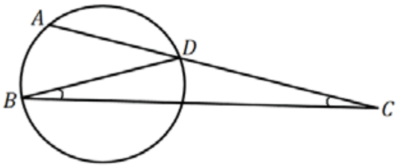
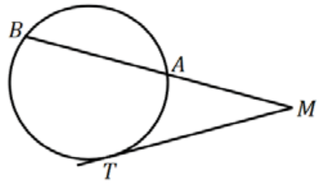
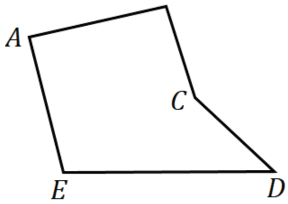
استان : آذربایجان شرقی، ناحیه ۵ تبریز　　　　طراح: محمد اسمعیلیان

سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه ۲	تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

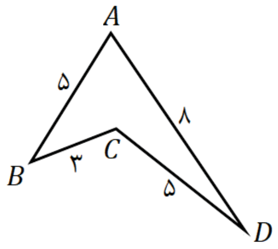
ردیف	سؤالات پاسخنامه دارد- استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.	نمره
۱	درستی یا نادرستی هر یک از عبارت های زیر را مشخص کنید. الف) اگر دو وتر از یک دایره موازی باشند، کمان‌های محصور بین این دو وتر برابرند. ب) یک ذوزنقه محیطی است اگر و فقط اگر متساوی‌الساقین باشد. پ) انتقال، شیب خط را حفظ می‌کند. ت) ترکیب دو بازتاب با محورهای عمود بر هم، یک دوران با زاویه ۹۰° است.	۱
۲	جاهای خالی را با عبارت‌های مناسب کامل کنید. الف) زاویه‌ای که راس آن یک نقطه از دایره و اضلاع آن شامل دو وتر از همان دایره باشند را زاویه .... می‌نامند. ب) دو دایره .... هیچ مماس مشترکی ندارند. پ) اگر نسبت تجانس منفی باشد، تجانس را .... می‌نامیم. ت) بازتاب دارای .... نقطه ثابت است.	۲
۳	در هر سوال، گزینه صحیح را انتخاب کنید. الف) در دایره به شعاع ۶، مساحت قطاعی که زاویه مرکزی آن ۱۲۰° باشد کدام است؟ ۱) ۳π　　۲) ۶π　　۳) ۹π　　۴) ۱۲π ب) اگر اندازه شعاع‌های دایره‌های محاطی خارجی یک مثلث ۳ و ۴ و ۶ باشد، اندازه شعاع دایره محاطی داخلی این مثلث کدام است؟ ۱) $\frac{۳}{۲}$　　۲) $\frac{۲}{۳}$　　۳) $\frac{۳}{۴}$　　۴) $\frac{۴}{۳}$ پ) مساحت یک ۸ ضلعی منتظم که در دایره‌ای به شعاع ۲ محاط شده باشد، کدام است؟ ۱) $۴\sqrt{۲}$　　۲) $۸\sqrt{۲}$　　۳) $۱۲\sqrt{۲}$　　۴) $۱۶\sqrt{۲}$ ت) در کدام تبدیل، همواره اگر $T(A)=A'$ آن‌گاه $T(A')=A$ است؟ ۱) بازتاب　　۲) دوران　　۳) انتقال　　۴) تجانس ث) در مثلث ABC، اگر $AB=۶$ ، $AC=۱۰$ و $BC=۱۴$ باشد، طول میانه وارد بر ضلع BC کدام است؟ ۱) $\sqrt{۲۱}$　　۲) $\sqrt{۱۹}$　　۳) $\sqrt{۱۷}$　　۴) $\sqrt{۱۵}$	۲/۵

ادامه سؤالات در صفحه دوم

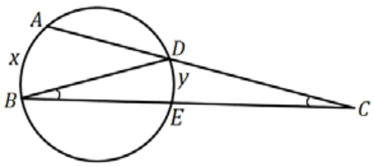
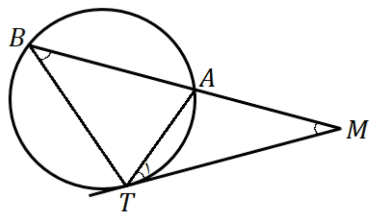
سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه ۲	تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

