

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۹۶/۶/۱۳	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۶		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلامانع است.

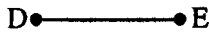
۱	با استفاده از استدلال استقرایی و رسم چند ضلعی های محدب تا ۵ ضلعی، جدول زیر را کامل کرده و رابطه ای را که مجموع زاویه های داخلی یک n ضلعی محدب بیان می کند، بیابید.												
	<table border="1"> <tr> <td>تعداد ضلع ها</td> <td>۳</td> <td>۴</td> <td>۵</td> <td>.....</td> <td>n</td> </tr> <tr> <td>مجموع زاویه های داخلی</td> <td>۱۸۰</td> <td>۳۶۰</td> <td>?</td> <td></td> <td>?</td> </tr> </table>	تعداد ضلع ها	۳	۴	۵	n	مجموع زاویه های داخلی	۱۸۰	۳۶۰	?		?
تعداد ضلع ها	۳	۴	۵	n								
مجموع زاویه های داخلی	۱۸۰	۳۶۰	?		?								

۱	می دانیم از تقاطع نیمسازهای زاویه های داخلی یک مستطیل، یک مربع پدید می آید. رابطه بین طول ضلع این مربع و اضلاع مستطیل را به دست آورید.
---	--

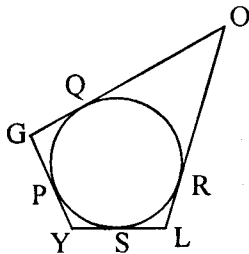
۱/۲۵	قضیه: ثابت کنید در هر مثلث، مجموع طول های هر دو ضلع از طول ضلع سوم بزرگتر است.
------	--

۱	قضیه: ثابت کنید سه نیمساز زاویه های داخلی هر مثلث هم رسند.
---	--

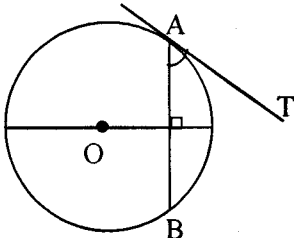
۰/۷۵	با استفاده از خط کش و پرگار مربعی رسم کنید که پاره خط مفروض DE قطر آن باشد. (مراحل رسم را توضیح دهید.)
------	---



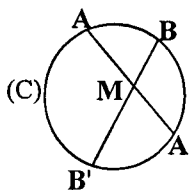
۱	در شکل مقابل، ضلع های چهار ضلعی محیطی GOLY بر دایره مماسند، ثابت کنید: $GO + LY = OL + GY$
---	--



۱/۵	زاویه ظلی TAB در دایره به مرکز O داده شده است. با استفاده از ویژگی قطر عمود بر وتر، ثابت کنید که: $\hat{TAB} = \frac{AB}{2}$
-----	--

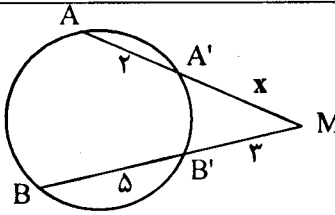
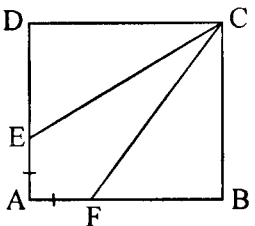


۱	قضیه: از نقطه M واقع در داخل دایره (C) دو وتر دلخواه AA' و BB' رسم شده اند، ثابت کنید: $MA \times MA' = MB \times MB'$
---	--



«ادامه سؤالات در صفحه دوم»

