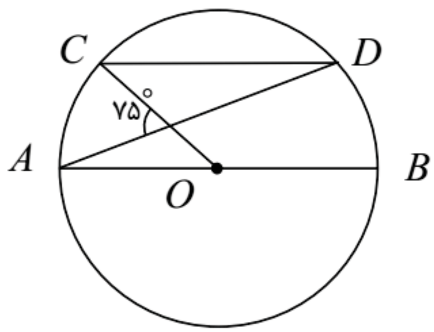
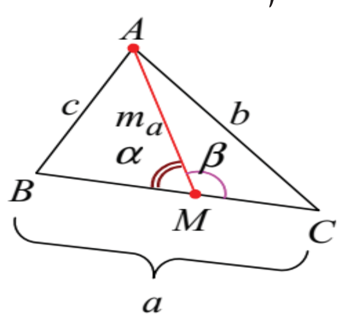
استان: کهگیلویه و بویراحمد **طراحین: سید ابوالفضل قاسمیان**

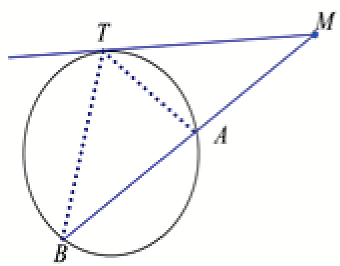
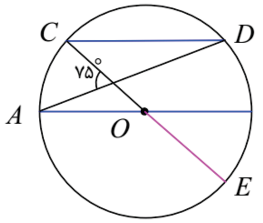
سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه ۲	تعداد صفحه:	رشته: ریاضی	ساعت شروع: **۸ صبح**
پایه: یازدهم **دوره دوم متوسطه**	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: **دقیقه**

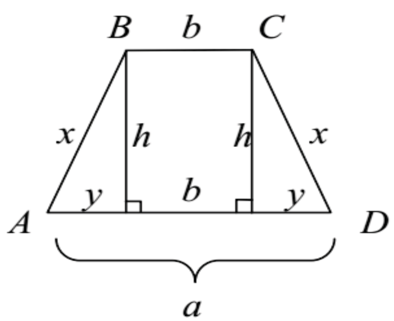
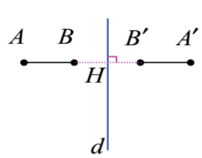
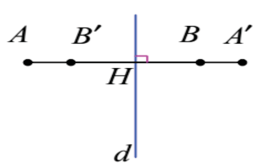
ردیف	سؤالات پاسخ‌نامه دارد-استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.	نمره
۱	**درست یا نادرست بودن عبارتهای زیر را مشخص کنید:** **الف) در دایره دوکمان ممکن است هم اندازه باشند ولی قطاع هایی با مساحت های برابر به وجود نمی آورند.** **ب) دو دایره مماس خارج فقط یک مماس مشترک خارجی دارند.** **ج) ترکیب دو بازتاب که محور های بازتاب موازی باشند، یک انتقال است.** **د) در مثلث ABC، $A < 90^\circ$ اگر و تنها اگر $a^2+b^2>c^2$.**	۱
۲	**جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید:** **الف) بزرگترین وتر دایره را ....می نامند.** **ب)تبدیل را ....گویند هرگاه به ازای هر نقطه A از صفحه P داشته باشیم: $T(A)=A$.** **ج) اگر فاصله وتر AB از مرکز دایره $C(O,13)$ برابر ۵ باشد طول وتر AB برابر با ....** **د) اگر A' و B' به ترتیب دوران یافته نقاط A و B به مرکز O و زاویه θ باشند، عمود منصف‌های دو پاره خط غیر موازی AA' و BB' همدیگر را در ....قطع می‌کنند.**	۱
۳	**ثابت کنید: اگر از یک نقطه واقع در بیرون دایره یک مماس و یک قاطع نسبت به دایره‌ای رسم کنیم، اندازه مماس واسطه‌ی هندسی بین اندازه‌ی دو قطعه‌ی قاطع است.**	۱/۵
۴	**در شکل زیر نقطه O مرکزدایره و $AB \parallel CD$، اندازه کمان CD را بدست آورید.**  	۱/۵
۵	**دو دایره $C(O,2x+4), C'(O',2x)$ مماس خارجی هستند اگر طول خط المرکزین $d=5x+3$ باشد طول مماس مشترک خارجی را بدست آورید.**	۱/۵
۶	**یک ذوزنقه، هم محیطی و هم محاطی است. ثابت کنید: مساحت این ذوزنقه با حاصل ضرب میانگین هندسی اندازه های دو قاعده در میانگین حسابی آنها برابر است.**	۱/۵

