

نام و نام خانوادگی :	رشته: ریاضی فیزیک	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۹۷/۱۰/۳	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
ردیف	تعداد صفحه:	ساعت شروع: ۱۰:۱۰ صبح	۱۳۹۷	۲
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت ۵ ماه سال				مرکز سنجش آموزش و پژوهش
<a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>				نمره
سوالات (پاسخ نامه دارد)				ردیف

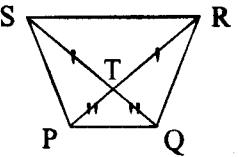
توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلامانع است.

۱	با استفاده از استدلال استقرایی و رسم چند ضلعی های محدب تا ۵ ضلعی، جدول زیر را کامل کرده و رابطه ای را که تعداد قطرهای رسم شده از هر رأس یک $n$ ضلعی محدب بیان می کند، بیابید.	۰/۷۵	<table border="1"> <thead> <tr> <th>n</th> <th>.....</th> <th>۵</th> <th>۴</th> <th>۳</th> <th>تعداد ضلعها</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>?</td> <td></td> <td>?</td> <td>۱</td> <td>۰</td> <td>تعداد قطرهای رسم شده از یک رأس</td> </tr> </tbody> </table>	n	.....	۵	۴	۳	تعداد ضلعها	?		?	۱	۰	تعداد قطرهای رسم شده از یک رأس	
n	.....	۵	۴	۳	تعداد ضلعها											
?		?	۱	۰	تعداد قطرهای رسم شده از یک رأس											
۲	می دانیم از تقاطع نیمسازهای زاویه های داخلی یک مستطیل، یک مربع پدید می آید. رابطه بین طول ضلع این مربع و اضلاع مستطیل را به دست آورید.	۱/۲۵														
۳	قضیه: با استفاده از برهان خلف ثابت کنید اگر در مثلثی دو زاویه نابرابر باشند، ضلع رو به رو به زاویه بزرگتر، بزرگتر از ضلع رو به رو به زاویه کوچکتر است.	۱														
۴	از مثلث $\triangle ABC$ اندازه های $AC = b$ و $AB = c$ و طول ارتفاع $AH = h_a$ معلوم است. مثلث را رسم کنید. (روش رسم را توضیح دهید)	۱/۲۵														
۵	سه پاره خط با طول های $x+7$ , $6x$ و $(1-x)4$ داده شده اند. اگر مجموع این طول ها ۳۶ باشد، آیا این پاره خط ها می توانند ضلع های یک مثلث باشند؟ توضیح دهید.	۰/۷۵														
۶	قضیه: ثابت کنید در هر چهار ضلعی محاطی، زاویه های رو به رو مکمل یکدیگرند.	۰/۷۵														
۷	زاویه ظلی $TAB$ در دایره به مرکز $O$ داده شده است. با استفاده از ویژگی قطر عمود بر وتر، ثابت کنید که: $\hat{TAB} = \frac{AB}{2}$	۱/۲۵														
۸	با توجه به شکل های زیر مقدار $x$ و $y$ را در شکل الف و مقدار $x$ را در شکل ب بدست آورید.	۲														

«ادامه سوالات در صفحه دوم»

با سمه تعالی

نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی فیزیک	سال سوم آموزش متوسطه	سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
بعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۹۷/۱۰/۳	ساعت شروع: ۱۰:۱۵	
مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۷		

ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
۹	مقدار $a$ را چنان بباید که اندازه مماس مشترک خارجی دو دایره به شعاع های ۸ و ۳ و خط مرکزین $d = 13$ برابر $5a - 3$ باشد.	۱
۱۰	نقاط $(1, -1), A(2, 2), B(3, 0), C(4, 6)$ و $D(2, 2)$ رأس های یک متوازی الاضلاع هستند. الف) متوازی الاضلاع و تصویرش را تحت انتقال $T(x, y) = (x + 3, y + 2)$ رسم کنید. ب) طول ضلع $CD$ و تصویرش را به دست آورده و با هم مقایسه کنید. ج) شیب ضلع $CD$ و تصویرش را به دست آورده و با هم مقایسه کنید.	۲
۱۱	معادله تصویر خط $2x + 3 = y$ تحت تبدیل دوران $R(x, y) = (y, -x)$ را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۲	در شکل زیر $PR$ و $QS$ قطرها، $RT=ST$ و $PT=QT$ بازتاب ثابت کنید: $\Delta QPR \cong \Delta PQS$ 	۱/۲۵
۱۳	عبارت های زیر را با کلمات مناسب پر کنید: الف) تبدیلی که فاصله بین نقطه ها را حفظ کند..... نامیده می شود. ب) تحت تبدیل تجانس، طول با ضرب..... تغییر می کند. ج) اگر دو صفحه متمازی یک نقطه مشترک داشته باشند آنگاه در یک ..... مشترک هستند. د) دو خط $L$ و $L'$ را عمود بر یکدیگر نامیم، هر گاه زاویه بین آنها ..... باشد.	۱
۱۴	اگر سه خط $L_1, L_2$ و $L_3$ دو به دو متقاطع باشند، ثابت کنید این سه خط در یک صفحه قرار دارند و یا هم‌رسند.	۱/۵
۱۵	ثابت کنید اگر دو صفحه موازی باشند، هر خط واقع بر یکی از این صفحه ها، با صفحه دیگر موازی است.	۱/۲۵
۱۶	از نقطه $A$ روی خط $L$ ، صفحه ای بر خط $L$ عمود کنید. (رسم شکل و توضیح روش رسم الزامی است).	۱
۱۷	درستی و یا نادرستی عبارت های زیر را تعیین کنید: الف) در هر صفحه حداقل سه نقطه وجود دارد که بر یک خط قرار ندارند. ب) هر صفحه، با یک نقطه از آن، یک خط عمود بر آن مشخص می شود. ج) قضیه تالس در فضای یک قضیه دوشرطی است.	۰/۷۵
۲۰	موفق باشید	جمع نمره

رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۳	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پژوهش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت دی ماه سال ۱۳۹۷

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	رسم شکل (۰/۲۵) تعداد ضلع ها تعداد قطرهای رسم شده از یک رأس	۰/۷۵ ۱۰ ص
۲	در هر مثلث قائم الزاویه ضلع رویه رو به زاویه $45^\circ$ مساوی $\frac{\sqrt{2}}{2}$ وتر می باشد. $\begin{cases} \triangle DMC : \hat{D}_1 = 45^\circ \Rightarrow MC = \frac{\sqrt{2}}{2} DC & (0/25) \\ \triangle BNC : \hat{B}_1 = 45^\circ \Rightarrow NC = \frac{\sqrt{2}}{2} BC & (0/25) \end{cases}$ $\Rightarrow MN = MC - NC \quad (0/25) = \frac{\sqrt{2}}{2} DC - \frac{\sqrt{2}}{2} BC \quad (0/25) \Rightarrow MN = \frac{\sqrt{2}}{2} (DC - BC)$	۱/۲۵
۳	برهان خلف: فرض می کنیم $AC \geq BC$ دو حالت زیر را در نظر می گیریم: (۱) $AC = BC$ در این حالت مثلث متساوی الساقین است. پس $\hat{A} = \hat{B}$ که این خلاف فرض است. (۲) $AC > BC$ در این حالت $\hat{A} < \hat{B}$ که این نیز خلاف فرض است. پس فرض خلف باطل است و حکم ثابت می شود. (۰/۲۵) ص ۲۴	۱
۴	روش رسم: خط L را رسم می کنیم. روی نقطه دلخواه H از خط L عمود $L \perp AH = h_a$ را رسم می کنیم. به مرکز A و به شعاع $AB=c$ دایره ای رسم می کنیم تا خط L را در نقاط B و $B'$ قطع کند. حال به مرکز A و به شعاع $AC=b$ دایرة دیگری رسم می کنیم تا خط L را در نقاط C و $C'$ قطع کند. مثلث ABC مطلوب است. تذکر: (در صورتی که یکی از مثلث های $A'B'C$ , $A'BC$ , $ABC'$ یا $A'B'C'$ به عنوان جواب بیان شود، کافی است.)	۱/۲۵
۵	$\begin{aligned} 6x &= 18 \\ 6x + (x + 7) + 4(x - 1) &= 36 \Rightarrow x = 3 \quad (0/25) \\ x + 7 &= 10 \\ 4(x - 1) &= 8 \end{aligned} \left. \begin{array}{l} \xrightarrow{x+7=10} \\ \xrightarrow{4(x-1)=8} \end{array} \right\} \rightarrow 10 + 8 > 18 \quad (0/25)$ <p>بنابراین با توجه به قضیه وجود مثلث، این سه پاره خط نمی توانند اضلاع یک مثلث باشند. (۰/۲۵)</p> <p>«دامنه در صفحه دوم»</p>	۰/۷۵ ۲۹ ص