ردیف	سؤالات پاسخنامه دارد- استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.	نمره
۴	در شکل مقابل، اندازه کمان AB برابر 100° و اندازه زاویه C برابر 20° است. اندازه زاویه B را بیابید. 	۱
۵	با توجه به شکل مقابل ثابت کنید: $MT^2 = AM \times BM$. 	۱
۶	دو دایره متخارج‌اند. اگر طول مماس مشترک داخلی و خارجی آن‌ها به ترتیب $\sqrt{15}$ و $3\sqrt{7}$ بوده و طول خط‌المرکزین ۸ باشد، اندازه شعاع‌های این دو دایره را بیابید.	۱/۵
۷	ثابت کنید عمود منصف یک ضلع از هر مثلث و نیمساز زاویه مقابل به آن ضلع، یکدیگر را روی دایره محیطی مثلث قطع می‌کنند.	۱/۵
۸	نشان دهید هر تبدیل طول‌پا، اندازه زاویه را حفظ می کند.	۱
۹	یک مربع را در تجانسی با نسبت تجانس $\frac{2}{3}$ و به مرکز محل تلاقی قطرها تصویر کرده‌ایم. اگر مساحت ناحیه بین مربع و تصویرش ۵ باشد، محیط مربع اولیه را بیابید.	۱
۱۰	نقاط A و B در یک سمت خط d مفروض‌اند. نقطه‌ای مانند M روی خط d بیابید که $AM+BM$ کمترین مقدار ممکن باشد (ادعای خود را اثبات کنید). 	۱/۵
۱۱	در شکل مقابل، $BC = 3\sqrt{2}$ ،$CD = 4\sqrt{2}$ و $B\hat{C}D = 150^\circ$ است. با ثابت نگه داشتن محیط و تعداد اضلاع، مساحت را افزایش دهید و مقدار این افزایش را بیابید. 	۱
۱۲	در مثلثی به اضلاع ۴ و ۵ و ۷ سینوس بزرگترین زاویه مثلث را بیابید.	۱

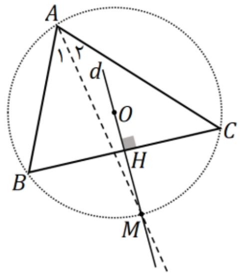
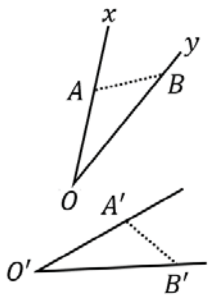
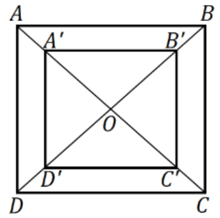
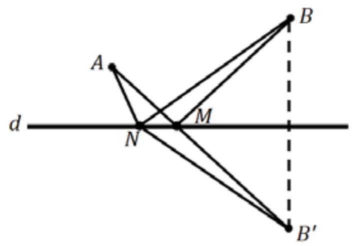
سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه ۲	تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

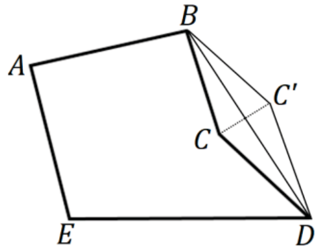
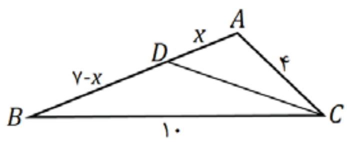
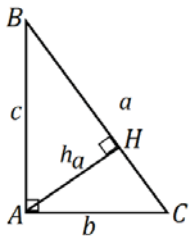
۱۳	طول اضلاع مثلثی ۴ و ۱۰ و ۷ است. طول نیمساز زاویه داخلی مقابل به ضلع متوسط را بیابید.	۱/۲۵
۱۴	ثابت کنید در هر مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A}=۹۰^\circ$) با ارتفاع $AH=h_a$ داریم: $\frac{۱}{{h_a}^۲}=\frac{۱}{b^۲}+\frac{۱}{c^۲}$.	۱
۱۵	در شکل مقابل، طول هر یک از اضلاع بر روی آن نوشته شده است. اگر $B\hat{C}D=۱۲۰^\circ$ باشد، مساحت چهارضلعی $ABCD$ را محاسبه کنید. 	۱/۷۵
	موفق و سربلند باشید جمع بارم	۲۰