ادامه سؤالات در صفحه دوم

۷	درحالتی که پاره خط AB در راستای عمود بر خط بازتاب قرار دارد ثابت کنید که AB و بازتاب آن هم اندازه هستند.(در دو حالت پاره خط AB محور بازتاب را قطع می کند و پاره خط AB محور بازتاب را قطع نمی کند ثابت شود)	۱/۵
۸	ثابت کنید تجانس شیب خط را حفظ می‌کند.(حالتی را ثابت کنید که $k<0$ باشد)	۱/۵
۹	نقطهٔ A به فاصلهٔ $2\sqrt{6}$ از خط d قرار دارد. تصویر نقطهٔ A را تحت بازتاب نسبت به خط d، نقطهٔ A' می‌نامیم. نقطهٔ A را حول نقطهٔ A' به اندازهٔ ۱۲۰ درجه دوران می‌دهیم تا نقطهٔ A'' حاصل شود. طول پاره‌خط AA'' را محاسبه کنید.	۱/۵
۱۰	دو شهر A و B مطابق شکل در یک طرف رودخانه ای واقعند. می خواهیم جاده ای از A به B بسازیم بطوری که ۴ کیلومتر از این جاده در ساحل رودخانه ساخته شود روی شکل محل جاده ساحلی را مشخص کنید بطوری که مسیر بدست آمده کوتاهترین مسیر باشد. 	۱/۵
۱۱	در مثلث ABC میانه AM را رسم کرده‌ایم $(BM=MC=\frac{BC}{2}, BC=a)$. با استفاده از قضیه کسینوس‌ها درستی تساوی زیر را ثابت کنید. $$b^2+c^2=2m_a^2+\frac{a^2}{2}$$ 	۱/۵
۱۲	در مثلث ABC، $AB=3$، $AC=5$ و $BC=7$ طول نیمساز زاویه A را بدست آورید.	۱/۵
۱۳	اندازه‌های سه ضلع مثلثی ۳، ۵ و ۷ می‌باشند. اندازهٔ زاویهٔ مقابل به ضلع ۷ سانتی‌متر را بدست آورید.	۱/۵
۱۴	در مثلث ABC، $A<90^\circ$ دایره ی محیطی آن را در نظر بگیرید . قضیه سینوس ها را در این مثلث ثابت کنید. (همراه با رسم شکل)	۱/۵
	موفق باشید جمع	۲۰

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۲	تعداد صفحه: ۵	رشته: ریاضی	ساعت شروع: **۸ صبح**
پایه: **دوره دوم متوسطه**	تاریخ آزمون:		مدت آزمون: ۱۲۰. **دقیقه**

