

ساعت شروع: ۹ صبح	رسته‌ی: ریاضی فیزیک	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۸۹ / ۶ / ۱۳			سال سوم آموزش متوسطه
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی (شهریورماه) سال ۱۳۸۹ http://aee.medu.ir			مرکز سنجش آموزش و پژوهش

ردیف	سؤالات	نمره																
۱	<p>با رسم چند ضلعی‌های محدب تا شش ضلعی و رسم قطرهای مربوط به هر رأس:</p> <p>(الف) جدول زیر را کامل کنید.</p> <table border="1"> <tr> <td>n</td> <td>...</td> <td>۶</td> <td>۵</td> <td>۴</td> <td>۳</td> <td></td> <td>تعداد ضلعها</td> </tr> <tr> <td>؟</td> <td></td> <td>؟</td> <td>۲</td> <td>۱</td> <td>۰</td> <td></td> <td>تعداد قطرهای رسم شده از یک رأس</td> </tr> </table> <p>(ب) به کمک استدلال استقرایی بالا رابطه‌ای برای تمام قطرهای n ضلعی محدب بیابید.</p>	n	...	۶	۵	۴	۳		تعداد ضلعها	؟		؟	۲	۱	۰		تعداد قطرهای رسم شده از یک رأس	+/۷۵
n	...	۶	۵	۴	۳		تعداد ضلعها											
؟		؟	۲	۱	۰		تعداد قطرهای رسم شده از یک رأس											
۲	ثابت کنید شکل حاصل از برخورد نیمساز زاویه‌های داخلی هر مستطیل یک مربع است.	۱/۲۵																
۳	<p>سه پاره خط با طول‌های $6x$, 7, $x+4$ داده شده‌اند. اگر مجموع این طول‌ها 36 باشد، آیا این پاره خطها می‌توانند ضلع‌های یک مثلث باشند؟ چرا؟</p>	+/۷۵																
۴	<p>قضیه‌ی لولا: ثابت کنید اگر دو ضلع از مثلث با دو ضلع از مثلث دیگر نظیر به نظریر مساوی باشند و زاویه بین این دو ضلع در مثلث اول بزرگتر از زاویه بین دو ضلع نظیر از مثلث دوم باشد، آنگاه ضلع سوم از مثلث اول بزرگتر از ضلع سوم از مثلث دوم است.</p>	۱/۷۵																
۵	مکان هندسی مرکز توبی که روی یک سطح صاف در امتداد یک خط مستقیم می‌غلند را با رسم شکل بیابید.	+/۵																
۶	<p>قضیه: ثابت کنید در هر دایره، قطر عمود بر هر وتر، آن وتر و کمان‌های نظیر آن وتر را نصف می‌کند.</p>	۱																
۷	<p>(الف) در دو دایره مماس برون فاصله مرکزهای دو دایره برابر مجموع اندازه شعاع‌های دو دایره است.</p> <p>(ب) در هر چهار ضلعی اگر مجموع اضلاع مقابل یکسان باشد، آن چهار ضلعی محیطی است.</p> <p>(ج) در هر دو دایره مماس مشترک‌های خارجی و خط‌المراکزین هم‌رسند.</p>	+/۷۵																
«ادامه‌ی سوالات در صفحه‌ی دوم»																		

با سمه تعالی

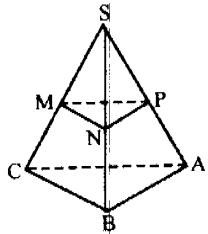
ساعت شروع: ۹ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۳۸۹ / ۶ / ۱۳	سال سوم آموزش متوسطه
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۹ http://aee.medu.ir	مرکز سنجش آموزش و پژوهش	

