

نام و نام خانوادگی:	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۴/۰۱	تعداد صفحه: ۲	سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان ۲
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی و فیزیک	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://ace.medu.ir	دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۹		

ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده دارای چهار عمل اصلی مجاز می باشد. (سؤالات پاسخ نامه دارد)	نمره
------	--	------

### الف) بخش الزامی

دانش آموز عزیز به سوالات ۱ تا ۱۲ (جهت کسب ۱۶ نمره) پاسخ دهید.

۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) نمودار تابع $y = x^3$ در بازه $[0, 1]$ پایین تر از نمودار تابع $y = x^2$ قرار دارد. ب) اگر تابع $f(x)$ در یک فاصله صعودی باشد، آنگاه اکیدا صعودی نیز خواهد بود. پ) اگر تابع $f$ در $x = a$ پیوسته نباشد آنگاه $f$ در $a$ مشتق پذیر هم نیست. ت) تابعی وجود ندارد که برای آن هم $f'(a) = 0$ و هم $f(a) = 0$	۱
۱	در جاهای خالی کلمه یا عبارت مناسب را بنویسید. الف) دوره تناوب تابع $y = 8 \cos(\frac{x}{3})$ برابر با ..... است. ب) اگر $f'(1) = 3$ و $g'(1) = 5$ ، در این صورت $(3f + 2g)'(1)$ برابر با ..... است.	۲
۱	با توجه به نمودار تابع $f$ که در شکل زیر آمده است، نمودار تابع $g(x) = f(2x) - 1$ را رسم کرده و دامنه و برد آن را تعیین کنید.	۳
۱	نمودار تابع $f(x) = x^2 + 2$ را رسم کرده و مشخص کنید در چه بازه ای اکیدا نزولی است؟	۴
۱	مقادیر $a, b$ را طوری تعیین کنید که چند جمله ای $x^3 + ax^2 + bx + 1$ بر $x - 2$ و $x + 1$ بخش پذیر باشد.	۵
۱	مقدار ماکزیمم و مینیمم تابع $y = 1 + 2 \sin 7x$ را به دست آورید	۶
۱/۵	معادله $2 \sin 3x - \sqrt{2} = 0$ را حل کنید.	۷
۲	حدود زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow e^+} \frac{x^2 + x}{x^2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 - x + 1}{4x^3 + 2x - 1}$	۸
«ادامه سوالات در صفحه دوم»		

نام و نام خانوادگی:	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۴/۰۱	تعداد صفحه: ۲	سوالات امتحان نهایی درس: حسابان ۲
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی و فیزیک	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://ace.medu.ir	دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۹		
نمره	استفاده از ماشین حساب ساده دارای چهار عمل اصلی مجاز می باشد. (سوالات پاسخ نامه دارد)		
۰/۵	<p>۹ نمودار تابع <math>f</math> را به گونه ای رسم کنید که همه شرایط زیر را دارا باشد.</p> <p>الف) <math>f(1) = f(-2) = 0</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = +\infty</math> , <math>\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = -\infty</math></p> <p>پ) خط <math>y = -1</math> مجانب افقی آن باشد.</p>		
۱/۵	<p>۱۰ معادله خط مماس بر منحنی تابع <math>f(x) = -x^2 + 10x</math> را در نقطه <math>A(2, f(2))</math> واقع بر نمودار تابع بنویسید.</p>		
۳	<p>۱۱ مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)</p> <p>الف) <math>f(x) = \frac{x^2 - 3x + 1}{-3x + 2}</math></p> <p>ب) <math>g(x) = \sqrt{x}(3x^2 + 5)</math></p> <p>پ) <math>h(x) = \sin^2 x + \cos^2 x</math></p>		
۱/۵	<p>۱۲ معادله حرکت متحرکی به صورت <math>f(t) = t^2 - t + 10</math> بر حسب متر در بازه زمانی <math>[0, 5]</math> داده شده است. در کدام لحظه در این بازه، سرعت لحظه ای با سرعت متوسط با هم برابرند؟</p>		
<p><b>ب) بخش انتخابی</b></p> <p>دانش آموز عزیز جهت کسب ۴ نمره، از بین سوالات ۱۳ تا ۱۶ فقط ۲ سوال را به دلخواه انتخاب و پاسخ دهید.</p>			
۲	<p>۱۳ مجانب های قائم و افقی نمودار تابع <math>y = \frac{x}{x^2 - 4}</math> را در صورت وجود به دست آورید.</p>		
۲	<p>۱۴ مشتق پذیری تابع <math>f(x) =  x^2 - 1 </math> را در <math>x = 1</math> بررسی کنید.</p>		
۲	<p>۱۵ جهت تقعر و نقطه عطف تابع <math>f(x) = x^3 + 3x^2 + 1</math> را مشخص کنید.</p>		
۲	<p>۱۶ جدول تغییرات و نمودار تابع <math>f(x) = \frac{x-1}{x+1}</math> را رسم کنید.</p>		
۲۴	جمع نمره موفق و سربلند باشید.		

