

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۹۵/۱۰/۶	سال سوم آموزش متوسطه	نام و نام خانوادگی:
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۵	

ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

توجه: استفاده از ماشین حساب ساده ( دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد ) بلامانع است.


۰/۷۵	۱	با استفاده از استدلال استقرایی و رسم چند ضلعی های محدب تا ۵ ضلعی، جدول زیر را کامل کرده و رابطه ای را که تعداد قطرهای رسم شده از هر رأس یک $n$ ضلعی محدب بیان می کند، بیابید.												
		<table border="1"> <tr> <td><math>n</math></td> <td>.....</td> <td>۵</td> <td>۴</td> <td>۳</td> <td>تعداد ضلع ها</td> </tr> <tr> <td>?</td> <td></td> <td>?</td> <td>۱</td> <td>۰</td> <td>تعداد قطرهای رسم شده از یک رأس</td> </tr> </table>	$n$	.....	۵	۴	۳	تعداد ضلع ها	?		?	۱	۰	تعداد قطرهای رسم شده از یک رأس
$n$	.....	۵	۴	۳	تعداد ضلع ها									
?		?	۱	۰	تعداد قطرهای رسم شده از یک رأس									
۱/۵	۲	قضیه: ثابت کنید در هر مثلث، نیمساز هر زاویه داخلی، ضلع رو به رو به آن زاویه را به نسبت دو ضلع زاویه قطع می کند.												
۱	۳	ثابت کنید در هر مثلث، هر میانه از نصف مجموع دو ضلع مجاور آن کوچکتر است.												
۱	۴	قضیه: ثابت کنید عمود منصف های ضلع های هر مثلث همرسند.												
۰/۷۵	۵	با استفاده از خط کش و پرگار مربعی رسم کنید که پاره خط مفروض $DE$ قطر آن باشد. ( مراحل رسم را توضیح دهید.)												
۱/۷۵	۶	قضیه: ثابت کنید در یک دایره از دو وتر نابرابر، آن که بزرگتر است، به مرکز دایره نزدیکتر است، و بعکس.												
۰/۷۵	۷	با استفاده از تعریف زاویه محاطی، نشان دهید مجموع زاویه های داخلی هر مثلث، $۱۸۰^\circ$ است.												
۰/۷۵	۸	قضیه: از نقطه $M$ واقع در داخل دایره $(C)$ دو وتر دلخواه $AA'$ و $BB'$ رسم شده اند، ثابت کنید: $MA \times MA' = MB \times MB'$												
۰/۵	۹	با توجه به شکل زیر مقدار $x$ را تعیین کنید.												
۰/۷۵	۱۰	دو دایره به شعاعهای ۹ و ۴ سانتی متر، مماس برون هستند. اندازه مماس مشترک خارجی آنها را به دست آورید.												
دانلود از سایت ریاضی سرا		«ادامه سوالات در صفحه دوم»												
www.riazisara.ir														

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۹۵/۱۰/۶	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۵			
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir			

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
۱۱	واژه های زیر را تعریف کنید: الف) زاویهٔ ظلی ب) تبدیل ج) دو خط متقاطع در فضا	۱/۵
۱۲	نقاط $A(2, 0)$ ، $B(6, 2)$ ، $C(5, 4)$ و $D(1, 2)$ رأس های یک مستطیل هستند. الف) مستطیل و تصویرش را تحت بازتاب $T(x, y) = (-x, y)$ رسم کنید. ب) طول و شیب ضلع $AB$ و تصویرش را به دست آورده و با هم مقایسه کنید. ج) آیا تبدیل، ایزو متری است؟	۲
۱۳	معادلهٔ تصویر خط $3x - 2y - 6 = 0$ تحت تبدیل انتقال $T(x, y) = (x - 2, y + 1)$ را به دست آورید.	۱
۱۴	قطرهای چهار ضلعی $ABCD$ یکدیگر را نصف کرده اند. با استفاده از ویژگی های تبدیل دوران ثابت کنید: $ABCD$ یک متوازی الاضلاع است.	۱/۵
۱۵	درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید: الف) از هر سه نقطه در فضا، یک و تنها یک صفحه می گذرد. ب) صفحهٔ عمودمنصف یک پاره خط، مکان هندسی نقطه هایی از فضا است که از دو سر آن پاره خط، به یک فاصله اند. ج) دو خط در فضا که یکدیگر را قطع نکنند لزوماً موازی هستند. د) فاصلهٔ یک نقطه از یک صفحه، کوتاهترین فاصله بین آن نقطه تا نقاط آن صفحه است.	۱
۱۶	ثابت کنید که اگر دو صفحه موازی باشند، هر خط واقع بر یکی از این صفحه ها، با صفحهٔ دیگر موازی است.	۱/۲۵
۱۷	ثابت کنید در یک هرم، وسط بالهای آن، در یک صفحه موازی صفحهٔ قاعده قرار دارند.	۱/۲۵
۱۸	ثابت کنید از نقطهٔ $A$ خارج از صفحهٔ $P$ ، یک صفحه موازی $P$ می گذرد.	۱
	موفق باشید	جمع نمره
	۲۰	

