

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۳۰:۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۸۹ / ۱۰ / ۱۲		
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۹	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		

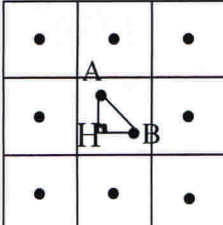
ردیف	سؤالات	نمره
۱	با ذکر دلیل، درستی یا نادرستی عبارات زیر را بررسی کنید: الف) توان سوم هر عدد حقیقی از توان دوم همان عدد بزرگتر است. ب) حاصلضرب هر دو عدد گویا همیشه عددی گویا است. ج) اگر $xy = 0$ آنگاه $x = 0$ و $y = 0$ .	۲
۲	با استدلال استقراء ریاضی برای هر عدد طبیعی $n$ ، درستی رابطه زیر را ثابت کنید. $\frac{1}{3^1} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n} = 1 - \frac{1}{3^n}$	۱
۳	با استدلال برهان خلف ثابت کنید اگر $\sqrt{7}$ عدد گنگ و $x$ عدد گویا است آنگاه $x + \sqrt{7}$ عددی گنگ است.	۰/۷۵
۴	۱۰ نقطه را درون مربعی به ضلع واحد انتخاب می کنیم، ثابت کنید فاصله حداقل دو نقطه از آن ها کمتر از $\frac{\sqrt{2}}{3}$ است.	۱
۵	اگر $x$ و $y$ دو عدد حقیقی و مثبت باشند، ثابت کنید رابطه زیر برقرار است. $xy \leq \left( \frac{x+y}{2} \right)^2$	۰/۷۵
۶	ثابت کنید مجموعه تهی زیر مجموعه تمامی مجموعه ها است.	۰/۵
۷	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها، درستی رابطه زیر را ثابت کنید. $(A \Delta B) \cup (A \cap B) = A \cup B$	۱/۵
۸	اگر $A_i = [-i, 4-i]$ مطلوبست محاسبه: الف) $\bigcap_{i=1}^4 A_i$ و ب) $\bigcup_{i=1}^4 A_i$	۰/۵
۹	اعضای دو مجموعه $A$ ، $B$ را مشخص کرده و سپس اعضای $B \times A$ را محاسبه کنید. $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 \leq 15\} \quad \text{و} \quad B = \{3^k \mid  k  \leq 1, k \in \mathbb{Z}\}$	۱/۵
	«ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم»	

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۸۹ / ۱۰ / ۱۲		
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۹	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		

ردیف	سؤالات	نمره
۱۰	<p>رابطه ی <math>R</math> در <math>R^2</math> به صورت زیر تعریف شده است:</p> $(x, y) R (z, t) \Leftrightarrow x^2 + 5y = z^2 + 5t$ <p>الف) ثابت کنید <math>R</math> یک رابطه ی هم ارزی است.</p> <p>ب) کلاس هم ارزی <math>[(-1, 2)]</math> را مشخص کنید.</p>	۱/۵
۱۱	<p>اگر <math>A, B, C</math>، سه پیشامد از فضای نمونه <math>S</math> باشند، برای قسمت های الف و ب ابتدا یک عبارت مجموعه ای نوشته و سپس نمودار ون هر یک را رسم کنید.</p> <p>الف) فقط پیشامد <math>B</math> رخ دهد.</p> <p>ب) هر سه پیشامد با هم رخ دهند.</p>	۱
۱۲	<p>تاس و سکه سالمی را با هم پرتاب می کنیم، مطلوبست:</p> <p>الف) پیشامد <math>A</math> آن که سکه رو یا تاس ۴ باشد.</p> <p>ب) پیشامد <math>B</math> آن که سکه رو و تاس ۴ باشد.</p>	۱
۱۳	<p>در فضای نمونه ای <math>S = \{a, b\}</math> اگر <math>\frac{p(a)}{p(b)} = \frac{1}{7}</math> مطلوبست محاسبه: <math>A = 3p(a) + \frac{1}{2} p(b)</math></p>	۱/۵
۱۴	<p>۴ نفر را به تصادف انتخاب می کنیم، مطلوبست محاسبه احتمال آن که روز تولد هیچ دو نفری از آن ها در یک روز هفته نباشد.</p>	۱/۵
۱۵	<p>در خانواده های ۵ فرزندی، مطلوبست محاسبه احتمال آن که ۲ فرزند پسر داشته باشند.</p>	۱
۱۶	<p>یک نقطه بطور تصادفی درون یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع ۳ انتخاب می کنیم، مطلوبست احتمال آن که فاصله آن نقطه از هر رأس بیشتر از ۱ باشد.</p>	۱/۵
۱۷	<p>اگر <math>A</math> و <math>B</math> دو پیشامد از فضای نمونه ای <math>S</math> باشند، ثابت کنید رابطه زیر برقرار است:</p> $P(A' \cap B') = 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B)$	۱/۵
	« موفق باشید »	جمع نمره
	۲۰	

