

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضی ۳	رشته : علوم تجربی	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۱۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۳۹۶ / ۰۳ / ۰۴	تعداد صفحه : ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۶			
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir			

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

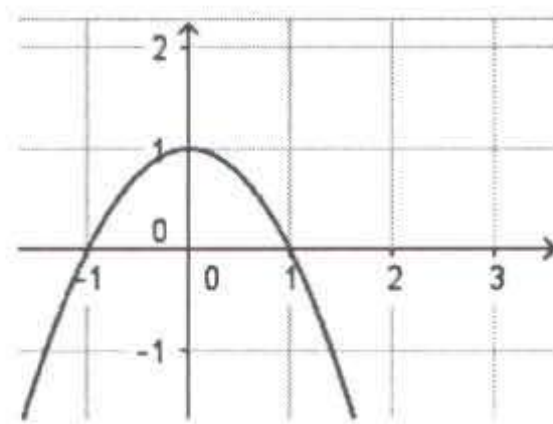
توجه : استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلا مانع است.		
۱	در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید. الف) پیشامد $A = \emptyset$ را پیشامد می نامیم. ب) اگر A و B دو پیشامد در فضای نمونه ای S باشند و داشته باشیم : $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ ، آنگاه A و B را دو پیشامد از هم می نامیم.	۰/۵
۲	یک تاس و یک سکه را با هم می اندازیم، الف) فضای نمونه ای این پدیده تصادفی را تشکیل دهید. ب) پیشامد A که در آن تاس عدد اول و سکه پشت بیاید را مشخص کنید. ج) پیشامد B که در آن تاس عددی بزرگتر از ۵ بیاید را مشخص کنید.	۱/۷۵
۳	در جعبه A پنج مهره سفید و ۳ مهره سیاه و در جعبه B ، ۴ مهره سفید و ۲ مهره سیاه وجود دارد، یکی از این دو جعبه را به تصادف انتخاب کرده و ۱ مهره به تصادف از آن جعبه خارج می کنیم، چقدر احتمال دارد این مهره سیاه باشد؟	۰/۷۵
۴	احتمال آن که شخص A تا ۲۰ سال دیگر ناراحتی قلبی پیدا کند ۰/۶ و احتمال آن که شخص B تا ۲۰ سال دیگر ناراحتی قلبی پیدا کند ۰/۷ است. چقدر احتمال دارد : حداقل یکی از آن ها تا ۲۰ سال دیگر ناراحتی قلبی پیدا نکند.	۱
۵	معادله $\frac{x^2 - 2x + 2}{x^2 - 2x} - \frac{1+x}{x} = \frac{x-1}{x-2}$ را حل کنید.	۱/۵
۶	درستی تساوی مقابل را ثابت کنید. $\frac{2 \sin x \cos x}{\cos^4 x - \sin^4 x} = \tan 2x$	۱
۷	اگر $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، مقادیر a و b و c را طوری بیابید که این سهمی محور y ها را در نقطه ای به عرض ۳- و محور x ها را در نقطه ای به طول ۱- قطع کند و از نقطه $A(2, -3)$ نیز بگذرد.	۱/۲۵
۸	توابع $f(x) = 3 - x^2$ و $g(x) = -2$ داده شده اند. الف) نمودار تابع $f + g$ را رسم کنید. (راه حل نوشته شود) ب) مقدار $(f \cdot g)(0)$ را محاسبه نمایید.	۱
۹	اگر $f(x) = x$ و $g(x) = \sqrt{x^2 + 3}$ باشد، الف) دامنه تابع $\frac{g}{f}$ را با استفاده از تعریف به دست آورید. ب) تابع $\frac{g}{f}$ را تشکیل دهید. ج) حاصل $(f \circ g)(x) - (g \circ f)(x)$ را حساب کنید.	۲/۲۵
ادامه سؤالات در صفحه دوم		

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضی ۳	رشته : علوم تجربی	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۱۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۳۹۶ / ۰۳ / ۰۴	تعداد صفحه : ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۶			
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir			