ردیف	سؤالات	نمره
۸	در شکل مقابل قطر CD بر وتر AB عمود و AT بر دایره مماس است. اگر $\widehat{TAB} = y^\circ$ و $\widehat{AD} = (3x + 10)^\circ$ و $\widehat{CB} = 2x^\circ$ آنگاه x و y را محاسبه کنید.	۱
۹	قضیه: ثابت کنید اگر دو پاره خط AA' و BB' در نقطه M یکدیگر را طوری قطع کنند که آنگاه $MA \cdot MA' = MB \cdot MB'$	۱/۲۵
۱۰	از مثلث ABC ، ضلع $BC = a$ ، زاویه $\hat{A} = \alpha$ و ارتفاع $AH = h_a$ داده شده است. مثلث را رسم کنید. (روش رسم را توضیح دهید).	۱
۱۱	ابتدا تبدیل را تعریف کنید و سپس نوع تبدیل‌های زیر را مشخص کنید.	۱/۲۵
۱۲	نقاط $A(1, 1)$ ، $B(4, 2)$ ، $C(3, 5)$ و $D(0, 4)$ رأس‌های یک مربع‌اند. الف) مربع و تصویرش را تحت انتقالی که رأس B را بر روی رأس D تصویر می‌کند رسم کنید. ب) قاعده نگاشت این انتقال را بنویسید. ج) این تبدیل را توصیف کنید.	۱/۲۵
۱۳	ابتدا ضابطه تبدیل دوران به مرکز مبدأ مختصات و زاویه 90° را بنویسید. سپس معادله تصویر خط $x - y + 2 = 0$ را تحت این دوران ببایید.	۱
	ادامه‌ی سوالات در صفحه‌ی سوم»	

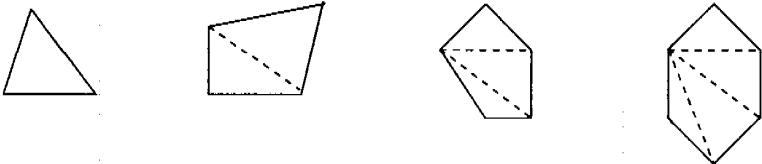
با اسمه تعالی

ساعت شروع: ۹ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۸۹ / ۶ / ۱۳			سال سوم آموزش متوسطه
دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی (شهریورماه) سال ۱۳۸۹			مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	سوالات	نمره
۱۴	با استفاده از ویژگی‌های بازتاب قضیه زیر را اثبات کنید. قضیه: زاویه‌های روبرو به ضلع‌های مساوی در مثلث متساوی‌الساقین با یکدیگر برابرند.	۱
۱۵	جاهاي خالي زير را بطور مناسب پر کنيد: الف) در يك تجانيS به نسبت K ، اگر $1 < K < 0$ ، تجانيS يك است. ب) محور تقارن يك پاره خط آن پاره خط است. ج) از يك خط و يك نقطه خارج آن، يك و تنها يك می‌گذرد. د) دو خط در فضا را که در يك صفحه قرار نمی‌گيرند، دو خط می‌ناميم. ه) از نقطه O خارج صفحه P خط می‌گذرد که با P موازي است.	۱/۲۵
۱۶	اگر سه خط L_1 ، L_2 و L_3 دو به دو متقاطع باشند ثابت کنید اين سه خط یا در يك صفحه قرار دارند یا همسنند.	۱/۲۵
۱۷	نقطه A خارج از صفحه P مفروض است: الف) از A يك صفحه موازي صفحه P رسم کنيد. (روشن رسم را توضیح دهید). ب) از A خطی رسم کنيد که بر صفحه P عمود باشد. (روشن رسم را توضیح دهید).	۰/۵
۱۸	ثبت کنید در يك هرم، وسط يال‌های آن، در يك صفحه موازي قاعده قرار دارند.	۱/۲۵
	«موفق باشید»	جمع نمره
		۲۰



رشته‌ی: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۸۹ / ۶ / ۱۳	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی قابستانی (شهریورماه) سال ۱۳۸۹

