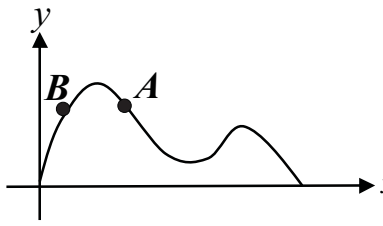
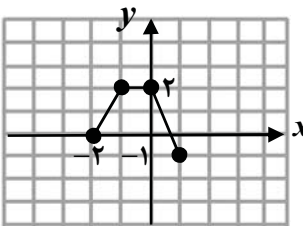
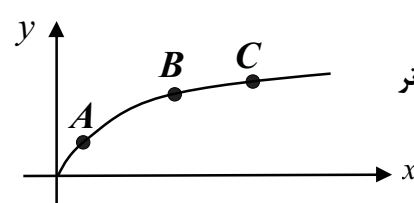


تعداد صفحه: ۲	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی و فیزیک	سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان ۲
نام و نام خانوادگی:	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۰۳/۱۸	مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۸	

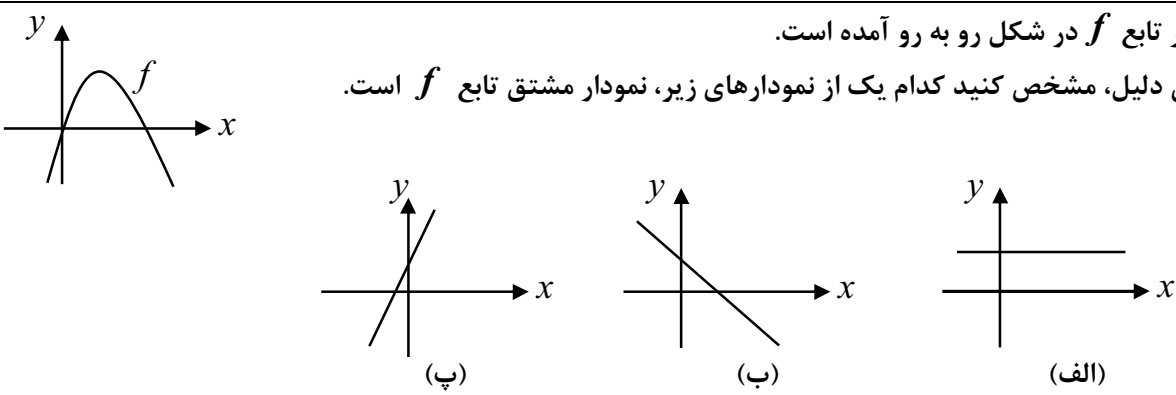
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

۱	<p>درست یا نادرست بودن عبارات زیر را تعیین کنید.</p> <p>الف) اگر <math>k &gt; 1</math> باشد، نمودار <math>y = f(kx)</math> از انبساط افقی نمودار <math>y = f(x)</math> در راستای محور <math>x</math> ها به دست می آید.</p> <p>ب) نقاطی به فرم <math>x = k\pi + \frac{\pi}{2}</math>, <math>k \in Z</math> در دامنه تابع تانژانت قرار ندارند.</p> <p>پ) حاصل <math>\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+1}{9-x^2}</math> برابر با <math>-\infty</math> است.</p> <p>ت) در شکل رو به رو، شیب خطوط مماس در نقاط <math>A</math> و <math>B</math> مثبت است.</p> 	۱
۱	<p>نمودار تابع <math>y = f(x)</math> به صورت زیر است. نمودار <math>g(x) = 2f(x-1)</math> را رسم کرده و دامنه و برد آن را تعیین کنید.</p> 	۲
۰/۷۵	<p>اگر چند جمله ای <math>f(x) = x^2 + ax - 3</math> بر <math>(x+1)</math> بخش پذیر باشد، باقی مانده تقسیم <math>f(x)</math> بر <math>(x-2)</math> را به دست آورید.</p>	۳
۰/۵	<p>چند جمله ای <math>x^6 - 1</math> را بر حسب عامل <math>(x+1)</math> تجزیه کنید.</p>	۴
۱	<p>جاهای خالی را با عددی یا عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>الف) دوره تناوب تابع <math>y = 3 \cos(-\frac{\pi}{4}x)</math> برابر با ..... است.</p> <p>ب) حاصل حد <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+5}{x-2}</math> برابر با ..... است.</p> <p>پ) با توجه به شکل رو به رو، شیب خط مماس بر منحنی در نقطه ..... بزرگ تر از شیب خط مماس بر منحنی در نقطه <math>B</math> است.</p> <p>ت) نقطه ای از دامنه تابع که مشتق در آن وجود ندارد و یا وجود دارد و برابر صفر است، نقطه ..... نام دارد.</p> 	۵
۱/۵	<p>معادله <math>\cos 2x + \cos x + 1 = 0</math> را حل کنید.</p>	۶
۱/۵	<p>کدام یک از خطوط <math>x = 3</math> و <math>x = -1</math> مجانب قائم تابع <math>f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 2x - 3}</math> می باشد؟ دلیل ارائه کنید.</p>	۷

