ $\widehat{AB} = 360 - (120 + 100) = 140 \quad \cdot/۲۵$ $\hat{x} = \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{140}{2} = 70 \quad \cdot/۲۵$ صفحه ۱۴	۸
۱/۲۵	مرکز تجانس روی پاره خط AB نیست. در این حالت مطابق شکل A' و B' مجانس های A و B هستند:  $\begin{cases} OA' = K OA \\ OB' = K OB \end{cases} \rightarrow \frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} = K \quad \cdot/۲۵$ بنا به عکس قضیه تالس $AB \parallel A'B' \rightarrow m_{AB} = m_{A'B'} \quad \cdot/۲۵$ ص ۴۶	۹
۱/۲۵	راه حل اول: مطابق شکل و طبق ویژگی بازتاب $AH = A'H = ۸$ در مثلث قائم الزاویه OAH داریم:  $10^2 = 8^2 + OH^2 \rightarrow OH = 6 \quad \cdot/۲۵$ $\begin{cases} S_{OAA'} = \frac{L_{AA'} \times OH}{2} \quad \cdot/۲۵ \\ S_{OAA'} = \frac{OA' \times AH'}{2} \quad \cdot/۲۵ \end{cases} \rightarrow \frac{16 \times 6}{2} = \frac{10 \times AH'}{2} \rightarrow AH' = \frac{48}{5} = 9\frac{3}{5} \quad \cdot/۲۵$ راه حل دوم: طبق شکل و طبق ویژگی بازتاب $AH = A'H = ۸$ و می دانیم محور بازتاب عمود منصف AA' است؛ پس $OA = OA' = ۱۰$ و طبق فیثاغورس $OH = ۶$ (۰/۲۵) حال دو مثلث OHA' و AHA' متشابهند (۰/۲۵) زیرا $\hat{A}' = \hat{A}$ و $H = H' = ۹۰$ پس $\frac{AA'}{OA'} = \frac{AH'}{OH} \rightarrow \frac{16}{10} = \frac{AH'}{6} \rightarrow AH' = 9\frac{3}{5} \quad \cdot/۲۵$ صفحه ۴۳	۱۰

۱	نقطه B را تحت برداری مساوی و عمودی بر راستای رودخانه در جهت شهر A به نقطه B' انتقال می‌دهیم پس از B' به A وصل می‌کنیم، تا نقطه M بدست آید. (۰/۲۵) از نقطه M بر رودخانه عمود می‌کنیم تا نقطه N بدست آید، محل احداث پل MN بدست می‌آید. (۰/۲۵) $AMB'B$ کوتاه‌ترین مسیر است. (۰/۲۵)  مسیر $AM + MB' + BB' \xrightarrow{MB'=NB} AM + NB + MN = AMNB$ مسیر $AMB'B$ صفحه ۵۳	۱۱
۱/۵	با توجه به شکل  $\hat{O}_1 + \hat{O}_2 = \hat{O}_1 + \hat{O}_3 \rightarrow \hat{O}_2 = \hat{O}_3$ ۰/۲۵ دو مثلث OAB و $OA'B'$ هم نهشت اند. (۰/۲۵) $\begin{cases} OA = OA' \\ \hat{O}_2 = \hat{O}_3 \rightarrow AB = A'B' \\ OB = OB' \end{cases}$ ۰/۲۵ ۰/۵ صفحه ۴۱	۱۲
۱/۲۵	 ۱/۲۵ $\begin{aligned} \Delta ABM: \quad MQ \text{ نیمساز} &\Rightarrow \frac{AQ}{QB} = \frac{AM}{BM} \\ \Delta AMC: \quad MP \text{ نیمساز} &\Rightarrow \frac{AP}{PC} = \frac{AM}{MC} \end{aligned} \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{AQ}{QB} &= \frac{AP}{PC} \\ \frac{AM}{BM} &= \frac{AM}{MC} \end{aligned} \right. \quad \begin{aligned} &0/25 \\ &0/25 \end{aligned}$ پس بنا بر عکس تالس داریم: $QP \parallel BC$ (۰/۲۵ ۰/۲۵) تمرین صفحه ۷۰	۱۳
۱/۵	به کمک قضیه سینوس‌ها $\frac{a}{\sin A} = 2R \rightarrow \frac{10}{\sin 120^\circ} = 2R \xrightarrow{\sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}} 2R = \frac{10}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \rightarrow R = \frac{10\sqrt{3}}{2}$ ۰/۲۵ $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = 2R \rightarrow \frac{10\sqrt{6}}{3} = \frac{20\sqrt{3}}{3} \rightarrow \sin B = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \hat{B} = 45^\circ$ ۰/۲۵	۱۴

	صفحه ۶۲	
۱/۷۵	(الف) $P = \frac{۵+۷+۳}{۲} = \frac{۱۵}{۲} \rightarrow S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$ $S = \sqrt{\frac{۱۵}{۲}(\frac{۱۵}{۲}-۷)(\frac{۱۵}{۲}-۵)(\frac{۱۵}{۲}-۳)} = \frac{۱۵}{۴}\sqrt{۳} \quad \cdot/۲۵$ (ب) $S = \frac{۱}{۲} \times ۳ \times ۵ \times \sin A = \frac{۱۵}{۲} \sin A \quad \cdot/۲۵$ $\frac{۱۵}{۲} \sin A = \frac{۱۵}{۴} \sqrt{۳} \rightarrow \sin A = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \rightarrow \hat{A} = ۱۲۰ \quad \cdot/۲۵$ صفحه ۷۳	۱۵
۲۰	جمع نمرات	
همکار گرامی لطفا به راه حل های درست دیگر که منطبق بر کتاب درسی است، به تناسب نمره دهید.		