

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۳ / ۲		
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال تحصیلی ۱۳۸۸	اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir		
ردیف	سؤالات		
۱	با استفاده از اصل استقراء ریاضی، ثابت کنید برای هر عدد طبیعی n داریم:		
۱/۵	$\frac{0}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \dots + \frac{n-1}{n!} = 1 - \frac{1}{n!}$		
۲	عبارت‌های زیر را در نظر بگیرید و دلیل درستی یا نادرستی هر یک را بنویسید.		
۱/۲۵	الف) اگر $x > 1$ آنگاه داریم: $4 - x^2 < 3$ ب) مکعب هر عدد فرد منهای یک، عددی زوج است.		
۳	اگر a, b, c سه عدد حقیقی باشند، ثابت کنید که:		
۰/۷۵	$a^2 + b^2 \geq -4(a + b + 2)$		
۴	با استدلال برهان خلف ثابت کنید که اگر $\sqrt{3}$ عددی گنگ است، $\sqrt{\sqrt{3} + 2}$ نیز عددی گنگ است.		
۵	هفت نقطه درون شش ضلعی منتظمی به طول ضلع ۱ انتخاب می‌کنیم، ثابت کنید فاصله دست کم دو تا از این نقطه‌ها از ۱ کمتر است.		
۶	با استفاده از جبر مجموعه‌ها ثابت کنید:		
۱/۷۵	$[A \cap (A - B)'] \cup [B \cap (A' \cup B')] = B$		
۷	قضیه دو شرطی زیر را ثابت کنید:		
۱	$A \subseteq B$ و $B \subseteq A \Leftrightarrow A = B$		
۸	اگر $A_n = \left[\frac{-1}{n}, \frac{2n-1}{n} \right]$ باشد، ابتدا A_1 و A_2 را مشخص کرده سپس نمودار $A_1 \times A_2$ را رسم کنید.		
۹	رابطه R در Z به صورت $x R y \Leftrightarrow 4 x - y$ تعریف شده است:		
۱/۷۵	الف) ثابت کنید R یک رابطه هم ارزی است. ب) کلاس‌های هم ارزی آن را مشخص کنید.		
	« ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم »		

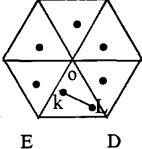
باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۳ / ۲		
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال تحصیلی ۱۳۸۸	اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir		
ردیف	سؤالات	نمره	
۱۰	چهار سکه را با هم پرتاب می کنیم ، مطلوب است : الف) تعداد اعضای فضای نمونه ای این تجربه تصادفی . ب) پیشامد A که در آن حداقل سه بار رو بیاید . ج) پیشامد B که در آن فقط یک بار پشت بیاید . د) پیشامد $A - B$ را بیابید .	۲	
۱۱	می خواهیم یک تیم سه نفری از ۱۰ دانش آموز رشته تجربی و ۶ دانش آموز در رشته ریاضی انتخاب کنیم ، مطلوب است احتمال آنکه : الف) هر سه نفر رشته ریاضی باشند . ب) دو نفر رشته تجربی و یک نفر رشته ریاضی باشند.	۱/۵	
۱۲	تاسی به گونه ای ساخته شده که احتمال وقوع هر عدد اول ، سه برابر احتمال وقوع هر عدد غیر اول است ، اگر در پرتاب این تاس A پیشامد وقوع عدد کوچکتر از ۴ باشد ، احتمال وقوع پیشامد A را محاسبه کنید .	۱/۵	
۱۳	اگر y, x دو عدد تصادفی از بازه حقیقی $[۰, ۲]$ باشند ، احتمال آن را بیابید که داشته باشیم : $۲ \leq y + ۲x \leq ۴$	۱/۵	
۱۴	تاسی سالمی را ۸ بار می اندازیم ، احتمال آن را حساب کنید که حداقل ۶ بار عددی فرد آمده باشد .	۱	
۱۵	اگر A, B دو پیشامد از فضای نمونه S باشند و داشته باشیم : $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ و $P(B) = ۲P(A) = ۰/۸$ ، مطلوب است محاسبه $P(A' \cap B')$.	۱/۵	
	« موفق باشید »	جمع نمره	۲۰