سؤالات امتحان نهایی درس : هندسه (۲)	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۹۶/۶/۱۳	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۶		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
۹	در شکل زیر مقدار x را محاسبه کنید. 	۱
۱۰	واژه های زیر را تعریف کنید: الف) چند ضلعی محاطی ب) نگاهت ج) خط عمود بر صفحه	۱/۵
۱۱	مختصات تصویر نقطه $A(۴, -۳)$ را تحت تبدیل $T(x, y) = (x + ۵, y + ۱)$ به دست آورید.	۰/۵
۱۲	نقاط $A(۱, ۳)$ ، $B(۵, ۵)$ و $C(۶, ۳)$ رأس های یک مثلث هستند. الف) مثلث و تصویرش را تحت تبدیل $D(x, y) = (۲x, ۲y)$ رسم کنید. ب) طول ضلع AB و تصویرش را به دست آورده و با هم مقایسه کنید. ج) شیب ضلع AB و تصویرش را به دست آورده و با هم مقایسه کنید.	۲
۱۳	معادله تصویر خط $۳x - y + ۶ = ۰$ تحت تبدیل دوران $R(x, y) = (y, -x)$ را به دست آورید.	۱
۱۴	چهار ضلعی $ABCD$ یک مربع است و $AE = AF$. با استفاده از ویژگی های تبدیل بازتاب ثابت کنید: $CE = CF$. 	۱
۱۵	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید: الف) در هر صفحه حد اقل نقطه وجود دارد که بر یک خط قرار ندارند. ب) اگر دو صفحه متمایز یک نقطه مشترک داشته باشند آنگاه در یک مشترک هستند. ج) دو خط در فضا را که در یک صفحه قرار نمی گیرند، دو خط می نامیم. د) اگر صفحه ای دو صفحه موازی را قطع کند، آنگاه فصل مشترکها با هم هستند.	۱
۱۶	قضیه: ثابت کنید اگر خط L با یکی از خط های صفحه P موازی باشد، آنگاه، خط L با صفحه P موازی است.	۱/۵
۱۷	اگر O نقطه ای خارج از صفحه ای مانند P باشد، ثابت کنید کلیه خطهای گذرنده از O که با P موازی هستند در یک صفحه موازی P قرار دارند.	۱
۱۸	اگر خط L بر صفحه P عمود نباشد، صفحه ای از خط L بگذرانید که بر P عمود باشد. (روش رسم را توضیح دهید).	۱
۲۰	موفق باشید	جمع نمره

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۶/۱۳
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت شهریور سال ۱۳۹۶	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱

رسم شکل (۰/۵)

تعداد ضلع ها	۳	۴	۵	n
مجموع زاویه های داخلی	۱۸۰	۳۶۰	۳×۱۸۰=۵۴۰	$۱۸۰(n-۲)$ (۰/۲۵)

ص ۱۰

۲

در هر مثلث قائم الزاویه ضلع روبه روبه زاویه ۴۵° مساوی $\frac{\sqrt{2}}{2}$ وتر می باشد.

$\left\{ \begin{array}{l} \triangle DMC : \hat{D}_1 = 45^\circ \Rightarrow MC = \frac{\sqrt{2}}{2} DC \quad (۰/۲۵) \\ \triangle BNC : \hat{B}_1 = 45^\circ \Rightarrow NC = \frac{\sqrt{2}}{2} BC \quad (۰/۲۵) \end{array} \right.$

$\Rightarrow MN = MC - NC \quad (۰/۲۵) = \frac{\sqrt{2}}{2} DC - \frac{\sqrt{2}}{2} BC \quad (۰/۲۵) \Rightarrow MN = \frac{\sqrt{2}}{2} (DC - BC)$ ص ۲۱

۳

برهان: ضلع BC را از رأس B امتداد می دهیم و به اندازه AB روی آن جدا می کنیم تا نقطه D به دست آید. سپس D را به A وصل می کنیم. (۰/۲۵) بنا براین در مثلث ABD داریم:

$BD = AB \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{A}_1 \quad (۰/۲۵)$

همچنین در مثلث ADC داریم:

$DC = DB + BC \Rightarrow DC = AB + BC \quad (۰/۲۵)$

با توجه به شکل $\hat{D}_1 = \hat{A}_1 = \hat{D}$ (۰/۲۵) در نتیجه بنابر قضیه: $DC > AC$ (۰/۲۵) بنابراین $AB + BC > AC$ ص ۲۵

۴

در مثلث ABC نیمسازهای زاویه های B و C را رسم می کنیم تا یکدیگر را در M قطع کنند. از M برضلع های AB، AC و BC عمود می کنیم (۰/۲۵) تا به ترتیب آنها را در نقاط K، L و H قطع نمایند.

$\left. \begin{array}{l} \text{روی نیمساز زاویه B است} \\ \Rightarrow MH = ML \end{array} \right\} (۰/۲۵) \Rightarrow ML = MK (۰/۲۵)$

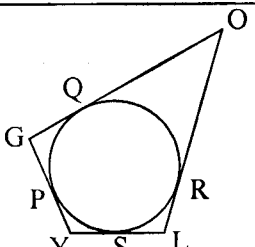
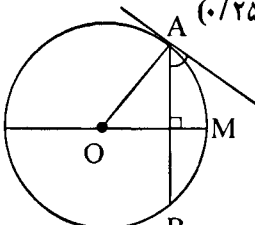
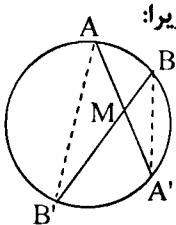
$\left. \begin{array}{l} \text{روی نیمساز زاویه C است} \\ \Rightarrow MH = MK \end{array} \right\}$

