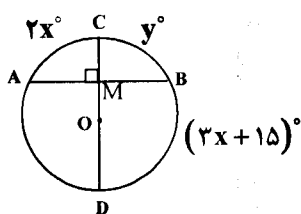


سؤالات امتحان نهایی درس : هندسه (۲)	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۹۵/۶/۱۰	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۵			
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir			

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد) بلامانع است.

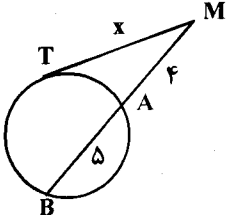
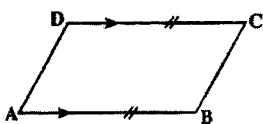
۱	درستی یا نادرستی نتایج زیر را معلوم کنید. الف) هر مربعی متوازی الاضلاع است. چهار ضلعی ABCD مربع است. نتیجه: چهار ضلعی ABCD متوازی الاضلاع است. ب) دو مثلث دارای مساحت‌های برابر هستند. نتیجه: آن دو مثلث هم نهشت هستند. ج) چند صفحه در فضا روی دو خط، پاره خط‌های متناظر متناسب ایجاد کرده اند. نتیجه: آن صفحه‌ها با هم موازیند. د) A و B دو نقطه متمایز از خطی، در یک صفحه می باشند. نتیجه: آن خط به تمامی در آن صفحه قرار می گیرد.	۱
۲	از تقاطع نیمسازهای زاویه‌های داخلی یک مستطیل، یک مربع پدید می آید. رابطه بین طول ضلع این مربع و اضلاع مستطیل را به دست آورید.	۱
۳	عکس قضیه لولا: ثابت کنید اگر دو ضلع از مثلثی با دو ضلع از مثلث دیگر نظیر به نظیر مساوی باشند و ضلع سوم مثلث اول بزرگتر از ضلع سوم مثلث دوم باشد، آنگاه زاویه بین دو ضلع از مثلث اول بزرگتر از زاویه بین دو ضلع نظیر از مثلث دوم است. (با استفاده از روش برهان خلف)	۱/۲۵
۴	قضیه: ثابت کنید سه نیمساز زاویه‌های داخلی هر مثلث هم‌رسند.	۱
۵	از مثلث ABC اندازه‌های $AC = b$ و $AB = c$ و طول ارتفاع $AH = h_a$ معلوم است. مثلث را رسم کنید. (روش رسم را توضیح دهید)	۱/۲۵
۶	ثابت کنید در یک دایره، کمانهای نظیر دو وتر مساوی با هم برابرند.	۱
۷	قضیه: ثابت کنید طول مماسهای رسم شده بر یک دایره از هر نقطه خارج آن با هم برابرند.	۱/۲۵
۸	در شکل زیر قطر CD در نقطه M بر وتر AB عمود است. اگر $\widehat{AC} = 2x^\circ$ و $\widehat{BC} = y^\circ$ و $\widehat{BD} = (3x + 15)^\circ$ ، آنگاه x و y را محاسبه کنید.	۱



«ادامه پرسش‌ها در صفحه دوم»

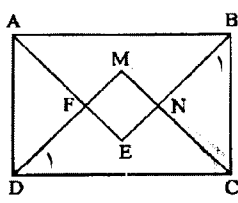
سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۹۵/۶/۱۰	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۵		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://ace.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

۹	قضیه: ثابت کنید اندازه زاویه ای که از برخورد امتداد دو وتر از یک دایره پدید می آید، برابر قدر مطلق نصف تفاضل اندازه کمانهایی از آن دایره است که به ضلعهای آن زاویه محدودند.	۱
۱۰	در شکل زیر مقدار x را به دست آورید.	۰/۷۵
		