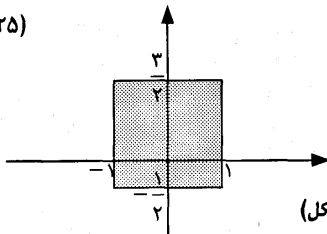
WWW.RIAZISARA.IR

دانلود از سایت ریاضی سرا

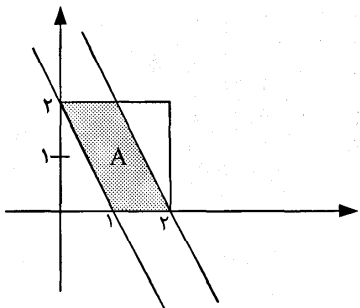
باسمه تعالی

واهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال		رشته‌ی: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۳ / ۲
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال تحصیلی ۱۳۸۸		اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http:// aee.medu.ir
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$P(1) = 0 = 1 - 1 \Rightarrow 0 = 0 \quad (0/25)$ $P(k) = \frac{0}{1!} + \frac{1}{2!} + \dots + \frac{k-1}{k!} = 1 - \frac{1}{k!} \quad (0/25)$ <p>فرض استقراء</p> $p(k+1) = \frac{0}{1!} + \frac{1}{2!} + \dots + \frac{k-1}{k!} + \frac{k}{(k+1)!} = 1 - \frac{1}{(k+1)!} \quad (0/25)$ <p>حکم استقراء</p> $p(k+1) = 1 - \frac{1}{k!} + \frac{k}{(k+1)!} = \frac{(k+1)! - (k+1) + k}{(k+1)!} = \frac{(k+1)! - 1}{(k+1)!} = 1 - \frac{1}{(k+1)!} \quad (0/25)$	۱/۵
۲	<p>الف) درست $(0/5)$</p> $x - x^2 < 2 \Rightarrow 1 < x^2 \Rightarrow x > 1 \text{ یا } x < -1$ <p>ب) درست $(0/25)$</p> $x = 2k+1 \rightarrow (2k+1)^2 - 1 = 4k^2 + 4k + 1 - 1 = 4k^2 + 4k = 4k(k+1) = 2(2k^2 + 2k) = 2k'(2k+1) = 2k'(x) \quad (0/25)$	۱/۲۵
۳	$a^2 + b^2 + 2(a+b+2) \geq 0 \Leftrightarrow (a^2 + 2a + 2) + (b^2 + 2b + 2) \geq 0 \Leftrightarrow (a+2)^2 + (b+2)^2 \geq 0 \quad (0/25)$ <p>گزاره همواره درست و بر طبق استدلال برگشتی برقرار است.</p>	۰/۷۵
۴	$\sqrt{\sqrt{3}+2} \notin Q' \Rightarrow \sqrt{\sqrt{3}+2} = \frac{a}{b} \Rightarrow \sqrt{3}+2 = \frac{a^2}{b^2} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{a^2}{b^2} - 2 \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{a^2 - 2b^2}{b^2} \quad (0/25)$ <p>به تناقض رسیده ایم و همان حکم اولیه برقرار است. $(0/25)$</p>	۱
۵	<p>تعداد کبوترها = ۷ نقطه $(0/25)$</p> <p>تعداد لانه ها = ۶ مثلث $(0/25)$</p> <p>بر طبق اصل لانه کبوتر $(0/25)$ ، $(7 > 6)$ یعنی حداقل دو نقطه وجود دارد که درون مثلثی قرار دارد. $(0/25)$</p> <p>$kL < OD \Rightarrow kL < 1$ $(0/25)$</p>  <p>E D $(0/25)$</p>	۱
۶	$[A \cap (A \cap B)'] \cup [B \cap (A' \cup B')] = [A \cap (A' \cup B)] \cup [(B \cap A') \cup (B \cap B')] =$ $[(A \cap A') \cup (A \cap B)] \cup (B \cap A') = (A \cap B) \cup (B \cap A') = B \cap (A \cup A') = B \cap U = B \quad (0/25)$	۱/۷۵
« ادامه در صفحه ی دوم »		

