

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۱۰/۲۱	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
------	--------	------

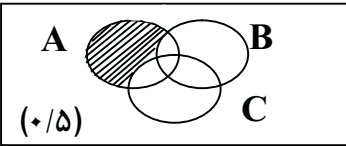
۱	با استفاده از اصل استقرای ریاضی برای هر عدد طبیعی n ، ثابت کنید:	۱/۵
	$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$	
۲	اگر a و b دو عدد حقیقی باشند، با استفاده از استدلال بازگشتی ثابت کنید:	۱
	$a^2 + b^2 \geq 2(b - 1)$	
۳	S یک زیر مجموعه ۴۰ عضوی از اعداد طبیعی است. اگر اعضای S را بر عدد ۳۹ تقسیم کنیم، نشان دهید حداقل دو عضو از این مجموعه دارای باقیمانده یکسانی بر ۳۹ هستند.	۱/۵
۴	اگر $A = \{m \in \mathbb{N} \mid -1 < m < 2\}$ باشد، آنگاه مجموعه توانی A را با نوشتن عضوها مشخص کنید.	۱
۵	اگر A و B دو مجموعه باشند به طوری که $B \subseteq A$ ، به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید:	۱/۵
	$(A - B) \cup B = A$	
۶	رابطه ی R روی R^2 به صورت زیر تعریف شده است:	۱/۵
	$(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow a + d = b + c$	
	الف) نشان دهید که R یک رابطه هم ارزی است. ب) کلاس هم ارزی $[(-1, 0)]$ را مشخص کنید.	
۷	فرض کنید A, B, C سه پیشامد معین باشند، پیشامد « <u>فقط پیشامد A اتفاق بیفتد</u> » را با یک عبارت مجموعه‌ای مناسب بنویسید و آن را با استفاده از نمودار ون نشان دهید.	۱
۸	دو سکه را با هم پرتاب می‌کنیم، اگر هر دو سکه پشت بیاید آنگاه یک تاس را می‌ریزیم. مطلوب است:	۲
	الف) فضای نمونه‌ای این تجربه تصادفی ب) پیشامد A که در آن دقیقاً هر دو سکه به پشت و عدد تاس بزرگتر از ۵ باشد. ج) پیشامد B که در آن حداقل یک سکه رو بیاید.	
۹	<u>فضای نمونه و پیشامد را تعریف کنید.</u>	۱
۱۰	۱۵ نفر را در نظر می‌گیریم، احتمال اینکه روز تولد هیچ دو نفری از آنها یک روز نباشد را مشخص کنید. (سال را ۳۶۵ روز در نظر بگیرید.)	۱
	« ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم »	

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال		رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی:		سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۱۰/۲۱	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		
ردیف	سؤالات			نمره
۱۱	۳ نفر زن و ۸ نفر مرد برای شغلی تقاضا کرده‌اند. با این حال، امکان استخدام تنها برای ۳ نفر از آن‌ها وجود دارد. احتمال انتخاب ۲ زن و یک مرد را پیدا کنید.			۲
۱۲	تاسی به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد فرد دو برابر احتمال وقوع هر عدد زوج است. اگر در یک پرتاب این تاس، پیشامد $A = \{1, 2\}$ باشد، $P(A)$ را بیابید.			۲
۱۳	بر روی مربع Q با مشخصات $Q = \{(x, y) \in R^2 \mid 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2\}$ یک نقطه را به طور تصادفی انتخاب می‌کنیم، مطلوبست احتمال این که فاصله این نقطه از هر رأس مربع بیشتر از ۱ باشد.			۱/۵
۱۴	اگر $P(A) = \frac{2}{5}$, $P(B) = \frac{4}{7}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$ باشند، مقدار $P(A \cup B)$ را بیابید.			۱/۵
	« موفق باشید »			۲۰
	جمع نمره			

