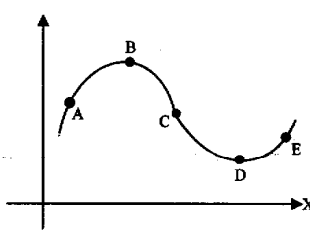


باسمه تعالی

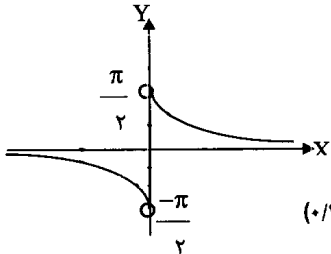
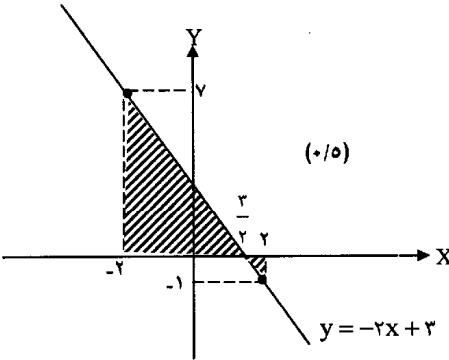
سوالات امتحان نهایی درس : حسابان		رشته : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۹ صبح	مدت امتحان : ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۳۸۸ / ۶ / ۲		
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۸		اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir		
ردیف	سوالات			نمره
۱	دامنه‌ی تابع با ضابطه $f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{[x]}$ را بیابید.			۱
۲	آیا توابع با ضابطه های $f(x) = \tan x \cdot \cot x$ و $g(x) = 1$ مساویند؟ (با ذکر دلیل)			۱
۳	توابع با ضابطه‌های $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ و $g(x) = \frac{x+5}{x-4}$ مفروض‌اند. الف) دامنه‌ی تابع $g \circ f$ را بدون استفاده از ضابطه‌ی آن بیابید. ب) حاصل $(g \circ g)(3)$ را بیابید.			۱/۵
۴	اگر $\beta, \alpha$ ریشه‌های معادله $x^2 - 3x - 5 = 0$ باشند، بدون محاسبه ریشه‌های معادله، حاصل عبارت $\frac{1}{\alpha+1} + \frac{1}{\beta+1}$ را بیابید.			۰/۷۵
۵	عبارت $A = \cos^2 \Delta x - \cos^2 x$ را به حاصلضرب تبدیل کنید.			۰/۷۵
۶	حدود زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^3 + 3x^2 - 7}{x^3 - 1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - x)$ ج) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin 2x}{\sqrt{1 - \cos 2x}}$ د) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-4x + 1}{x^2 - x}$			۳/۲۵
۷	مجاانب‌های تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{(x-1)^2}$ را در صورت وجود بیابید.			۰/۷۵
۸	تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{\sqrt{x+8} - 2}{x}$ را در نظر بگیرید. $f(0)$ را چنان تعریف کنید که تابع در نقطه‌ی صفر پیوسته باشد.			۱
۹	مشتق $y$ را نسبت به $x$ بدست آورید. (ساده کردن مشتق لازم نیست) الف) $y = \sin^3 x + \cos^2(\sqrt{x})$ ب) $xy^3 + 3x^2y - 4x = 0$			۱/۵
۱۰	اگر $g(x) = f(x^2 - x)$ و $g'(3) = 15$ باشد، حاصل $f'(6)$ را بیابید.			۰/۷۵
« ادامه‌ی سوالات در صفحه‌ی دوم »				

سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان	رشته : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۹ صبح	مدت امتحان : ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۳۸۸ / ۶ / ۲		
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره ی تابستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۸	اداره ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>		
ردیف	سؤالات	نمره	
۱۱	نمودار تابع با ضابطه $y =  x^2 - 1 $ را رسم کنید ، سپس نقاط ماکزیمم نسبی و می نیمم نسبی و همچنین نقاط ماکزیمم مطلق و می نیمم مطلق تابع را در صورت وجود مشخص کنید .	۱/۵	
۱۲	تابع با ضابطه $y = \frac{ax + b}{x + c}$ مفروض است . ضرایب $a, b, c$ را به قسمی تعیین کنید که منحنی تابع در نقطه ای بطول صفر دارای خط مماسی با شیب ۲ باشد و نقطه $O'(1, -2)$ مرکز تقارن تابع باشد .	۱/۵	
۱۳	مشتق راست تابع با ضابطه $f(x) = (x-1)[x]$ را در نقطه ی $x_0 = 1$ به دست آورید .	۰/۷۵	
۱۴	نمودار تابع $y = f(x)$ در شکل زیر داده شده است . (الف) در کدام نقاط از پنج نقطه ی مشخص شده بر نمودار $f$ ، $f'(x)$ مثبت و $f''(x)$ منفی است ؟ (ب) نقطه ی عطف منحنی تابع $f$ کدام نقطه است ؟	۰/۵	
۱۵	جدول تغییرات و نمودار تابع با ضابطه $y = \arctan(\frac{1}{x})$ را رسم کنید .	۱/۲۵	
۱۶	دو عدد مثبت چنان بیابید که حاصل جمع عدد اول با دو برابر عدد دوم برابر ۲۴ و حاصل ضرب آنها ماکزیمم شود .	۱	
۱۷	حاصل انتگرال معین $\int_{-1}^2 (-2x + 3) dx$ را به کمک رسم نمودار بیابید .	۱/۲۵	
	« موفق باشید »	جمع نمره	۲۰

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان		رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۶ / ۲
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی نایبستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۸		اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$1 - x^2 \geq 0 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1$ (۰/۲۵) $[x] = 0 \Rightarrow 0 \leq x < 1$ ریشه های مخرج (۰/۲۵) $D = [-1, 1] - [0, 1) = [-1, 0) \cup \{1\}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱
۲	$D_g = R$ (۰/۲۵) خیر (۰/۲۵) $D_f = R - \left\{ x \mid x = \frac{k\pi}{2}, k \in Z \right\}$ (۰/۲۵) $D_f \neq D_g$ (۰/۲۵) دلیل:	۱
۳	$D_f = R - \{2\}$ $D_g = R - \{2\}$ (۰/۲۵) الف) $D_{gof} = \left\{ x \in D_f \mid f(x) \in D_g \right\} = \left\{ x \in R - \{2\} \mid \frac{x+1}{x-2} \neq 2 \right\}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $D_{gof} = R - \{2, 2\}$ (۰/۲۵) $(gog)(2) = g(g(2)) = g(-1) = \frac{1}{2}$ (۰/۲۵) ب)	۱/۵
۴	$\frac{1}{\alpha+1} + \frac{1}{\beta+1} = \frac{\alpha+\beta+2}{\alpha\beta+\alpha+\beta+1} = \frac{2+2}{-5+3+1} = -5$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $S = \alpha + \beta = 2$ , $P = \alpha\beta = -5$ (۰/۲۵)	۰/۲۵
۵	$A = (\cos 5x + \cos x)(\cos 5x - \cos x)$ (۰/۲۵) $A = (2 \cos 3x \cdot \cos 2x)(-2 \sin 3x \cdot \sin 2x)$ (۰/۵)	۰/۲۵
« ادامه در صفحه ی دوم »		

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان		رشته : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۳۸۸ / ۶ / ۲
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره ی نایبستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۸		اداره ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۶	<p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(4x^2+7x+7)}{(x-1)(x^2+x+1)} = 6 \quad (0/25)</math> (./5)</p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(\sqrt{x^2+2x}-x)(\sqrt{x^2+2x}+x)}{\sqrt{x^2+2x}+x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{\sqrt{x^2+2x}+x} =</math> (./25)</p> <p><math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{x(-\sqrt{1+\frac{2}{x}}+1)} = \frac{2}{0^+} = +\infty \quad (0/25)</math> (./25)</p> <p>ج) <math>\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2 \sin x \cos x}{ \sqrt{2} \sin x } = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2 \sin x \cos x}{-\sqrt{2} \sin x} = -\sqrt{2} \quad (0/25)</math> (./5)</p> <p>د) <math>\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-4x+1}{x^2-x} = \frac{1}{0^-} = -\infty \quad (0/25)</math> (./25)</p>	۳/۲۵
۷	<p><math>D_f = R - \{1\} \quad (0/25)</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 1 \Rightarrow y = 1</math> مجانب افقی (0/25)</p> <p><math>\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-3)}{(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-3}{x-1}</math></p> <p>باتوجه به اینکه <math>\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty</math> و <math>\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty</math>، پس خط <math>x = 1</math> مجانب قائم تابع است. (0/25)</p>	۰/۷۵
۸	<p><math>f(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+8}-2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+8-8}{x(\sqrt[3]{(x+8)^2}+2\sqrt[3]{x+8}+4)} =</math> (./25)</p> <p><math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt[3]{(x+8)^2}+2\sqrt[3]{x+8}+4} = \frac{1}{12} \quad (0/25)</math></p>	۱
	« ادامه در صفحه ی سوم »	