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس جبر و احتمال		رشته‌ی: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۳ / ۲
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال تحصیلی ۱۳۸۸		اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷	اثبات: اگر $A \subseteq B$ تمام اعضای A در B قرار دارند و اگر $B \subseteq A$ تمام اعضای B در A قرار دارند پس $A = B$ (۰/۵). اثبات: $A \subseteq B, B \subseteq A \Rightarrow A = B$ (فرض $A = B$ حکم) اثبات: $A \subseteq B, B \subseteq A \Rightarrow A = B$ (فرض $A = B$ حکم)	۱
۸	$A_1 = [-1, 1]$ (۰/۲۵), $A_2 = [\frac{-1}{2}, \frac{3}{2}]$ (۰/۲۵)  (۰/۵) شکل	۱
۹	(الف) $(x R y) \Leftrightarrow x - y = 4k$ رابطه بازتابی (۰/۲۵) $(x R x) \Rightarrow x - x = 4k \Rightarrow 0 = 4k$ $(x R y) \Rightarrow (y R x)$ رابطه تقارنی (۰/۲۵) $x R y \Rightarrow x - y = 4k \Rightarrow y - x = -4k = 4(-k) = 4k' \Rightarrow (y R x)$ $(x R y), (y R z) \Rightarrow (x R z)$ رابطه تعدی (۰/۵) $x R y \Rightarrow x - y = 4k$ $y R z \Rightarrow y - z = 4k' \Rightarrow x - z = 4(k + k') = 4k'' \Rightarrow (x R z)$ هر سه خاصیت را دارد پس هم ارزی است. (۰/۲۵) ب) چهار کلاس هم ارزی $[0], [1], [2], [3]$ را دارد. (۰/۵)	۱/۷۵
۱۰	الف) $n(s) = 2^4 = 16$ (۰/۵) ب) $A = \{(r, r, r, r), (r, r, r, p), (r, r, p, r), (r, r, p, p), (r, p, r, r), (r, p, r, p), (p, r, r, r), (p, r, r, p)\}$ (۰/۵) ج) $B = \{(r, r, r, r), (r, r, r, p), (r, r, p, r), (r, r, p, p), (r, p, r, r), (r, p, r, p), (p, r, r, r), (p, r, r, p)\}$ (۰/۵) د) $A - B = \{(r, r, r, r)\}$ (۰/۵)	۲
۱۱	$n(s) = \binom{16}{3} = 560$ (۰/۲۵) ب) $P(B) = \frac{\binom{10}{2} \binom{6}{1}}{\binom{16}{3}} = \frac{27}{56}$ (۰/۷۵), الف) $P(A) = \frac{n(A)}{n(s)} = \frac{\binom{6}{3}}{\binom{16}{3}} = \frac{1}{28}$ (۰/۵)	۱/۵
« ادامه در صفحه ی سوم »		

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال		رشته‌ی: ریاضی فیزیک												
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۳ / ۲												
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال تحصیلی ۱۳۸۸		اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir												
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره												
۱۲	$P(۲) = P(۳) = P(۵) = ۳x \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow ۳x + ۳x + ۳x + x + x + x = ۱ \Rightarrow x = \frac{۱}{۱۲} \quad (۰/۵)$ $P(۱) = P(۴) + P(۶) = x \quad (۰/۲۵)$ $A = \{۱, ۲, ۳\} \rightarrow P(A) = x + ۳x + ۳x = ۷x = \frac{۷}{۱۲} \quad (۰/۵)$	۱/۵												
۱۳	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div> $y + 2x = 4$ <table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>۲</td> <td>۰</td> </tr> <tr> <td>۱</td> <td>۲</td> </tr> </tbody> </table> </div> <div> $y + 2x = 2$ <table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>۰</td> <td>۲</td> </tr> <tr> <td>۱</td> <td>۰</td> </tr> </tbody> </table> </div> </div>  $P(A) = \frac{S_A}{S_S} = \frac{4 - (\frac{2 \times 1}{2} + \frac{2 \times 1}{2})}{4} = \frac{۱}{۲} \quad (۰/۲۵)$ <p style="text-align: center;">(۰/۵) شکل</p>	x	y	۲	۰	۱	۲	x	y	۰	۲	۱	۰	۱/۵
x	y													
۲	۰													
۱	۲													
x	y													
۰	۲													
۱	۰													
۱۴	$P(A) = \frac{\binom{۸}{۶}}{\binom{۸}{۳}} + \frac{\binom{۸}{۷}}{\binom{۸}{۳}} + \frac{\binom{۸}{۸}}{\binom{۸}{۳}} = \frac{۲۸}{۲۵۶} + \frac{۸}{۲۵۶} + \frac{۱}{۲۵۶} = \frac{۳۷}{۲۵۶} \quad (۰/۲۵)$	۱												
۱۵	$P(A' \cap B') = P(A \cup B)' = ۱ - P(A \cup B) =$ $۱ - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)] = ۱ - [P(A) + P(B) - P(A) \times P(B)] =$ $۱ - [۰/۴ + ۰/۸ - ۰/۳۲] = ۱ - ۰/۸۸ = ۰/۱۲ \quad (۰/۲۵)$	۱/۵												
<p>همکار محترم ضمن عرض خسته نباشید، لطفاً به راه حل های صحیح دیگر هم به تناسب نمره منظور فرمایید.</p> <p>جمع نمره</p>														
۲۰														

دانلود از سایت ریاضی سرا

WWW.RIAZISARA.IR