۱۱	واژه های زیر را تعریف کنید: الف) زاویه محاطی ب) نگاهت ج) صفحه عمود منصف یک پاره خط	۱/۵
۱۲	نقاط $O = (0, 0)$ و $P = (6, -2)$ و $Q = (7, 1)$ رأس های یک مثلث هستند. الف) ابتدا مختصات تصویر این نقاط را تحت تبدیل $R(x, y) = (-y, x)$ تعیین کنید. سپس نمودار مثلث OPQ و تصویرش $O'P'Q'$ را رسم کنید. ب) طول و شیب ضلع PQ از مثلث OPQ و ضلع $P'Q'$ از مثلث تصویر را به دست آورید و با هم مقایسه کنید.	۲
۱۳	خط $2x - y + 4 = 0$ مفروض است. معادله تصویر خط را تحت بازتاب نسبت به خط $y = -x$ به دست آورید.	۱/۲۵
۱۴	در چهار ضلعی $ABCD$ ، اگر $AB \parallel DC$ و $AB = DC$ ، با استفاده از تبدیل انتقال ثابت کنید: $AD \parallel BC$ و $AD = BC$.	۱/۲۵
		
۱۵	قضیه: ثابت کنید اگر خط L با صفحه P موازی باشد، هر صفحه که از L بگذرد و با P متقاطع باشد، را در یک خط موازی L قطع می کند.	۱/۵
۱۶	اگر O نقطه ای خارج از صفحه ای مانند P باشد، ثابت کنید کلیه خطهای گذرنده از O که با P موازی هستند، در یک صفحه موازی P قرار دارند.	۱/۲۵
۱۷	اگر خط L بر صفحه P عمود باشد، ثابت کنید هر خطی که بر خط L عمود باشد با صفحه P موازی است.	۱/۲۵
	موفق باشید	جمع نمره
	۲۰	

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۶/۱۰
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت شهریورماه سال ۱۳۹۵	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	الف) درست (۰/۲۵) ص ۲۰ ب) نادرست (۰/۲۵) ص ۱۸ ج) نادرست (۰/۲۵) ص ۱۴۵ د) درست (۰/۲۵) ص ۱۳۱	۱
۲	در هر مثلث قائم الزاویه ضلع روبه رو به زاویه 45° مساوی $\frac{\sqrt{2}}{2}$ وتر می باشد. $\begin{cases} \triangle DMC : \hat{D}_1 = 45^\circ \Rightarrow MC = \frac{\sqrt{2}}{2} DC & (0/25) \\ \triangle BNC : \hat{B}_1 = 45^\circ \Rightarrow NC = \frac{\sqrt{2}}{2} BC & (0/25) \end{cases}$ $21 \text{ ص} \Rightarrow MN = MC - NC \quad (0/25) = \frac{\sqrt{2}}{2} DC - \frac{\sqrt{2}}{2} BC \quad (0/25) \Rightarrow MN = \frac{\sqrt{2}}{2} (DC - BC)$ 	۱
۳	فرض کنیم $AB = ED, BC = EF, AC > DF$ می خواهیم ثابت کنیم $\hat{B} > \hat{E}$. برهان خلف: فرض می کنیم حکم درست نباشد یعنی $\hat{B} \leq \hat{E}$ (۰/۲۵) (۱) اگر $\hat{B} = \hat{E}$ با توجه به فرض دو مثلث همبند می شوند. پس (۰/۵) $AC = DF$ (۲) اگر $\hat{B} < \hat{E}$ با توجه به فرض و قضیه لولا نتیجه می شود: (۰/۵) $AC < DF$ در هر دو حالت نتایج به دست آمده با فرض مسئله تناقض دارد پس فرض خلف باطل است و حکم برقرار است. ۲۸ ص	۱/۲۵
۴	در مثلث ABC نیمسازهای زاویه های B و C را رسم می کنیم تا یکدیگر را در M قطع کنند. از M بر ضلع های AB، AC و BC عمود می کنیم (۰/۲۵) تا به ترتیب آنها را در نقاط K، L و H قطع نمایند. $\left. \begin{aligned} \text{روی نیمساز زاویه B است } M &\Rightarrow MH = ML \\ \text{روی نیمساز زاویه C است } M &\Rightarrow MH = MK \end{aligned} \right\} (0/25) \Rightarrow ML = MK \quad (0/25)$ بنا براین نقطه M روی نیمساز \hat{A} نیز قرار دارد. (۰/۲۵) یعنی M نقطه همرسی هر سه نیمساز است. ۳۵ ص	۱
«ادامه در صفحه دوم»		

