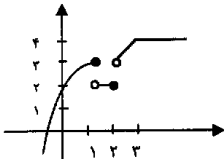


باسمه تعالی

| | | | |
|---|--------------------|--|-----------------------|
| سوالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳) | رشته‌ی: علوم تجربی | ساعت شروع: ۸ صبح | مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه |
| سال سوم آموزش متوسطه | | | |
| دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۹ | | مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir | |

| ردیف | سوالات | نمره |
|------|---|------|
| ۱ | اگر $A = \left\{ x \mid x \in \mathbb{R}, \frac{ x-2 }{3} \leq \frac{1}{2} \right\}$ و $B = [0, 3]$ باشد حاصل $A \cap B$ را به صورت بازه بنویسید. | ۰/۷۵ |
| ۲ | اگر $f(x) = \frac{x-2}{x+2}$ باشد $f\left(\frac{-4}{x}\right)$ را به دست آورید و درستی تساوی $f(x) \times f\left(\frac{-4}{x}\right) = -1$ را بررسی نمایید. ($x \neq \pm 2, 0$) | ۱ |
| ۳ | ضابطه‌ی تابع f به صورت $f(x) = \begin{cases} ax-3, & x < 0 \\ 2bx^2+5, & x \geq 0 \end{cases}$ می باشد مقادیر a و b را طوری بیابید که $f(-2) = 3$ و نمودار تابع از نقطه‌ی $A(2, -3)$ بگذرد. | ۱ |
| ۴ | توابع $f(x) = \sqrt{x-4}$ و $g(x) = \frac{1}{x^2-1}$ داده شده است. الف) ضابطه‌ی تابع $g \circ f$ را تعیین کنید. ب) دامنه‌ی تابع $g \circ f$ را با استفاده از تعریف آن به دست آورید. | ۱/۲۵ |
| ۵ | با توجه به نمودار تابع f حاصل عبارت زیر را به دست آورید. $3 \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + 2f(2)$  | ۱ |
| ۶ | حد توابع زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - \sqrt{x^2 + 4x}}{1 - x}$ ج) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^2}$ د) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+3}{ x-2 }$ | ۴/۲۵ |
| ۷ | اگر به ازای هر x داشته باشیم $4 + x^3 \leq 2f(x) \leq (x-2)^2$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x) + 3)$ را به دست آورید. | ۱/۲۵ |
| | «ادامه‌ی سوالات در صفحه‌ی دوم» | |

باسمه تعالی

| | | | |
|---|--------------------|---|-----------------------|
| سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳) | رشته‌ی: علوم تجربی | ساعت شروع: ۸ صبح | مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه |
| سال سوم آموزش متوسطه | | | |
| دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۹ | | مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir | |

| ردیف | سؤالات | نمره |
|------|---|------|
| ۸ | مقادیر a و b را چنان تعیین کنید که تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} [2x] + b & , x < 3 \\ 3 - ax & , x = 3 \\ \frac{x^2 - 9}{x - 3} & , x > 3 \end{cases}$ در نقطه‌ی $x_0 = 3$ پیوسته باشد. | ۱/۵ |
| ۹ | فاصله‌ی پیوستگی تابع $f(x) = \sqrt{\frac{6}{x^2 - 4x + 3}}$ را تعیین کنید. | ۱ |
| ۱۰ | مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف) $f(x) = (1 - 4x^3)\sqrt{1 + 2x + x^2}$ ب) $g(x) = \frac{-x^2 + x}{\frac{x}{3} + 2}$ ج) $h(x) = \sin^2 2x + 5 \cot x$ | ۲/۲۵ |
| ۱۱ | با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = \frac{x}{x-1}$ را در نقطه‌ی $x = 2$ به دست آورید. | ۰/۷۵ |
| ۱۲ | معادله‌ی خط مماس بر منحنی تابع $y = \sin x + \cos 2x$ را در نقطه‌ای به طول π واقع بر منحنی بنویسید. | ۱ |
| ۱۳ | تابع $f(x) = ax^3 + bx^2 + 5x + c$ مفروض است. مقادیر a و b و c را چنان بیابید که $M(-1, 2)$ نقطه‌ی عطف تابع بوده و تابع محور عرض‌ها را در نقطه‌ی ۱ قطع کند. | ۱/۵ |
| ۱۴ | جدول تغییرات و نمودار تابع $y = -x^3 + 3x - 2$ را رسم کنید. | ۱/۵ |
| | جمع نمره | ۲۰ |

