

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته‌ی: علوم تجربی	ساعت شروع: ۸:۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۱ / ۱۰ / ۵	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۹۱		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	یک تاس و یک سکه را با هم پرتاب می‌کنیم. (الف) فضای نمونه‌ی این تجربه‌ی تصادفی را بنویسید. (ب) پیشامدی را بنویسید که در آن تاس زوج یا سکه پشت بیاید.	۱/۲۵
۲	احتمال قبولی علی در کنکور ۰/۳ و احتمال قبولی حسن در کنکور ۰/۴ است. احتمال آن که حد اقل یکی از این دو نفر در کنکور قبول شوند، چه قدر است؟	۱
۳	در جعبه‌ای ۴ مهره‌ی سفید و ۷ مهره‌ی سیاه موجود است. دو مهره به تصادف با هم خارج می‌کنیم. احتمال هریک از پیشامدهای زیر را تعیین کنید. (الف) دو مهره غیر هم رنگ باشند. (ب) حد اکثر یک مهره سفید باشد.	۱/۷۵
۴	معادله‌ی $\frac{6-x^2}{x} > 1$ را حل کرده و مجموعه‌ی جواب را به صورت بازه نشان دهید.	۱/۵
۵	نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & x > 0 \\ 3 & x \leq 0 \end{cases}$ را رسم کنید.	۰/۵
۶	اگر α زاویه‌ای حاده و β زاویه‌ای منفرجه باشد و $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ و $\sin \beta = \frac{2}{5}$ آن گاه حاصل $\sin(\alpha + \beta)$ را به دست آورید.	۱/۵
۷	دو تابع $f(x) = \sqrt{x+3}$ و $g(x) = 4-x$ مفروض اند. (الف) ضابطه‌ی تابع مرکب $f \circ g$ را بنویسید. (ب) دامنه‌ی تابع مرکب $f \circ g$ را با استفاده از تعریف به دست آورید. (ب) مقدار $\frac{3g(0) - f(4)}{3}$ را محاسبه کنید.	۲/۲۵
۸	مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که سهمی $f(x) = ax^2 + bx$ از نقطه‌ی $(3, 5)$ بگذرد و تساوی $f(-1) = 3$ برقرار باشد.	۱/۲۵
	«ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی دوم»	

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته‌ی: علوم تجربی	ساعت شروع: ۸:۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۱ / ۱۰ / ۵		
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۹۱	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		

ردیف	سؤالات	نمره
۹	<p>نمودار تابع f به صورت زیر داده شده است. با توجه به نمودار، حاصل حد های خواسته شده را به دست آورید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$</p> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ د) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$</p>	۱
۱۰	<p>حاصل هر یک از حدهای زیر را به دست آورید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 9}{2x - 6}$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + \sqrt{x-2}}{5x^2 - 6x + 1}$</p> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x) \tan(2x)}{x^2}$</p>	۲/۷۵
۱۱	<p>تابع $f(x) = \begin{cases} ax + 1 & x > -2 \\ 13 & x = -2 \\ 2ax^2 + bx - 1 & x < -2 \end{cases}$ داده شده است a و b را چنان بیابید که تابع در نقطه ای به طول $x = -2$ پیوسته باشد.</p>	۱/۲۵
۱۲	<p>معادله‌ی حرکت یک متحرک به صورت $f(t) = 5t + 2$ می باشد. آهنگ متوسط تغییر این تابع را وقتی متغیر از $t_1 = 1$ به $t_2 = 3$ تغییر می کند، تعیین کنید.</p>	۱
۱۳	<p>مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن الزامی نیست)</p> <p>الف) $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x}$ ب) $g(x) = \sin(3x) \cot x$</p> <p>ج) $h(x) = \frac{6x + 2}{x(3x - 1)}$</p>	۲
۱۴	<p>با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = \sqrt{x-1}$ را در نقطه ای به طول $x = 5$ به دست آورید.</p>	۱
	« موفق باشید »	جمع نمره
		۲۰

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته‌ی: علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۱ / ۱۰ / ۵
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در (دی ماه) سال ۱۳۹۱	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره																								
۱	الف) $S = \{(1, پ), (1, ر), (2, پ), (2, ر), (3, پ), (3, ر), (4, پ), (4, ر), (5, پ), (5, ر), (6, پ), (6, ر)\} (0/75)$ ب) $A = \{(2, پ), (2, ر), (4, پ), (4, ر), (6, پ), (6, ر), (3, پ), (1, پ), (5, پ)\} (0/5)$	۱/۲۵																								
۲	$p(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) (0/25)$ $p(A \cup B) = \frac{3}{10} + \frac{4}{10} - (\frac{3}{10} \times \frac{4}{10}) = \frac{58}{100} (0/25)$ (0/5)	۱																								
۳	الف) $p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{4}{1} \times \binom{5}{1}}{\binom{11}{1}} = \frac{20}{55} (0/25)$ (0/25) ب) $p(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{\binom{4}{1} \binom{5}{1} + \binom{5}{1}}{\binom{11}{1}} = \frac{49}{55} (0/25)$ (0/25)	۱/۷۵																								
۴	$\frac{6-x^2}{x} - 1 > 0 (0/25) \Rightarrow \frac{6-x^2-x}{x} > 0 (0/25)$ <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-3</td><td>0</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$-x^2 - x + 6$</td><td>$-$</td><td>$+$</td><td>$+$</td><td>$-$</td><td>$-$</td></tr><tr><td>x</td><td>$-$</td><td>$-$</td><td>$+$</td><td>$+$</td><td>$+$</td></tr><tr><td>کسر</td><td>$+$</td><td>$-$</td><td>$+$</td><td>$-$</td><td>$-$</td></tr></table> <p style="text-align: center;">جواب جواب</p> <p>مجموعه جواب $= (-\infty, -3) \cup (0, 2) (0/5)$</p>	x	$-\infty$	-3	0	2	$+\infty$	$-x^2 - x + 6$	$-$	$+$	$+$	$-$	$-$	x	$-$	$-$	$+$	$+$	$+$	کسر	$+$	$-$	$+$	$-$	$-$	۱/۵
x	$-\infty$	-3	0	2	$+\infty$																					
$-x^2 - x + 6$	$-$	$+$	$+$	$-$	$-$																					
x	$-$	$-$	$+$	$+$	$+$																					
کسر	$+$	$-$	$+$	$-$	$-$																					
۵	رسم تابع ثابت (0/25) رسم سهمی (0/25)	۰/۵																								
	«ادامه در صفحه‌ی دوم»																									