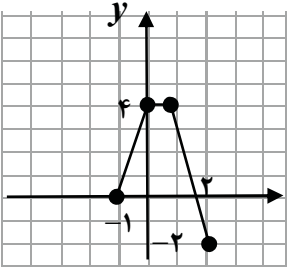
«ادامه سؤالات در صفحه دوم»

تعداد صفحه: ۲	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی و فیزیک	سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان ۲
نام و نام خانوادگی:	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۰۳/۱۸	مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۸	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

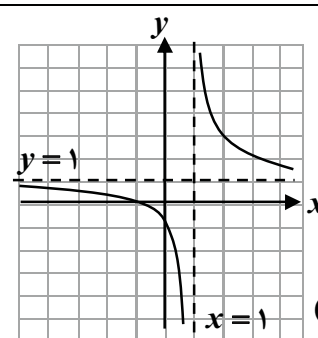
۸	با توجه به نمودار تابع $f$ که در زیر آمده است، مجانب های افقی تابع را بنویسید.	۰/۵
۹	نشان دهید نقطه ای به طول $x = -1$ ، نقطه گوشه ای برای تابع $f(x) =  x^2 + x $ می باشد.	۱/۷۵
۱۰	قضیه: ثابت کنید اگر تابع $f$ در $x = a$ مشتق پذیر باشد آن گاه تابع $f$ در $x = a$ پیوسته است.	۱/۲۵
۱۱	مشتق توابع زیر را به دست آورید. ( ساده کردن مشتق الزامی نیست. ) الف) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^3 + 2x + 1}$ ب) $g(x) = \cos^2(2x)$	۱/۷۵
۱۲	نمودار تابع $f$ در شکل رو به رو آمده است. با بیان دلیل، مشخص کنید کدام یک از نمودارهای زیر، نمودار مشتق تابع $f$ است.	۰/۷۵
		
۱۳	آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = x^3 - 2x$ را در بازه $[0, 2]$ و آهنگ تغییر لحظه ای تابع $f$ را در $x = 1$ محاسبه کنید.	۱
۱۴	مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x} + 4$ را در بازه $[0, 2]$ تعیین کنید.	۱/۵
۱۵	تابع $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$ در چه بازه ای صعودی و در چه بازه ای نزولی است.	۱/۲۵
۱۶	مقادیر $a$ و $b$ را در تابع $f(x) = ax^3 + bx^2 - 1$ چنان بیابید که $A(1, 1)$ نقطه عطف منحنی باشد.	۱/۲۵
۱۷	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ را رسم کنید.	۱/۷۵
۲۰	موفق و سربلند باشید.	جمع نمره

مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حسابان ۲
تاریخ امتحان: ۱۸/۰۳/۱۳۹۸		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۸	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) نادرست (۰/۲۵) (نکته صفحه ۹ در مورد انقباض و انبساط افقی) (ب) درست (۰/۲۵) (تابع تنازات صفحه ۳۲) پ) درست (۰/۲۵) (قسمت پ سوال ۲ صفحه ۵۸) (ت) نادرست (۰/۲۵) (قسمت الف سوال ۷ صفحه ۸۲)	۱
۲	(مشابه سوال ۲ صفحه ۱۲)  $D_g = [-1, 2] \quad (۰/۲۵)$ $R_g = [-2, 4] \quad (۰/۲۵)$	۱
۳	(سوال ترکیبی مشابه سوال ۶ صفحه ۲۲ و مفهوم باقی مانده صفحه ۱۹) $f(-1) = 0 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow 1 - a - 3 = 0 \Rightarrow a = -2 \quad (۰/۲۵)$ $f(2) = 4 - 4 - 3 = -3 \quad (۰/۲۵)$	۰/۷۵
۴	(قسمت ب سوال ۸ صفحه ۲۲) $x^6 - 1 = (x+1)(x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1) \quad (۰/۵)$	۰/۵
۵	الف) ۸ (۰/۲۵) (نکته صفحه ۲۷) (ب) ۳ (۰/۲۵) (قسمت الف سوال ۳ صفحه ۶۹) پ) A (۰/۲۵) (سوال ۳ صفحه ۸۱) (ت) بحرانی (۰/۲۵) (تعریف نقطه بحرانی صفحه ۱۱۷)	۱
۶	(معادله مثلثاتی از صفحه ۳۵ تا ۴۴) $2 \cos^2 x - 1 + \cos x + 1 = 0 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \cos x(2 \cos x + 1) = 0 \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow \cos x = 0 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2} \quad (۰/۲۵), \cos x = -\frac{1}{2} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \quad (۰/۲۵)$	۱/۵
۷	(مثال صفحه ۵۶) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 2x - 3} = \infty \quad (۰/۲۵)$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 2x - 3} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-3)(x-1)}{(x-3)(x+1)} = \frac{1}{2} \quad (۰/۲۵)$ خط $x = -1$ مجانب قائم منحنی $f$ است (۰/۲۵) ولی $x = 3$ مجانب قائم برای تابع $f$ نیست. (۰/۲۵)	۱/۵
۸	(مشابه سوال ۲ صفحه ۶۹) $y = 1 \quad (۰/۲۵), \quad y = -2 \quad (۰/۲۵)$	۰/۵
۹	تابع $f$ در $x = -1$ پیوسته است. (۰/۲۵) (نکته صفحه ۸۹) $f'_+(-1) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{ x^2 + x }{x+1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{-x(x+1)}{x+1} = 1 \quad (۰/۲۵)$ $f'_-(-1) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x(x+1)}{x+1} = -1 \quad (۰/۲۵)$ مشتق های راست و چپ تابع هر دو متناهی ولی نابرابرند. (۰/۲۵) پس $x = -1$ نقطه گوشه ای تابع است.	۱/۷۵

«ادامه پاسخ ها در صفحه دوم»

مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حسابان ۲
تاریخ امتحان: ۱۸/۰۳/۱۳۹۸		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۸	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره																		
۱۰	<p>کافی است نشان دهیم <math>\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)</math>.</p> $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) - f(a)) = \lim_{x \rightarrow a} (x - a) \underbrace{\left( \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \right)}_{(0/25)} = \lim_{x \rightarrow a} (x - a) \times \lim_{x \rightarrow a} \underbrace{\left( \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \right)}_{(0/25)}$ $= 0 \times f'(a) = 0 \quad (0/25) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} (f(x) - f(a)) = 0 \quad (0/25) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a) \quad (0/25)$ <p>(قضیه صفحه ۸۶)</p>	۱/۲۵																		
۱۱	<p>(فرمول های مشتق گیری از صفحه ۹۲ تا صفحه ۹۶)</p> <p>الف) <math>f'(x) = \frac{2x(x^2 + 2x + 1) - (x^2 - 1)(3x^2 + 2)}{(x^2 + 2x + 1)^2} \quad (0/25)</math></p> <p>ب) <math>g'(x) = \underbrace{-6}_{(0/25)} \underbrace{\cos^2(2x)}_{(0/25)} \underbrace{\sin(2x)}_{(0/25)}</math></p>	۱/۲۵																		
۱۲	<p>نمودار (ب) <math>(0/25)</math>. سهمی نمودار داده شده ماکزیمم دارد. پس ضریب <math>x^2</math> منفی است. <math>(0/25)</math> لذا در مشتق تابع ضریب <math>x</math> منفی خواهد بود. در نتیجه نمودار مشتق، خطی با شیب منفی است. <math>(0/25)</math> (مشابه سوال ۹ صفحه ۱۰۰)</p>	۰/۷۵																		
۱۳	<p>(آهنگ تغییرات از صفحه ۱۰۲ تا صفحه ۱۱۰)</p> $\text{آهنگ} = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{4}{2} = 2 \quad (0/25)$ <p>آهنگ تغییر لحظه ای <math>f'(x) = 3x^2 - 2 \quad (0/25) \Rightarrow f'(1) = 1 \quad (0/25)</math></p>	۱																		
۱۴	<p>(مشابه مثال صفحه ۱۱۷)</p> <p><math>f'(x) = \frac{2x - 2}{2\sqrt{x^2 - 2x + 4}} \quad (0/25) \xrightarrow{f'=0} x = 1 \quad (0/25)</math></p> <p><math>f(0) = f(2) = 2 \quad (0/25)</math> مقدار ماکزیمم مطلق <math>f(1) = \sqrt{3} \quad (0/25)</math> مقدار مینیمم مطلق</p>	۱/۵																		
۱۵	<p>(مشابه سوال ۱۱ صفحه ۱۲۶)</p> $f'(x) = \frac{2x}{(x^2 + 1)^2} \quad (0/25) \xrightarrow{f'(x)=0} x = 0$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f'</math></td> <td><math>-</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>+</math></td> </tr> <tr> <td><math>f</math></td> <td><math>\searrow</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>\nearrow</math></td> </tr> </table> <p><math>(-\infty, 0)</math> نزولی <math>(0, +\infty)</math> صعودی <math>(0/25)</math></p> <p><math>(0/5)</math></p>	$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$	$f'$	$-$	$0$	$+$	$f$	$\searrow$	$0$	$\nearrow$	۱/۲۵						
$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$																	
$f'$	$-$	$0$	$+$																	
$f$	$\searrow$	$0$	$\nearrow$																	
۱۶	<p>(مشابه سوال ۴ صفحه ۱۳۶)</p> $\left. \begin{aligned} f'(x) &= 3ax^2 + 2bx \\ f''(x) &= 6ax + 2b \quad (0/25) \\ f(1) &= 1 \Rightarrow a + b - 1 = 1 \Rightarrow a + b = 2 \quad (0/25) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} a &= -1 \quad (0/25) \\ b &= 3 \quad (0/25) \end{aligned}$ <p><math>\xrightarrow{f'=0} 6a + 2b = 0 \quad (0/25)</math></p>	۱/۲۵																		
۱۷	<p>(مشابه سوال ۱ صفحه ۱۴۴)</p> <p><math>x = 1</math> قائم <math>(0/25)</math></p> <p><math>y = 1</math> افقی <math>(0/25)</math></p> $y' = \frac{-2}{(x-1)^2} < 0 \quad (0/25)$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>1</math></td> <td><math>2</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f'</math></td> <td><math>-</math></td> <td><math>-</math></td> <td><math>-</math></td> <td><math>-</math></td> <td><math>-</math></td> </tr> <tr> <td><math>f</math></td> <td><math>1</math></td> <td><math>\searrow</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>\nearrow</math></td> <td><math>1</math></td> </tr> </table> <p><math>(0/5)</math></p>  <p><math>(0/5)</math></p>	$x$	$-\infty$	$0$	$1$	$2$	$+\infty$	$f'$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	$f$	$1$	$\searrow$	$-\infty$	$\nearrow$	$1$	۱/۷۵
$x$	$-\infty$	$0$	$1$	$2$	$+\infty$															
$f'$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$															
$f$	$1$	$\searrow$	$-\infty$	$\nearrow$	$1$															

"در نهایت، نظر همکاران محترم صائب است"