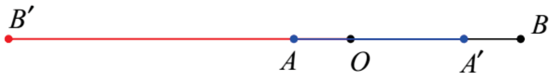
ردیف	**راهنمای تصحیح**	نمره
۱	الف) درست صفحه ۱۲ ب) نادرست صفحه ۲۲ ج) درست تمرین ۴ صفحه ۴۴ د) نادرست تمرین صفحه ۷۶ هر مورد ۰,۲۵	۱
۲	الف) قطر صفحه ۱۲ ب) همانی صفحه ۴۹ ج) ۲۴ صفحه ۱۱ د) مرکز دوران(نقطه O) تمرین صفحه ۴۴ هر مورد ۰,۲۵	۱
۳	نقطه T را به A و B وصل می‌کنیم در این صورت زاویه MTA ظلی و زاویه BTA محاطی روبرو به کمان AT است. $MTA = BTA = \frac{AT}{۲}$;۰/۵ $\left.\begin{matrix} MTA = BTA \\ M = M \end{matrix}\right\} \to \overset{\Delta}{MTA} \sim \overset{\Delta}{MTB}$;۰/۵ $\to \frac{MT}{MB} = \frac{MA}{MT}$;۰/۲۵ $\to MT^{۲} = MA \times MB$;۰/۲۵  قضیه صفحه ۱۹	۱,۵
۴	ابتدا قطر CE را رسم می‌کنیم. $AOC = AC = BE = x$;۰/۲۵, $AB \parallel CD \to AC = BD = x$;۰/۲۵, $DE = ۲x$;۰/۲۵ $\frac{AC + DE}{۲} = ۷۵^\circ$;۰/۲۵ $\to \frac{x + ۲x}{۲} = ۷۵^\circ \to x = ۵۰^\circ$;۰/۲۵ $\to CD = ۱۸۰^\circ - ۲(۵۰^\circ) = ۸۰^\circ$;۰/۲۵  تمربن ۴ صفحه ۱۷	۱,۵
	ادامه راهنمای تصحیح در صفحه دوم	

ردیف	پاسخ	بارم
۵	$\underbrace{d=R+R' \Rightarrow 5x+3=2x+4+2x \to x=1}_{0/5}$ مشابه تمارین صفحه ۲۳ $\to \underbrace{\begin{cases} R=2x+4=6 \\ R'=2x=2 \\ d=5x+3=8 \end{cases}}_{0/5} \Rightarrow AB=\underbrace{\sqrt{d^2-(R-R')^2}=\sqrt{64-16}=\sqrt{48}}_{0/5}$	۱,۵
۶	ذوزنقه $ABCD$ محاطی است پس متساوی‌الساقین است، پس  $AB=CD=x\ ;0/25,\ y+b+y=a \to y=\frac{a-b}{2}\ ;0/25$ ذوزنقه $ABCD$ محیطی است، پس $AB+CD=AD+BC \to x=\frac{a+b}{2}\ ;0/25$ $\underbrace{h^2=x^2-y^2=(\frac{a+b}{2})^2-(\frac{a-b}{2})^2=ab \to h=\sqrt{ab}}_{0/5} \to \underbrace{S=\frac{1}{2}(a+b)h=\frac{1}{2}(a+b)\sqrt{ab}}_{0/25}$ تمرین ۴ صفحه ۲۹	۱,۵
۷	حالت اول) پاره‌خط AB محور بازتاب را قطع می‌کند: (تمرین ۱ صفحه ۴۴)  $\underbrace{\left.\begin{matrix} AH=A'H \\ BH=B'H \end{matrix}\right\}}_{0/5} \to \underbrace{AH-BH=A'H-B'H \to AB=A'B'}_{0/25}$ حالت دوم) پاره‌خط AB محور بازتاب را قطع نمی کند:  $\underbrace{\left.\begin{matrix} AH=A'H \\ BH=B'H \end{matrix}\right\}}_{0/5} \to \underbrace{AH+BH=A'H+B'H \to AB=A'B'}_{0/25}$	۱,۵
	ادامه راهنمای تصحیح در صفحه سوم	

۸ (۱,۵)

الف)نقطه O روی خط AB باشد.

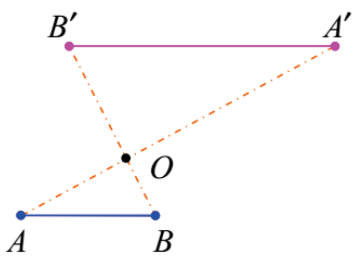
در این حالت نقاط A',B' به ترتیب مجانس های A,B روی خط AB قرار می‌گیرند بنابراین $A'B'$ بر AB واقع است و شیب حفظ می‌شود. (۰/۵)



ب) نقطه O روی خط AB نباشد.