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته‌ی: علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۱ / ۱۰ / ۵
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در (دی ماه) سال ۱۳۹۱	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۶	$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{\sqrt{8}}{3} \quad (۰/۵) \quad \text{و} \quad \cos \beta = -\sqrt{1 - \frac{4}{25}} = -\frac{\sqrt{21}}{5} \quad (۰/۵)$ $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = \left(\frac{1}{3}\right)\left(-\frac{\sqrt{21}}{5}\right) + \left(\frac{\sqrt{8}}{3}\right)\left(\frac{2}{5}\right)$ $(۰/۲۵) \quad (۰/۲۵)$	۱/۵
۷	<p>الف) $f \circ g(x) = f(4 - x) = \sqrt{4 - x + 3} = \sqrt{7 - x} \quad (۰/۵)$</p> <p>ب) $D_f = [-3, +\infty) \quad (۰/۲۵) \quad \text{و} \quad D_g = R \quad (۰/۲۵)$</p> $D_{f \circ g} = \left\{ x \mid x \in D_g, g(x) \in D_f \right\} = \left\{ x \mid x \in R, 4 - x \geq -3 \right\} = (-\infty, 7]$ $(۰/۲۵) \quad (۰/۲۵)$ <p>ج) $\frac{f(g(0)) - f(6)}{3} = \frac{12 - 3}{3} = 3 \quad (۰/۲۵)$</p>	۲/۲۵
۸	$\begin{cases} (3, 5) \Rightarrow 5 = 9a + 3b \quad (۰/۲۵) \\ (-1, 3) \Rightarrow 3 = a - b \quad (۰/۵) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{7}{6} \quad (۰/۲۵) \\ b = -\frac{11}{6} \quad (۰/۲۵) \end{cases}$	۱/۲۵
۹	<p>الف) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2 \quad (۰/۲۵)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1 \quad (۰/۲۵)$ ج) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ وجود ندارد $(۰/۲۵)$ د) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 1 \quad (۰/۲۵)$</p>	۱
۱۰	<p>الف) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{2x - 6} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)}{2(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x+3)}{2} = 3 \quad (۰/۲۵)$</p> $(۰/۲۵) \quad (۰/۲۵)$ <p>ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + \sqrt{x-2}}{5x^2 - 6x + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{5x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{5x} = 0 \quad (۰/۲۵)$</p> $(۰/۲۵) \quad (۰/۲۵)$ <p>ج) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x) \tan(2x)}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{x} = 3 \times 2 = 6 \quad (۰/۲۵)$</p> $(۰/۲۵) \quad (۰/۲۵)$	۲/۲۵
	«ادامه در صفحه‌ی سوم»	

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته: علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۱ / ۱۰ / ۵
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در (دی ماه) سال ۱۳۹۱	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۱	$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = f(-2) \quad (۰/۲۵)$ $\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) &= -2a + 1 \quad (۰/۲۵) \\ \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) &= 8a - 2b - 1 \quad (۰/۲۵) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} -2a + 1 = 13 \Rightarrow a = -6 \quad (۰/۲۵) \\ 8(-6) - 2b - 1 = 13 \Rightarrow b = -31 \quad (۰/۲۵) \end{cases}$	۱/۲۵
۱۲	$\frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{f(t_2) - f(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{17 - 7}{2} = 5 \quad (۰/۲۵)$	۱
۱۳	<p>الف) $f'(x) = \frac{2x - 4}{2\sqrt{x^2 - 4x}} \quad (۰/۲۵)$</p> <p>ب) $g'(x) = (3 \cos 3x)(\cot x) + (-(1 + \cot^2 x))(\sin 3x) \quad (۰/۲۵)$</p> <p>ج) $h'(x) = \frac{6(3x^2 - x) - (6x - 1)(6x + 2)}{(3x^2 - x)^2} \quad (۰/۲۵)$</p>	۲
۱۴	$f'(\delta) = \lim_{x \rightarrow \delta} \frac{f(x) - f(\delta)}{x - \delta} = \lim_{x \rightarrow \delta} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{x - \delta} \times \frac{\sqrt{x-1} + 2}{\sqrt{x-1} + 2} =$ $\lim_{x \rightarrow \delta} \frac{x - \delta}{(x - \delta)(\sqrt{x-1} + 2)} = \lim_{x \rightarrow \delta} \frac{1}{\sqrt{x-1} + 2} = \frac{1}{4} \quad (۰/۲۵)$	۱
۲۰	جمع نمره	