با سمه تعالی

رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۳	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت دی ماه سال ۱۳۹۷

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۶	<p>باتوجه به قضیه زوایه محاطی داریم</p> $\hat{B} + \hat{D} = \frac{\widehat{ADC}}{2} + \frac{\widehat{ABC}}{2} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \hat{B} + \hat{D} = \frac{۳۶^\circ}{2} = ۱۸^\circ \quad (۰/۲۵)$ <p>به روش مشابه ثابت می شود: <math>\hat{A} + \hat{C} = ۱۸۰^\circ</math></p>	۵۹ ص
۷	<p>زاویه ظلی <math>T\hat{A}B</math> را در دایره به مرکز <math>O</math> در نظر می گیریم. شعاع <math>OA</math> از این دایره را رسم می کنیم.</p> <p>می دانیم شعاع در نقطه تماس بر خط مماس عمود است. پس: <math>(۱) \hat{O}\hat{A}B + T\hat{A}B = ۹۰^\circ</math></p> <p>قطر عمود بر هر وتر، آن وتر و کمانهای نظیر آن وتر را نصف می کند.</p> $(۲) \quad (۰/۲۵) \hat{A}\hat{O}M = \hat{A}M = \frac{\widehat{AB}}{2}$ <p>پس <math>(۰/۲۵) \hat{A}\hat{O}M + \hat{A}\hat{O}M = ۹۰^\circ</math> و اندازه زاویه مرکزی <math>\hat{A}M = \frac{\widehat{AB}}{2}</math></p> <p>از طرفی: <math>(۳) \quad (۰/۲۵) O\hat{A}B + A\hat{O}M = ۹۰^\circ</math></p> <p>از رابطه <math>(۱)</math> و <math>(۳)</math> نتیجه می شود: <math>T\hat{A}B = A\hat{O}M = \frac{\widehat{AB}}{2}</math></p>	۱/۲۵
۸	<p>الف) <math>x + y = ۳۶^\circ</math></p> $\left\{ \begin{array}{l} x + y = ۳۶^\circ \\ \frac{y - x}{2} = ۶۲ \end{array} \right. \quad (۰/۵) \Rightarrow \begin{array}{l} x = ۱۱۸ \\ y = ۲۴۲ \end{array} \quad (۰/۵)$ <p>ب) <math>MA \times MB = MD \times MC \quad (۰/۲۵) \Rightarrow ۸(x + x) = ۶ \times ۱۶ \quad (۰/۵) \Rightarrow x = ۴ \quad (۰/۲۵)</math></p>	۷۳ ص ۷۶ ص
۹	$R = ۳ \quad TT' = \sqrt{d^2 - (R - R')^2} \quad (۰/۲۵)$ $R' = ۸ \quad ۵a - ۳ = \sqrt{13^2 - (8 - ۲)^2} \quad (۰/۲۵)$ $d = ۱۲ \quad ۵a - ۳ = \sqrt{169 - ۲۵} = \sqrt{۱۴۴} = ۱۲ \quad (۰/۲۵) \Rightarrow a = ۳ \quad (۰/۲۵)$	۸۲ ص
	«دامنه در صفحه سوم»	

با سمه تعالی

رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۳	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پژوهش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	دانشآموzan بزرگسال و دادطلبان آزاد سراسرکشور نوبت دی ماه سال ۱۳۹۷