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۸۹ / ۱۰ / ۱۲	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۹	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	<p>الف) نادرست (۰/۲۵) یک مثال نقض ارائه شود، مثل <math>x=1</math> (۰/۲۵)</p> <p>ب) درست (۰/۲۵) و آن را اثبات می کنیم: (۰/۲۵)</p> <p>فرض <math display="block">\left. \begin{aligned} x &amp;= \frac{a}{b} \in Q, \quad y = \frac{c}{d} \in Q \\ \text{حکم} \quad xy &amp;= \frac{p}{q} \in Q \end{aligned} \right\}</math></p> <p><math>xy = \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} = \frac{p}{q}</math> (۰/۲۵)</p> <p>چون <math>d, c, b, a</math> همگی عدد صحیح هستند و اعداد صحیح نسبت به جمع و ضرب و تفریق بسته هستند پس <math>q, p</math> هم عدد صحیح بوده و همچنین <math>b \neq 0</math> و <math>d \neq 0</math> پس <math>bd = q \neq 0</math> پس <math>\frac{p}{q} \in Q</math> (۰/۲۵)</p> <p>ج) نادرست (۰/۲۵) یک مثال نقض ارائه شود، مثل <math>xy=0 \Leftarrow x=4, y=0</math> (۰/۲۵)</p>	۲
۲	<p><math>p(1) = \frac{2}{3} = 1 - \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{2}{3}</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>p(k) = \frac{2}{3^1} + \frac{2}{3^2} + \dots + \frac{2}{3^k} = 1 - \frac{1}{3^k}</math> (۰/۲۵) فرض استقراء</p> <p><math>p(k+1) = \frac{2}{3^1} + \frac{2}{3^2} + \dots + \frac{2}{3^k} + \frac{2}{3^{k+1}} = 1 - \frac{1}{3^{k+1}}</math> (۰/۲۵) حکم استقراء</p> <p><math>p(k+1) = 1 - \frac{1}{3^k} + \frac{2}{3^{k+1}} = 1 + \frac{-3+2}{3^{k+1}} = 1 - \frac{1}{3^{k+1}}</math> (۰/۲۵)</p>	۲
۰/۷۵	<p>فرض <math>\sqrt{y} \in Q', x \in Q</math> (۰/۲۵)</p> <p>حکم <math>x + \sqrt{y} \in Q'</math></p> <p>خلاف حکم <math>x + \sqrt{y} = \frac{a}{b} \in Q \Rightarrow \sqrt{y} = \frac{a}{b} - x \Rightarrow</math> (۰/۲۵)</p> <p>تفریق دو گویا، گویا است و مساوی گنگ نمی شود پس به تناقض رسیده یعنی حکم برقرار است. (۰/۲۵)</p>	۳
۱	<p>بر طبق اصل لانه کبوتر، ۱۰ نقطه = تعداد کبوترها و ۹ مربع = تعداد لانه ها <math>10 &gt; 9</math> پس حداقل ۲ نقطه درون یک مربع قرار دارند. (۰/۲۵)</p> <p> (۰/۲۵)</p> <p><math>AB^2 = AH^2 + BH^2 &lt; \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{2}{9} \rightarrow AB &lt; \frac{\sqrt{2}}{3}</math> (۰/۲۵)</p>	۴
	دانلود از سایت ریاضی سرا	
	« ادامه در صفحه ی دوم »	

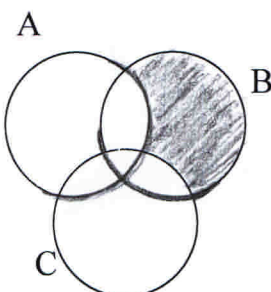
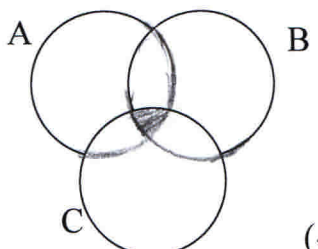


راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۸۹ / ۱۰ / ۱۲	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۹	مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۵	$xy \leq \frac{x^2 + 2xy + y^2}{4} \Leftrightarrow (x-y)^2 \geq 0 \quad (۰/۲۵)$ <p>گزاره همواره درست و بر طبق استدلال برگشتی درست است. (۰/۲۵)</p>	۰/۷۵
۶	<p>مجموعه دلخواه را <math>A</math> در نظر بگیریم به برهان خلف <math>\phi \not\subset A</math> (۰/۲۵) پس باید <math>\phi</math> عضوی داشته باشد که در <math>A</math> نیست و این تناقض با تعریف تهی را دارد. (۰/۲۵)</p>	۰/۵
۷	$(A-B) \cup (B-A) \cup (A \cap B) = (A-B) \cup (A \cap B) \cup (B-A)$ <p>(۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> $= (A \cap B') \cup (A \cap B) \cup (B-A) = \underbrace{A \cap (B' \cup B)}_{A \cap U} \cup (B-A) = (۰/۲۵)$ <p>(۰/۲۵)</p> $A \cup (B \cap A') = (A \cup B) \cap (A \cup A') = A \cup B \quad (۰/۲۵)$ <p>(۰/۲۵)</p>	۱/۵
۸	<p>الف) <math>\bigcap_{i=1}^4 A_i = [-1, 0] \quad (۰/۲۵)</math>      ب) <math>\bigcup_{i=1}^4 A_i = [-4, 3] \quad (۰/۲۵)</math></p>	۰/۵
۹	<p><math>A = \{1, 2, 3\} \quad (۰/۲۵)</math> , <math>B = \left\{ \frac{1}{3}, 1, 3 \right\} \quad (۰/۵)</math></p> <p><math>B \times A = \left\{ \left( \frac{1}{3}, 1 \right), \left( \frac{1}{3}, 2 \right), \left( \frac{1}{3}, 3 \right), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3) \right\} \quad (۰/۷۵)</math></p>	۱/۵
۱۰	<p>(۰/۲۵) رابطه بازتابی</p> <p>الف) ۱) <math>(x, y) R (x, y) \Rightarrow x^2 + 5y = x^2 + 5y</math></p> <p>۲) <math>(x, y) R (z, t) \Rightarrow (z, t) R (x, y)</math></p> <p><math>(x, y) R (z, t) \Rightarrow x^2 + 5y = z^2 + 5t \Rightarrow z^2 + 5t = x^2 + 5y \Rightarrow (z, t) R (x, y)</math></p> <p>(۰/۲۵) رابطه تقارنی</p> <p>۳) <math>(x, y) R (z, t), (z, t) R (e, f) \Rightarrow (x, y) R (e, f)</math></p> <p><math display="block">\left. \begin{aligned} (x, y) R (z, t) &amp;\Rightarrow x^2 + 5y = z^2 + 5t \\ (z, t) R (e, f) &amp;\Rightarrow z^2 + 5t = e^2 + 5f \end{aligned} \right\} \Rightarrow x^2 + 5y = e^2 + 5f \Rightarrow (x, y) R (e, f)</math></p> <p>(۰/۵) رابطه تعدی</p> <p>ب) <math>[(-1, 2)] = \{(x, y) \mid (x, y) R (-1, 2)\} \quad (۰/۲۵)</math></p> <p><math display="block">x^2 + 5y = (-1)^2 + 5 \times 2</math></p> <p><math display="block">x^2 + 5y = 11</math></p> <p><math display="block">x^2 + 5y - 11 = 0 \quad (۰/۲۵)</math></p>	۱/۵
	دانلود از سایت ریاضی سرا	
	« ادامه در صفحه ی سوم »	

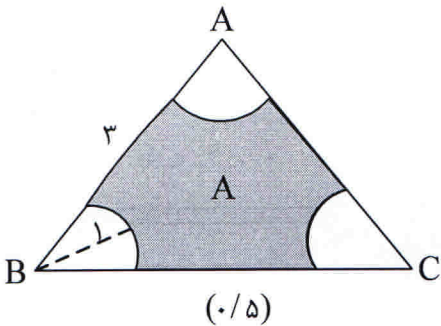
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۸۹ / ۱۰ / ۱۲	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۹	مرکز سنجش آموزش و پرورش	http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۱	<p>الف) <math>B - (A \cup C)</math> (۰/۲۵)</p>  <p>(۰/۲۵)</p> <p>ب) <math>A \cap B \cap C</math> (۰/۲۵)</p>  <p>(۰/۲۵)</p>	۱
۱۲	<p><math>A = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 4)\}</math> (۰/۷۵)</p> <p><math>B = \{(1, 4)\}</math> (۰/۲۵)</p>	۱
۱۳	<p><math>p(a) = \frac{1}{7}</math> , <math>p(a) + p(b) = 1 \Rightarrow \frac{1}{7} p(b) + p(b) = 1 \Rightarrow</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>p(b) = \frac{6}{7}</math> (۰/۲۵) و <math>p(a) = \frac{1}{8}</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>A = 3p(a) + \frac{1}{2} p(b) = \frac{3}{8} + \frac{6}{16} = \frac{13}{16}</math> (۰/۲۵)</p>	۱/۵
۱۴	<p>صورت کسر هر قسمت (۰/۲۵) و مخرج کسر (۰/۵)</p> <p><math>P(A) = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4}{7^4}</math></p>	۱/۵
<p>دانلود از سایت ریاضی سرا « ادامه در صفحه ی چهارم »</p> <p>www.RIAZISARA.IR</p>		

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۸۹ / ۱۰ / ۱۲	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۹	مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۵	<p>صورت کسر (۰/۵) و مخرج کسر (۰/۵)</p> $P(A) = \frac{\binom{5}{2}}{2^5}$	۱
۱۶	<p>(۰/۵)</p> $P(A) = \frac{a(A)}{a(S)} = \frac{\frac{9\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{2}}{\frac{9\sqrt{3}}{4}} = 1 - \frac{2\pi}{9\sqrt{3}}$  <p>(۰/۵)</p>	۱/۵
۱۷	$P(A' \cap B') = p(A \cup B)' = 1 - p(A \cup B) =$ <p>(۰/۵) (۰/۵)</p> $1 - [p(A) + p(B) - p(A \cap B)] = 1 - p(A) - p(B) + p(A \cap B)$ <p>(۰/۵)</p>	۱/۵
دانلود از سایت ریاضی سرا	« موفق باشید »	جمع نمره
۲۰		