

سؤالات درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸ / ۱ / ۳۱	تعداد صفحه: ۲
آزمون شبیه‌سازی امتحانات نهایی سال ۱۳۹۸		اداره سنجش آموزش و پرورش استان همدان	

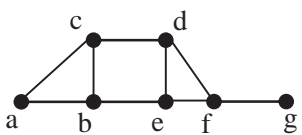
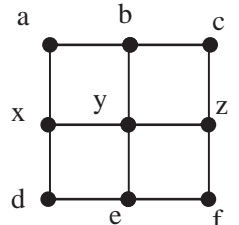
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

۱	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>(الف) اگر a, b دو عدد طبیعی باشند آنگاه $[b, (a, b)] = a$</p> <p>(ب) عدد احاطه‌گری گراف C_{11} برابر ۳ است.</p> <p>(پ) دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۲ وجود ندارد.</p> <p>(ت) اگر $A = ۴$ و $B = ۳$ باشند، $۳^۴$ تابع چون $f: A \rightarrow B$ می‌توان تعریف کرد.</p>	۱
۰/۷۵	<p>جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>(الف) مجموع درجات رئوس گراف کامل از مرتبه ۴ برابر است.</p> <p>(ب) باقی مانده تقسیم عدد ۲۷۳۶۷۱ بر ۱۱ می‌شود.</p> <p>(پ) تعداد حالت‌هایی که می‌توان ۴ خودکار متفاوت را بین ۸ نفر توزیع کرد به طوری که هیچ‌کس بیشتر از یک خودکار نداشته باشد، (به هر نفر حداکثر یک خودکار داده باشیم) برابر است.</p>	۲
۱	<p>گزاره زیر را به روش بازگشتی (گزاره‌های هم‌ارز) ثابت کنید:</p> <p>(برای هر دو عدد حقیقی مثبت x و y داریم: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y}$)</p>	۳
۰/۷۵	<p>درستی گزاره زیر را با استفاده از روش برهان خلف ثابت کنید.</p> <p>(حاصل ضرب هر عدد گویای ناصفر در یک عدد گنگ، عددی گنگ است.)</p>	۴
۱	<p>اگر $n \in \mathbb{N}$ و $n 9k+7$ و $n 7k+6$، ثابت کنید $n=1$ یا $n=5$</p>	۵
۱	<p>اگر دو عدد $3a-1$ و $4a+3$ رقم یکان برابر داشته باشند، رقم یکان عدد $9a-6$ را به دست آورید.</p>	۶
۱	<p>جواب عمومی معادله هم‌نهشتی $۱۱x \equiv ۶۹ \pmod{18}$ را بیابید.</p>	۷
۰/۷۵	<p>اگر در گراف G داشته باشیم $V(G) = \{a, b, c, d, e, f\}$ و $E(G) = \{ac, ae, bd, ce, df\}$:</p> <p>(الف) گراف G را رسم کنید.</p> <p>(ب) آیا گراف G همبند است؟</p> <p>(ب) مکمل گراف G دارای چند یال است؟</p>	۸

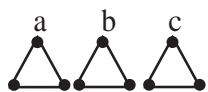
« ادامه سؤالات در صفحه دوم »

سؤالات درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۱/۳۱	تعداد صفحه: ۲
آزمون شبیه‌سازی امتحانات نهایی سال ۱۳۹۸		اداره سنجش آموزش و پرورش استان همدان	

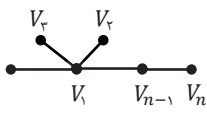
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