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۱۰/۶
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت دی ماه سال ۱۳۹۵	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۰/۲۵		رسم شکل (۰/۲۵)	۱																		
		<table border="1"> <tr> <td>تعداد ضلع ها</td> <td>۳</td> <td>۴</td> <td>۵</td> <td>.....</td> <td>n</td> </tr> <tr> <td>تعداد قطرهای رسم شده از یک رأس</td> <td>۰</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td></td> <td>n-۳</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>(۰/۲۵)</td> <td></td> <td>(۰/۲۵)</td> </tr> </table>	تعداد ضلع ها	۳	۴	۵	.....	n	تعداد قطرهای رسم شده از یک رأس	۰	۱	۲		n-۳				(۰/۲۵)		(۰/۲۵)	ص ۱۰
		تعداد ضلع ها	۳	۴	۵	.....	n														
تعداد قطرهای رسم شده از یک رأس	۰	۱	۲		n-۳																
			(۰/۲۵)		(۰/۲۵)																

۲

برهان: فرض کنیم AD نیمساز زاویه داخلی A باشد ضلع های BA و BC را امتداد می دهیم و از رأس C خطی به موازات نیمساز زاویه A (یعنی AD) رسم می کنیم تا امتداد BA را در E قطع کند. (۰/۲۵)

چون AD موازی CE است، اگر AC را به عنوان خط مورب در نظر بگیریم آنگاه: (۱)  $\hat{A}_1 = \hat{C}_1$  (۰/۲۵).

و اگر BE را به عنوان خط مورب آنها در نظر بگیریم آنگاه: (۲)  $\hat{A}_2 = \hat{E}_1$  (۰/۲۵).

از طرفی طبق فرض مسأله، AD نیمساز است در نتیجه: (۳)  $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ ، حال از رابطه های (۱)، (۲) و (۳) می توان نتیجه گرفت:  $\hat{C}_1 = \hat{E}_1$  (۰/۲۵)، پس مثلث AEC متساوی الساقین است و (۴)  $AE = AC$  (۰/۲۵).

در مثلث BEC، AD موازی EC است، پس طبق قضیه تالس داریم: (۵)  $\frac{AB}{AE} = \frac{BD}{DC}$  (۰/۲۵)

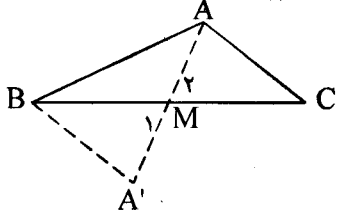
با توجه به رابطه (۴) اگر در رابطه (۵) به جای AE مساوی آن AC را جایگزین کنیم، خواهیم داشت:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$$

که حکم ثابت می شود. ص ۱۳

۳

میانۀ AM را از نقطۀ M به اندازه AM امتداد می دهیم تا نقطۀ A' به دست آید و از A' به B وصل می کنیم (۰/۲۵)



$$\left. \begin{array}{l} AM = A'M \\ BM = CM \\ \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ض ز ض)}} \triangle AMC \cong \triangle A'MB \Rightarrow AC = BA' \quad (1) \quad (0/25)$$

