باسمه تعالی

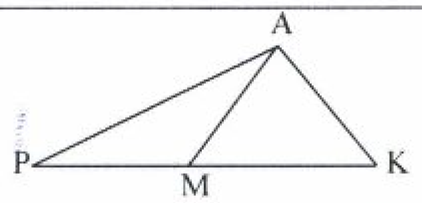
سؤالات امتحان نهایی درس : **هندسه(۲)**	رشته : **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع: **۸ صبح**	مدت امتحان: **۱۳۵**دقیقه
نام و نام خانوادگی :	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: **۹۵/۲/۳۰**	تعداد صفحه: **۲**
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور درنوبت **خرداد ماه** سال **۱۳۹۵**			مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
	توجه : استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد) بلامانع است.	
۱	الف) یک مثلث متساوی الاضلاع را در نظر بگیرید . وسط ضلع ها را پیدا کرده و به هم وصل کنید . ب) سه مثلثی را که در گوشه ها ایجاد می شوند ، نگه دارید و مثلث میانی را با سیاه کردن حذف کنید . این فرآیند را روی سه مثلث دیگر تکرار کنید. ج)اگر مساحت مثلث در مرحلهٔ صفر برابر ۱ باشد، مساحت باقی مانده را در مراحل بعد با استفاده از استدلال استقرایی به دست آورید و جدول مقابل را کامل کنید . (در مرحلهٔ ۲ شکل را رسم کنید.)	۱
۲	با استفاده از استدلال استنتاجی ثابت کنید مجموع فاصله های هر نقطه درون مثلث متساوی الاضلاع از سه ضلع آن مقداری ثابت است. سپس آن مقدار ثابت را به دست آورید.	۱
۳	قضیه : ثابت کنید در هر مثلث ، مجموع طول های هر دو ضلع از طول ضلع سوم بزرگتر است.	۱/۲۵
۴	در مثلث PAK ، نقطهٔ M روی ضلع PK قرار دارد. ثابت کنید اگر $PM=AK$ آنگاه $AP > MK$.	۱
۵	مکان هندسی نقطه ای از صفحه را پیدا کنید که از یک خط داده شدهٔ L به فاصلهٔ $\frac{۱}{۲}$ باشد .	۰/۷۵
۶	در سوالات زیر گزینهٔ درست را انتخاب کنید: الف)مرکز دایرهٔ محاطی داخلی هر مثلث ، محل برخورد .... آن مثلث است . ۱)ارتفاع های اضلاع ۲)عمود منصف های اضلاع ۳)نیمسازهای زاویه های درونی ۴)میانه های اضلاع ب)مرکز دایرهٔ محیطی هر مثلث ، محل برخورد .... آن مثلث است . ۱)ارتفاع های اضلاع ۲)عمود منصف های اضلاع ۳)نیمسازهای زاویه های درونی ۴)میانه های اضلاع	۰/۵
۷	قضیه : ثابت کنید اندازهٔ هر زاویهٔ ظلی، برابر با نصف کمان رو به روی آن است.	۱/۲۵
۸	در دایرهٔ به مرکز O ، اگر $\hat{AOC} = (۳\alpha + ۱۲)^\circ$ و $\hat{ABC} = (\alpha + ۱۶)^\circ$ باشد ، مقدار α و اندازهٔ زاویهٔ مرکزی AOC و محاطی ABC را محاسبه کنید .	۱
۹	قضیه : از نقطهٔ M واقع در داخل دایرهٔ (C) دو وتر دلخواه 'AA و 'BB رسم شده اند ،ثابت کنید: $MA \times MA' = MB \times MB'$	۱
	«ادامهٔ پرسش ها در صفحهٔ دوم»	

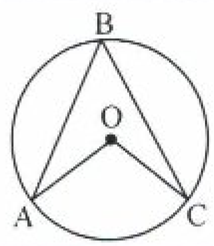
جدول سؤال ۱:

مرحله	۰	۱	۲	...	n
مساحت باقی مانده	۱	؟	؟	...	؟

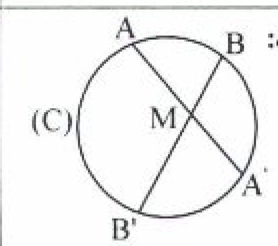
شکل سؤال ۴:



