

مهر آموزشگاه	مشخصات امتحان	زمان امتحان	مشخصات دانش آموز
	درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال	زمان امتحان: ۱۰:۳۰ صبح	پیش دانشگاهی: خاقانی
	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ: شنبه ۹۶/۱۰/۹	نام و نام خانوادگی:
	پایه: چهارم ریاضی	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	نام کلاس:

ردیف	"هنر ریاضی گرسنه کردن ذهن است نه سیر کردن آن"	بارم
۱	الف) مجموعه ی کراندار را تعریف کنید. ب) دامنه ی تعریف تابع با ضابطه ی $y = \sqrt{ x-2 + x-1 -6}$ را بیابید.	۱
۲	نمایش اعشاری $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ به کدام صورت است؟ الف) عدد اعشاری مختوم ب) عدد اعشاری متناوب ساده ج) عدد اعشاری متناوب مرکب د) عدد اعشاری نا مختوم و نا متناوب	۰/۵
۳	مجموعه ی جواب نامعادله ی $ 3x-1 < 2$ یک همسایگی متقارن به مرکز و شعاع است.	۰/۵
۴	الف) نشان دهید که دنباله ی $a_n = \frac{\sin n}{n^2+1}$ همگراست.	۱/۵
۵	نشان دهید دنباله $\{n^2 + 3n\}_{n=1}^{\infty}$ واگرا به مثبت بی نهایت است.	۱
۶	قضیه) ثابت کنید هر عدد حقیقی حد دنباله ای از اعداد گویا می باشد.	۱/۵
۷	حد زیر را بیابید.	۱
	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+5}{2n-1} \right)^{n+1}$	
۸	نشان دهید که تابع زیر در نقاط داده شده فاقد حد هستند.	۱/۵
	$f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{x}\right) \text{ در } x=0$	
۹	با کمک قضیه قشردگی ثابت کنید:	۱
	$\lim_{x \rightarrow 2} x-2 \sin\left(\frac{x+3}{x^2-4}\right) = 0$	
۱۰	حدود زیر را بیابید.	۴
	۱) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{ \sin(\pi x) }{1-\sqrt{2x}}$	
	۲) $\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{(\sin x) \left[\cos \frac{x}{2} \right]}{x-\pi}$	
	۳) $\lim_{x \rightarrow 0} x \left[\frac{1}{x} \right]$	
	۴) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2-6x+3} + \sqrt{x^2+4x-2}}{3x-5}$	
	5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + \sin 2x - \sin 3x}{x^3}$	

۱/۵	عدد های a, b را طوری بیابید که تابع زیر بر مجموعه ی اعداد حقیقی پیوسته باشد. $f(x) = (x^2 - bx + a) \operatorname{sgn}(x^2 + x - 2)$	۱۱
۱	مقدار $f(0)$ را طوری بیابید که تابع $f(x) = \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x}$ در نقطه ی $x = 0$ پیوسته باشد.	۱۲
۱/۵	فرض کنید که تابع $f(x) = \lfloor x^2 \rfloor$ بر روی فاصله ی $[2, 2+k]$ پیوسته باشد، بزرگترین مقدار ممکن k را بیابید.	۱۳
۱/۵	خطوط مجانب تابع با ضابطه ی $f(x) = \frac{x^3 + 2}{x^2 - 7x + 6}$ را بیابید.	۱۴
۱	فرض کنید که تابع $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ پیوسته باشد که برد آن زیر مجموعه ای از اعداد گویا باشد. اگر $f(2) = 5, f\left(\frac{1}{3}\right) = 2a - 1, f(\sqrt{3}) = a - b$ مقادیر a, b را بیابید.	۱۵
۲۰	موفق با شید	مخندی