۲		<p>گراف زیر را در نظر بگیرید و به سؤالات پاسخ دهید:</p> <p>الف) مجموعه همسایگی باز رأس b را بنویسید.</p> <p>ب) یک مسیر از c به f به طول ۴ بنویسید.</p> <p>پ) ۲ دور با طول‌های متفاوت بنویسید.</p> <p>ت) یک زیرگراف، برای آن رسم کنید.</p>	۹
۱/۵		<p>گراف G مطابق شکل رسم شده است.</p> <p>الف) آیا $S = \{a, b, c, e\}$ یک مجموعه احاطه‌گر G است؟</p> <p>ب) آیا S یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال است؟ چرا؟</p> <p>پ) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم برای G بنویسید.</p>	۱۰
۱		یک گراف 2 -منتظم مرتبه ۹ بکشید که عدد احاطه‌گری آن کمترین مقدار ممکن باشد.	۱۱
۱/۲۵		برای هر $n \in \mathbb{N}$ ($n \geq 4$)، گرافی n رأسی و با عدد احاطه‌گری ۲، چنان رسم کنید که بیش از یک مجموعه احاطه‌گر داشته باشد. سپس برای گراف رسم شده، دو مجموعه احاطه‌گر مینیمم بنویسید.	۱۲
۱		با ارقام ۱, ۱, ۲, ۳, ۳, ۳, ۳, ۷ چند عدد ۷ رقمی می‌توان نوشت؟	۱۳
۱/۵	$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$	<p>مربع لاتین زیر را در نظر بگیرید:</p> <p>الف) یک جایگشت مشخص کنید، سپس با اعمال آن جایگشت مربع لاتین B را بنویسید.</p> <p>ب) آیا دو مربع لاتین A, B متعامدند؟ چرا؟</p>	۱۴
۱/۵		در یک گل‌فروشی، پنج نوع گل موجود است. به چند طریق می‌توان ۸ شاخه گل انتخاب کرد، به طوری که: الف) از هر نوع، حداقل یک گل انتخاب شده باشد. ب) از گل نوع اول حداقل دو شاخه و از گل نوع چهارم بیش از سه شاخه انتخاب شده باشد.	۱۵
۱/۵		در بین اعداد طبیعی ۱ تا ۱۱۰۰ ($1 \leq n \leq 1100$) چند عدد وجود دارد به طوری که بر هیچ یک از اعداد ۳ و ۵ بخش پذیر نباشد.	۱۶
۱/۵		در یک فروشگاه، کفش‌های ورزشی از ۵ برند مختلف در ۶ اندازه و ۹ رنگ عرضه می‌شوند. فروشگاه حداقل چند کفش ورزشی داشته باشد تا مطمئن باشیم حداقل سه تا از این کفش‌ها از یک برند، هم اندازه و هم رنگ هستند؟	۱۷
۲۰		جمع نمره « موفق باشید. »	

راهنمای تصحیح سؤالات درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۱/۳۱	تعداد صفحه: ۲
آزمون شبیه سازی امتحانات نهایی سال ۱۳۹۸		اداره سنجش آموزش و پرورش استان همدان
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

۱	الف) نادرست صفحه ۱۷ (ب) نادرست صفحه ۵۳ (پ) درست صفحه ۶۷ (ت) درست صفحه ۷۸ (هر مورد ۰/۲۵)	۱
۲	الف) ۱۲ صفحه ۳۹ و ۳۸ (ب) ۲ صفحه ۲۳ (پ) ۴ (۸) صفحه ۷۹ (هر مورد ۰/۲۵)	۰/۷۵
۳	صفحه ۷ (۰/۲۵) $(x+y)^2 \geq 4xy$ $\iff (x+y)^2 - 4xy \geq 0$ $\iff x^2 + 2xy + y^2 - 4xy \geq 0$ $\iff x^2 - 2xy + y^2 \geq 0$ $\iff (x-y)^2 \geq 0$ (۰/۲۵)	۱
۴	صفحه ۵ فرض کنید $r \in Q$ و $x \in Q'$ ولی $rx \in Q$ (فرض خلف) (۰/۲۵). چون عکس هر عدد گویای ناصفری هم عددی گویاست و می‌دانیم حاصل ضرب هر دو عدد گویا عددی گویاست (۰/۲۵) پس $(\frac{1}{r})(rx) \in Q$ پس $x \in Q$ که با فرض در تناقض است. (۰/۲۵)	۰/۷۵
۵	صفحه ۱۲ (۰/۲۵) $n \mid 9k + 7 \xrightarrow{\times(-7)} n \mid -63k - 49$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{+} n \mid 5$ (۰/۲۵) $\rightarrow n = 1$ یا $n = 5$ (۰/۲۵) $n \mid 7k + 6 \xrightarrow{\times(9)} n \mid 63k + 54$ (۰/۲۵)	۱
۶	صفحه ۲۹ $4a + 3 \equiv 3a - 1 \pmod{11} \rightarrow a \equiv -4 \pmod{11} \xrightarrow{\times 9} 9a \equiv -36 \pmod{11}$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{-6} 9a - 6 \equiv -42 \pmod{11} \rightarrow 9a - 6 \equiv -42 + 5(10) = 8 \pmod{11}$ (۰/۲۵)	۱
۷	صفحه ۲۵ $11x \equiv 69 \pmod{11} \rightarrow 11x \equiv 69 - 2(11) \pmod{11} \rightarrow 11x \equiv 33 \pmod{11} \rightarrow x \equiv 3 \pmod{5}$ (۰/۵) $x = 11k + 3$ (۰/۲۵)	۱
۸	صفحه ۴۱ و ۴۲ الف) رسم نمودار (۰/۲۵) ب) خیر (۰/۲۵) پ) ۱۰ (۰/۲۵)	۰/۷۵
۹	صفحه ۴۱ و ۴۲ الف) $N_G(b) = \{a, c, e\}$ (۰/۵) (ب) مسیری مانند: $cabef$ (باز پاسخ) (۰/۵) پ) دوره‌هایی مانند: طول ۴: $cdebc$ (۰/۲۵) و طول ۳: $acba$ (باز پاسخ) (۰/۲۵) (باز پاسخ) (۰/۵)	۲
۱۰	صفحه ۴۷ الف) بله (۰/۵) (ب) خیر با حذف b باز احاطه گر است (۰/۵) (پ) $\{a, c, e\}$ (باز پاسخ) (۰/۵)	۱/۵
۱۱	صفحه ۵۳ طبق رابطه‌ای که برای کران پایین عدد احاطه‌گری داشتیم: $\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \rfloor \leq \gamma \rightarrow \lfloor \frac{9}{2+1} \rfloor \leq \gamma \rightarrow \lfloor \frac{9}{3} \rfloor \leq \gamma \rightarrow \gamma \geq 3$ (۰/۵) گرافی مانند شکل مقابل ۲ منتظم مرتبه ۹ با عدد احاطه‌گری ۳ و $S = \{a, b, c\}$ (باز پاسخ):  (۰/۵)	۱