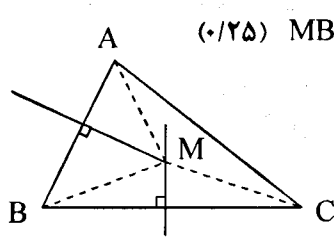
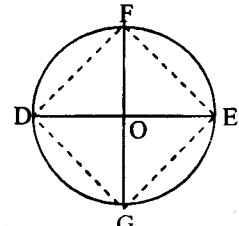
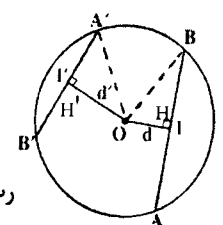
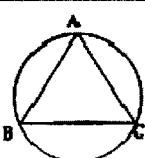
$$\triangle ABA': AA' < AB + BA' \xrightarrow{(1)} 2AM < AB + AC \Rightarrow AM < \frac{AB + AC}{2} \quad \text{ص ۲۹}$$

«ادامه در صفحه دوم»

باسمه تعالی

رشته : ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان : ۱۳۹۵/۱۰/۶	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت دی ماه سال ۱۳۹۵

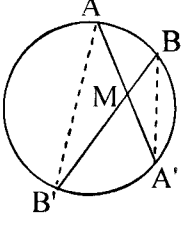
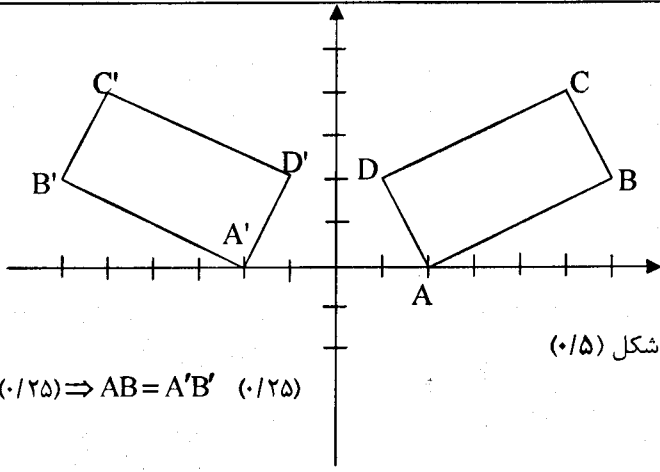
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۴	<p>عمود منصف های دو ضلع AB و BC از مثلث ABC را رسم می کنیم تا یکدیگر را در M قطع کنند. چون M روی عمود منصف BC است، پس (۱) <math>MB=MC</math> (۰/۲۵)</p> <p>و چون M روی عمود منصف AB است، پس (۲) <math>MA=MB</math> (۰/۲۵)</p> <p>از (۱) و (۲) نتیجه می شود <math>MA=MC</math> (۰/۲۵)</p> <p>بنا براین نقطه M از دوسر پاره خط AC به یک فاصله است.</p> <p>یعنی نقطه M روی عمود منصف AC است. (۰/۲۵)</p> <p>پس عمود منصف های ضلع های هر مثلث همسرند ص ۲۵</p>	
۵	<p>ابتدا پاره خط DE و عمود منصف آن را رسم می کنیم (۰/۲۵) از نقطه O وسط DE کمانی به مرکز O و به شعاع <math>R=OD</math> می زنیم (۰/۲۵) این کمان عمود منصف را در دو نقطه F و G قطع می کند. چهار ضلعی DFEG مربع است.</p> <p>رسم شکل (۰/۲۵) ص ۴۳</p>	
۶	<p>برهان: از مرکز دایره عمودهای OH و OH' را به وترهای <math>AB=l</math> و <math>A'B'=l'</math> وارد می کنیم.</p> <p>می دانیم شعاع عمود بر یک وتر آن وتر را نصف می کند (۰/۲۵) <math>(OH' = d', OH = d)</math></p> $\triangle OHB : OB^2 = OH^2 + HB^2 \Rightarrow R^2 = d^2 + \frac{l^2}{4} \quad (۰/۵)$ $\triangle OH'A' : OA'^2 = OH'^2 + H'A'^2 \Rightarrow R'^2 = d'^2 + \frac{l'^2}{4}$ $l > l' \Leftrightarrow l^2 > l'^2 \Leftrightarrow R^2 - \frac{l^2}{4} < R'^2 - \frac{l'^2}{4} \quad (۰/۵) \Leftrightarrow d^2 < d'^2 \Leftrightarrow d < d' \quad (۰/۲۵)$ <p>(در صورتی که اثبات یک طرفه نوشته شده باشد، (۰/۲۵) کسر شود.) ص ۵۰</p>	
۷	<p><math>\hat{A} = \frac{1}{2} \widehat{BC}</math> , <math>\hat{B} = \frac{1}{2} \widehat{AC}</math> , <math>\hat{C} = \frac{1}{2} \widehat{AB}</math> (۰/۲۵)</p> $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = \frac{1}{2} (\widehat{BC} + \widehat{AC} + \widehat{AB}) \quad (۰/۲۵)$ $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = \frac{1}{2} (360^\circ) = 180^\circ \quad (۰/۲۵)$ <p>ص ۶۷</p>	
«ادامه در صفحه سوم»		

## باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۱۰/۶
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت دی ماه سال ۱۳۹۵	مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۸	<p>برهان: از A به B' و از B به A' وصل می کنیم، دو مثلث <math>AMB'</math> و <math>BMA'</math> متشابه اند. (۰/۲۵) زیرا:</p>  $\begin{cases} \widehat{AMB'} = \widehat{A'MB} \\ \widehat{A} = \widehat{B} = \frac{\widehat{A'B'}}{2} \end{cases} \quad (0/25) \Rightarrow \frac{MA}{MB} = \frac{MB'}{MA'} \quad (0/25) \Rightarrow MA \times MA' = MB \times MB'$ <p>ص ۷۴</p>	۰/۷۵
۹	$MT^2 = MA \times MB \quad (0/25) \Rightarrow 12^2 = 8 \times (8+x) \Rightarrow x=10 \quad (0/25)$ <p>ص ۷۷</p>	۰/۵
۱۰	$R=9 \Rightarrow d=13 \quad (0/25), TT' = \sqrt{d^2 - (R-R')^2}, (0/25), TT' = \sqrt{13^2 - (9-4)^2} = 12, (0/25)$ <p>ص ۸۱</p>	۰/۷۵
۱۱	<p>الف) زاویه ای که رأسش روی دایره است، یک ضلعش دایره را قطع می کند و ضلع دیگرش بر دایره مماس است. (۰/۵) ص ۶۰</p> <p>ب) تبدیل، نگاشتی یک به یک از صفحه به روی خودش است. یعنی در تبدیل، هیچ دو نقطه ای دارای یک تصویر نیستند و هر نقطه در صفحه، تصویر یک نقطه از صفحه است. (۰/۵) ص ۸۵</p> <p>ج) دو خط در فضا را که فقط یک نقطه مشترک داشته باشند، دو خط متقاطع می نامیم. (۰/۵) ص ۱۳۴</p>	۱/۵
۱۲	<p>الف) <math>T(x, y) = (-x, y)</math></p> $\left. \begin{aligned} A(2, 0) &\rightarrow A'(-2, 0) \\ B(6, 2) &\rightarrow B'(-6, 2) \\ C(5, 4) &\rightarrow C'(-5, 4) \\ D(1, 2) &\rightarrow D'(-1, 2) \end{aligned} \right\} (0/25)$  <p>رسم شکل (۰/۵)</p> <p>ب) <math>AB = \sqrt{(6-2)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}</math>  <math>A'B' = \sqrt{(-6+2)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}</math>  <math>(0/25) \Rightarrow AB = A'B' \quad (0/25)</math></p> <p>ج) <math>m_{AB} = \frac{2-0}{6-2} = \frac{1}{2}</math>  <math>m_{A'B'} = \frac{2-0}{-6+2} = -\frac{1}{2}</math>  <math>(0/25) \Rightarrow m_{AB} \neq m_{A'B'} \quad (0/25)</math></p> <p>ص ۹۸</p> <p>ج) بله (۰/۲۵)</p>	۲
«ادامه در صفحه چهارم»		