شکل سؤال ۸:

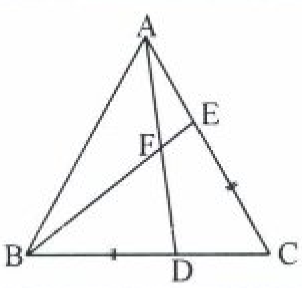
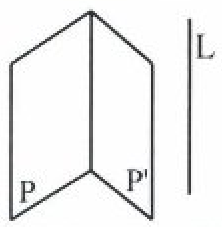
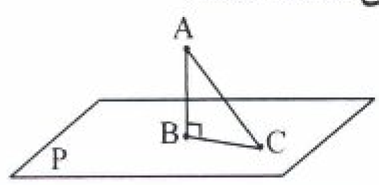


شکل سؤال ۹:



باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : **هندسه(۲)**	رشته : **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع: **۸ صبح**	مدت امتحان: **۱۳۵**دقیقه
نام و نام خانوادگی :	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: **۹۵/۲/۳۰**	تعداد صفحه: **۲**
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور درنوبت **خرداد ماه** سال **۱۳۹۵**			مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

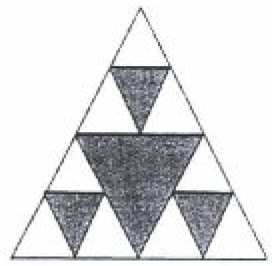
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
۱۰	مقدار x را چنان بیابید که اندازهٔ مماس مشترک داخلی دو دایره به شعاع های ۲ و ۳ و خط المرکزین $d = 13$ ، برابر $5x - 8$ باشد .	۰/۷۵
۱۱	واژه های زیر را تعریف کنید : الف) چند ضلعی محاطی ب)ایزومتری ج) دو خط متنافر	۱/۵
۱۲	تحت یک انتقال نقطهٔ $(-1 , 3)$ روی نقطهٔ $(1 , -2)$ تصویر شده است ، ضابطهٔ نگاشت انتقال را بنویسید .	۰/۷۵
۱۳	نقاط $A(1,2)$ ، $B(0,1)$ ، $C(1,0)$ و $D(2,1)$ رأس های یک مربع هستند . الف) مربع ABCD و تصویر مجانس آن را با در نظر گرفتن $O(0,0)$ به عنوان مرکز تجانس و عدد ۲ به عنوان مقیاس تجانس ، رسم کنید . ب) نسبت مساحت تصویر مربع ABCD را به مساحت مربع ABCD بنویسید . ج) این تجانس انقباض است یا انبساط ؟	۱/۵
۱۴	تحت یک باز تاب ، تصویر خط $x + y - 3 = 0$ ، خط $x + y + 3 = 0$ است ، معادلهٔ محور تقارن را بنویسید.	۱
۱۵	مثلث ABC متساوی الاضلاع است و BD=CE . با استفاده از ویژگیهای تبدیل دوران، ثابت کنید : AD=BE . 	۱/۲۵
۱۶	درستی و یا نادرستی عبارت های زیر را تعیین کنید : الف) اگر دو نقطهٔ متمایز از خطی، در یک صفحه باشند ، آن خط به تمامی درآن صفحه قرار می گیرد. ب) اگر سه خط L_1 ، L_2 , L_3 دو به دو متقاطع باشند ، این سه خط لزوماً در یک صفحه قرار دارند . ج) قضیهٔ تالس در فضا یک قضیهٔ دو شرطی است . د) در فضا ، اگر خطی یکی از دو خط موازی را قطع کند ، لزوماً دیگری را هم قطع می کند. ه) اگر خطی بر صفحه ای عمود باشد ، بر هر خط از آن صفحه نیز ، عمود است.	۱/۲۵
۱۷	قضیه : ثابت کنید اگر خطی با دو صفحهٔ متقاطع ، موازی باشد ، آنگاه با فصل مشترک آنها موازی است. 	۱/۲۵
۱۸	از نقطهٔ A روی خط L ، صفحه ای برخط L عمود کنید.(رسم شکل و توضیح روش رسم ، الزامی است.)	۱/۲۵
۱۹	ثابت کنید که ، فاصلهٔ یک نقطه از یک صفحه ، کوتاهترین فاصله بین آن نقطه تا نقاط آن صفحه است . 	۰/۷۵
	موفق باشید	جمع نمره ۲۰