« ادامه راهنمای تصحیح در صفحه دوم »

راهنمای تصحیح سؤالات درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح																	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۱/۳۱	تعداد صفحه: ۲																	
آزمون شبیه سازی امتحانات نهایی سال ۱۳۹۸		اداره سنجش آموزش و پرورش استان همدان																		
ردیف	راهنمای تصحیح																			
۱۲	صفحه ۵۴ (۰/۲۵) $\{V_1, V_{n-1}\}$ (۰/۲۵) $\{V_1, V_n\}$	هر شکل که ویژگی های مساله را دارا باشد مانند: (باز پاسخ)	 (۰/۷۵)																	
۱۳	صفحه ۵۸ (۱) $\frac{7!}{2! \times 2!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3!}{2 \times 2!} = 420$		۱																	
۱۴	صفحه ۶۶ (باز پاسخ با جایگشت های مختلف) (الف) ۱ → ۲ ۲ → ۳ : جایگشت ۳ → ۱ B = <table border="1" data-bbox="606 739 718 851"> <tr><td>۲</td><td>۱</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۳</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr> </table> (ب) خیر زیرا مثلا جایگاه سطر اول ستون دوم و جایگاه سطر دوم ستون اول درایه یکسان دارند. مربع حاصل از کنار هم قرار دادن A, B <table border="1" data-bbox="566 918 718 1030"> <tr><td>۱۲</td><td>۳۱</td><td>۲۳</td></tr> <tr><td>۳۱</td><td>۲۳</td><td>۱۲</td></tr> <tr><td>۲۳</td><td>۱۲</td><td>۳۱</td></tr> </table>	۲	۱	۳	۱	۳	۲	۳	۲	۱	۱۲	۳۱	۲۳	۳۱	۲۳	۱۲	۲۳	۱۲	۳۱	(۰/۷۵)
۲	۱	۳																		
۱	۳	۲																		
۳	۲	۱																		
۱۲	۳۱	۲۳																		
۳۱	۲۳	۱۲																		
۲۳	۱۲	۳۱																		
۱۵	صفحه ۷۲ (الف) $x_1 + \dots + x_5 = 8 : x_i \geq 1 \quad \binom{8-1}{5-1} = \binom{7}{4} = 35$ (ب) $x_1 + x_2 + \dots + x_5 = 8 : x_1 \geq 2, x_4 > 3$ $(x_1 - 2) + x_2 + x_3 + (x_4 - 4) + x_5 = 8 \rightarrow y_1 + x_2 + x_3 + y_4 + x_5 = 8 - 6 = 2$ $\rightarrow \binom{2+5-1}{5-1} = \binom{6}{4} = 15$	(۰/۵) (۰/۲۵) (۰/۵)	۱/۵																	
۱۶	صفحه ۷۶ $ A = \binom{1100}{5} = 220$ $ B = \binom{1100}{3} = 366$ $ A \cap B = \binom{1100}{5 \times 3} = 73$ $ \bar{A} \cap \bar{B} = \bar{A} \cup \bar{B} = S - (A \cup B) = S - (A + B - A \cap B)$ $= 1100 - (220 + 366 - 73) = 587$	(۰/۷۵) (۰/۵)	۱/۵																	
۱۷	صفحه ۸۴ $k+1=3 \rightarrow k=2$ طبق تعمیم اصل لانه کبوتری، تعداد لانه ها (با استفاده از اصل ضرب) یعنی همان انواع کفش $n = 5 \times 6 \times 9 = 270$ می باشد. بنابراین تعداد کفش های فروشگاه (همان کبوترها) برابر است با: $kn+1 = 2 \times 270 + 1 = 541$	(۰/۵) (۰/۵)	۱/۵																	
۲۰	جمع نمره	«همکار محترم خدا قوت»																		

مصحح گرامی به سایر پاسخ های صحیح نیز نمره تعلق می گیرد.

