

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۱۰:۳۰	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۸۵/۱۰/۱۶		
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه ۱۳۸۵	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی		

ردیف	سؤالات	نمره
------	--------	------

۱	با استفاده از استقرای ریاضی ثابت کنید:	۱/۷۵
	$\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1} \quad (n \in \mathbb{N})$	
۲	با استفاده از استدلال استنتاجی نشان دهید حاصل ضرب دو عدد فرد یک عدد فرد است.	۰/۷۵
۳	برای هر عدد حقیقی و مثبت a ثابت کنید:	۱
	$a + \frac{1}{a} \geq 2$	
۴	می دانیم $\sqrt{2}$ عدد گنگ است ثابت کنید عدد $x = \sqrt{1} + \sqrt{2}$ گنگ است. (برهان خلف)	۱
۵	اگر ۱۰ نقطه داخل یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع واحد انتخاب شده باشد ثابت کنید حداقل ۲ نقطه وجود دارد که فاصله‌ی آنها کمتر از $\frac{1}{3}$ است.	۱
۶	اگر $A_i = [-i, 4-i], i \in \{1, 2, 3\}$ آنگاه دو مجموعه $\bigcup_{i=1}^3 A_i$ و $\bigcap_{i=1}^3 A_i$ را مشخص کنید.	۱/۲۵
۷	با استفاده از جبر مجموعه‌ها ثابت کنید:	۱/۲۵
	$(A \cap B) - (B \cap C) = (A - B') - C$	
۸	اگر $A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}$ باشد عضوهای مجموعه‌ی $A' - B'$ را مشخص کنید.	۱
۹	اگر $A = \{x \mid x \in \mathbb{R}, 0 \leq x^2 \leq 4\}$ و $B = \{x \mid x \in \mathbb{R}, 0 \leq x \leq 7\}$ باشد، $A \times B$ را با رسم شکل نشان دهید.	۰/۵
۱۰	رابطه‌ی R روی $\mathbb{R} - \{(0,0)\}$ به صورت $x^2 t = z^2 y \Leftrightarrow (x, y)R(z, t)$ تعریف شده است. الف) ثابت کنید R یک رابطه‌ی هم ارزی است. ب) کلاس هم ارزی $[(1,5)]$ را مشخص کنید.	۱/۵
	«ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی دوم»	

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۱۰:۳۰	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۸۵/۱۰/۱۶	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه ۱۳۸۵		اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

ردیف	سؤالات	نمره
------	--------	------

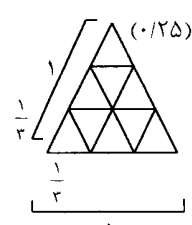
۱۱	دو تاس را با هم می اندازیم مطلوب است تعیین : الف (پیشامد A که مجموع اعداد دو تاس ۷ باشد. ب (پیشامد B که عدد دو تاس زوج باشد. ج (پیشامد C که مجموع اعداد دو تاس کمتر از ۷ باشد.	۲
۱۲	۵ نفر زن و ۶ نفر مرد برای شغلی تقاضا کرده اند با این حال امکان استخدام تنها برای ۵ نفر از آنها وجود دارد مطلوب است محاسبه ی احتمال این که : الف (۳ زن و ۲ مرد انتخاب شوند . ب (۵ زن انتخاب شوند .	۱/۲۵
۱۳	تاسی به گونه ای ساخته شده که احتمال وقوع هر عدد زوج ۳ برابر احتمال وقوع هر عدد فرد است در پرتاب این تاس احتمال آنکه عدد تاس کوچکتر از ۴ باشد چقدر است ؟	۱/۵
۱۴	دو عدد حقیقی از بازه ی $[0, 2]$ به تصادف انتخاب می کنیم ، احتمال این که مجموع این دو عدد بین ۱ و ۳ باشد را تعیین کنید.	۱/۷۵
۱۵	اگر $P(A) = ۰/۳$ و $P(B') = ۰/۴$ و $P(A \cup B) = ۰/۷$ مطلوب است $P(A' \cap B')$.	۱/۵
۱۶	اگر نسبت احتمال قبول شدن علی به قبول نشدن علی $\frac{۲}{۳}$ باشد ، آنگاه احتمال قبول شدن علی را تعیین کنید.	۱
	جمع نمرات	۲۰

WWW.RIAZISARA.IR

دانلود از سایت ریاضی سرا

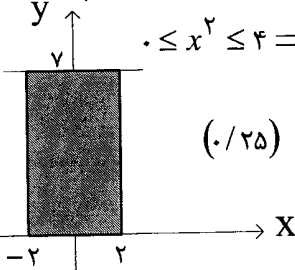
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۸۵/۱۰/۱۶
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۵	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح
------	---------------