اگر نقاط A',B' به ترتیب مجانس های A,B باشند خواهیم داشت :

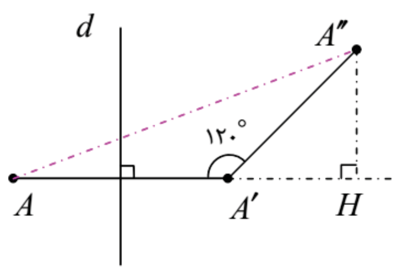
$$\underbrace{\left.\begin{array}{l} OA' = -k \times OA \\ OB' = -k \times OB \end{array}\right\}}_{\text{۰/۲۵}} \rightarrow \underbrace{\frac{OA'}{OB'} = \frac{-k \times OA}{-k \times OB} = \frac{OA}{OB}}_{\text{۰/۲۵}} \rightarrow \underbrace{\frac{OB}{OB'} = \frac{OA}{OA'}}_{\text{۰/۲۵}}$$



پس طبق عکس قضیه تالس نتیجه می شود که $\underbrace{AB \,||\, A'B'}_{\text{۰/۲۵}}$

تمرین ۱ صفحه ۵۰

۹ (۱,۵)



$A'A'' = AA' = ۴\sqrt{۶} ;\ ۰/۲۵$

$A''A'H = ۱۸۰^\circ - ۱۲۰^\circ = ۶۰^\circ \rightarrow A'A''H = ۳۰^\circ ;\ ۰/۲۵$

$A'H = \frac{۱}{۲} A'A'' = ۲\sqrt{۶} ;\ ۰/۲۵$

$A''H = \frac{\sqrt{۳}}{۲} A'A'' = ۲\sqrt{۱۸} ;\ ۰/۲۵$

$AH = ۶\sqrt{۶}$

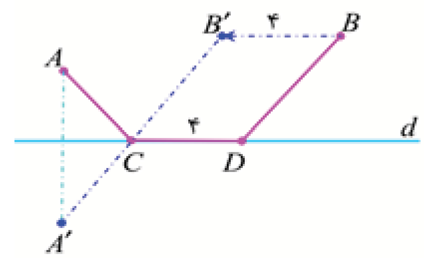
$\underbrace{AA''^{۲} = AH^{۲} + A''H^{۲} \rightarrow AA''^{۲} = (۶\sqrt{۶})^{۲} + (۲\sqrt{۱۸})^{۲}}_{\text{۰/۲۵}}$

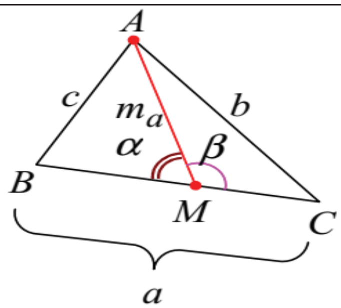
$\rightarrow AA'' = \sqrt{۲۸۸} = ۱۲\sqrt{۲} ;\ ۰/۲۵$

تمرین ۶ صفحه ۴۵

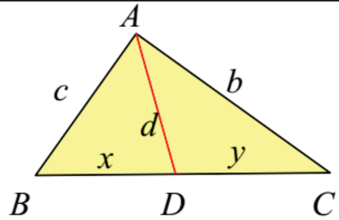
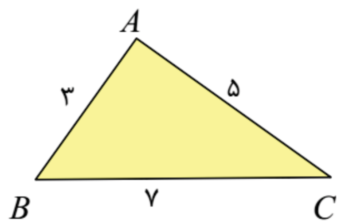
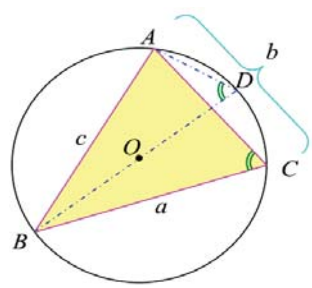
ادامه راهنمای تصحیح در صفحه چهارم