بنا براین نقطه M روی نیمساز \hat{A} نیز قرار دارد. (۰/۲۵) یعنی M نقطه همرسی هر سه نیمساز است. ص ۳۵

«ادامه در صفحه دوم»

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۶/۱۳
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت شهریور سال ۱۳۹۶	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۵	<p>ابتدا پاره خط DE و عمود منصف آن را رسم می کنیم (۰/۲۵) از نقطه O وسط DE کمانی به مرکز O و به شعاع R=OD می زنیم (۰/۲۵) این کمان عمود منصف را در دو نقطه F و G قطع می کند. چهار ضلعی DFEG مربع است. رسم شکل (۰/۲۵)</p>	۴۳ ص
۶	 $\begin{cases} OQ = OR \\ GQ = GP \\ \end{cases} \Rightarrow OQ + GQ + YS + LS = OR + GP + YP + LR \quad (۰/۵)$ $\Rightarrow OG + YL = OL + GY \quad (۰/۲۵)$ $\begin{cases} YS = YP \\ LS = LR \\ \end{cases}$	۵۶ ص
۷	<p>زاویه ظلی \widehat{TAB} را در دایره به مرکز O در نظر می گیریم شعاع OA از این دایره را رسم می کنیم. می دانیم شعاع در نقطه تماس بر خط مماس عمود است. پس: (۱) $\widehat{OAB} + \widehat{TAB} = 90^\circ$ (۰/۲۵) قطر عمود بر هر وتر، آن وتر و کمانهای نظیر آن وتر را نصف میکند.</p>  <p>پس $\widehat{AM} = \frac{\widehat{AB}}{2}$ (۰/۲۵) و اندازه زاویه مرکزی $\widehat{AOM} = \widehat{AM} = \frac{\widehat{AB}}{2}$ (۲) (۰/۲۵)</p> <p>از طرفی: (۳) $\widehat{OAB} + \widehat{AOM} = 90^\circ$ (۰/۲۵)</p> <p>از رابطه (۱) و (۳) نتیجه می شود: $\widehat{TAB} = \widehat{AOM}$ (۰/۲۵) با توجه به (۲) نتیجه می شود: $\widehat{TAB} = \frac{\widehat{AB}}{2}$ (۰/۲۵)</p>	۵۶ ص
۸	<p>برهان: از A به B' و از B به A' وصل می کنیم، دو مثلث $\widehat{AMB'}$ و $\widehat{BMA'}$ متشابه اند. (۰/۲۵) زیرا:</p>  $\begin{cases} \widehat{AMB'} = \widehat{BMA'} \\ \widehat{A} = \widehat{B} = \frac{\widehat{A'B'}}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{MA}{MB} = \frac{MB'}{MA'} \quad (۰/۵) \Rightarrow MA \times MA' = MB \times MB'$	۷۴ ص
۹	$x(x+2) = 3 \times 8 \quad (۰/۵) \Rightarrow x^2 + 2x - 24 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 & \text{(ق ق) (۰/۲۵)} \\ x = -6 & \text{(غ ق ق) (۰/۲۵)} \end{cases}$	۷۶ ص
«ادامه در صفحه سوم»		

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۶/۱۳
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت شهریور سال ۱۳۹۶	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۰	الف) اگر همه رأسهای یک چندضلعی روی یک دایره قرار داشته باشند، آن را چندضلعی محاطی می نامند. (۰/۵) ص ۵۸ ب) یک نگاشت از D به R، یک عمل نظیر سازی است که به هر عضو مجموعه D یک و تنها یک عضو از مجموعه R را نظیر می کند. (۰/۵) ص ۸۴ ج) خط L بر صفحه P عمود است، هرگاه صفحه P را قطع کند و بر هر خط صفحه P که از نقطه تقاطع می گذرد، عمود باشد. (۰/۵) ص ۱۴۹	۱/۵
----	--	-----