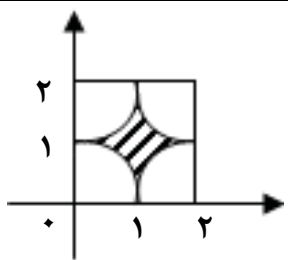
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان ۱۰/۲۱/۱۳۹۸	
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۸	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	<p>ص ۱۵</p> <p>درست است (۰/۲۵) $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{1 \times 2} = \frac{1}{1+1} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$</p> <p>$P(1)$: آزمون استقرء</p> <p>$P(k)$: فرض استقرء $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \dots + \frac{1}{k(k+1)} = \frac{K}{(K+1)}$ (۰/۲۵) $K \in N$</p> <p>$P(k+1)$: حکم استقرء $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \dots + \frac{1}{k(k+1)} + \frac{1}{(k+1)(k+2)} = \frac{k+1}{k+2}$ (۰/۲۵)</p> <p>$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \dots + \frac{1}{k(k+1)} + \frac{1}{(k+1)(k+2)} = \frac{K}{K+1} + \frac{1}{(k+1)(K+2)} = (۰/۲۵)$</p> <p>$\frac{k^2 + 2k + 1}{(k+1)(K+2)} = \frac{(k+1)^2}{(K+1)(k+2)} = \frac{k+1}{k+2}$ (۰/۵)</p> <p>پس حکم برقرار است.</p>	۱۵
۲	<p>$a^2 + b^2 \geq 2(b-1) \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq 2b - 2 \Leftrightarrow a^2 + b^2 - 2b + 2 \geq 0$ (۰/۲۵)</p> <p>$\Leftrightarrow a^2 + b^2 - 2b + 1 + 1 \geq 0$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow a^2 + 1 + (b-1)^2 \geq 0$ (۰/۲۵)</p> <p>عبارت همواره درست است و تمام مراحل بازگشت پذیر می باشند. (۰/۲۵)</p> <p>ص ۲۲</p>	۲
۳	<p>می دانیم مجموعه باقیمانده های هر عدد طبیعی بر ۳۹ به صورت $\{0, 1, 2, \dots, 38\}$ است. (۰/۵)</p> <p>اگر اعضای S (۴۰ نفر) را تعداد کبوترها و تعداد باقیمانده (۳۹) را لانه کبوترها در نظر بگیریم (۰/۵) طبق اصل لانه کبوتری حداقل دو عضو از این مجموعه وجود دارد که دارای باقیمانده یکسانی بر ۳۹ است. (۰/۵) ص ۳۰</p>	۳
۴	<p>$A = \{1\}$ (۰/۵) $P(A) = \{\emptyset, \{1\}\}$ (۰/۵)</p> <p>ص ۵۴</p>	۴
۵	<p>$(A-B) \cup B = (A \cap B') \cup B$ (۰/۲۵) $= (A \cup B) \cap (B' \cup B)$ (۰/۵) $= (A \cup B) \cap M$ (۰/۲۵) $= A \cup B$ (۰/۲۵)</p> <p>ص ۵۶ چون $B \subseteq A$ است، در نتیجه $A \cup B = A$ (۰/۲۵)</p>	۵
۶	<p>الف)</p> <p>۱) $\forall (a, b) \in R^2, (a, b) R (a, b) \Leftrightarrow a + b = b + a$ (۰/۲۵) بازتابی است</p> <p>۲) $(a, b) R (c, d) \Rightarrow a + d = b + c \Rightarrow c + b = d + a \Rightarrow (c, d) R (a, b)$ (۰/۲۵) تقارنی است</p> <p>۳) $\left. \begin{array}{l} (a, b) R (c, d) \Rightarrow a + d = b + c \\ (c, d) R (e, f) \Rightarrow c + f = d + e \end{array} \right\} \Rightarrow a + f = b + e \Rightarrow (a, b) R (e, f)$ (۰/۲۵) ترایی است</p> <p>پس رابطه R هم ارزی است (۰/۲۵) ص ۶۸</p> <p>ب) $[(-1, 0)] = \{(a, b) \in R^2 \mid (a, b) R (-1, 0)\}$ (۰/۲۵) $a + 0 = b - 1$ (۰/۲۵)</p>	۶
۷	<p>ص ۸۰</p> <p>$A - (B \cup C)$ (۰/۵)</p>  <p>(۰/۵)</p>	۷

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان ۱۳۹۸ / ۱۰ / ۲۱	
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۸	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۸	$S = \left\{ \overbrace{\left((r,r), (r,p), (r,r), (p,p,1), (p,p,2), (p,p,3), (p,p,4), (p,p,5), (p,p,6) \right)}^{(0/75)}$ <p>الف) $S = \left\{ (r,r), (r,p), (r,r), (p,p,1), (p,p,2), (p,p,3), (p,p,4), (p,p,5), (p,p,6) \right\}$</p> <p>ب) $A = \{ (p,p,6) \}$ (0/25)</p> <p>ج) $B = \{ (r,r), (r,p), (r,r) \}$ (0/75) ص ۸۰</p>	۲
۹	تعریف فضای نمونه صفحه ۷۲ و تعریف پیشامد صفحه ۷۴ هر کدام ۰.۵ نمره	۱
۱۰	$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \quad (0/25) = \frac{365 \times 364 \times \dots \times (365-15+1)}{365^{15}} \quad (0/5)$ <p>ص ۸۷</p>	۱
۱۱	$n(s) = \binom{11}{3} \quad (0/75) \quad P(A) = \frac{\binom{3}{2} \times \binom{8}{1}}{\binom{11}{3}} \quad (1/25)$ <p>صورت کسر (0/75) و کل کسر (0/5) ص ۹۱</p>	۲
۱۲	$\left. \begin{aligned} p(1) = p(3) = p(5) = 2a \\ p(2) = p(4) = p(6) = a \end{aligned} \right\} \quad (0/5) \text{ ص } ۹۸$ $p(1) + p(2) + p(3) + p(4) + p(5) + p(6) = 1 \quad (0/5) \quad 2a + a + 2a + a + 2a + a = 1$ $9a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{9} \quad (0/5) \quad p(A) = p(1) + p(2) \quad (0/25) = \frac{2}{9} + \frac{1}{9} = \frac{3}{9} \quad (0/25) = \frac{1}{3}$	۲
۱۳	$a_s = (2)^2 = 4 \quad (0/25)$ $a_A = 4 - \pi(1)^2 = 4 - \pi \quad (0/25)$ $P(A) = \frac{a_A}{a_s} \quad (0/25) = \frac{4 - \pi}{4} \quad (0/25)$  <p>رسم شکل (0/5) ص ۱۰۷</p>	۱/۵
۱۴	$P(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) \quad (0/75) = \frac{2}{5} + \frac{4}{7} - \frac{1}{5} = \frac{27}{35}$ <p>ص ۱۱۹ (0/75)</p>	۱/۵
۲۰	جمع نمره	« موفق باشید »

مصححین گرامی لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر هم به تناسب نمره منظور فرمایید.