

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته‌ی: علوم تجربی	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۸۷ / ۱۰ / ۱۱		
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۷	اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی		

ردیف	سؤالات	نمره
۱	مجموعه جواب نامعادله $-2 \leq \frac{-3x+4}{4} + 3 < 1$ را به صورت بازه بنویسید.	۰/۷۵
۲	الف) نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} 4-2x & x \geq 1 \\ 1+x^2 & x < 1 \end{cases}$ را رسم کنید. ب) مقدار $f(f(-1))$ را محاسبه کنید.	۱/۲۵
۳	دامنه‌ی تعریف تابع $f(x) = \frac{x+5}{x^2-2x-3}$ را تعیین کنید.	۰/۷۵
۴	اگر $f(x) = \frac{1}{x}$ و $g(x) = \sqrt{1-x}$ باشد مطلوب است: الف) دامنه و ضابطه $(f \times g)(x)$. ب) ضابطه $g \circ f(x)$.	۱/۵
۵	مقدار a را چنان بیابید که تابع $f(x) = \begin{cases} x+2 -a & x \geq 2 \\ x^2+3 & x < 2 \end{cases}$ در نقطه ۲ دارای حد باشد.	۰/۷۵
۶	هر یک از حدهای زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - x^2 - 2x}{x-2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - \sqrt{x}}{x}$ ج) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{3 \tan x - \sin 2x}{x}$ د) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 + \sqrt{3x+5}}{4x^2 - 5x + 1}$ ه) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3}{(x-3)^2}$ و) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^2}{1 - \cos 2x}$	۴/۷۵
۷	مقادیر a و b را چنان بیابید که تابع $f(x) = \begin{cases} 3+2ax^2 & x < -1 \\ x+1 & x = -1 \\ b[x]+1 & x > -1 \end{cases}$ در نقطه $x = -1$ پیوسته باشد.	۱/۵
	«ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی دوم»	

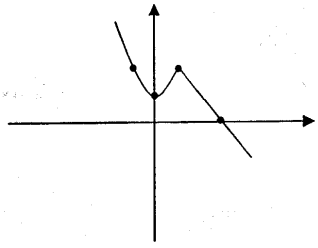
باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته‌ی: علوم تجربی	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۱ / ۱۰ / ۱۳۸۷	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۷		اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

ردیف	سؤالات	نمره
۸	اگر $ f(x) \leq 1 - \cos x$ باشد حد تابع $f(x)$ وقتی $x \rightarrow 0$ را به دست آورید.	۰/۷۵
۹	فاصله پیوستگی تابع $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ را بنویسید.	۰/۷۵
۱۰	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = 2 - x^2$ را به دست آورید.	۱
۱۱	مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن الزامی نیست) الف) $y = \tan^2 3x \times \cos(2x - 1)$ ب) $y = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{3x + 5}$ ج) $y = (x^4 - x^3 + x^2 - 1)^5$	۲/۲۵
۱۲	معادله خط قائم بر منحنی $y = \sqrt{x + 1}$ را در نقطه‌ای بطول ۳ واقع بر منحنی به دست آورید.	۱
۱۳	تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ مفروض است. a و b و c را چنان بیابید که نقطه اکسترمم تابع $(-1, 1)$ و طول نقطه‌ی عطف آن صفر باشد.	۱/۵
۱۴	جهت تغییرات و نمودار تابع $y = x(1 - x)^2$ را رسم کنید.	۱/۵
	جمع نمره	۲۰
	«موفق باشید»	

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته: علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۸۷ / ۱۰ / ۱۱
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۷	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره														
۱	$-5 \leq \frac{-3x+4}{4} < -2 \quad -20 \leq -3x+4 < -8 \quad (0/25) \quad -24 \leq -3x < -12$ $4 < x \leq 8 \quad (0/25) \quad \text{مجموعه جواب} = (4, 8] \quad (0/25)$	۰/۷۵														
۲	<div style="display: flex; align-items: center;"> <table border="1" style="margin-right: 20px;"> <tr> <td>x</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr> <td>۴-۲x</td><td>۲</td><td>۰</td></tr> </table> <div style="margin-right: 20px;">(۰/۲۵)</div>  <div style="margin-left: 20px;">(۰/۵)</div> </div> <table border="1" style="margin-bottom: 10px;"> <tr> <td>x</td><td>-۱</td><td>۰</td><td>۱</td></tr> <tr> <td>۱+x^۲</td><td>۲</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> </table> $f(f(-1)) = f(2) = 0 \quad (0/25)$ (۰/۲۵)	x	۱	۲	۴-۲x	۲	۰	x	-۱	۰	۱	۱+x^۲	۲	۱	۲	۱/۲۵
x	۱	۲														
۴-۲x	۲	۰														
x	-۱	۰	۱													
۱+x^۲	۲	۱	۲													
۳	$x^2 - 2x - 3 = 0 \rightarrow \begin{matrix} x = 3 \\ x = -1 \end{matrix} \quad (0/25) \quad D_f = R - \{3, -1\} \quad (0/5)$	۰/۷۵														
۴	الف) $D_f = R - \{0\} \quad (0/25) \quad D_g = \{x x \leq 1\} \quad (0/25)$ $f \circ g(x) = \frac{1}{x} \times \sqrt{1-x} \quad (0/25)$ $D_{f \circ g} = R - \{0\} \cap \{x x \leq 1\} = (-\infty, 0) \cup (0, 1] \quad (0/25)$ ب) $\text{gof}(x) = g(f(x)) = \sqrt{1 - \frac{1}{x}} \quad (0/5)$	۱/۵														
۵	$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4 - a \quad (0/25) \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 7 \quad (0/25)$ $\Rightarrow 4 - a = 7 \rightarrow a = -3 \quad (0/25)$	۰/۷۵														
۶	الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x(x-2)(x+1)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} x(x+1) = 6 \quad (0/25)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(x-\sqrt{x})(x+\sqrt{x})}{x(x+\sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 - x}{x(x+\sqrt{x})} =$ $= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x(x-1)}{x(x+\sqrt{x})} = \frac{-1}{+} = -\infty \quad (0/25)$	۴/۷۵														
	«ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی دوم»															