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره														
۱	<p>الف)</p>  <table border="1" data-bbox="404 669 1277 781"> <tr> <td>n</td> <td>...</td> <td>6</td> <td>5</td> <td>4</td> <td>3</td> <td>تعداد ضلعها</td> </tr> <tr> <td>(n - 3)</td> <td>...</td> <td>3</td> <td>2</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>تعداد قطرهای رسم شده از یک رأس</td> </tr> </table> <p>(۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> <p>ب) $\frac{n(n-3)}{2}$ تعداد تمام قطرهای n ضلعی محدب (۰/۲۵)</p>	n	...	6	5	4	3	تعداد ضلعها	(n - 3)	...	3	2	1	0	تعداد قطرهای رسم شده از یک رأس	۰/۷۵
n	...	6	5	4	3	تعداد ضلعها										
(n - 3)	...	3	2	1	0	تعداد قطرهای رسم شده از یک رأس										
۲	<p>برهان: نیمساز زوایه‌های داخلی مستطیل دلخواه ABCD را رسم می‌کنیم.</p> <p>با توجه به شکل داریم:</p> <p>$\triangle ADZ : \hat{A}_1 = \hat{D}_1 = 45^\circ \Rightarrow \hat{Z}_1 = \hat{Z}_2 = 90^\circ$ (۰/۲۵)</p> <p>با استدلالی مشابه نتیجه می‌شود: $\hat{Y} = \hat{W} = \hat{X} = 90^\circ$ (۰/۲۵) بنابراین چهارضلعی WXYZ یک مستطیل است. از طرفی می‌توان نوشت:</p> <p>$DWC \cong AYB \rightarrow AY = DW$ (۰/۲۵)</p> <p>$\hat{A}_1 = \hat{D}_1 \rightarrow AZ = DZ$ (۰/۲۵)</p> <p style="text-align: right;">از همه کم می‌کنیم</p> <p>$\rightarrow YZ = WZ$ (۰/۲۵)</p> <p>پس مستطیل WXYZ مربع است.</p>	۱/۲۵														
۳	<p>بنابراین طول پاره خطها عبارت است از:</p> <p>$6x + (x+7) + 4(x-1) = 36 \Rightarrow x = 3$ (۰/۲۵)</p> <p>$6x = 18, x+7 = 10, 4(x-1) = 8$</p> <p>فیضه وجود مثلث $\rightarrow \begin{cases} 10+8 > 18 & (\text{غ}) \\ 18+10 > 8 & (\text{ص}) \\ 18+8 > 10 & (\text{ص}) \end{cases}$ (۰/۲۵)</p> <p>بنابراین این سه پاره خط نمی‌توانند اضلاع یک مثلث باشند. (۰/۲۵)</p> <p>«ادامه در صفحه‌ی دوم»</p>	۰/۷۵														

رشته‌ی : ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان : ۱۳۸۹ / ۶ / ۶	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی (شهریورماه) سال ۱۳۸۹