۱	$\begin{cases} P(1): \frac{1}{1 \times 3} = \frac{1}{2+1} & \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \quad (0/25) \\ P(K): \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \dots + \frac{1}{(2K-1)(2K+1)} = \frac{K}{2K+1} \quad (0/25) \\ P(K+1): \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \dots + \frac{1}{(2K-1)(2K+1)} + \frac{1}{(2K+1)(2K+3)} = \frac{K+1}{2K+3} \quad (0/25) \end{cases}$ <p>حکم استقرا</p> $\text{طرف چپ حکم} \quad \frac{K}{(2K+1)} + \frac{1}{(2K+1)(2K+3)} = \frac{K(2K+3)+1}{(2K+1)(2K+3)} = \frac{2K^2+3K+1}{(2K+1)(2K+3)} \quad (0/5)$ $= \frac{(2K^2+2K+K+1)}{(2K+1)(2K+3)} = \frac{2K(K+1)+(K+1)}{(2K+1)(2K+3)} = \frac{(K+1)(2K+1)}{(2K+1)(2K+3)} = \frac{K+1}{2K+3} \quad (0/25)$ <p>(0/25)</p>
۲	$\begin{cases} x = 2K+1 & K \in \mathbb{Z} \\ y = 2K'+1 & K' \in \mathbb{Z} \quad (0/25) \end{cases}$ $\begin{aligned} x \cdot y &= (2K+1)(2K'+1) \\ x \cdot y &= 4KK' + 2K + 2K' + 1 \quad (0/25) \\ x \cdot y &= 2(2KK' + K + K') + 1 & x \cdot y &= 2q+1 \quad (0/25) \end{aligned}$
۳	$(a-1)^2 \geq 0 \quad (0/25) \Leftrightarrow a^2 - 2a + 1 \geq 0 \Leftrightarrow$ <p>طرفین این نامعادله را بر a تقسیم می کنیم (0/25)</p> $a^2 + 1 \geq 2a \quad (0/25) \Leftrightarrow \frac{a^2}{a} + \frac{1}{a} \geq \frac{2a}{a} \quad (0/25) \Leftrightarrow a + \frac{1}{a} \geq 2 \quad (0/25)$
۴	<p>از برهان خلف استفاده کرده و می گوئیم اگر $x = \sqrt{1} + \sqrt{2}$ اصم نباشد پس گویا ست (0/25)</p> $\begin{cases} a, b \in \mathbb{Z} \\ b \neq 0 \end{cases} \quad \sqrt{1} + \sqrt{2} = \frac{a}{b} \xrightarrow{\text{توان ۲}} \quad (0/25) \quad 1 + \sqrt{2} = \frac{a^2}{b^2} \Rightarrow \sqrt{2} = \frac{a^2}{b^2} - 1 \quad (0/25)$ <p>گویا = گنگ</p> <p>که این تناقض است پس حکم بر قرار است (0/25)</p>
۵	<p>اضلاع مثلث را به ۳ قسمت مساوی تقسیم می کنیم و مثلث اصلی را به ۹ مثلث متساوی الاضلاع به ضلع $\frac{1}{3}$ تقسیم می کنیم (0/25) در این صورت ۱۰ نقطه را به منزله کبوتر و ۹ مثلث ایجاد شده را به منزله لانه کبوتر در نظر می گیریم که $\langle 9, 10 \rangle$ (0/25) پس طبق اصل لانه کبوتر اگر هر نقطه داخل یک مثلث قرار گیرد باید نقطه دهم هم داخل یکی از مثلث ها قرار بگیرد پس حداقل فاصله ۲ نقطه از این ۱۰ نقطه کمتر از $\frac{1}{3}$ است (0/25)</p> 
« ادامه در صفحه ی دوم »	

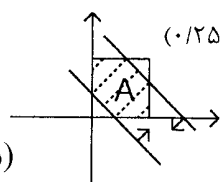
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۸۵/۱۰/۱۶
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۵	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح
------	---------------