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **هندسه (۲)**	رشته : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۳۹۵/۲/۳۰
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور نوبت **خرداد** ماه سال **۱۳۹۵**	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

۱ (نمره: ۱)



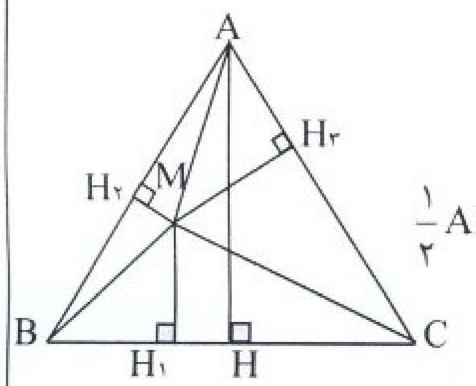
رسم شکل (۰/۲۵)

مرحله	۰	۱	۲	...	n
مساحت	۱	$\frac{۳}{۴}$	$\left(\frac{۳}{۴}\right)^۲$	...	$\left(\frac{۳}{۴}\right)^n$
		(۰/۲۵)	(۰/۲۵)		(۰/۲۵)

ص ۷

۲ (نمره: ۱)

فرض کنیم M نقطه ای دلخواه درون مثلث متساوی الاضلاع ABC باشد. از M به رأس های B، A و C وصل می کنیم.
اگر AH ارتفاع مثلث ABC و $MH_۱$ ، $MH_۲$ و $MH_۳$ فاصله های نقطهٔ M از سه ضلع مثلث باشد. (۰/۲۵)
آنگاه :



$$S_{\underset{ABC}{\Delta}} = S_{\underset{BMC}{\Delta}} + S_{\underset{AMB}{\Delta}} + S_{\underset{AMC}{\Delta}} \quad (۰/۲۵)$$

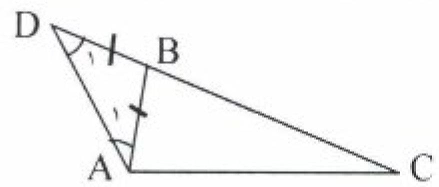
$$\frac{۱}{۲}AH \times BC = \frac{۱}{۲}MH_۱ \times BC + \frac{۱}{۲}MH_۲ \times AB + \frac{۱}{۲}MH_۳ \times AC \quad (۰/۲۵)$$

چون که $AB = AC = BC$ پس $AH = MH_۱ + MH_۲ + MH_۳$ (۰/۲۵)

بنابراین مجموع فواصل نقطهٔ M از اضلاع مثلث ، مقدار ثابت AH می باشد. ص۲۱

۳ (نمره: ۱/۲۵)

برهان : ضلع BC را از راس B امتداد می دهیم و به اندازهٔ AB روی آن جدا می کنیم تا نقطهٔ D به دست آید.
سپس D را به A وصل می کنیم. (۰/۲۵) بنا براین در مثلث ABD داریم:



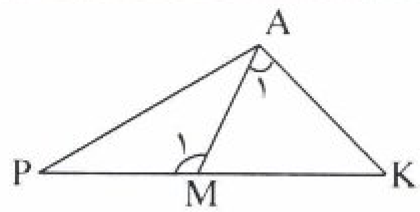
$$BD = AB \Rightarrow \hat{D}_۱ = \hat{A}_۱ \quad (۰/۲۵)$$

همچنین درمثلث ADC داریم:

$$DC = DB + BC \Rightarrow DC = AB + BC \quad (۰/۲۵)$$

با توجه به شکل $D\hat{A}C > \hat{A}_۱ = \hat{D}_۱$ (۰/۲۵) در نتیجه بنابر قضیه: $DC > AC$ (۰/۲۵) بنابراین $AB + BC > AC$ ص۲۵

۴ (نمره: ۱)



