

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۵ / ۱۰ / ۱۳۸۶		
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۶	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی		

ردیف	سؤالات	نمره
۱	با استفاده از اصل استقرا ثابت کنید برای هر عدد طبیعی $n$ داریم : $\frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \dots + \frac{1}{(3n-2)(3n+1)} = \frac{n}{3n+1}$	۱/۷۵
۲	با استدلال استنتاجی ثابت کنید اگر ۳ واحد به سه برابر عددی فرد اضافه کنیم عدد حاصل مضرب ۶ می باشد.	۱
۳	آیا حکم مقابل برقرار است ؟ چرا ؟ اگر $(a-1)(b-1)=0$ آنگاه $a=1$ و $b=1$ می باشد.	۰/۷۵
۴	دبیرستانی ۴۰۰ دانش آموز دارد حداقل چند نفر وجود دارند که روز تولدشان در هفته یکسان است ؟	۱
۵	می دانیم $\sqrt{7}$ عدد گنگ است ، با استفاده از برهان خلف ثابت کنید $\sqrt{3} + \sqrt{7}$ عددی گنگ است .	۱
۶	مجموعه مقابل را بصورت گزاره نما بنویسید . $A = \{0, 3, 8, 15, 24, \dots\}$	۰/۵
۷	به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید : $(A - B') \cup B = B$	۱
۸	رابطه $R$ در مجموعه ی $R^2$ به صورت مقابل تعریف می شود : $xRy \Leftrightarrow \sqrt[3]{x} + y = \sqrt[3]{y} + x$ ثابت کنید $R$ یک رابطه ی هم ارزی است .	۱/۵
۹	اگر $A = \{x \mid x \in N, x^2 < 10\}$ و $B = \{2x + 1 \mid x \in Z \mid x \leq 1\}$ دو مجموعه باشند الف) مجموعه های $A$ و $B$ را بصورت اعضاء بنویسید . ب) مجموعه $B \times A$ را مشخص کنید .	۱/۵
۱۰	$x$ و $y$ را چنان بیابید تا دو زوج مرتب $(x^2 - y^2, 8)$ و $(16, x + y)$ مساوی باشند .	۱
۱۱	هر یک از اعداد فرد طبیعی کوچک تر از ۱۸ روی یک کارت نوشته و پس از مخلوط کردن کارت ها به طور قرعه کارتی را بر می داریم . مطلوبست تعیین : الف) فضای نمونه ای ب) پیشامد $A$ که در آن عدد روی کارت مضرب ۳ باشد . ج) پیشامد $B$ که در آن عدد روی کارت مجذور کامل باشد . د) پیشامد $A - B$	۲
	« ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم »	

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۸۶ / ۱۰ / ۱۵		
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۶	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی		

ردیف	سؤالات	نمره
۱۲	از یک سبد محتوی ۳ سیب فاسد و ۵ سیب سالم به تصادف ۲ سیب بیرون می آوریم ، احتمال آن را بیابید که : (الف) هر دو سالم باشند . (ب) هر دو از یک نوع نباشند .	۱/۵
۱۳	سه دونه $a, b, c$ مسابقه می دهند . اگر شانس برنده شدن $a$ سه برابر شانس برنده شدن $b$ و شانس برنده شدن $b$ نصف شانس برنده شدن $c$ باشد ، احتمال این که $a$ برنده نشود چقدر است ؟	۱/۷۵
۱۴	برای دو پیشامد $A$ و $B$ از فضای نمونه ای $S$ ثابت کنید : $p(A' \cap B') - p(A \cap B) = 1 - p(A) - p(B)$	۱/۵
۱۵	سکه ای به شعاع یک سانتی متر را داخل مربعی به ضلع ۵ سانتی متر می اندازیم . احتمال آن را بیابید که سکه کاملاً داخل مربع قرار گیرد .	۱/۲۵
۱۶	تاسی را ۵ بار پرتاب می کنیم احتمال آن که سه بار عدد زوج بیاید چقدر است ؟	۱
	« موفق باشید »	جمع نمره
		۲۰