۶	$i=1 \Rightarrow A_1 = [-1, 4-1] = [-1, 3] \quad (0/25) \quad i=2 \Rightarrow A_2 = [-2, 4-2] = [-2, 2] \quad (0/25)$ $i=3 \Rightarrow A_3 = [-3, 4-3] = [-3, 1] \quad (0/25)$ $\bigcap_{i=1}^3 A_i = A_1 \cap A_2 \cap A_3 = [-1, 1] \quad (0/25) \quad \bigcup_{i=1}^3 A_i = A_1 \cup A_2 \cup A_3 = [-3, 3] \quad (0/25)$
۷	<p>اول طرف $= (A \cap B) - (B \cap C) =$</p> $(A \cap B) \cap (B \cap C)' \quad (0/25) =$ $(A \cap B) \cap (B' \cup C') \quad (0/25) =$ $[(A \cap B) \cap B'] \cup [(A \cap B) \cap C'] \quad (0/25) =$ $[A \cap (B \cap B')] \cup [(A \cap B) \cap C'] \quad (0/25) =$ <p>دوم طرف $= (A \cap B) \cap C' = (A - B') - C \quad (0/25)$</p>
۸	$A^{\times} = \{(x, y) \mid x \in A, y \in A\}$ $A^{\times} = A \times A = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2)\} \quad (0/25)$ $B^{\times} = B \times B = \{(2,2), (2,3), (3,2), (3,3)\} \quad (0/25)$ $A^{\times} - B^{\times} = \{(1,1), (1,2), (2,1)\} \quad (0/5)$
۹	<p>$0 \leq x^2 \leq 4 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2 \quad (0/25)$</p>  <p>$(0/25)$</p>
۱۰	$(x, y)R(x, y) \Leftrightarrow x^2 y = x^2 y \quad (0/25)$ $\begin{cases} (x, y)R(z, t) \Rightarrow (z, t)R(x, y) \\ x^2 t = z^2 y \Rightarrow z^2 y = x^2 t \end{cases} \quad (0/25)$ $(x, y)R(z, t) \text{ و } (z, t)R(e, f) \Rightarrow (x, y)R(e, f) \quad (0/25)$ $\begin{cases} x^2 t = z^2 y \\ z^2 f = e^2 t \end{cases} \xrightarrow{\times} x^2 t z^2 f = z^2 y e^2 t \rightarrow x^2 f = e^2 y \quad (0/25)$ <p>نتیجه می گیریم که R یک رابطه هم ارزی است</p> $[(1,5)] = \{(x, y) \mid (x, y)R(1,5)\} \quad (0/25) = \{5x^2 = (1)(y)\} = \{y = 5x^2\} \quad (0/25)$
« ادامه در صفحه ی سوم »	

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۸۵/۱۰/۱۶
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۵	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح
------	---------------

۱۱	الف) $A = \{(1,6), (6,1), (2,5), (5,2), (3,4), (4,3)\}$ (۰/۵) ب) $B = \{(2,2), (2,4), (2,6), (4,2), (4,4), (4,6), (6,2), (6,4), (6,6)\}$ (۰/۷۵) ج) $C = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (3,1), (3,2), (3,3), (4,1), (4,2), (5,1)\}$ (۰/۷۵)
۱۲	الف) $P(A) = \frac{\binom{5}{3} \binom{6}{2}}{\binom{11}{5}} = \frac{25}{77}$ (۰/۷۵) ب) $P(B) = \frac{\binom{5}{5} \binom{6}{0}}{\binom{11}{5}} = \frac{1}{462}$ (۰/۵)
۱۳	$P(1) = P(3) = P(5) = \omega$ $P(2) = P(4) = P(6) = 3\omega$ (۰/۲۵) $P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1$ (۰/۲۵) $\omega + 3\omega + \omega + 3\omega + \omega + 3\omega = 1 \Rightarrow 12\omega = 1 \Rightarrow \omega = \frac{1}{12}$ (۰/۲۵) $P(1) = P(3) = P(5) = \frac{1}{12}$ (۰/۲۵) $P(2) = P(4) = P(6) = 3\left(\frac{1}{12}\right) = \frac{3}{12}$ (۰/۲۵) $P(A) = P(1) + P(2) + P(3) = \frac{1}{12} + \frac{3}{12} + \frac{1}{12} = \frac{5}{12}$ (۰/۲۵)
۱۴	$S = \{(x, y) \in R^2 \mid 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2\}$ $A = \{(x, y) \in R^2 \mid 1 \leq x + y \leq 3\}$ (۰/۲۵) $a(s) = 2 \times 2 = 4$ (۰/۲۵) $\begin{cases} x + y \geq 1 \\ x + y \leq 3 \end{cases}$ (۰/۲۵) $a(A) = 4 - \left(\frac{1 \times 1}{2} + \frac{1 \times 1}{2}\right) = 4 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) = 3$ (۰/۵) $P(A) = \frac{a(A)}{a(s)} = \frac{3}{4}$ (۰/۵) 
۱۵	راه اول: $P(B) = 1 - P(B') = 1 - 0/4 = 0/4$ (۰/۲۵) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ (۰/۲۵) $0/7 = 0/3 + 0/6 - P(A \cap B)$ $P(A \cap B) = 0/2$ (۰/۲۵) $P(A' \cap B') = 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B)$ (۰/۲۵) $P(A' \cap B') = 1 - 0/3 - 0/6 + 0/2 = 0/3$ (۰/۵) راه دوم: $P(A' \cap B') = P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B)$ (۰/۷۵) $P(A' \cap B') = 1 - 0/7 = 0/3$ (۰/۷۵)
۱۶	$\frac{P(A)}{P(A')} = \frac{2}{3}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \frac{P(A)}{1 - P(A)} = \frac{2}{3}$ (۰/۲۵) \Rightarrow $3P(A) = 2 - 2P(A) \Rightarrow 5P(A) = 2$ $P(A) = \frac{2}{5}$ (۰/۵)

مصححین محترم، با عرض سلام و خسته نباشید لطفاً برای راه حل های درست دیگر بارم را منظور فرمایید.