«موفق باشید»

WWW.RIAZISARA.IR

دانلود از سایت ریاضی سرا

باسمه تعالی

| | |
|---|---|
| راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳) | رشته‌ی: علوم تجربی |
| سال سوم آموزش متوسطه | تاریخ امتحان: ۱۳۸۹ / ۳ / ۴ |
| دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۹ | مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir |

| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره |
|------|---|------|
| ۱ | $ x-2 \leq \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{-3}{2} \leq x-2 \leq \frac{3}{2} \quad (0/25) \Rightarrow \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{7}{2} \quad (0/25)$ $A \cap B = [\frac{1}{2}, 3) \quad (0/25)$ | ۰/۷۵ |
| ۲ | $f(\frac{-4}{x}) = \frac{\frac{-4}{x}}{\frac{-4}{x} + 2} = \frac{-4}{-4 + 2x} = \frac{-2}{-2 + x} \quad (0/25)$ $\Rightarrow f(x) \times f(\frac{-4}{x}) = \frac{x-2}{x+2} \times \frac{2+x}{2-x} = -1 \quad (0/25)$ | ۱ |
| ۳ | $f(-2) = 3 \Rightarrow -2a - 3 = 3 \quad (0/25) \Rightarrow a = -3 \quad (0/25)$ $A(2, -3) \Rightarrow 2b + 5 = -3 \quad (0/25) \Rightarrow b = -1 \quad (0/25)$ | ۱ |
| ۴ | <p>الف) $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = \frac{1}{(\sqrt{x-4})^2 - 1} \quad (0/25)$</p> <p>ب) $D_f = [4, +\infty) \quad (0/25), \quad D_g = \mathbb{R} - \{\pm 1\} \quad (0/25)$</p> <p>$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = [4, +\infty) - \{5\} \quad (0/25)$</p> | ۱/۲۵ |
| ۵ | $2 \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + 2f(3) = 2(3) - 3 + 2(4) = 14 \quad (0/25)$ $(0/25) \quad (0/25) \quad (0/25)$ | ۱ |
| ۶ | <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} \times \frac{x + \sqrt{x}}{x + \sqrt{x}} \times \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1} =$ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)(\sqrt{x}+1)}{(x-1)(x+\sqrt{x})} = \frac{2}{2} = 1 \quad (0/25)$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - \sqrt{x^2 + 4x}}{1-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x) = -\infty \quad (0/25)$</p> | ۴/۲۵ |
| | (ادامه در صفحه ی دوم) | |

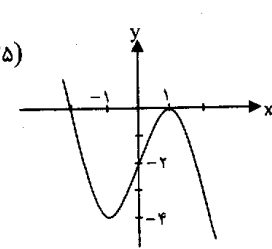
باسمه تعالی

| | |
|---|---|
| راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳) | رشته: علوم تجربی |
| سال سوم آموزش متوسطه | تاریخ امتحان: ۱۳۸۹ / ۳ / ۴ |
| دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۹ | مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir |

| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره |
|------|--|------|
| | $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin x}{\cos x} - \sin x}{x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x (1 - \cos x)}{x^3 \cos x} =$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \times 2 \sin^2 \frac{x}{2}}{x^3 \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \times 2 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 \frac{x}{2}}{x^2} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\cos x} = 1 \times \frac{2}{4} \times 1 = \frac{1}{2}$ <p>(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> $\text{د) } \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+3}{ x-2 } = \frac{\Delta}{0^+} = +\infty \quad (۰/۲۵)$ | |
| ۱/۲۵ | $\left. \begin{aligned} \frac{(x-2)^2}{2} \leq f(x) \leq \frac{4+x^2}{2} \quad (۰/۲۵) \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x-2)^2}{2} = 2 \quad (۰/۲۵) \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4+x^2}{2} = 2 \quad (۰/۲۵) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} (f(x)+3) = 5$ <p>(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> | ۷ |
| ۱/۵ | $\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = f(3) \quad (۰/۲۵) \\ \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{(x-3)(x+3)}{x-3} = 6 \quad (۰/۲۵) \\ \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = [3(3^-)] + b = 9 + b \quad (۰/۲۵) \\ f(3) = 3 - 3a \quad (۰/۲۵) \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = -1, \quad b = 1$ <p>(۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> | ۸ |
| ۱ | $\frac{6}{x^2 - 4x + 3} > 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 > 0 \Rightarrow \text{فاصله‌ی پیوستگی} = (-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$ <p>(۰/۲۵) (۰/۵)</p> | ۹ |
| | (ادامه در صفحه ی سوم) | |