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تعداد صفحه: ۳	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح درس: حسابان ۲
تاریخ امتحان: ۱۳۹۹ / ۰۴ / ۰۱		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۹	

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
------	---------------	------

۱	هر مورد (۰/۲۵) نمره	(ت نادرست	(پ درست	(ب نادرست	(الف درست	۱
۱	هر مورد (۰/۵) نمره	مثال صفحه ۲۷	(ب ۱۹	مثال صفحه ۲۷	(الف ۶π	۲
۱		(۰/۲۵)	(۰/۲۵)	$D_g = [-1, 2] \quad (۰/۲۵)$ $R_g = [-3, 1] \quad (۰/۲۵)$	مشابه تمرین ۲ صفحه ۱۲	۳
۱		(۰/۵)	اکیدا نزولی (۰/۲۵) $(-\infty, 0)$ اکیدا صعودی (۰/۲۵) $(0, +\infty)$	مشابه کار در کلاس صفحه ۱۷		۴
۱	$x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \rightarrow p(2) = 0 \rightarrow 4a + 2b = -9 \quad (۰/۲۵)$ $x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 \rightarrow p(-1) = 0 \rightarrow a - b = 0 \quad (۰/۲۵)$ $a = -\frac{3}{2} \quad (۰/۲۵), b = -\frac{3}{2} \quad (۰/۲۵)$		تمرین صفحه ۲۲			۵
۱	$\begin{cases} \max y =  a  + c = 2 + 1 = 3 & (۰/۵) \\ \min y = - a  + c = -2 + 1 = -1 & (۰/۵) \end{cases}$		تمرین صفحه ۳۳			۶
۱/۵	$\sin 3x = \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin \frac{\pi}{4} \quad (۰/۵) \Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \\ 3x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \end{cases} \quad (۰/۵) \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{12} \\ x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{4} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \quad (۰/۵)$		مثال ص ۳۹			۷
۲	الف) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x(x+1)}{x^2} \quad (۰/۵) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(x+1)}{x} = \frac{1}{0^+} = +\infty \quad (۰/۵)$ ب) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2}{4x^2} \quad (۰/۵) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{2x} = 0 \quad (۰/۵)$		کار در کلاس صفحه ۵۵		کار در کلاس صفحه ۶۶	۸

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تعداد صفحه: ۳	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح درس: حسابان ۲
تاریخ امتحان: ۱۳۹۹ / ۰۴ / ۰۱		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۹	

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
------	---------------	------

۰/۵	تمرین صفحه ۶۹	رسم شکل (۰/۵) نمره	۹
۱/۵	$f'(x) = -2x + 10$ (۰/۲۵) , $f'(2) = 6$ (۰/۲۵) , $f(2) = 16$ (۰/۲۵) $y - 16 = 6(x - 2)$ (۰/۵) $\Rightarrow y = 6x + 4$ (۰/۲۵)	مثال صفحه ۷۸	۱۰
۳	$f'(x) = \frac{\overbrace{(2x-3)(-3x+2) - (-3)(x^2-3x+1)}^{(۰/۷۵)}}{\underbrace{(-3x+2)^2}_{(۰/۲۵)}}$ <p>الف) تمرین صفحه ۱۰۱</p> $g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}(3x^2+5) + \sqrt{x}(6x)$ <p>ب) کار در کلاس صفحه ۹۵</p> $h'(x) = 3 \times \underbrace{\sin^2 x \times \cos x}_{(۰/۵)} + 2 \cos x \times \underbrace{(-\sin x)}_{(۰/۵)}$ <p>پ) تمرین صفحه ۱۰۱</p>		۱۱
۱/۵	$f(5) = 30, f(0) = 10 \Rightarrow \frac{f(5) - f(0)}{5 - 0} = 4$ (۰/۷۵) $f'(t) = 2t - 1 = 4 \Rightarrow t = \frac{5}{2}$ (۰/۷۵)	تمرین صفحه ۱۰۹	۱۲
۲	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x} = 0$ (۰/۵) $\Rightarrow y = 0$ (۰/۵)      مجانب افقی $x^2 - 4 = 0$ (۰/۵) $\Rightarrow x = \pm 2$ (۰/۵)      مجانب های قائم	تمرین صفحه ۶۹	۱۳
۲	$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{ x^2 - 1  - 0}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = 2$ (۰/۷۵) $f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{ x^2 - 1  - 0}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x-1)(x+1)}{x-1} = -2$ (۰/۷۵) $f'_-(1) \neq f'_+(1)$ (۰/۵)      پس تابع مشتق پذیر نمی باشد	مثال صفحه ۸۶	۱۴

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تعداد صفحه: ۳	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح درس: حسابان ۲
تاریخ امتحان: ۱۳۹۹ / ۰۴ / ۰۱		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۹	

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
------	---------------	------

۲	<p>نقطه عطف <math>f'(x) = 3x^2 + 6x</math> (۰/۲۵) <math>\Rightarrow f''(x) = 6x + 6 = 0</math> (۰/۵) <math>\Rightarrow x = -1 \rightarrow (-1, 3)</math> (۰/۲۵)</p> <table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>-1</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f''</math></td> <td><math>-</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>+</math></td> </tr> </table> <p>مثال صفحه ۱۲۹</p> <p>تقعر رو به بالا <math>(-1, +\infty)</math> (۰/۲۵)      تقعر رو به پایین <math>(-\infty, -1)</math> (۰/۲۵)</p>	$x$	$-\infty$	$-1$	$+\infty$	$f''$	$-$	$0$	$+$	۱۵
$x$	$-\infty$	$-1$	$+\infty$							
$f''$	$-$	$0$	$+$							

۲	<p><math>x = -1</math> م. قائم (۰/۲۵)  <math>y = 1</math> م. افقی (۰/۲۵)  <math>y' = \frac{2}{(x+1)^2} &gt; 0</math> (۰/۵)</p> <table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>-1</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f'</math></td> <td><math>+</math></td> <td><math>+</math></td> <td><math>+</math></td> </tr> </table> <p>مثال صفحه ۱۴۲</p>	$x$	$-\infty$	$-1$	$+\infty$	$f'$	$+$	$+$	$+$	<p>(۰/۵)</p>	۱۶
$x$	$-\infty$	$-1$	$+\infty$								
$f'$	$+$	$+$	$+$								

۲۴	جمع نمره	« همکاران گرامی لطفا به راه حل های صحیح دیگر به تناسب نمره دهید . »
----	----------	---