ادامه راهنمای تصحیح در صفحه چهارم

<table>
<tr>
<td>۱۰</td>
<td>
ابتدا از نقطه B به موازات رودخانه BB' را برابر ۴ کیلومتر رسم می‌کنیم. اکنون بازتاب A را نسبت به رودخانه پیدا کرده و آن را A' می‌نامیم، بعد نقطه A' را به B' وصل می کنیم تا نقطه C بدست آید. لذا جواب مسأله بدین شکل است از A به C سپس از C در امتداد رودخانه به طول ۴ کیلومتر حرکت کرده تا به D برسیم سپس از D به B موازات CB' حرکت می‌کنیم. $ACDB$ جواب مسأله است. شکل یا توضیحات ۱ نمره
$A'B'$ کوتاهترین مسیر بین A' و B' است پس ACB' کوتاهترین مسیر از A به رودخانه سپس به B' است. چهار ضلعی $CDBB'$ متوازی‌الاضلاع است. $A'B' = AC + DB \to A'B' + CD = AC + DB + CD$
نشان دادن کوتاهترین مسیر به صورت فوق ۰/۵ نمره
(مسأله قسمت ب صفحه ۵۵) به اثبات‌های دیگر نیز نمره اختصاص داده شود.


</td>
<td>۱,۵</td>
</tr>
<tr>
<td>۱۱</td>
<td>


$\beta = 180^\circ - \alpha \to \cos\beta = -\cos\alpha$;۰/۲۵,
$\overset{\Delta}{AMC}: b^2 = \frac{a^2}{4} + m_a^2 + a m_a \cos\alpha \ (1)$;۰/۵
$\overset{\Delta}{ABM}: c^2 = \frac{a^2}{4} + m_a^2 - a m_a \cos\alpha \ (2)$;۰/۵
با جمع کردن روابط (۱) و (۲) داریم: ۰,۲۵
$b^2 + c^2 = 2m_a^2 + \frac{a^2}{2}$
تمرین ۴ صفحه ۶۹
</td>
<td>۱,۵</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>ادامه راهنمای تصحیح در صفحه پنجم</td>
<td></td>
</tr>
</table>

۱۲	 مثال ص ۷۱ $\frac{c}{x}=\frac{b}{y}\to\frac{3}{x}=\frac{5}{y};0/5$ $\to\underbrace{\frac{y}{x}=\frac{5}{3}\to\frac{x+y}{x}=\frac{8}{3}\to\frac{7}{x}=\frac{8}{3}\to x=\frac{21}{8},y=\frac{35}{8}}_{0/5}$ $\underbrace{AD=\sqrt{bc-xy}=\sqrt{15-\frac{735}{64}}=\sqrt{\frac{225}{64}}=\frac{15}{8}}_{0/5}$	۱,۵
۱۳	$p=\frac{3+5+7}{2}=\frac{15}{2};0/25$ کار درکلاس صفحه (۷۵)  $S=\sqrt{\frac{15}{2}(\frac{15}{2}-3)(\frac{15}{2}-5)(\frac{15}{2}-7)}=\frac{15}{4}\sqrt{3};0/25$ $\underbrace{S=\frac{1}{2}(5)(3)\sin A\to\frac{15}{4}\sqrt{3}=\frac{1}{2}(5)(3)\sin A;0/5 \to\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}\to A=60^\circ,120^\circ}_{0.5}$	۱,۵
۱۴	در این حالت قطر BD را رسم می کنیم و A را به D وصل می کنیم. پس $D=C=\frac{AB}{2},BAD=\frac{180^\circ}{2}=90^\circ;0/5$ بنابراین طبق حالت قبل داریم: $\sin C=\sin D=\frac{AB}{BD};0/25\to\frac{c}{\sin C}=BD=2R\ ;0/25$ به طریق مشابه خواهیم داشت: ۰,۲۵  (فعالیت ۳ صفحه ۶۳) $\frac{a}{\sin A}=2R\ ,\frac{b}{\sin B}=2R\ ;0/25$	۱,۵
	جمع	۲۰
	سپاس و عرض خداقوت خدمت همکار گرامی	