

اداره آموزش و پرورش شهرستان تایباد		امتحان نوبت اول	
دبیرستان نمونه دولتی معراج		سال تحصیلی ۹۴-۱۳۹۳	
نام درس: ریاضیات گسسته	پایه تحصیلی: چهارم	رشته تحصیلی: علوم ریاضی	دی ماه ۱۳۹۳
نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: صبح	مدت امتحان: ۸۰ دقیقه	طراح سوال: مصطفی فدائی

**امام علی (ع) : ( ناتوان ترین مردم کسی است که از اصلاح خود ناتوان باشد )**

ردیف	سوالات	نمره
------	--------	------

۱	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید: الف) یک گراف ..... عبارت است از زوج مرتبی مانند $G = (V, E)$ که در آن $V$ مجموعه ای متناهی و ناتهی و $E$ زیر مجموعه ای از تمام زوجهای مرتب متشکل از اعضای $V$ است. ب) معادله ی سیاله ی خطی $ax + by = c$ روی $\mathbb{Z}$ دارای جواب است هرگاه .....	۱
۲/۵	در گراف مقابل: الف) آیا گراف بازه ای است. چرا؟ ب) آیا گراف همبستگی است. چرا؟ ج) تمام دورهای به طول ۳ یا ۴ را بنویسید؟ د) می خواهیم رئوس $G$ را طوری رنگ آمیزی کنیم که هیچ دو رأس مجاوری هم رنگ نباشد. کمترین تعداد رنگ را بیابید. پ) مقدار $d(a, b)$ را محاسبه کنید.	۲
۱	فرض کنید رابطه ی $q = 2p - 3$ بین مرتبه و اندازه ی گراف ۳- منتظم $G$ برقرار باشد. ویژگیهای گراف $G$ را مشخص کنید و گراف مورد نظر را رسم کنید.	۳
۱/۵	نوع گراف را مشخص کنید؟ الف) رابطه ی (وجود مسیر بین دو راس) گراف $G$ از مرتبه $p$ را به $p$ مجموعه افراز کرده است. ب) گراف بازه هایی به صورت $(i - 1, i + 1)$ که در آن $i = 1, 2, 3, 4$ می باشد. ج) $G$ گرافی از مرتبه $p \geq 2$ است و برای هر دو راس متمایز $u, v$ از گراف داریم: $d(u, v) = 1$	۴
۱/۵	فرض کنید ماکسیمم درجه ی یک درخت برابر $k$ باشد. ثابت کنید که درخت دست کم $k$ راس از درجه یک دارد.	۵
۲	اگر $A$ ماتریس مجاورت یک درخت و حاصل ضرب درایه های قطری ماتریس $A^2$ برابر ۲۴ و ماکسیمم درجه ی آن ۴ باشد، تعداد یالهای این درخت را تعیین کنید؟	۶
۲	ثابت کنید: قضیه: اصل استقرای ریاضی از اصل خوشترتیبی نتیجه می شود.	۷
۱/۵	بزرگ ترین عدد صحیحی را پیدا کنید که چون بر ۱۱۶ تقسیم شود باقی مانده ۴ برابر خارج قسمت گردد.	۸
۱/۵	ثابت کنید: قضیه: بینهایت عدد اول وجود دارد.	۹
۱/۵	قاعده ی تعیین باقی مانده ی تقسیم یک عدد بر ۱۱ را با ذکر دلیل بنویسید.	۱۰
۱	فرض کنید $n$ عددی طبیعی باشد و $a^n   b^n$ . ثابت کنید: $a   b$	۱۱
۱	باقی مانده ی تقسیم عدد $3^{1749}$ بر ۱۱ را پیدا کنید.	۱۲
۲	به چند طریق می توان ۲۳ ریال را به وسیله ی سکه های ۵ ریالی و ۲ ریالی خرد کرد.	۱۳
۲۰	موفق و پیروز باشید	جمع کل

پاسخنام تشریحی آزمون، اصنیاء گستر

(۲) اربع حیر - چون شامل پنج ضلعی بدون قطر (مربع) است

(2) دو راهی به طول 3:  $(bcfb - gbf g - edge - adea)$   
 دو راهی به طول 4:  $(cbgfc - aegda)$

A diagram of a rectangular prism (cuboid) with vertices labeled with letters. The top face has vertices labeled A, B, C, and D in clockwise order starting from the top-left. The bottom face has vertices labeled E, F, G, and H in clockwise order starting from the bottom-left. Vertical edges connect corresponding top and bottom vertices: A to E, B to F, C to G, and D to H.

گراف است و چون گراف  $G$  با  $p$  رأس از  $p$  محدد جدا از هم تشکیل شده است پس گراف  $G$  همی است.

ررفت

(ه) انبیا به برهان خلف: فرض کنید رفت صد کس (۱-۸۰) و از سر، از صد کس  
داشته باشد. (فرض خلف).

$$\rightarrow 2p-2 \geq k+k-1+2p-2k \rightarrow -2 \geq -1 \quad \times$$

$$P = n + 1, \quad \overline{P} = 19 = 9 + n \rightarrow 9 = \frac{9+n}{2} \quad \overbrace{\quad}^{n}$$

$$\rightarrow n = \omega \rightarrow q = \frac{q + \omega}{r} = v$$

(۷) قضیه مورد نظر در متن کتاب ثابت شده است. تهیه و تنظیم: مصطفی فدائی

$$\begin{array}{r} a \\ \vdots \\ 49 \end{array} \Bigg| \begin{array}{r} 119 \\ 9 \end{array} \xrightarrow{\text{بنایه اقلربم}} a = 119q + 49 \quad (۸)$$

$$0 < 49 < 119 \xrightarrow{\div 49} 0 < q < 29 \xrightarrow{q \in \mathbb{Z}}$$

$$q_{\max} = 28 \rightarrow a_{\max} = 119 \cdot (28) = 3332$$

(۹) قضیه مورد نظر در متن کتاب ثابت شده است.