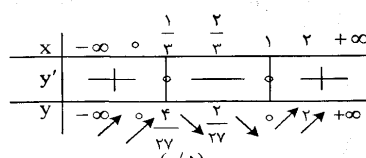
باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته: علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۸۷ / ۱۰ / ۱۱
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۷	اداره: کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
	<p>ج) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{3 \tan x - \sin x}{x} = \frac{3 \tan \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{4}}{\frac{\pi}{4}} = \frac{3-1}{\frac{\pi}{4}} = \frac{2}{\pi} \quad (۰/۵)$</p> <p>د) $= \frac{\infty}{\infty}$ رفع ابهام $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\Delta x^2}{x^2} = \frac{2}{2} \quad (۰/۲۵)$</p> <p>هـ) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3}{(x-3)^2} = \frac{3}{+} = +\infty \quad (۰/۲۵)$</p> <p>و) $= \frac{0}{0}$ رفع ابهام $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x \sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin x}{x}}{\sin x} = \frac{1}{0} \quad (۰/۲۵)$</p>	
۷/۵	<p>شرط پیوستگی $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = f(-1) \quad (۰/۲۵)$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} b[x] + 1 = -b + 1 \quad (۰/۲۵)$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} 3 + 2ax^2 = 3 + 2a \quad (۰/۲۵) \quad f(-1) = 0 \quad (۰/۲۵)$</p> <p>$-b + 1 = 0 \rightarrow b = 1 \quad (۰/۲۵) \quad , \quad 3 + 2a = 0 \rightarrow a = -\frac{3}{2} \quad (۰/۲۵)$</p>	۷
۰/۷۵	<p>$\cos x - 1 \leq f(x) \leq 1 - \cos x \quad (۰/۲۵)$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x - 1) = \lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos x) = 0 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0 \quad (۰/۲۵)$</p>	۸
۰/۷۵	<p>$4 - x^2 \geq 0 \quad (۰/۲۵) \rightarrow x^2 \leq 4 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2 \quad (۰/۲۵)$ فاصله پیوستگی $[-2, 2] \quad (۰/۲۵)$</p>	۹
۱	<p>$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{2 - (x + \Delta x)^2 - (2 - x^2)}{\Delta x} \quad (۰/۲۵)$</p> <p>$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{2 - x^2 - 2x\Delta x - \Delta x^2 - 2 + x^2}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x(-2x - \Delta x)}{\Delta x} \quad (۰/۲۵) = -2x \quad (۰/۲۵)$</p>	۱۰
	«ادامه سؤالات در صفحه سوم»	

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته‌ی : علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۸۷ / ۱۰ / ۱۱
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۷	اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۱	<p>الف) $y' = \epsilon \tan^2 x (1 + \tan^2 x) \cos(x-1) - 2 \tan^2 x \sin(x-1)$ (۰/۵)</p> <p>ب) $y' = \frac{\frac{2x}{2\sqrt{x^2-1}} \times (2x+5) - 2(\sqrt{x^2-1})}{(2x+5)^2}$ (۰/۷۵)</p> <p>ج) $y' = 5(4x^2 - 3x^2 + 2x)(x^2 - x^2 + x^2 - 1)^2$ (۰/۵)</p>	۲/۲۵
۱۲	<p>$x=3 \rightarrow y=2$ (۰/۲۵) $y' = \frac{1}{2\sqrt{x+1}}$ (۰/۲۵) $\rightarrow m' = \frac{1}{4} \rightarrow m = -4$ (۰/۲۵)</p> <p>$y-2 = -4(x-3) \rightarrow y = -4x + 14$ (۰/۲۵)</p>	۱
۱۳	<p>$(1, -1) \in f(x) \Rightarrow -1 = 1 + a + b + c$ (۰/۲۵)</p> <p>$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$ (۰/۲۵) $\Rightarrow f'(1) = 3 + 2a + b = 0$ (۰/۲۵)</p> <p>$f''(x) = 6x + 2a \Rightarrow f''(0) = 2a = 0 \rightarrow a = 0$ (۰/۲۵)</p> <p>$\begin{cases} b + c = -2 \\ 3 + b = 0 \end{cases} \Rightarrow b = -3 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow c = 1 \quad (۰/۲۵)$</p>	۱/۵
۱۴	<p>$y' = (1-x)^2 - 2x(1-x)$</p> <p>$y' = 1 + x^2 - 2x - 2x + 2x^2$ (۰/۲۵)</p> <p>$y' = 3x^2 - 4x + 1 = 0 \rightarrow \begin{cases} x=1 \rightarrow y=0 \\ x=\frac{1}{3} \rightarrow y=\frac{4}{27} \end{cases}$ (۰/۲۵)</p> <p>$y'' = 6x - 4 = 0 \rightarrow x = \frac{2}{3} \rightarrow y = \frac{2}{27}$ (۰/۲۵)</p> <p>  </p>	۱/۵
۳۰	جمع نمره	

باسلام و خسته نباشید

مصححین محترم ، لطفاً برای راه حل های درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم نمایید.