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۴	<p>برهان: چون $\hat{B}R = \hat{E}F$, از B پاره خط BR را طوری رسم می‌کنیم که $\hat{A}BC > \hat{D}EF$ و باشد. (۰/۲۵) اگر AR را رسم کنیم، چون $\hat{A}BR \cong \hat{D}EF$ (ض زض) بنابراین $AR = DF$. از طرفی $AC = BC$ پس $BC = EF$ را در نقطه Q قطع کند. (۰/۲۵) با رسم $QR \cong BQC$ چون $QR \cong BQC$ (ض زض) پس $QR = QC$ (۰/۲۵). QC می‌توان نوشت: حال می‌توان نوشت:</p> $\begin{array}{l} \Delta AQR \xrightarrow{\text{قضیه نامساوی مثلث}} AQ + QR > AR \quad (۰/۲۵) \\ \xrightarrow{\substack{QR=QC \\ AR=DF}} AQ + QC > DF \\ \rightarrow AC > DF \quad (۰/۲۵) \end{array}$	۱/۷۵
۵	<p>خط مستقیم (L)</p> <p>رسم شکل (۰/۵)</p> <p>مکان هندسی مطلوب خطی است موازی خط L با فاصله برابر با شعاع توپ.</p>	۰/۵
۶	<p>برهان: از مرکز دایره به نقاط A و B وصل می‌کنیم (۰/۲۵) در مثلث متساوی الساقین OAB می‌دانیم ارتفاع $OA \perp AB$ نیمساز رأس O (۰/۲۵) و میانه ضلع AB نیز است. (۰/۲۵) بنابراین: $AH = HB$ (۰/۲۵) بنابراین $\hat{AE} = \hat{BE}$ (۰/۲۵)</p>	۱
۷	<p>(الف) درست (۰/۲۵) (ب) درست (۰/۲۵) (ج) نادرست (۰/۲۵)</p> <p>$\frac{2x + (3x + 10)}{2} = 90 \quad (۰/۲۵) \rightarrow x = 34^\circ \quad (۰/۲۵)$</p> <p>$y = \frac{\widehat{ACB}}{2}$ (زاویه ظلی) $y = \frac{68^\circ}{2} = 34^\circ \quad (۰/۲۵) \Rightarrow y = 2x^\circ = 2 \times 34^\circ = 68^\circ \quad (۰/۲۵)$</p> <p>«ادامه در صفحه‌ی سوم»</p>	۰/۷۵

تاریخ امتحان: ۱۳۸۹ / ۶ / ۱۳

سال سوم آموزش متوسطه

مرکز سنجش آموزش و پرورش
<http://aee.medu.ir>

دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی (شهریورماه) سال ۱۳۸۹

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۹	<p>برهان: بر سه نقطه A، B و A' یک دایره می‌گذرانیم. (۰/۲۵) اگر این دایره از نقطه B' بگذرد، حکم ثابت است. (۰/۲۵) اما اگر این دایره از B' نگذرد، خط MB را در نقطه دیگری مانند B'' قطع خواهد کرد. در این صورت خواهیم داشت: $(۰/۲۵) MA \cdot MA' = MB \cdot MB''$</p> <p>از مقایسه این رابطه با فرض قضیه، نتیجه می‌شود $MB' = MB''$ و این نشان می‌دهد که B'' بر B' منطبق است. (۰/۲۵) یعنی دایره‌ای که بر سه نقطه A، B و A' گذشته است، از نقطه B' نیز می‌گذرد، پس چهار نقطه A، B، A' و B' روی یک دایره واقعند.</p>	۱/۲۵
۱۰	<p>روش رسم: برای رسم مثلث ABC، نخست پاره خط BC به طول a را رسم می‌کنیم چون $\hat{BAC} = \alpha$، پس یک مکان هندسی رأس A کمان در خور زاویه α روبه‌رو به پاره خط BC است (۰/۲۵) از طرفی $AH = h_a$ مقدار ثابتی است. پس مکان هندسی دیگر رأس A دو خط موازی خلص BC و به فاصله h_a از آن است. (۰/۲۵) نقطه یا نقطه‌های بروخد این دو مکان هندسی، رأس A است. (۰/۲۵) از A به B و C وصل می‌کنیم. مثلث $\triangle ABC$ یکی از جواب‌های مسئله است.</p>	۱
۱۱	<p>تبديل، نگاشتی یک به یک از صفحه به روی خودش است. (۰/۵)</p> <p>(الف) انتقال (۰/۲۵) (ب) تجانس (۰/۲۵) (ج) تجانس (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵
۱۲	<p>رسم شکل (۰/۵)</p> <p>ب) (۰/۲۵) $BD = (-4, 2) \Rightarrow T(x, y) = (x - 4, y + 2)$ (بردار انتقال)</p> <p>ج) چون این تبدیل انتقال است پس ایزومنتری است. (۰/۲۵) و شبیه خط را حفظ می‌کند. (۰/۲۵)</p> <p>«ادامه در صفحه‌ی چهارم»</p>	۱/۲۵

