

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته: علوم تجربی	ساعت شروع: $۱۰\frac{۱}{۲}$	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۵ / ۱۰ / ۱۳۸۶		
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال تحصیلی ۸۷-۱۳۸۶	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی		

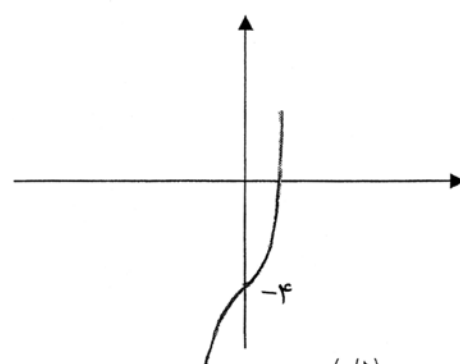
ردیف	سؤالات	نمره
۱	اگر $A = \{x   x \in R, x < 3\}$ و $B = \{x   x \in R, 4 < 3x - 2 \leq 10\}$ باشد، مجموعه های $A \cap B$ ، $B, A$ را بصورت فاصله بنویسید.	۱
۲	دامنه تعریف تابع $f(x) = \frac{3+x}{\sqrt{2- x }}$ را بدست آورید.	۰/۵
۳	در تابع $f(x) = x^3 + ax - b$ مقادیر $a, b$ را طوری بیابید که تابع محور عرضها را در نقطه ای به عرض ۲- قطع کند و از نقطه $(-1, 1)$ نیز بگذرد.	۱
۴	الف: اگر $f(x-3) = \frac{x+1}{x+2}$ باشد، تابع $f(x)$ را بدست آورید و سپس $f(1)$ را محاسبه کنید. ب: اگر $f(x) = x^2$ و $g(x) = \sqrt{x}$ باشد، دامنه $\frac{f}{g}(x)$ را بدست آورید.	۱/۵
۵	حدود زیر را بدست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x+5} - 1}{x^2 + 4x}$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 7x + 5x}}{\sqrt{4x^2 + \sqrt{x}}}$ ج) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x \tan^3 x}{5x^2}$ د) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x] - 2}{x^2 - 4}$ هـ) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 1}$ و) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 x}{1 - \cos x}$	۵/۵
۶	اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(a-2)x^3 + 2x^2 + 3}{bx^2 + 1} = 2$ باشد، مقادیر $a, b$ را بدست آورید.	۰/۷۵
۷	$f(x) = \begin{cases} [x] + a & x < 2 \\ 4 & x = 2 \\  x - 3  + bx & x > 2 \end{cases}$ در $x = 2$ پیوستگی راست و حد چپ تابع برابر با ۳ باشد.	۱/۵
	« ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم »	

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته: علوم تجربی	ساعت شروع: $۱۰\frac{۱}{۲}$	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۵ / ۱۰ / ۱۳۸۶		
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال تحصیلی ۱۳۸۶-۸۷	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی		

ردیف	سؤالات	نمره
۸	اگر برای هر $x$ در بازه $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ داشته باشیم $۴ - ۲ \tan \frac{x}{۲} \leq f(x) \leq ۳ - \sin x$ ، مطلوب است $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} ۲f(x) + ۱$	۱/۲۵
۹	آهنگ تغییر حجم مکعبی به ضلع $x$ سانتی متر را نسبت به تغییرات $x$ وقتی $x$ از ۲ به ۵ تغییر کند، بدست آورید.	۱
۱۰	مشتق بگیرید. (ساده کردن الزامی نیست) $h(x) = \left(\frac{x-1}{2x+3}\right)^3$ ج) $g(x) = \cos^2 3x - \sin 2x$ ب) $f(x) = \sqrt{x^3 + 2x}$ الف)	۲
۱۱	معادله خط قائم بر نمودار تابع $y = \frac{2}{x}$ را در نقطه ای به طول ۲ واقع بر نمودار بدست آورید.	۱
۱۲	مقادیر $a, b, c$ را طوری تعیین کنید که تابع $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ می‌نیمی به مختصات $(۱, -۲)$ داشته باشد و از مبدا مختصات نیز بگذرد.	۱/۵
۱۳	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = x^3 + 3x - 4$ را رسم کنید.	۱/۵
	« موفق باشید »	جمع نمره
		۲۰