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۱۰/۶
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت دی ماه سال ۱۳۹۵	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

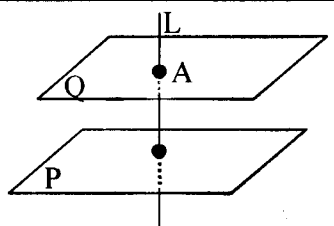
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۳	<p>L: <math>3x - 2y - 6 = 0</math>  <math>T(x, y) = (x - 2, y + 1)</math>  <math>A(0, -3) \xrightarrow{D} A'(-2, -2)</math> (۰/۲۵)  <math>B(2, 0) \xrightarrow{D} B'(0, 1)</math> (۰/۲۵)  <math>m' = \frac{1+2}{0+2} = \frac{3}{2}</math> (۰/۲۵) <math>\Rightarrow L': y - 1 = \frac{3}{2}(x - 0)</math> (۰/۲۵) <math>\Rightarrow y = \frac{3}{2}x + 1</math></p> <p style="text-align: right;">ص ۱۲۲</p>	۱
----	---	---

۱۴	<p>تحت یک دوران <math>180^\circ</math> به مرکز O (۰/۲۵)، داریم:</p> $\begin{cases} A \rightarrow C \\ B \rightarrow D \end{cases} \Rightarrow AB \rightarrow CD \quad (0/25)$ $\begin{cases} B \rightarrow D \\ C \rightarrow A \end{cases} \Rightarrow BC \rightarrow DA \quad (0/25)$ <p>چون دوران <math>180^\circ</math> شیب را ثابت نگه می دارد و ایزومتری نیز است، (۰/۲۵)          بنابراین: <math>AB = DC</math> (۰/۲۵) و <math>AB \parallel DC</math> (۰/۲۵) یا <math>DA \parallel BC, DA = BC</math> (۰/۲۵)          پس چهارضلعی ABCD متوازی الاضلاع است. ص ۱۲۶</p>	۱/۵
----	---	-----

۱۵	الف) نادرست (۰/۲۵) ص ۱۳۶ ب) درست (۰/۲۵) ص ۱۵۴ ج) نادرست (۰/۲۵) ص ۱۴۶ د) درست (۰/۲۵) ص ۱۵۶	۱
۱۶	<p>دو صفحه موازی P و P' و خط L روی P را در نظر می گیریم.          فرض خلف: اگر L با P' موازی نباشد، در نتیجه در نقطه ای مثل A آن را قطع می کند. (۰/۲۵)          چون P شامل L است، پس <math>A \in P</math> (۰/۲۵) چون <math>A \in P'</math> پس P و P' در نقطه A مشترکند. (۰/۲۵)          و این با موازی بودن P و P' در تناقض است. (۰/۲۵) پس فرض خلف باطل و حکم برقرار است. (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵

۱۷	<p>ص ۱۴۷</p> $\triangle SMP: \frac{SA}{AM} = \frac{SC}{CP} = 1 \Rightarrow AC \parallel MP \quad (0/5)$ $\triangle SPN: \frac{SC}{CP} = \frac{SB}{BN} = 1 \Rightarrow BC \parallel NP \quad (0/5)$ <p>چون دو خط متقاطع از صفحه مثلث ABC با دو خط متقاطع از مثلث MNP موازی است پس این دو صفحه موازیند. (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵
----	--	------

۱۸	 <p>از نقطه A خط L را عمود بر صفحه P رسم می کنیم. (۰/۲۵)          سپس از نقطه A، صفحه Q را عمود بر L رسم می کنیم. (۰/۲۵)          دو صفحه P و Q هر دو بر خط L عمودند. (۰/۲۵)          بنابراین باهم موازیند. (۰/۲۵) ص ۱۵۳</p>	۱
----	--	---

مصححین محترم: لطفاً به راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی بازم به تناسب منظور شود.	جمع نمره	۲۰
--	----------	----