تاریخ امتحان: ۱۳۸۹ / ۶ / ۶

سال سوم آموزش متوسطه

مرکز سنجش آموزش و پرورش
<http://ace.medu.ir>

دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی (شهریورماه) سال ۱۳۸۹

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۳	<p>الف) $T(x, y) = (-y, x)$ (۰/۲۵)</p> <p>$A(0, 2) \xrightarrow{T} A'(-2, 0)$ (۰/۲۵)</p> <p>$A(-2, 0) \xrightarrow{T} B'(0, -2)$ (۰/۲۵)</p> <p>$\rightarrow m_{A'B'} = \frac{0 - (-2)}{-2 - (0)} = -1 \rightarrow y = -x - 2$ (۰/۲۵)</p>	۱
۱۴	<p>برهان: در مثلث ABC، $AB = AC$، A نیمساز زاویه A، ضلع BC را در D قطع می‌کند. تحت بازتاب نسبت به خط AD (۰/۲۵)، خطی که شامل پاره خط AB است، روی خطی که شامل پاره خط AC است تصویر می‌شود. (۰/۲۵)</p> <p>چون $AB = AC$ پس $B \rightarrow C$ (۰/۲۵) بنابراین $\hat{B} = \hat{C}$ (۰/۲۵) یعنی زاویه‌های مقابل به ضلع‌های مساوی در مثلث متساوی الساقین برابرند.</p>	۱
۱۵	<p>(الف) انقباض (۰/۲۵)</p> <p>(ب) عمود منصف (۰/۲۵)</p> <p>(ج) صفحه (۰/۲۵)</p> <p>(د) متناظر (۰/۲۵)</p> <p>(ه) بیشمار (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵
۱۶	<p>برهان: از دو خط L_1 و L_2 صفحه P را می‌گذرانیم. (۰/۲۵) اگر L_2 در صفحه P باشد حکم برقرار است. (۰/۲۵)</p> <p>در صورتی که L_2 در صفحه P نباشد چون L_1 با L_2 متقاطع است پس صفحه P را در نقطه مشترک L_1 و L_2 قطع می‌کند (۰/۲۵) زیرا در غیر این صورت باید صفحه را در دو نقطه متمایز قطع کند (۰/۲۵)</p> <p>یعنی L_2 تماماً در صفحه P قرار می‌گیرد که این خلاف فرض است. (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵
۱۷	<p>(الف) از نقطه A، دو خط متمایز موازی صفحه P رسم می‌کنیم. (۰/۲۵) صفحه‌ای که از این دو خط می‌گذرد، همان صفحه مورد نظر است. (۰/۲۵)</p> <p>(ب) دو خط غیرموازی L_1 و L_2 را در صفحه P در نظر بگیرید. (۰/۲۵) از نقطه A صفحه Q_1 را عمود بر L_1 رسم کنید. (۰/۲۵)</p> <p>این دو صفحه متقاطعند. (۰/۲۵) فصل مشترک این دو صفحه را L بنامید. طبق قضیه اساسی تعامد، L بر صفحه P عمود است. (۰/۲۵)</p> <p>و همان خط مطلوب است.</p>	۰/۵
	«ادامه در صفحه‌ی پنجم»	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۸	<p>۱/۲۵</p> <p>$\frac{SP}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{1}{2}$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{\text{عكس قضیه تالس}} PN \parallel AB$ (۰/۲۵) (۱)</p> <p>$\frac{SN}{SB} = \frac{SM}{SC} = \frac{1}{2}$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{\text{عكس قضیه تالس}} NM \parallel BC$ (۰/۲۵) (۲)</p> <p>از (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم صفحه مثلث PNM موازی صفحه مثلث ABC است. (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵

همکاران محترم:

لطفاً برای راه حل‌های درست و منطبق بر کتاب درسی، نمره به تناسب منظور گردد.

دانلود از سایت ریاضی سرا

WWW.RIAZISARA.IR