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۶/۱۰
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت شهریورماه سال ۱۳۹۵	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۵	<p>روش رسم: خط L را رسم می کنیم. روی نقطه دلخواه H از خط L عمود $AH=h_a$ را رسم می کنیم. (۰/۲۵)</p> <p>به مرکز A و به شعاع $AB=c$ دایره ای رسم می کنیم تا خط L را در نقاط B و B' قطع کند. (۰/۲۵)</p> <p>حال به مرکز A و به شعاع $AC=b$ دایره دیگری رسم می کنیم تا خط L را در نقاط C و C' قطع کند. (۰/۲۵)</p> <p>مثلث ABC مثلث مطلوب است.</p> <p>تذکر: (در صورتی که یکی از مثلث های $\triangle ABC$، $\triangle AB'C$، $\triangle ABC'$ یا $\triangle AB'C'$ به عنوان جواب بیان شود، کافی است.)</p> <p>رسم شکل (۰/۵)</p> <p>ص ۴۲</p>	۱/۲۵
۶	<p>ص ۴</p> <p>$\begin{cases} OA = OC \\ OB = OD \quad (0/25) \\ AB = BC \end{cases} \Rightarrow \triangle OAB \cong \triangle OCD \quad (0/25)$</p> <p>$\Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{CD} \quad (0/25) \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \quad (0/25)$ زاویه مرکزی</p>	۱
۷	<p>چون شعاع در نقطه تماس بر خط مماس عمود است نتیجه می گیریم: (۰/۲۵) $\hat{T} = \hat{T}' = 90^\circ$</p> <p>$\begin{cases} \hat{T} = \hat{T}' = 90^\circ \\ OT = OT' \quad (0/25) \\ OM = OM \end{cases} \Rightarrow \triangle OMT \cong \triangle OMT'$</p> <p>$\Rightarrow MT = MT' \quad (0/25)$</p> <p>ص ۵۱</p>	۰/۷۵
۸	<p>ص ۷۲</p> <p>$\frac{2x + (3x + 15)}{2} = 90^\circ \quad (0/25) \Rightarrow x = 33^\circ \quad (0/25) \quad y = 2x \quad (0/25) \Rightarrow y = 66^\circ \quad (0/25)$</p>	۱
۹	<p>امتداد وترهای AA' و BB' از دایره C در نقطه M یکدیگر را قطع کرده اند. پاره خط AB' را رسم می کنیم.</p> <p>$\hat{A}B'B = \hat{B}'AM + \hat{A}MB' \quad (0/25)$ (زاویه ی خارجی مثلث $\triangle AMB'$)</p> <p>$\Rightarrow \hat{A}MB' = \hat{A}B'B - \hat{B}'AM = \frac{\widehat{AB}}{2} - \frac{\widehat{A'B'}}{2} \quad (0/5)$</p> <p>$\Rightarrow \hat{A}MB = \hat{A}MB' = \frac{ \widehat{AB} - \widehat{A'B'} }{2}$</p> <p>رسم شکل (۰/۲۵)</p> <p>ص ۶۹</p>	۱
	«دامه در صفحه سوم»	