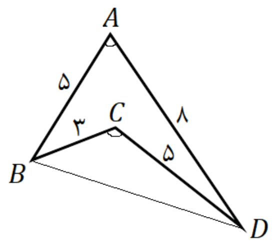
راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۲	تعداد صفحه: ۳	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	بارم
۱	**الف) درست** (۰/۲۵) صفحه ۱۵ — **ب) نادرست** (۰/۲۵) صفحه ۲۹ **پ) درست** (۰/۲۵) صفحه ۴۱ — **ت) نادرست** (۰/۲۵) صفحه ۴۵	۱
۲	**الف) محاطی** (۰/۵) صفحه ۱۲ — **ب) متداخل** (۰/۵) صفحه ۲۲ **پ) معکوس** (۰/۵) صفحه ۴۵ — **ت) بیشمار** (۰/۵) صفحه ۵۵	۲
۳	**الف) ۴** (۰/۲۵) صفحه ۱۲ — **ب) ۴** (۰/۲۵) صفحه ۲۹ **پ) ۲** (۰/۲۵) صفحه ۳۱ — **ت) ۱** (۰/۲۵) صفحه ۳۷ **ث) ۲** (۰/۲۵) صفحه ۶۹	۲/۵
۴	فرض کنید طول کمان‌های AB و DE به ترتیب x و y باشد. در این صورت: $\hat{C} = \frac{x - y}{۲}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow$ $۲۰^\circ = \frac{۱۰۰^\circ - y}{۲}$ $\Rightarrow$ $y = ۴۰^\circ$ (۰/۲۵) $\hat{B} = \frac{y}{۲}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow$ $\hat{B} = \frac{۴۰^\circ}{۲} = ۲۰^\circ$ (۰/۲۵) صفحه ۱۶ 	۱
۵	با توجه به شکل مقابل، $\hat{T}_1 = \hat{B}$ (۰/۲۵) و $\hat{B} = \hat{B}$ (۰/۲۵). بنابراین دو مثلث BMT و TMA بنا به حالت برابری دو زاویه با هم متشابه‌اند. پس $\frac{BM}{TM} = \frac{TM}{AM} = \frac{BT}{AT}$ (۰/۲۵) و لذا با ضرب طرفین در وسطین $\frac{BM}{TM} = \frac{TM}{AM}$، نتیجه می‌گیریم که $TM^۲ = MA \times MB$ (۰/۲۵). صفحه ۱۹ 	۱
۶	فرض کنید شعاع دایره بزرگتر برابر r و شعاع دایره کوچکتر برابر r' باشد. در این صورت: $\sqrt{۱۵} = \sqrt{۸^۲ - (r + r')^۲}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow$ $r + r' = ۷$ (۰/۲۵) $۳\sqrt{۷} = \sqrt{۸^۲ - (r - r')^۲}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow$ $r - r' = ۱$ (۰/۲۵) $\Rightarrow$ $r = ۴$ (۰/۲۵) و $r' = ۳$ (۰/۲۵) صفحه ۲۱ و ۲۲	۱/۵

ادامه راهنمای تصحیح در صفحه دوم

ردیف	راهنمای تصحیح	بارم
۷	 دایره محیطی مثلث دلخواه ABC را در نظر می‌گیریم. عمودمنصف ضلع BC را رسم کرده (خط d) و محل تلاقی آن با دایره محیطی را M می‌نامیم (۰/۲۵). چون مرکز دایره محیطی، نقطه همرسی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث است، پس مرکز دایره روی خط d واقع است (۰/۲۵). از طرفی با توجه به اینکه قطر عمود بر وتر، کمان نظیر آن را نصف می‌کند، نتیجه می‌گیریم که M وسط کمان BC است (۰/۲۵). اکنون M را به A وصل می‌کنیم. چون $\hat{A}_۱$ محاطی است، پس $\hat{A}_۱ = \frac{BM}{۲}$ (۰/۲۵) و چون $\hat{A}_۲$ محاطی است، پس $\hat{A}_۲ = \frac{CM}{۲}$ (۰/۲۵). لذا با توجه به برابری اندازه کمان‌های BM و CM نتیجه می‌گیریم که $\hat{A}_۱ = \hat{A}_۲$ و این یعنی M روی نیمساز $\hat{A}$ واقع است (۰/۲۵). صفحه ۲۹	۱/۵
۸	 فرض کنید T یک تبدیل طول‌پا باشد. زاویه دلخواه $x\hat{O}y$ را در نظر گرفته و فرض کنید $T(A) = A'$، $T(B) = B'$ و $T(O) = O'$ باشد. از آنجایی که T طول‌پا است، پس $AB = A'B'$ (۰/۲۵) و $OA = O'A'$ (۰/۲۵) و $OB = O'B'$ (۰/۲۵). بنابراین دو مثلث ABO و $A'B'O'$ بنا به حالت برابری سه ضلع همنهشت بوده و از برابری اجزای متناظر نتیجه می‌گیریم که $A\hat{O}B = A'\hat{O}'B'$ (۰/۲۵). صفحه ۳۶	۱
۹	 فرض کنید $S_{ABCD} = S$ و $S_{A'B'C'D'} = S'$ باشد. در این صورت: $\frac{S'}{S} = (\frac{۲}{۳})^۲$ (۰/۲۵) $\Rightarrow$ $\frac{S - S'}{S} = \frac{۵}{۹}$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{S - S' = ۵}$ $S = ۹$ (۰/۲۵) بنابراین طول اضلاع مربع $ABCD$ برابر ۳ بوده و لذا محیط آن ۱۲ می‌باشد (۰/۲۵). صفحه ۵۱	۱
۱۰	 بازتاب نقطه B نسبت به خط d را B' می‌نامیم (۰/۲۵). اگر خط گذرا از دو نقطه A و B' خط d را در نقطه M قطع کند، در این صورت $AM + BM$ کمترین مقدار را دارد (۰/۲۵). اثبات: فرض کنید N یک نقطه دلخواه روی خط d باشد. چون d عمودمنصف BB' است، پس $BN = BN'$ (۰/۲۵). به طریق مشابه $BM = BM'$ و لذا $AM + BM = AM + MB' = AB'$ (۰/۲۵). اکنون با توجه به قضیه نامساوی مثلثی در مثلث ANB' می‌توان نوشت: (۰/۲۵) $\xrightarrow{AB' = AM + BM,\ B'N = BN}$ $AM + BM < AN + BN$ (۰/۲۵) $AB' < AN + B'N$ صفحه ۵۱	۱/۵
	ادامه راهنمای تصحیح در صفحه دوم	

