

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان (جدیدالتالیف)	رشته ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه			
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۸۹		تاریخ امتحان: ۱۰ / ۲۰ / ۱۳۸۹	
مرکز سنجش آموزش و پرورش		http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	مقادیر m, n را چنان به دست آورید که چند جمله ای $x^2 + mx + n$ بر $(x-2), (x+1)$ بخش پذیر باشد.	۱/۵
۲	نقطه ای روی خط $y = 2x$ بیابید که از دو نقطه $A(1,1)$ و $B(3,-1)$ به یک فاصله باشد.	۱/۵
۳	نامعادله $ x < x^2$ را با روش هندسی حل کنید.	۱
۴	اگر $f = \{(3,4), (7,8), (5,2)\}$ و $g = \{(1,3), (-2,7), (5,9)\}$ باشد، آنگاه $f \circ g$ و $f + g$ را حساب کنید.	۱/۵
۵	زوج یا فرد بودن تابع $f(x) = x\sqrt{27-3x^2}$ را معلوم کنید.	۱
۶	ثابت کنید تابع $f(x) = \frac{x-1}{x}$ یک به یک است.	۱
۷	اگر $f(x) = [x+2]$ باشد در این صورت حاصل $f(1-\sqrt{2})$ چقدر است؟	۰/۵
۸	درستی اتحاد $\sin 2x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x}$ را ثابت کنید.	۱/۵
۹	معادله $\tan x - \tan 2x = 0$ را حل کنید.	۱
۱۰	مقدار $\tan^{-1}(-1)$ را حساب کنید.	۰/۵
۱۱	حد توابع زیر را محاسبه کنید:	
۲	الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x-9}{\sqrt{x}-3}$	
۱۲	نمودار یک تابع را رسم کنید که در $\frac{2}{3}$ ناپیوسته است ولی در $\frac{2}{3}$ حد دارد.	۰/۵
۱۳	مقدار a را چنان بیابید که تابع $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 4ax + 2 & x \geq 1 \\ x - 3a & x < 1 \end{cases}$ در $x=1$ پیوسته باشد.	۱/۵
۱۴	در تابع $f(x) = \begin{cases} x^3 + 1 & x \geq -1 \\ x^2 - 1 & x < -1 \end{cases}$ مشتق های چپ و راست را در $x = -1$ جداگانه محاسبه کنید. آیا تابع در $x = -1$ مشتق پذیر است؟ چرا؟	۱/۷۵
	«ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم»	

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان (جدیدالتالیف)	رشته ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۸۹ / ۱۰ / ۲۰	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۸۹		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱۵	مساحت هر دایره ای تابعی از محیط آن است، آهنگ تغییرات مساحت دایره را نسبت به محیط آن برای دایره ای به محیط 5π حساب کنید.	۱
۱۶	مشتق بگیرید: (ساده کردن الزامی نیست) الف) $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x+1}}$ ب) $g(x) = (1 + \sin x) \tan^{-1} x$	۱/۵
۱۷	شیب خط مماس بر نمودار تابع $y = \frac{1}{x}$ را در نقطه ای به طول یک واقع بر آن به دست آورید.	۰/۷۵
	«موفق باشید»	جمع ۲۰

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان (جدید التالیف)		رشته ی: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۸۹ / ۱۰ / ۲۰
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۸۹		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$\begin{cases} x-2=0 \rightarrow x=2 & (0/25) \\ x+1=0 \rightarrow x=-1 & (0/25) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4+2m+n=0 & (0/25) \\ 1-m+n=0 & (0/25) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} m=-1 & (0/25) \\ n=-2 & (0/25) \end{cases}$	۱/۵
۲	<p>اگر این نقطه را M بنامیم چون روی خط $y=2x$ قرار دارد، مختصات M باید به شکل $M(a, 2a)$ باشد (۰/۲۵) از طرفی:</p> $AM = \sqrt{(a-1)^2 + (2a-1)^2} = \sqrt{(a-3)^2 + (2a+1)^2} = BM \quad (0/5)$ $5a^2 - 6a + 2 = 5a^2 - 2a + 10 \quad (0/25)$ $a = -2 \quad (0/25) \quad M(-2, -4) \quad (0/25)$	۱/۵
۳	<p>نمودار توابع $y_1 = x$ و $y_2 = x^2$ را رسم می کنیم باید مجموعه نقاطی را تعیین کنیم که در آن نقاط نمودار y_1 زیر نمودار y_2 واقع شده باشد (۰/۲۵) اجتماع دو بازه $(1, +\infty)$ و $(-\infty, -1)$ مجموعه جواب نامعادله است. (۰/۲۵) رسم نمودار نمره (۰/۵)</p>	۱
۴	$(f \circ g)(1) = f(g(1)) = f(3) = 4 \quad (0/25)$ $(f \circ g)(-2) = f(g(-2)) = f(7) = 8 \quad (0/25)$ $f \circ g = \{(1, 4), (-2, 8)\} \quad (0/5)$ $(f+g)(5) = f(5) + g(5) = 2 + 9 = 11 \quad (0/25) \rightarrow f+g = \{(5, 11)\} \quad (0/25)$	۱/۵
۵	<p>تابع فرد است زیرا دامنه تابع متقارن است (۰/۵) و از طرفی:</p> $f(-x) = (-x)\sqrt{27-3(-x)^2} = -x\sqrt{27-3x^2} = -f(x) \quad (0/25)$	۱
۶	<p>پس تابع یک به یک است.</p> $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow \frac{x_1-1}{x_1} = \frac{x_2-1}{x_2} \Rightarrow x_1x_2 - x_2 = x_1x_2 - x_1 \Rightarrow x_1 = x_2 \quad (0/25)$	۱
۷	$f(x) = [x+2] \Rightarrow f(1-\sqrt{2}) = [1-\sqrt{2}] + 2 = 1 \quad (0/25)$	۰/۵
۸	$\frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} = \frac{\frac{2 \sin x}{\cos x}}{\frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x}} = \frac{2 \sin x \cos^2 x}{\cos x} = 2 \sin x \cos x = \sin 2x \quad (0/25)$	۱/۵
۹	$\tan x = \tan 2x \Rightarrow 2x = k\pi + x \Rightarrow x = k\pi \quad (0/25)$	۱
۱۰	<p>چون $\frac{-\pi}{4}$ زاویه ای در بازه $\left(\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ است از طرفی $\tan\left(\frac{-\pi}{4}\right) = -1$ پس $\tan^{-1}(-1) = \frac{-\pi}{4} \quad (0/25)$</p>	۰/۵

۲

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان (جدید التالیف)	رشته ی : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۳۸۹ / ۱۰ / ۲۰
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۸۹	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۶	$g'(x) = (1 + \sin x)' \tan^{-1} x + (\tan^{-1} x)' (1 + \sin x) \quad (۰/۲۵)$ <p>ب)</p> $g'(x) = (\cos x) \tan^{-1} x + \left(\frac{1}{1+x^2} \right) (1 + \sin x) \quad (۰/۵)$	۰/۷۵
۱۷	$y' = \frac{-1}{x^2} \Rightarrow m = f'(1) = \frac{-1}{1^2} \Rightarrow m = -1$ <p>(۰/۲۵) (۰/۵)</p>	۰/۷۵

همکاران محترم ضمن عرض خسته نباشید لطفاً به راه حل های صحیح غیر از راهنمای تصحیح به تناسب بارم را تقسیم کنید .

با تشکر طراحان