

باسمه تعالی
اداره ی آموزش و پرورش شهرستان باوی
دبیرستان امام حسین (ع)
آزمون نوبت اول درس حساب دیفرانسیل و انتگرال

مشخصات امتحان	زمان امتحان	مشخصات دانش آموز	مهر آموزشگاه
درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال	ساعت: ۱۰ صبح	شماره ی کارت:	
رشته: ریاضی و فیزیک	روز و تاریخ: شنبه ۱۳۹۲/۱۰/۱۴	نام:	
پایه: چهارم	مدت: ۹۰ دقیقه	نام خانوادگی:	

توجه :	تعداد صفحات آزمون ۲ صفحه است.	استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.	آزمون نیاز به پاسخنامه دارد.
---------------	-------------------------------	--------------------------------------	------------------------------

ردیف	سؤال	نمره
۱	در هر مورد جای خالی را طوری کامل کنید که گزاره ی صحیح بدست آید. الف : تابع $f(x) = \begin{cases} x & x \in Q \\ 2-x & x \notin Q^c \end{cases}$ در نقطه ی پیوسته است. ب : آهنگ تغییر حجم یک مکعب نسبت به طول آن وقتی که ضلع آن برابر ۱۰ سانتی متر است، برابر می باشد.	۱
۲	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید. الف : هر مجموعه که از پایین کراندار باشد، دارای بزرگترین کران پایین است. ب : دنباله ی $\{a_n\}$ با ضابطه ی $a_n = (1 + \frac{1}{n})^n$ از بالا کراندار است. ج : تابع $f(x) = x \operatorname{sgn} x$ در نقطه ی $x = 0$ مشتق پذیر است.	۱/۵
۳	ثابت کنید که عضو صفر در مجموعه ی اعداد حقیقی منحصر بفرد است.	۱
۴	ثابت کنید $\log 3$ گویا نیست.	۱
۵	دنباله ای از اعداد گویا بسازید جملات آن که بین دو عدد $\frac{1}{10}$ و $\frac{1}{11}$ واقع باشند.	۱
۶	ابتدا سه جمله ی اول دنباله ی $\{\frac{3n}{n^2+1}\}$ را نوشته و سپس صعودی یا نزولی بودن آن را مشخص کنید.	۱
۷	ثابت کنید که دنباله ی $\{3 - (\frac{1}{5})^n\}$ به عدد ۳ همگرا است.	۱

((ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم))

صفحه ی ۱

۱/۵	۸	فرض کنیم که دنباله ی $\{a_n\}$ همگرا و p و q دو عدد ثابت باشند و $0 < p < q$. ثابت کنید که دنباله ی $a_{n+1} = \frac{qa_n}{p + a_n}$ همگرا است. حد آن را به دست آورید.
۲	۹	نمودار تابع $f(x) = x + [x]$ را در بازه ی $[0, 2]$ رسم کنید و سپس حد تابع را در نقطه ی $x = 1$ در صورت وجود، به دست آورید.
۲	۱۰	با استفاده از دنباله ها، ثابت کنید که $\lim_{x \rightarrow 0} \cos \frac{1}{x}$ وجود ندارد.
۱	۱۱	تابع زیر به تابع دیریکله موسوم است. ثابت کنید. $\lim_{x \rightarrow 0} xD(x) = 0$ $D(x) = \begin{cases} 1 & x \in Q \\ 0 & x \notin Q \end{cases}$
۱	۱۲	مقدار $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos^3 x}{\sin^2 x}$ را بیابید.
۱/۵	۱۳	نشان دهید که تابع $f(x) = \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x}$ در نقطه ی $x = 0$ پیوسته نیست. سپس تابع جدیدی تعریف کنید که در $x = 0$ پیوسته باشد.
۱	۱۴	نشان دهید که معادله ی $x - \cos x = 0$ ریشه ای در بازه ی $[0, 1]$ دارد.
۱/۵	۱۵	معادله ی مجانب مایل تابع $f(x) = 2x + \sqrt{x^2 + 3}$ را وقتی $x \rightarrow +\infty$ به دست آورید.
۱	۱۶	نشان دهید که خط $x = 1$ مماس بر قائم بر منحنی $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ می باشد.
۲۰		جمع

موفق باشید. جابر عامری

جوهر ریاضیات آزادی آن است.