WWW.RIAZISARA.IR

دانلود از سایت ریاضی سرا

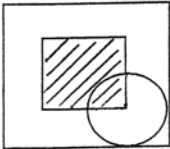
راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع:
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۸۶ / ۱۰ / ۱۵	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۶	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$P(1) : \frac{1}{1 \times 4} = \frac{1}{3(1)+1} \rightarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \quad (0/25)$ $P(k) : \frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \dots + \frac{1}{(3k-2)(3k+1)} = \frac{k}{3K+1} \quad (0/25)$ $P(k+1) : \frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \dots + \frac{1}{(3k+1)(3k+4)} = \frac{k+1}{3K+4} \quad (0/25)$ <p>به طرفین فرض جمله ی <math>(K+1)</math> ام را اضافه می کنیم <math>(0/25)</math></p> $\frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \dots + \frac{1}{(3k+1)(3k+4)} = \frac{k}{3K+1} + \frac{1}{(3k+1)(3k+4)} =$ $\frac{3k^2 + 7k + 1}{(3k+1)(3k+4)} = \frac{(3k+1)(k+1)}{(3k+1)(3k+4)} = \frac{k+1}{3k+4} \quad (0/5)$	۱/۷۵
۲	$x = 3k + 1 \quad (0/25)$ $3x + 3 = 3(3k+1) + 3 = 9k + 6 = 6(k+1) = 6t \quad (0/25)$	۱
۳	<p>راه حل اول: با مثال نقض حل می کنیم:</p> <p>اگر <math>a = 1, b = 0 \rightarrow (a-1)(b-1) = (1-1)(0-1) = 0</math>  <math>(0/25)</math></p> <p>راه حل دوم: <math>(a-1)(b-1) = 0 \rightarrow \begin{cases} a-1=0 \\ b-1=0 \end{cases} \quad (0/25) \rightarrow a=1 \text{ یا } b=1 \quad (0/5)</math></p>	۰/۷۵
۴	<p>طبق اصل لانه کبوتری <math>400</math> نفر را تعداد کبوترها و <math>7</math> روز هفته را تعداد لانه ها در نظر می گیریم <math>(0/25)</math></p> $400 \cdot \frac{7}{57} \rightarrow 57 + 1 = 58 \quad (0/5) \text{ نفر}$ $\frac{1}{1} \quad (0/25)$ <p><math>m = 400</math> کبوتر</p> <p><math>n = 7</math> لانه</p>	۱
۵	<p>اگر <math>\sqrt{3} + \sqrt{7} \notin Q' \quad (0/25) \rightarrow \sqrt{3} + \sqrt{7} \in Q \rightarrow \sqrt{3} + \sqrt{7} = \frac{a}{b} \quad (a, b) = 1 \quad (0/25)</math></p> <p><math>\sqrt{3} + \sqrt{7} = \frac{a}{b} \rightarrow \sqrt{7} = \frac{a}{b} - \sqrt{3} \quad (0/25)</math></p> <p>تناقض <math>\frac{a}{b} - \sqrt{3} = \sqrt{7}</math></p> <p>گویا = گنگ</p>	۱
۶	$A = \{X^2 - 1 \mid X \in N\} \quad (0/5)$	۰/۵
۷	<p><math>(A - B') \cup B = (A \cap B) \cup B = B \quad (0/25)</math></p> <p><math>A \cap B \subset B</math> می دانیم <math>(0/25)</math></p>	۱
	« ادامه در صفحه ی دوم »	