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)		رشته : علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۵ / ۱۰ / ۱۳۸۶
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال تحصیلی ۱۳۸۶-۸۷		اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$A = (-\infty, 3) \quad (0.25)$ , $6 < 3x \leq 12 \rightarrow 2 < x \leq 4 \rightarrow B = (2, 4] \quad (0.5)$ $A \cap B = (2, 3) \quad (0.25)$	۱
۰.۵	$2 -  x  > 0 \rightarrow  x  < 2 \quad (0.25) \rightarrow -2 < x < 2 \quad (0.25)$	۲
۱	$\begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix} \in \text{منحنی} \Rightarrow 2 = b \quad (0.25)$ $\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \in \text{منحنی} \Rightarrow 1 = -1 - a - 2 \Rightarrow a = -4 \quad (0.25)$	۳
۱/۵	$x - 3 = t \rightarrow x = t + 3 \quad (0.25)$ $f(t) = \frac{t+4}{t+5} \Rightarrow f(x) = \frac{x+4}{x+5} \quad (0.25)$ , $f(1) = \frac{5}{6} \quad (0.25)$ $D_f = \mathbb{R}$ , $D_g = \{x   x \geq 0\} \quad (0.25)$ $D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x   g(x) = 0\} \quad (0.25) = \{x   x \geq 0\} - \{0\} = \{x   x > 0\} \quad (0.25)$	۴ الف : ب :
۵/۵	الف) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x+5}-1}{x(x+4)} \times \frac{\sqrt{x+5}+1}{\sqrt{x+5}+1} = \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x+4}{x(x+4)(\sqrt{x+5}+1)} = \lim_{x \rightarrow -4} \frac{1}{x(\sqrt{x+5}+1)} = \frac{-1}{8} \quad (0.25)$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ x +5x}{ 2x } = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x}{2x} = 3 \quad (0.25)$ ج) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} \times \frac{\tan 3x}{3x} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{5} \quad (0.25)$ د) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[2^-]-2}{(2^-)^2-4} = \frac{-1}{0^-} = +\infty \quad (0.75)$ هـ) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+3)(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+3}{x+1} = 2 \quad (0.25)$ و) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(1-\cos x)(1+\cos x)}{1-\cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} 2(1+\cos x) = 4 \quad (0.25)$	۵
۰.۷۵	$a - 2 = 0 \Rightarrow a = 2 \quad (0.25)$ , $\frac{2}{b} = 2 \Rightarrow b = 1 \quad (0.5)$	۶
۱/۵	$\lim_{x \rightarrow 2^+}  x-3  + bx = f(2) \Rightarrow 1 + 2b = 4 \rightarrow b = \frac{3}{2} \quad (0.25)$ $\lim_{x \rightarrow 2^-} [x] + a = 3 \Rightarrow 1 + a = 3 \rightarrow a = 2 \quad (0.25)$	۷
« ادامه در صفحه ی دوم »		

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳) رشته : علوم تجربی		سال سوم آموزش متوسطه																			
تاریخ امتحان: ۱۵ / ۱۰ / ۱۳۸۶		دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال تحصیلی ۱۳۸۶-۸۷																			
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی		راهنمای تصحیح																			
ردیف	نمره																				
۸	۱/۲۵	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (3 - \sin x) \leq \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} f(x) \leq \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (4 - 2 \tan \frac{x}{2}) \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow 2 \leq \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} f(x) \leq 2(۰/۵) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} f(x) = 2(۰/۲۵) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} 2f(x) + 1 = 5(۰/۲۵)$ طبق قضیه فشردگی :																			
۹	۱	$V(x) = x^3 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow V(2) = 8, V(5) = 125 \quad (۰/۲۵)$ $\frac{\Delta V}{\Delta x} = \frac{V(5) - V(2)}{5 - 2} = \frac{117}{3} = 39 \quad (۰/۲۵)$ $(۰/۲۵)$																			
۱۰	۲	الف) $f'(x) = \frac{3x^2 + 2}{2\sqrt{x^3 + 2x}} \quad (۰/۵)$ ب) $g'(x) = -6 \sin 3x \cos 3x - 2 \cos 2x \quad (۰/۷۵)$ ج) $h'(x) = 3 \left( \frac{5}{(2x+3)^2} \right) \left( \frac{x-1}{2x+3} \right)^2 \quad (۰/۷۵)$																			
۱۱	۱	$x = 2 \Rightarrow y = 1 \quad (۰/۲۵) \quad , \quad y' = \frac{-2}{x^2} \Rightarrow m = y'(2) = \frac{-1}{2} \Rightarrow m' = 2 \quad (۰/۵)$ $y - 1 = 2(x - 2) \rightarrow y = 2x - 3 \quad (۰/۲۵)$																			
۱۲	۱/۵	$(0,0) \in \text{منحنی} \Rightarrow c = 0 \quad (۰/۲۵)$ $(1,-2) \in \text{منحنی} \quad -2 = 1 + a + b \rightarrow a + b = -3 \quad (۰/۲۵)$ $y' = 3x^2 + 2ax + b \Rightarrow 2a + b = -3 \quad (۰/۵) \quad , \quad \begin{cases} a + b = -3 \\ 2a + b = -3 \end{cases} \Rightarrow a = 0, b = -3 \quad (۰/۵)$																			
۱۳	۱/۵	$D = \mathbb{R} \quad , \quad y' = 3x^2 + 3 = 0 \quad (۰/۲۵)$ ریشه ندارد $y'' = 6x = 0 \Rightarrow x = 0, y = -4 \quad (۰/۲۵)$ <table><tr><td>x</td><td><math>-\infty</math></td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td></td><td>— —</td><td></td><td></td></tr><tr><td>y</td><td><math>-\infty</math></td><td>-8</td><td>-4</td><td>0</td><td><math>+\infty</math></td></tr></table> (۰/۵)  (۰/۵)		x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	y'			— —			y	$-\infty$	-8	-4	0	$+\infty$
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$																
y'			— —																		
y	$-\infty$	-8	-4	0	$+\infty$																
۲۰	جمع نمره																				

مصححین محترم لطفاً برای راه حل های درست دیگر نمره را به تناسب تقسیم نمایید .