ردیف	راهنمای تصحیح	بارم
۱۱	بازتاب نقطه C نسبت به خط BD را C' می‌نامیم (۰/۲۵). در این صورت محیط پنج ضلعی $ABC'DE$ با محیط پنج ضلعی $ABCDE$ است ولی مساحت آن بیشتر می‌باشد (۰/۲۵). چون $S_{BCD} = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} \times \sin(150^\circ) = 6$ (۰/۲۵)، پس میزان افزایش مساحت برابر $2S_{BCD} = 12$ است (۰/۲۵). صفحه ۵۶ 	۱
۱۲	فرض کنید $a = 7$، $b = 5$ و $c = 4$ اضلاع مثلث ABC باشند. در این صورت $\hat{A}$ بزرگترین زاویه از این مثلث بوده و بنا بر قضیه کسینوس‌ها داریم: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\hat{A}$. پس می‌توان نوشت: $7^2 = 5^2 + 4^2 - 2(5)(4)\cos\hat{A}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \cos\hat{A} = \frac{-1}{5}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \sin\hat{A} = \pm\sqrt{1 - \frac{1}{25}}$ (۰/۲۵) از آن‌جایی که $0 < \hat{A} < 180^\circ$، پس $\sin\hat{A} = \frac{2\sqrt{6}}{5}$ (۰/۲۵). صفحه ۶۷	۱
۱۳	فرض کنید CD نیمساز $\hat{C}$ باشد. در این صورت: $\frac{4}{10} = \frac{x}{7 - x}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = 2$ (۰/۲۵) $CD^2 = AC \times BC - AD \times BD$ (۰/۲۵) $\Rightarrow CD^2 = 4 \times 10 - 2 \times 5$ (۰/۲۵) $\Rightarrow CD = \sqrt{30}$ (۰/۲۵) صفحه ۷۲ 	۱/۲۵
۱۴	$\frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \underbrace{\frac{b^2 + c^2}{b^2c^2}}_{(0/25)} = \underbrace{\frac{a^2}{(bc)^2}}_{(0/25)} = \underbrace{\frac{a^2}{(ah_a)^2}}_{(0/25)} = \underbrace{\frac{1}{h_a^2}}_{(0/25)}$ صفحه ۶۵ 	۱
	ادامه راهنمای تصحیح در صفحه دوم	

ردیف	راهنمای تصحیح	بارم
۱۵	از B به D وصل می‌کنیم. در این صورت $BD^{۲} = ۵^{۲} + ۳^{۲} - ۵ \times ۳ \times \cos ۱۲۰^{\circ}$ (۰/۲۵) و لذا $BD = ۷$ (۰/۲۵). اکنون طبق قضیه هرون می‌توان نوشت:  $P_{ABD} = \frac{۵ + ۷ + ۸}{۲} = ۱۰$ (۰/۲۵) $S_{ABD} = \sqrt{۱۰(۱۰ - ۷)(۱۰ - ۸)(۱۰ - ۵)} = ۱۰\sqrt{۳}$ (۰/۲۵) $S_{BCD} = \frac{۱}{۲} \times ۳ \times ۵ \times \sin ۱۲۰^{\circ} = \frac{۱۵\sqrt{۳}}{۴}$ (۰/۲۵) و (۰/۲۵) $۱۰\sqrt{۳} = \frac{۱}{۲} \times ۵ \times ۸ \times \sin\hat{A} \Rightarrow \sin\hat{A} = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$ صفحه ۷۶ (۰/۲۵) $S_{ABCD} = S_{ABD} - S_{BCD} = \frac{۲۵\sqrt{۳}}{۴}$	۱/۷۵
	سپاس و عرض خداقوت خدمت همکار گرامی	