

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۲ / ۱۰ / ۱۳۸۴		
دانش آموزان و داوطلبان آزاد در نیم سال اول (دی ماه) سال تحصیلی ۱۳۸۴-۸۵	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی		

ردیف	سؤالات	نمره
۱	با استفاده از استقرای ریاضی ثابت کنید: $1 + 4 + 7 + \dots + (3n - 2) = \frac{n(3n - 1)}{2} \quad (n \in N)$	۱/۵
۲	برای هر دو عدد حقیقی و مثبت $a$ و $b$ ثابت کنید: $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$	۱
۳	با استفاده از استدلال استنتاجی نشان دهید اگر به مربع یک عدد فرد یک واحد اضافه کنیم یک عدد زوج حاصل می شود.	۰/۷۵
۴	می دانیم $\sqrt{5}$ گنگ است با استفاده از برهان خلف ثابت کنید $2 + \sqrt{5}$ گنگ است.	۱/۲۵
۵	پنج نقطه داخل مربعی به ضلع ۲ مفروض اند، ثابت کنید حداقل فاصله دو نقطه از پنج نقطه کمتر از $\sqrt{2}$ است.	۱
۶	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها ثابت کنید: الف) $A \cap (A \cup B) = A$ ب) $(A - B) \cup (A - C) = A - (B \cap C)$	۲
۷	اگر $A = \{x \mid x \in N, 1 \leq x < 3\}$ و $B = \{x \mid x \in Z,  x  \leq 1\}$ ، عضوهای مجموعه $(A \times B) - (B \times A)$ را مشخص کنید و نمودار آنرا رسم کنید.	۱/۷۵
۸	رابطه $R$ روی $\mathbb{R}^2$ بصورت مقابل تعریف شده است: $(x, y)R(z, t) \Leftrightarrow x^2 + t = z^2 + y$ الف) ثابت کنید $R$ یک رابطه هم ارزی است. ب) کلاس هم ارزی $[(1, 0)]$ را مشخص کنید.	۱/۷۵
	« ادامه سؤالات در صفحه ی دوم »	

باسمه تعالی

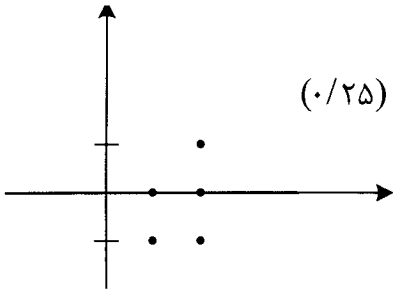
سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۲ / ۱۰ / ۱۳۸۴	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد در نیم سال اول (دی ماه) سال تحصیلی ۸۵-۱۳۸۴		اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

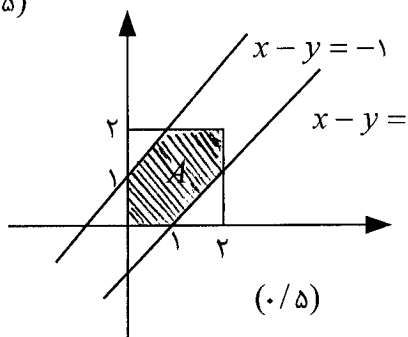
ردیف	سؤالات	نمره
۹	<p>هر یک از اعداد دو رقمی که با ارقام ۴ و ۳ و ۲ و ۱ می توان نوشت را روی یک کارت نوشته و پس از مخلوط کردن کارتها یکی را به تصادف بر می داریم . مطلوبست تعیین :</p> <p>الف) فضای نمونه ای این تجربه تصادفی</p> <p>ب) پیشامد <math>A</math> که در آن عدد روی کارت مضرب ۶ باشد .</p> <p>پ) پیشامد <math>B</math> که در آن عدد روی کارت اول باشد .</p> <p>ت) پیشامد <math>A \cap B'</math></p>	۲
۱۰	<p>در کیسه ای ۵ مهره قرمز و ۳ مهره سفید و ۲ مهره سبز موجود است ، سه مهره با هم و به تصادف از کیسه بیرون می آوریم مطلوبست احتمال آنکه :</p> <p>الف) مهره ها هم رنگ نباشند .</p> <p>ب) دو مهره سفید و یک مهره قرمز باشد .</p>	۱/۵
۱۱	<p>چهار دونه <math>A_1, A_2, A_3, A_4</math> در یک مسابقه شرکت می کنند اگر شانس برنده شدن دونه های <math>A_3</math> و <math>A_4</math> دو برابر شانس برنده شدن دونه <math>A_1</math> باشد و <math>A_1</math> و <math>A_4</math> هم شانس باشند ، احتمال آنکه دونه <math>A_4</math> یا <math>A_3</math> برنده شود چقدر است ؟</p>	۱/۲۵
۱۲	<p>دو عدد حقیقی <math>x</math> و <math>y</math> را در فاصله <math>[0, 2]</math> به تصادف انتخاب می کنیم احتمال اینکه <math> x - y  &lt; 1</math> را پیدا کنید .</p>	۱/۵
۱۳	<p>برای دو پیشامد <math>A</math> و <math>B</math> از فضای نمونه ای <math>S</math> ثابت کنید :</p> $p(A' \cap B') - p(A') + p(B) = p(A \cap B)$	۱/۲۵
۱۴	<p>اگر <math>p(A) = \frac{2}{5}</math> و <math>p(B) = \frac{3}{5}</math> و <math>p(A \cup B) = \frac{4}{5}</math> باشد ، مطلوبست محاسبه :</p> <p>الف) <math>p(A \cap B)</math></p> <p>ب) <math>p(A \cap B')</math></p>	۱/۵
	« موفق باشید »	جمع نمرات
		۲۰

راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال		رشته: ریاضی فیزیک	
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۸۴ / ۱۰ / ۱۲	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد در نیم سال اول (دی ماه) سال تحصیلی ۱۳۸۴-۸۵		اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	
ردیف	راهنمای تصحیح		نمره

۱	$n=1 \longrightarrow (3(1)-2) = \frac{1(3(1)-1)}{2} \longrightarrow 1=1 \quad (0/25)$ $n=k \longrightarrow 1+4+7+\dots+(3k-2) = \frac{k(3k-1)}{2} \quad (0/25)$ $n=k+1 \longrightarrow 1+4+7+\dots+(3k-2)+(3k+1) = \frac{(k+1)(3k+2)}{2} \quad (0/25)$ $\frac{k(3k-1)}{2} + \frac{(3k+1)}{1} = \frac{(k+1)(3k+2)}{2} \quad (0/25)$ $\frac{k(3k-1)+2(3k+1)}{2} = \frac{(k+1)(3k+2)}{2} \quad (0/25)$ $\frac{3k^2+5k+2}{2} = \frac{(k+1)(3k+2)}{2}$ $\frac{(3k+2)(k+1)}{2} = \frac{(k+1)(3k+2)}{2} \quad (0/25)$	۱/۵
۲	$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$ $\frac{a^2+b^2}{ab} \geq 2 \rightarrow a^2+b^2-2ab \geq 0 \rightarrow (a-b)^2 \geq 0$ <p>بدیهی است <math>(0/5)</math> <math>(0/25)</math> <math>(0/25)</math></p>	۱
۳	$(2k-1)^2+1=2q \quad (0/25)$ <p>زوج است <math>4k^2+1-4k+1=4k^2-4k+2=2(2k^2-2k+1)=2q</math> <math>(0/25)</math> <math>(0/25)</math></p>	۰/۷۵
۴	<p>برهان خلف: فرض می کنیم <math>2+\sqrt{5}</math> گنگ نباشد پس داریم: <math>(0/25)</math></p> $2+\sqrt{5} = \frac{a}{b} \text{ گویا} \longrightarrow \sqrt{5} = \frac{a}{b} - 2 \quad (0/25)$ <p>گویا = گنگ <math>(0/5)</math></p> <p>و به تناقض می رسیم پس <math>2+\sqrt{5}</math> گنگ است. <math>(0/25)</math></p>	۱/۲۵
۵	<p>چهار مربع هر کدام به ضلع ۱ سانتی متر موجودند. <math>(0/25)</math></p> <p>هر نقطه را به منزله ی یک کبوتر و هر مربع را به منزله ی یک لانه در نظر می گیریم بنا به اصل لانه کبوتری حداقل در یک مربع بیش از یک نقطه قرار خواهد گرفت بنا به قضیه ی فیثاغورث خواهیم داشت: <math>(0/25)</math></p> $AB^2 = AC^2 + BC^2 \quad (0/25)$ $AB^2 < (1)^2 + (1)^2 \quad (0/25)$ $AB^2 < 2 \longrightarrow AB < \sqrt{2} \quad (0/25)$	۱
<p>ادامه در صفحه ی دوم»</p>		

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۸۴ / ۱۰ / ۱۲
دانش آموزان و داوطلبان آزاد در نیم سال اول (دی ماه) سال تحصیلی ۱۳۸۴-۸۵	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی
ردیف	راهنمای تصحیح
	نمره