۱۱	(۰/۵) A'(۹, -۲) ص ۹۴	۰/۵
----	----------------------	-----

۱۲	الف) D(x, y) = (۲x, ۲y) A(۱, ۳) → A'(۲, ۶) B(۵, ۵) → B'(۱۰, ۱۰) C(۶, ۳) → C'(۱۲, ۶) (۰/۵) رسم شکل (۰/۵)		۲
	ب) $AB = \sqrt{(5-1)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ $A'B' = \sqrt{(10-2)^2 + (10-6)^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$ (۰/۲۵) ⇒ A'B' = ۲AB (۰/۲۵)		
	ج) $m_{AB} = \frac{5-3}{5-1} = \frac{1}{2}$ $m_{A'B'} = \frac{10-6}{10-2} = \frac{1}{2}$ (۰/۲۵) ⇒ $m_{AB} = m_{A'B'}$ (۰/۲۵)		ص ۱۱۵

۱۳	L: ۳x - y + ۶ = ۰ R(x, y) = (y, -x) A(۰, ۶) → A'(۶, ۰) (۰/۲۵) B(-۲, ۰) → B'(۰, ۲) (۰/۲۵) $m' = \frac{۲-۰}{۰-۶} = -\frac{۱}{۳}$ (۰/۲۵) ⇒ L': y - ۰ = -\frac{۱}{۳}(x - ۶) (۰/۲۵) ⇒ ۳y + x - ۶ = ۰	ص ۱۲۲
----	---	-------

«داده در صفحه چهارم»

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۶/۱۳
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت شهریور سال ۱۳۹۶	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۴	<p>فرض: $ABCD$ مربع و $AE=AF$ حکم: $CE=CF$</p> <p>برهان: قطر AC را که نیمساز زاویه راس مربع نیز می باشد، رسم می کنیم. (۰/۲۵)</p> <p>در مثلث متساوی الساقین AEF نیمساز عمود منصف قاعده EF نیز هست. (۰/۲۵)</p> <p>بنابراین طبق این تبدیل داریم:</p> $\left. \begin{matrix} C \rightarrow C \\ E \rightarrow F \end{matrix} \right\} (0/25) \Rightarrow CE \rightarrow CF$ <p>چون بازتاب محوری ایزو متری است (۰/۲۵) پس: $CE = CF$ ص ۱۲۶</p>	۱
۱۵	<p>الف) سه (۰/۲۵) ص ۱۳۱ ب) خط (۰/۲۵) ص ۱۳۲ ج) متناظر (۰/۲۵) ص ۱۳۴ د) موازی (۰/۲۵) ص ۱۴۲</p>	۱
۱۶	<p>اگر خط L در صفحه P باشد حکم برقرار است. (۰/۲۵)</p> <p>پس فرض کنیم خط L در صفحه P قرار ندارد. اگر L' خطی از صفحه P باشد که با L موازی است، L و L' متمایزند. صفحه ای را که از این دو خط موازی می گذرد P' می نامیم. (۰/۲۵) فصل مشترک دو صفحه P و P' همان خط L' است. (۰/۲۵) اگر خط L صفحه P را قطع کند محل تقاطع روی فصل مشترک این دو صفحه قرار دارد، (۰/۲۵) یعنی دو خط L و L' متقاطع خواهند شد که خلاف فرض است. (۰/۲۵) پس خط L صفحه P را قطع نمی کند و با آن موازی است. (۰/۲۵) ص ۱۴۰</p>	۱/۵
۱۷	<p>دو خط Ax و Ay را در صفحه P در نظر می گیریم.</p> <p>از نقطه O خطوط Ox' و Oy' را موازی خطوط Ax و Ay رسم می کنیم.</p> <p>سپس صفحه Q گذرنده از دو خط Ox' و Oy' را رسم می نماییم (۰/۲۵)</p> <p>بنابراین صفحه P با صفحه Q موازی خواهد بود. (۰/۲۵) هر خطی که از نقطه O بگذرد و با صفحه P موازی باشد در صفحه Q قرار می گیرد (۰/۲۵)</p> <p>زیرا در غیر این صورت صفحه Q را قطع می کند. بنابراین صفحه P را که موازی با صفحه Q است نیز قطع می کند. (۰/۲۵) ص ۱۴۷</p>	۱
۱۸	<p>از یک نقطه مانند A روی خط L، خط L' را عمود بر صفحه P رسم می کنیم (۰/۵) و L و L' دو خط متقاطع اند و صفحه ای که از این دو خط می گذرد، جواب مسأله است. (۰/۲۵)</p> <p>ص ۱۵۵</p> <p>رسم شکل (۰/۲۵)</p>	۱
۲۰	جمع نمره	

مصصحین محترم: لطفاً به راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی بایم به تناسب منظور شود.