باسمه تعالی

| | |
|---|---|
| راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳) | رشته: علوم تجربی |
| سال سوم آموزش متوسطه | تاریخ امتحان: ۱۳۸۹ / ۳ / ۴ |
| دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۹ | مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir |

| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|------|---|------|-----------|-----|-----------|---|-----------|----|---|---|---|---|---|---|-----------|----|----|---|-----------|--|--|-----|--|-----|--|-----|
| ۱۰ | <p>۲/۲۵ الف) $f'(x) = (-12x^2)\sqrt{1+2x+x^2} + \frac{2+2x}{2\sqrt{1+2x+x^2}}(1-4x^3) \quad (0/5)$</p> <p>(0/25) (0/25)</p> <p>ب) $g'(x) = \frac{(-2x+1)(\frac{x}{3}+2) - (\frac{1}{3})(-x^2+x)}{(\frac{x}{3}+2)^2} \quad (0/25)$</p> <p>ج) $h'(x) = 6\cos 2x \sin^2 2x - 5(1+\cot^2 x) \quad (0/25) \quad (0/25) \quad (0/25)$</p> | ۲/۲۵ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۱ | <p>۰/۷۵ $f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{x}{x-2}-2}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(2-x)}{(x-2)(x-1)} = -1 \quad (0/25)$</p> <p>(0/25) (0/25)</p> | ۰/۷۵ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۲ | <p>۱ $x = \pi \Rightarrow y = 1$, $y' = \cos x - 2 \sin 2x \Rightarrow m = -1 \Rightarrow y - 1 = -1(x - \pi)$</p> <p>(0/25) (0/25) (0/25)</p> | ۱ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۳ | <p>۱/۵ $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + 5$, $f''(x) = 6ax + 2b \quad (0/25) \Rightarrow -6a + 2b = 0 \quad (0/25)$</p> <p>$(0, 1) \in \text{تابع} \Rightarrow 1 = c \quad (0/25)$</p> <p>$(-1, 2) \in \text{تابع} \Rightarrow 2 = -a + b - 5 + c \quad (0/25) \Rightarrow a = 3, b = 9$</p> <p>(0/25) (0/25)</p> | ۱/۵ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۴ | <p>۱/۵ $y' = -3x^2 + 3 = 0 \Rightarrow x = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} x=1, & y=0 \\ x=-1, & y=-4 \end{cases} \quad (0/25) \quad (0/25)$</p> <p>$y'' = -6x = 0 \Rightarrow x = 0, y = -2 \quad (0/25)$</p> <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$+\infty$</td> <td>-4</td> <td>-2</td> <td>0</td> <td>$-\infty$</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>min</td> <td></td> <td>max</td> <td></td> </tr> </table> <p>(0/5) (0/25)</p>  | x | $-\infty$ | -1 | 0 | 1 | $+\infty$ | y' | - | 0 | + | 0 | - | y | $+\infty$ | -4 | -2 | 0 | $-\infty$ | | | min | | max | | ۱/۵ |
| x | $-\infty$ | -1 | 0 | 1 | $+\infty$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| y' | - | 0 | + | 0 | - | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| y | $+\infty$ | -4 | -2 | 0 | $-\infty$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | min | | max | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۲۰ | جمع نمره | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

باسلام و خسته نباشید:

مصححین محترم ، لطفاً برای راه حل های درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم نمایند.