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
۱۰	تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{\sin(x - 2)} + a & x > 2 \\ 3x^2 + bx & x \leq 2 \end{cases}$ مفروض است. عددهای a و b را چنان بیابید که $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 6$	۱/۵
۱۱	هر یک از حدهای زیر را حساب کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2 - \sqrt{2x + 6}}{x^2 + 1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2}{1 - \cos x}$ ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + 9}{2x + \sqrt{x^2 - 2}}$	۲/۵
۱۲	پیوستگی تابع زیر را در نقطه $x = 0$ بررسی کنید. $f(x) = \begin{cases} 2 x - 1 & x < 0 \\ 3\cos x - 1 & x = 0 \\ \sqrt{x^2 + 4} & x > 0 \end{cases}$	۱
۱۳	حجم آب یک استخر در حال تخلیه بر حسب لیتر به وسیله برابری $V_A = 120(2500 - 50t + t^2)$ به زمان t بر حسب دقیقه بستگی دارد. الف) آهنگ متوسط تخلیه در ۸ دقیقه اول را پیدا کنید. ب) آهنگ لحظه‌ای خالی شدن را در دقیقه دهم از آغاز تخلیه به دست آورید.	۱/۵
۱۴	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف) $f(x) = (x + \sqrt{x})^2 \times (\frac{1}{x})$ ب) $g(x) = \frac{\sin^2 x}{1 + \cos 3x}$	۲
۱۵	گزینه مناسب را انتخاب کنید. الف) دامنه مشتق پذیری تابع $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ ، بازه است. (i) $[-3, 3]$ (ii) $(-3, 3)$ (iii) $(-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$ ب) شیب خط مماس بر نمودار تابع $y = \frac{1}{3}x^2 - 7$ در نقطه $x = 6$ برابر می‌باشد. (i) -3 (ii) 12 (iii) 4	۰/۵
۲۰	جمع نمره	"موفق باشید"

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته: علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۶ / ۰۳ / ۰۴
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور (خرداد ماه) سال ۱۳۹۶	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) نشدنی (۰/۲۵) ب) مستقل (۰/۲۵) (صفحات ۳ و ۱۳)	۰/۵
۲	الف) $S = \{(1, R), (2, R), (3, R), (4, R), (5, R), (6, R), (1, P), (2, P), (3, P), (4, P), (5, P), (6, P)\}$ (۰/۵) (صفحه ۱۸) ب) $A = \{(2, P), (3, P), (5, P)\}$ (۰/۷۵) ج) $B = \{(6, R), (6, P)\}$ (۰/۵)	۱/۷۵
۳	$P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{6} = \frac{17}{24}$ (صفحه ۱۶) $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$ (۰/۲۵) $\frac{1}{2} \times \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$ (۰/۲۵)	۰/۷۵
۴	$P(A' \cup B') = 1 - P(A) \times P(B) = 1 - \frac{17}{24} \times \frac{1}{6} = \frac{37}{24}$ (صفحه ۱۹) (۰/۲۵) (۰/۵)	۱
۵	$\frac{x^2 - 2x + 2 - (x - 2)(1 + x) - x(x - 1)}{x(x - 2)} = 0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \frac{-x^2 + 4}{x(x - 2)} = 0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow$ (صفحه ۲۷) غ.ق.ق $x = 2$ (۰/۲۵) و ق.ق $x = -2$ (۰/۲۵)	۱/۵
۶	$\frac{\sin 2x}{(\cos^2 x - \sin^2 x)(\cos^2 x + \sin^2 x)} = \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = \tan 2x$ (صفحات ۳۳ و ۳۶) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱
۷	$(0, -3) \Rightarrow c = -3$ (۰/۲۵) , $(-1, 0) \Rightarrow a - b = 3$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a = 1$ (۰/۲۵) , $b = -2$ (۰/۲۵) $(2, -3) \Rightarrow 4a + 2b = 0$ (۰/۲۵) (صفحه ۵۰)	۱/۲۵
۸	الف) $(f + g)(x) = 1 - x^2$ (۰/۲۵) ب) $(f \cdot g)(0) = 3 \times (-2) = -6$ (۰/۵) رسم شکل (۰/۲۵) (صفحات ۵۷ و ۶۵)	۱



راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته: علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۶ / ۰۳ / ۰۴
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور (خرداد ماه) سال ۱۳۹۶	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۹	(صفحات ۵۸ و ۶۶) الف) $D_f = R \quad (۰/۲۵)$, $D_g = R \quad (۰/۲۵)$ $D_{\frac{g}{f}} = D_g \cap D_f - \{x \mid f(x) = 0\} = R - \{x \mid x = 0\} \quad (۰/۵) \Rightarrow$ $D_{\frac{g}{f}} = R - \{0\} \quad (۰/۲۵)$ ب) $(\frac{g}{f})(x) = \frac{\sqrt{x^2+3}}{x} \quad (۰/۲۵)$ ج) $(gof)(x) - (fog)(x) = \underbrace{\sqrt{x^2+3}}_{(۰/۲۵)} - \underbrace{\sqrt{x^2+3}}_{(۰/۲۵)} = 0 \quad (۰/۲۵)$	۲/۲۵
۱۰	$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} 3x^2 + bx = 12 + 2b = 6 \Rightarrow b = -3 \quad (۰/۲۵)$ (صفحات ۸۶ و ۹۰) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{(x-2)(x+2)}{\sin(x-2)} + a \right) = 4 + a = 6 \Rightarrow a = 2 \quad (۰/۲۵)$ (۰/۲۵)	۱/۵
۱۱	الف) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\overbrace{4-2x-6}^{(۰/۲۵)}}{\underbrace{(x+1)(x^2-x+1)}_{(۰/۲۵)} \underbrace{(2+\sqrt{2x+6})}_{(۰/۲۵)}} =$ $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{-2}{\underbrace{(x^2-x+1)(2+\sqrt{2x+6})}_{(۰/۲۵)}} = \frac{-1}{6} \quad (۰/۲۵)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2}{1-\cos x} = \frac{2}{0^+} = +\infty \quad (۰/۲۵)$ (صفحات ۹۴ و ۱۰۳ و ۱۱۴) ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{2x+ x } = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{3x} = 1 \quad (۰/۲۵)$ (۰/۲۵)	۲/۵

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته: علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۰۳/۰۴
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور (خرداد ماه) سال ۱۳۹۶	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۲	$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x^2 + 4} = 2 \quad (۰/۲۵)$ $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} 2 x - 1 = 2 \quad (۰/۲۵)$ (صفحه ۱۲۰) $f(0) = 2$ (۰/۲۵) تابع در این نقطه پیوسته است. (۰/۲۵)	۱
۱۳	حجم آب تخلیه شده $= V = 120 \times (2500) - 120 \times (2500 - 50t + t^2) = 120 \times (50t - t^2)$ (۰/۲۵) الف) $\frac{V(8) - V(0)}{8 - 0} = \frac{(120)(336) - 0}{8} = 5040$ (۰/۲۵) ب) $V'(t) = 120 \times (50 - 2t)$ (۰/۲۵) $\Rightarrow V'(10) = 3600$ (۰/۲۵) (صفحه ۱۳۰)	۱/۵
۱۴	الف) $f'(x) = 3(1 + \frac{1}{2\sqrt{x}})(x + \sqrt{x})^2 (\frac{1}{x}) - \frac{1}{x^2}(x + \sqrt{x})^3$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) ب) $g'(x) = \frac{2 \sin x \cos x (1 + \cos 3x) + 3 \sin 3x \sin^2 x}{(1 + \cos 3x)^2}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (صفحات ۱۴۰ و ۱۴۳)	۲
۱۵	الف: ii) $(-3, 3)$ (۰/۲۵) ب: iii) ۴ (۰/۲۵) (صفحات ۱۳۵ و ۱۴۰)	۰/۵

باسلام و خسته نباشید، مصححین محترم، لطفاً برای راه حل های درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم نمایند.