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۶/۱۰
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۵	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۰	ص ۷۸ $MI^2 = MA \times MB \Rightarrow x^2 = 4 \times 9 \Rightarrow x = 6$	۰/۷۵
۱۱	الف) زاویه ای که راسش روی دایره و ضلعهایش دو وتر از دایره باشند، زاویهٔ محاطی نامیده می شود. (۰/۵) ص ۵۶ ب) یک نگاشت از D به R، یک عمل نظیر سازی است که به هر عضو مجموعه D یک و تنها یک عضو از مجموعه R را نظیر می کند. (۰/۵) ص ۸۴ ج) صفحه ای را که در وسط یک پاره خط، بر آن عمود باشد، صفحه عمود منصف آن پاره خط، می نامیم. (۰/۵) ص ۱۵۴	۱/۵
۱۲	ص ۱۰۸ رسم شکل (۰/۵) $R(x, y) = (-y, x)$ $O(0, 0) \rightarrow O'(0, 0)$ $P(6, -2) \rightarrow P'(2, 6)$ (۰/۵) $Q(7, 1) \rightarrow Q'(-1, 7)$ $ PQ = \sqrt{(7-6)^2 + (1+2)^2} = \sqrt{10}$ (۰/۲۵) $ P'Q' = \sqrt{(-1-2)^2 + (7-6)^2} = \sqrt{10} \Rightarrow PQ = P'Q' $ (۰/۲۵) شیب خط ها ثابت نمی ماند (۰/۲۵) $m_{PQ} = \frac{1+2}{7-6} = 3, m_{P'Q'} = \frac{7-6}{-1-2} = -\frac{1}{3}$ (۰/۲۵)	۲
۱۳	ص ۱۲۲ $L: 2x - y + 4 = 0$ $R(x, y) = (-y, -x)$ (۰/۲۵) $A(0, 4) \xrightarrow{R} A'(-4, 0)$ (۰/۲۵) $B(-2, 0) \xrightarrow{R} B'(0, 2)$ (۰/۲۵) $m' = \frac{2-0}{0-(-4)} = \frac{1}{2} \Rightarrow L': y-0 = \frac{1}{2}(x+4) \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + 2$ (۰/۲۵)	۱/۲۵
۱۴	بردار \vec{AB} را به عنوان بردار انتقال در نظر می گیریم. (۰/۲۵) چون AB و DC موازی و مساویند. بنابراین تحت این انتقال: $(\cdot/۲۵) \Rightarrow AD \rightarrow BC$ (۰/۲۵) و چون انتقال ایزومتری است (۰/۲۵) و شیب خط را حفظ می کند (۰/۲۵) پس: $AD=BC$ و $AD \parallel BC$ (۰/۲۵) ص ۱۲۵	۱/۲۵
	«ادامه در صفحهٔ چهارم»	

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۶/۱۰
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۵	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۵	<p>برای اثبات این قضیه، دو حالت موازی بودن یک خط و یک صفحه در فضا را در نظر می گیریم.</p> <p>الف) خط L در صفحه P قرار ندارد. فرض کنیم P' صفحه گذرنده از L باشد که P را در خط L' قطع می کند. (۰/۲۵)</p> <p>L و هر L' دو در صفحه P' هستند و یکدیگر را قطع نمی کنند. (۰/۲۵)</p> <p>زیرا از متقاطع بودن L و L' نتیجه می شود که خط L صفحه P را قطع می کند، که این خلاف فرض است. (۰/۲۵)</p> <p>پس باهم موازیند. (۰/۲۵)</p> <p>ب) خط L در صفحه P قرار دارد. پس در این حالت هر صفحه P' متمایز از P که از L می گذرد، صفحه P را در همان خط L قطع می کند. (۰/۲۵) و درستی قضیه روشن است. ص ۱۳۹</p>	۱/۵
۱۶	<p>دو خط AX و AY را در صفحه P در نظر می گیریم. (۰/۲۵)</p> <p>از نقطه O خطوط OX' و OY' را موازی خطوط AX و AY رسم می کنیم سپس صفحه Q گذرنده از دو خط OX' و OY' را رسم می نماییم (۰/۲۵) بنابراین صفحه P با صفحه Q موازی خواهد بود. (۰/۲۵)</p> <p>هر خطی که از نقطه O بگذرد و با صفحه P موازی باشد در صفحه Q قرار می گیرد (۰/۲۵)</p> <p>زیرا در غیر این صورت صفحه Q را قطع می کند. بنابراین صفحه P را که موازی با صفحه Q است نیز قطع می کند. (۰/۲۵) ص ۱۴۷</p>	۱/۲۵
۱۷	<p>خط L را عمود بر صفحه P و خط L' را عمود بر خط L در نظر می گیریم.</p> <p>صفحه شامل L و L' را Q می نامیم. (۰/۲۵) فصل مشترک P و Q را L_1 می نامیم. (۰/۲۵) بنابراین:</p> $L \perp L' \Rightarrow L \parallel L' \Rightarrow L' \parallel P \quad (۰/۵)$ <p>یعنی L' با یکی از خطوط صفحه P موازی است. پس با P موازی است. (۰/۲۵) ص ۱۵۵</p>	۱/۲۵
	جمع نمره	۲۰

مصححین محترم: لطفاً به راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی بازم به تناسب منظور شود.