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان		رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۶ / ۲
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۸		اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۹	الف) $y' = 3 \sin^2 x \cdot \cos x + 2 \left( \frac{-1}{2\sqrt{x}} \right) \sin(\sqrt{x}) \cos(\sqrt{x})$ (۰/۵) ب) $y' = -\frac{y^2 + 6xy - 4}{3xy^2 + 3x^2}$ (۰/۵)	۱/۵
۱۰	$g'(x) = (2x-1)f'(x^2-x)$ (۰/۲۵) $g'(3) = 5 \times f'(6) \Rightarrow 15 = 5 \times f'(6) \Rightarrow f'(6) = 3$ (۰/۲۵)	۰/۲۵
۱۱	Max نسبی: $(0, 1)$ (۰/۲۵) Min نسبی: $(-1, 0), (1, 0)$ (۰/۲۵) Max مطلق: ندارد (۰/۲۵) Min مطلق: $(-1, 0), (1, 0)$ (۰/۲۵)	۱/۵
۱۲	$y' = \frac{ac-b}{(x+c)^2}$ (۰/۲۵) $y'(0) = 2 \Rightarrow \frac{ac-b}{c^2} = 2$ (۰/۲۵) $x = -c = 1 \Rightarrow c = -1$ (۰/۲۵), $y = a = -2 \Rightarrow a = -2$ (۰/۲۵) $2 - b = 2 \Rightarrow b = 0$ (۰/۲۵)	۱/۵
۱۳	$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)[x] - 0}{x - 1} = 1$ (۰/۲۵)	۰/۲۵
۱۴	الف) A (۰/۲۵)      ب) C (۰/۲۵)	۰/۵
« ادامه در صفحه ی چهارم »		

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان		رشته : ریاضی فیزیک												
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۳۸۸ / ۶ / ۲												
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۸		اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>												
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره												
۱۵	$D = R - \{0\} \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow 0^{\pm}} y = \pm \frac{\pi}{2}, \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 0 \quad (0/25)$ $y' = \frac{-\frac{1}{x^2}}{1 + \frac{1}{x^2}} = \frac{-1}{x^2 + 1} < 0 \quad (0/25)$  <table border="1" data-bbox="459 701 834 869"> <tr> <td>x</td> <td><math>-\infty</math></td> <td>0</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td><math>\frac{\pi}{2}</math></td> <td>0</td> <td><math>-\frac{\pi}{2}</math></td> </tr> </table>	x	$-\infty$	0	$+\infty$	y'	-	-	-	y	$\frac{\pi}{2}$	0	$-\frac{\pi}{2}$	۱۵
x	$-\infty$	0	$+\infty$											
y'	-	-	-											
y	$\frac{\pi}{2}$	0	$-\frac{\pi}{2}$											
۱۶	$x + 2y = 24 \quad (0/25)$ $p(x) = x\left(\frac{24-x}{2}\right) = 12x - \frac{1}{2}x^2 \quad (0/25)$ $p'(x) = 0 \Rightarrow 12 - x = 0 \Rightarrow x = 12, y = 6 \quad (0/25)$	۱۶												
۱۷	$\int_{-2}^2 (-2x + 3) dx = \frac{7 \times 3/5}{2} - \frac{1 \times 0/5}{2} = \frac{49}{4} - \frac{1}{4} = 12 \quad (0/25)$ 	۱۷												
۲۰	جمع نمره	مصححین محترم: لطفاً برای راه حل های درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم نمایید.												