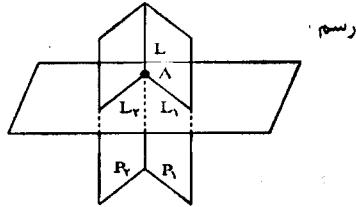
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۰	<p>رسم شکل (۰/۵)</p>	۲
۱۱	$L: y = 2x + 3$ $R(x, y) = (y, -x) \quad (0/25)$ $A(0, 3) \xrightarrow{R} A'(3, 0) \quad (0/25)$ $B(1, 5) \xrightarrow{R} B'(5, -1) \quad (0/25)$ $m' = \frac{-1-0}{5-3} = -\frac{1}{2} \quad (0/25) \Rightarrow L': y - 0 = -\frac{1}{2}(x - 3) \quad (0/25) \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ <p>ص ۱۲۲</p>	۱/۲۵
۱۲	<p>عمود منصف SR را به عنوان محور بازتاب در نظر می‌گیریم (۰/۲۵) با توجه به شکل تحت این بازتاب:</p> $\begin{cases} S \rightarrow R \\ P \rightarrow Q \quad (0/25) \Rightarrow \end{cases} \begin{cases} SP \rightarrow RQ \\ SQ \rightarrow RP \quad (0/25) \Rightarrow \\ PQ \rightarrow QP \quad (0/25) \end{cases}$ <p>بازتاب ایزو متري است (۰/۲۵)</p> $\begin{cases} SP = RQ \\ SQ = RP \Rightarrow \triangle QPR \cong \triangle PQS \quad (0/25) \\ PQ = QP \end{cases}$ <p>ص ۱۲۶</p>	۱/۲۵
۱۳	<p>الف) ایزو متري (۰/۲۵) ص ۸۹ ب) K (۰/۲۵) ص ۱۱۳ ج) خط (۰/۲۵) ص ۱۳۲ د) قائم (۰/۲۵) ص ۱۴۶</p> <p>«دامنه در صفحه چهارم»</p>	۱

با سمه تعالی

رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۳	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	دانش آموزان بزرگسال و دادطلبان آزاد سراسر کشور نوبت دی ماه سال ۱۳۹۷

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۴	از دو خط $L_1$ و $L_2$ صفحه $P$ را می گذرانیم (۰/۲۵). اگر $L_3$ در صفحه $P$ باشد، حکم برقرار است (۰/۲۵) درصورتی که $L_3$ در صفحه $P$ نباشد. چون $L_3$ با $L_1$ و $L_2$ متقاطع است. (۰/۲۵) پس صفحه $P$ را در نقطه مشترک $L_1$ و $L_2$ قطع می کند. (۰/۲۵) زیرا در غیر این صورت باید صفحه $P$ را در دو نقطه متمایز قطع کند. (۰/۲۵) یعنی $L_3$ به تمامی در صفحه $P$ قرار می گیرد. که این خلاف فرض است. (۰/۲۵) ص ۱۲۸	۱/۱۵
۱۵	دو صفحه موازی $P$ و خط $L'$ روی $P$ را در نظر می گیریم. فرض خلف: اگر $L'$ با $P'$ موازی نباشد، در نتیجه در نقطه ای مثل $A$ آن را قطع می کند. (۰/۲۵) چون $P$ شامل $L$ است، پس $A \in P$ (۰/۲۵) چون $A \in P'$ پس $P$ و $P'$ در نقطه $A$ مشترکند. (۰/۲۵) و این با موازی بودن $P$ و $P'$ در تناقض است. (۰/۲۵) پس فرض خلف باطل و حکم برقرار است. (۰/۲۵) ص ۱۴۷	۱/۲۵
۱۶	می توانیم از خط $L$ بی شمار صفحه بگذرانیم (۰/۲۵) دو صفحه متمایز این صفحه ها را $P_1$ و $P_2$ می نامیم از نقطه $A$ در صفحه $P_1$ خط $L_1$ را عمود بر $L$ رسم می کنیم (۰/۲۵) به طور مشابه از نقطه $A$ در صفحه $P_2$ خط $L_2$ را عمود بر $L$ رسم می کنیم. خط های $L_1$ و $L_2$ متقاطع اند و خط $L$ بر هر دوی آنها عمود است. طبق قضیه اساسی تعامل، خط $L$ بر صفحه گذرنده از $L_1$ و $L_2$ نیز عمود است. (۰/۲۵) این صفحه همان صفحه مطلوب است. ص ۱۵۲	۱
۱۷	الف) درست (۰/۲۵) ص ۱۳۱      ب) درست (۰/۲۵) ص ۱۴۵      ج) نادرست (۰/۲۵) ص ۱۵۳	۰/۷۵
۲۰	«موفق باشید»	جمع نمره

مصححین محترم: لطفا به راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منتظر شود.



رسم