

نمونه آزمون احتمالی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال	ساعت شروع: ۸/۰۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال چهارم (۲۰ نمره ای)	تاریخ آزمون: ۹۳/۰۳/۰۴	
دانش آموزان سال سوم متوسطه	www.mohsharbfmath.ir	

۱	الف) اگر $a < x < b$ ثابت کنید $ x < \max\{ a , b \}$ ب) ثابت کنید برای هر سه عدد حقیقی x, y, z اگر $x + z = y + z$ آنگاه $x = y$	۱
۲	الف) چهار جمله ی اول دنباله $\left\{ \frac{2n-1}{n} \right\}$ را نوشته ثابت کنید دنباله صعودی است ب) به کمک دنباله ها ثابت کنید تابع $f(x) = \frac{ x }{x}$ در $x = 0$ حد ندارد.	۱
۳	الف) معادله مجانب های تابع $y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$ را در صورت وجود بیابید. ب) حد روبرو را بیابید. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{\sin^2 x}$	۰/۷۵
۴	الف) مقادیر a و b را طوری بیابید که تابع $f(x) = \begin{cases} 2 + x^2 & x > 1 \\ a & x = 1 \\ b + 3[x] & x < 1 \end{cases}$ در $x = 1$ پیوسته باشد. ب) ثابت کنید معادله $\sin x - x^2 + x + 1 = 0$ حداقل دو ریشه در بازه $[-\pi, \pi]$ دارد.	۱/۲۵
۵	الف) مشتق پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ را در $x = 0$ بررسی کنید. ب) نشان دهید $x = 0$ برای تابع $f(x) = (x-1)[x]$ نقطه گوشه است و سپس زاویه بین دو نیم مماس آن را پیدا کنید.	۱/۵
۶	الف) جهت تعقر و نقطه عطف تابع $f(x) = x^4 + 4x$ را در صورت وجود بیابید	۱/۵

	ب) تابع $f(x) = x + \frac{1}{x}$ در کدام بازه صعودی و در کدام بازه نزولی است؟	
۱/۵	الف) به ازای چه مقادیری از a, b, c تابع $f(x) = \begin{cases} x^3 & x < 1 \\ ax^2 + bx + c & x \geq 1 \end{cases}$ در نقطه $x = 1$ مشتق مرتبه دوم دارد؟ ب) مقدار مشتق تابع معکوس $f(x) = x^3 + x$ را در نقطه ای به طول 10 روی تابع معکوس به دست آورید.	۷
۱/۷۵	الف) معادله خط مماس بر منحنی $y = \frac{\ln x}{x}$ را در نقطه $A(1, 0)$ پیدا کنید. ب) از نقطه $A(0, -1)$ دو خط مماس بر منحنی $f(x) = x^2 + x$ رسم شده است معادلات این دو خط مماس را به دست آورید.	۸
۱/۵	الف) با استفاده از آزمون مشتق دوم، مقادیر اکسترمم های موضعی $f(x) = x^4 - 2x^3$ را بیابید. ب) مشتق بگیرید. $i) y = e^{2x} \cdot \cos 3x$ $ii) x^3 + 2x^2 y - \sqrt{xy} = 5$	۹
۲	الف) جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$ را رسم کنید. ب) جدول رفتار و نمودار تابع $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$ را رسم کنید.	۱۰
۱/۵	الف) حاصل $\sum_{i=1}^{19} (3i^2 - i + 2)$ را محاسبه کنید. ب) مساحت ناحیه تحت تابع $f(x) = x^2 + 1$ را از $x = 0$ تا $x = 2$ محاسبه کنید.	۱۱
۰/۷۵	الف) مشتق تابع $f(x) = \int_1^{3x} \ln t dt$ را محاسبه کنید. ب) مقدار میانگین تابع $f(x) = x - 1 $ را در بازه $[0, 2]$ بیابید.	۱۲
۱/۷۵	انتگرال های زیر را محاسبه کنید. $i) \int \frac{x^2 - 1}{x} dx$ $ii) \int_1^2 x [2x] dx$	۱۳