$$\begin{aligned} A &= \overline{a_n \dots a_p a_p a_1 a_0} = a_0 + 10a_1 + 100a_p + 1000a_p + \dots \quad (۱) \\ &= a_0 + (11-1)a_1 + (99+1)a_p + (1001-1)a_p + \dots \\ &= (a_0 - a_1 + a_p - a_p + \dots) + 11(a_1 + 9a_p + 91a_p + \dots) \end{aligned}$$

معبر ۱۱  
بامتوانده های مقسم A بر ۱۱ می است.

(۱۱) فرض کنیم  $(a, b) = d \rightarrow (\frac{a}{d}, \frac{b}{d}) = 1 \rightarrow (\frac{a^n}{d^n}, \frac{b^n}{d^n}) = 1 \rightarrow$   
 $(a^n, b^n) = (\frac{a^n}{d^n} \cdot d^n, \frac{b^n}{d^n} \cdot d^n) = d^n (\frac{a^n}{d^n}, \frac{b^n}{d^n}) = d^n \times 1$   
 $\rightarrow (a^n, b^n) = d^n \quad (۱)$        $a^n | b^n \rightarrow (a^n, b^n) = a^n \quad (۲)$

$$(۱), (۲) \rightarrow d^n = a^n \rightarrow d = |a| \rightarrow (a, b) = |a| \rightarrow a | b$$

$$\begin{array}{l} 3^5 \equiv 1 \xrightarrow{3^5 \cdot 2} 3^{10} \equiv 1 \rightarrow 3^{10} \equiv 12 \div 3 \\ 3^{149} \equiv 4 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \text{عدد زوج} = y \\ \text{عدد فرد} = x \end{array} \right. \quad (۱۲)$$

$$5x + 2y = 23 \rightarrow y = \frac{23 - 5x}{2} = \frac{22 + 1 - 4x - x}{2} \rightarrow$$

$$y = 11 - 2x + \frac{1-x}{2} \xrightarrow{k} 1-x = 2k \rightarrow x = 1-2k$$

$$x, y \geq 0 \rightarrow 1-2k \geq 0, 9+5k \geq 0 \rightarrow -\frac{9}{5} < k < \frac{1}{2} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = -1, 0 \text{ دو طریق}$$

(۷) مقنیه مورد نظر در متن کتاب اثبات شده است. تهیه و تنظیم: مصطفی فدائی

$$\begin{array}{r} a \mid 114 \\ \hline 49 \end{array} \xrightarrow{\text{بنابراین مقنیه}} a = 114q + 49 \quad (۸)$$

$$0 < 49 < 114 \xrightarrow{\div 4} 0 < 9 < 29 \xrightarrow{q \in \mathbb{Z}}$$

$$q_{\max} = 28 \rightarrow a_{\max} = 114 \cdot (28) = 3192.$$

(۹) مقنیه مورد نظر در متن کتاب اثبات شده است.

$$\begin{aligned} A &= \overline{a_n \dots a_p a_r a_1 a_0} = a_0 + 10a_1 + 100a_2 + 1000a_3 + \dots \quad (۱) \\ &= a_0 + (11-1)a_1 + (99+1)a_2 + (1001-1)a_3 + \dots \\ &= \underbrace{(a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \dots)}_B + 11 \underbrace{(a_1 + 9a_2 + 91a_3 + \dots)}_{\text{معر ۱۱}} \end{aligned}$$

بامتیازده های مقنیه  $A, B$  بر ۱۱ می آید.

(۱۱) فرض کنید  $(a, b) = d \rightarrow (\frac{a}{d}, \frac{b}{d}) = 1 \rightarrow (\frac{a^n}{d^n}, \frac{b^n}{d^n}) = 1 \rightarrow$   
 $(a^n, b^n) = (\frac{a^n}{d^n} \cdot d^n, \frac{b^n}{d^n} \cdot d^n) = d^n (\frac{a^n}{d^n}, \frac{b^n}{d^n}) = d^n \times 1$   
 $\rightarrow (a^n, b^n) = d^n \quad (۱)$   $a^n \mid b^n \rightarrow (a^n, b^n) = a^n \quad (۲)$

$(۱), (۲) \rightarrow d^n = a^n \rightarrow d = |a| \rightarrow (a, b) = |a| \rightarrow a \mid b$

$$\begin{array}{l} 3^5 \equiv 1 \xrightarrow{3^{1750} \equiv 1} 3^{1750} \equiv 1 \rightarrow 3^{1750} \equiv 12 \div 3 \\ 3^{1749} \equiv 4 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \text{قدرت ۵} = x, \text{ قدرت ۲} = y \end{array} \right. \quad (۱۲)$$

$$5x + 2y = 23 \rightarrow y = \frac{23 - 5x}{2} = \frac{22 + 1 - 4x - x}{2} \rightarrow$$

$$y = 11 - 2x + \frac{1-x}{2} \xrightarrow{k} 1-x = 2k \rightarrow x = 1-2k$$

$$\rightarrow y = 11 - 2 + 4k + k \rightarrow y = 9 + 5k$$

$x, y \geq 0 \rightarrow 1-2k \geq 0, 9+5k \geq 0 \rightarrow -\frac{9}{5} < k < \frac{1}{2} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = -1, 0$  دو طریق