۶	<p>الف) <math>A \cap (A \cup B) = A</math> (۰/۲۵)          چون <math>A \subset (A \cup B) \Rightarrow A \cap (A \cup B) = A</math> (۰/۲۵)</p> <p>ب) <math>(A - B) \cup (A - C) = A - (B \cap C)</math> (۰/۵)  <math>(A \cap B') \cup (A \cap C') = A - (B \cap C)</math> (۰/۲۵)  <math>A \cap (B' \cup C') = A - (B \cap C)</math> (۰/۲۵)  <math>A \cap (B \cap C)' = A - (B \cap C)</math> (۰/۲۵)  <math>A - (B \cap C) = A - (B \cap C)</math> (۰/۵)</p>	۲
۷	<p><math>A = \{1, 2\}</math> (۰/۲۵) و <math>B = \{-1, 0, 1\}</math> (۰/۲۵)  <math>A \times B = \{(1, -1), (1, 0), (1, 1), (2, -1), (2, 0), (2, 1)\}</math> (۰/۵)  <math>B \times A = \{(-1, 1), (-1, 2), (0, 1), (0, 2), (1, 1), (1, 2)\}</math> (۰/۲۵)  <math>(A \times B) - (B \times A) = \{(1, -1), (1, 0), (2, -1), (2, 0), (2, 1)\}</math> (۰/۲۵)</p> 	۱/۷۵
۸	<p>۱) بازتابی <math>(x, y) R (x, y) \Leftrightarrow x^2 + y = x^2 + y</math> (۰/۲۵)          ۲) تقارنی <math>(x, y) R (z, t) \Leftrightarrow (z, t) R (x, y)</math> (۰/۲۵)  <math>x^2 + t = z^2 + y \rightarrow z^2 + y = x^2 + t</math> (۰/۲۵)          ۳) تعدی <math>(x, y) R (z, t)</math> و <math>(z, t) R (a, b) \Rightarrow (x, y) R (a, b)</math>  <math display="block">\begin{cases} x^2 + t = z^2 + y \\ z^2 + b = a^2 + t \end{cases} \longrightarrow x^2 + b = a^2 + y</math> (۰/۵)  <math>[(1, 0)] = \{(x, y)   (x, y) R (1, 0)\}</math> (۰/۲۵)  <math>x^2 = 1 + y</math> (۰/۲۵)</p>	۱/۷۵
۹	<p>الف) <math>S = \{12, 13, 14, 23, 24, 34, 21, 32, 31, 41, 42, 43, 44, 33, 22, 11\}</math> (۰/۵)          ب) <math>A = \{12, 24, 42\}</math> (۰/۵)          پ) <math>B = \{13, 23, 31, 41, 43, 11\}</math> (۰/۵)          ت) <math>B' = \{12, 14, 24, 34, 21, 32, 42, 44, 33, 22\}</math> (۰/۲۵)  <math>A \cap B' = \{12, 24, 42\}</math> (۰/۲۵)</p>	۲
	«ادامه در صفحه ی سوم»	

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال		رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۲ / ۱۰ / ۱۳۸۴
دانش آموزان و داوطلبان آزاد در نیم سال اول (دی ماه) سال تحصیلی ۱۳۸۴-۸۵		اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۰	$P(A) = \frac{\binom{3}{3} + \binom{5}{3}}{\binom{10}{3}} = \frac{11}{120} \quad (۰/۵)$ <p>الف) هم رنگ باشند</p> $P(B) = \frac{\binom{3}{2} \times \binom{5}{1}}{\binom{10}{3}} = \frac{15}{120} \quad (۰/۵)$ <p>پ) <math>P(A') = 1 - \frac{11}{120} = \frac{109}{120}</math> (۰/۵)      ب) هم رنگ نباشند</p>	۱/۵
۱۱	$P(A_1) = k \rightarrow P(A_2) = P(A_3) = 2k \quad (۰/۲۵)$ $P(A_1) = P(A_4)$ $P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + P(A_4) = 1 \quad (۰/۲۵)$ $k + 2k + 2k + k = 1 \rightarrow k = \frac{1}{6} \quad (۰/۲۵) \quad P(A_2) + P(A_4) = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2} \quad (۰/۲۵)$	۱/۲۵
۱۲	$S = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 2 \text{ و } 0 \leq y \leq 2\} \quad (۰/۲۵)$ $A = \{(x, y) \mid  x - y  < 1\} \quad (۰/۲۵)$ $-1 < x - y < 1$ $\begin{cases} x - y < 1 \\ x - y > -1 \end{cases}$ $a_S = 4$  $\text{مساحت مثلث} = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{1}{2}$ $\text{مساحت ۲ مثلث} = 2 \times \frac{1}{2} = 1 \quad (۰/۲۵) \quad a_A = 4 - 1 = 3 \rightarrow P(A) = \frac{3}{4} \quad (۰/۲۵)$	۱/۵
۱۳	$P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B) \quad (۰/۲۵)$ $= 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)] \quad (۰/۲۵)$ $= 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B) \quad (۰/۲۵)$ $= P(A') - P(B) + P(A \cap B) \quad (۰/۲۵)$ $P(A' \cap B') - P(A') + P(B) = P(A \cap B) \quad (۰/۲۵)$	۱/۲۵
۱۴	<p>الف) <math>P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) \quad (۰/۲۵) \quad P(A \cap B) = \frac{2}{5} + \frac{3}{5} - \frac{4}{5} = \frac{1}{5} \quad (۰/۵)</math></p> <p>ب) <math>P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B) \quad (۰/۲۵) \quad P(A \cap B') = \frac{2}{5} - \frac{1}{5} = \frac{1}{5} \quad (۰/۵)</math></p>	۱/۵
۲۰	جمع نمره	

مصححین محترم برای راه حل های درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.