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع:
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۸۶ / ۱۰ / ۱۵	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۶	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۸	<p>۱/۵ <math>xRx \rightarrow \sqrt[3]{x} + x = \sqrt[3]{x} + x</math> (۰/۲۵)  <math>xRy \rightarrow \sqrt[3]{x} + y = \sqrt[3]{y} + x \rightarrow \sqrt[3]{y} + x = \sqrt[3]{x} + y \rightarrow yRx</math> (۰/۵)</p> $\left\{ \begin{array}{l} xRy \\ , \\ yRz \end{array} \quad \begin{array}{l} \sqrt[3]{x} + y = \sqrt[3]{y} + x \\ \sqrt[3]{y} + z = \sqrt[3]{z} + y \end{array} \right\}$ <p><math>\sqrt[3]{x} + y + \sqrt[3]{y} + z = \sqrt[3]{y} + x + \sqrt[3]{z} + y \rightarrow \sqrt[3]{x} + z = \sqrt[3]{z} + x \rightarrow xRz</math> (۰/۵)</p> <p>چون سه شرط بازتابی، تقارنی و تعدی را دارد پس هم ارزی است. (۰/۲۵)</p>	
۹	<p>۱/۵ الف) <math>A = \{1, 2\}</math> (۰/۲۵) <math>B = \{-1, 1, 3\}</math> (۰/۵)          ب) <math>B \times A = \{(-1, 1), (-1, 2), (1, 1), (1, 2), (3, 1), (3, 2)\}</math> (۰/۷۵)</p>	
۱۰	<p>۱ <math>(x^2 - y^2, 8) = (16, x + y) \rightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = 16 \\ x + y = 8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} (x - y)(x + y) = 16 \\ x + y = 8 \end{cases}</math> (۰/۲۵)</p> $\begin{cases} x - y = 2 \\ x + y = 8 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} (۰/۲۵) & (۰/۲۵) \\ x = 5 & , & y = 3 \end{matrix}$	
۱۱	<p>۲ الف) <math>S = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17\}</math> (۰/۵)          ب) <math>A = \{3, 9, 15\}</math> (۰/۵)          ج) <math>B = \{1, 9\}</math> (۰/۵)          د) <math>A - B = \{3, 15\}</math> (۰/۵)</p>	
۱۲	<p>۱/۵ الف) <math>P(A) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{8}{2}} = \frac{10}{28} = \frac{5}{14}</math> (۰/۷۵)          ب) <math>P(B) = \frac{\binom{5}{1} \binom{3}{1}}{\binom{8}{2}} = \frac{5 \times 3}{28} = \frac{15}{28}</math> (۰/۷۵)</p>	
	« ادامه در صفحه ی سوم »	

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع:
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۸۶ / ۱۰ / ۱۵	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۶	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۳	$p(a) = 3p(b) \quad (0/25)$ $p(b) = \frac{1}{3}p(c) \rightarrow 3p(b) = p(c) \quad (0/25)$ $p(a) + p(b) + p(c) = 1 \quad (0/25)$ $3p(b) + p(b) + 3p(b) = 1 \quad (0/25) \rightarrow p(b) = \frac{1}{6} \quad (0/25)$ $p(a) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad (0/25) \quad p(a') = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad (0/25)$	۱/۷۵
۱۴	$p(A' \cap B') - p(A \cap B) = p(A \cup B)' - p(A \cap B) \quad (0/5)$ $= 1 - p(A \cup B) - p(A \cap B) \quad (0/5)$ $= 1 - p(A) - p(B) + p(A \cap B) - p(A \cap B) \quad (0/25)$ $= 1 - p(A) - p(B) \quad (0/25)$	۱/۵
۱۵	$a_s = a^2 = 5^2 = 25 \quad (0/25)$ $a_A = a^2 = 3^2 = 9 \quad (0/25)$ $P(A) = \frac{a_A}{a_s} = \frac{9}{25} \quad (0/5)$  $(0/25)$	۱/۲۵
۱۶	<p>احتمال زوج آمدن یک بار پرتاب تاسی</p> $P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad (0/25)$ $P(B) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{25}{2}} = \frac{10}{32} = \frac{5}{16} \quad (0/25)$	۱
	جمع نمره	۲۰

مصححین محترم به راه حل های درست دیگر بارم را منظور فرمایید

دانلود از سایت ریاضی سرا

[WWW.RIAZISARA.IR](http://WWW.RIAZISARA.IR)