با توجه به قضیهٔ لولا (۰/۲۵)

$$A\overset{\Delta}{M}P, A\overset{\Delta}{M}K : \left.\begin{array}{l} PM = AK \\ AM = AM \\ \hat{M}_۱ > \hat{A}_۱ \end{array}\right\} \xrightarrow{(۰/۷۵)} AP > MK$$

ص۲۹

«ادامه در صفحهٔ دوم»

باسمه تعالی

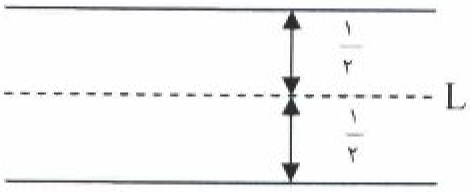
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **هندسه (۲)**	رشته : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان :۳۰ /۱۳۹۵/۲
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور نوبت **خرداد** ماه سال **۱۳۹۵**	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

۵ (نمره: ۰/۷۵)

مکان هندسی مطلوب دو خط راست به موازات خط L

و به فاصله $\frac{1}{2}$ از آن می باشد. (۰/۲۵) (رسم شکل (۰/۵))



ص۳۴

۶ (نمره: ۰/۵)

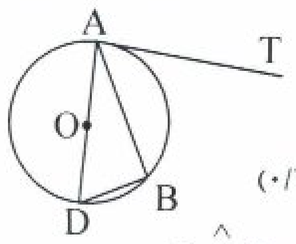
الف) گزینهٔ۳ (۰/۲۵) ص۵۳ ب) گزینهٔ۲ (۰/۲۵) ص۵۹

۷ (نمره: ۱/۲۵)

زاویهٔ ظلی $B\hat{A}T$ را در دایرهٔ به مرکز O در نظر می گیریم.

قطر AD از این دایره را رسم می کنیم و از D به نقطهٔ B وصل می نماییم.

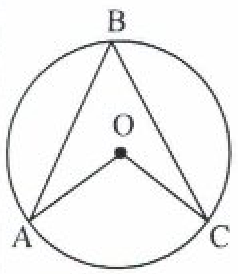
زاویهٔ $A\hat{B}D$ محاطی روبه رو به قطر مساوی 90° است. رسم شکل (۰/۲۵)



پس:(۱) (۰/۲۵) $A\hat{D}B + D\hat{A}B = 90^\circ$ ، از طرفی : (۲) (۰/۲۵) $D\hat{A}B + B\hat{A}T = 90^\circ$

از رابطه (۱) و(۲) نتیجه می شود: $B\hat{A}T = A\hat{D}B$ (۰/۲۵) اما می دانیم $A\hat{D}B = \frac{\overset{\frown}{AB}}{2}$ (۰/۲۵) پس : $B\hat{A}T = \frac{\overset{\frown}{AB}}{2}$ ص۶۰

۸ (نمره: ۱)

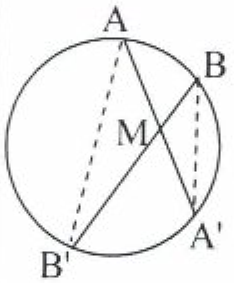


$$\begin{cases} A\hat{B}C = \frac{\overset{\frown}{AC}}{2} \\ A\hat{O}C = \overset{\frown}{AC} \end{cases} (0/5) \Rightarrow \alpha + 16 = \frac{3\alpha + 12}{2} \Rightarrow \alpha = 20 \, (0/25) \Rightarrow \begin{matrix} A\hat{B}C = 36^\circ \\ A\hat{O}C = 72^\circ \end{matrix} \, (0/25)$$

ص۶۷

۹ (نمره: ۱)

برهان: از A بهB' و از B به A' وصل می کنیم، دو مثلث AMB' و BMA' متشابه اند. (۰/۲۵) زیرا:



$$\begin{cases} A\hat{M}B' = A'\hat{M}B \\ \hat{A} = \hat{B} = \frac{\overset{\frown}{A'B'}}{2} \end{cases} (0/5) \Rightarrow \frac{MA}{MB} = \frac{MB'}{MA'} \, (0/25) \Rightarrow MA \times MA' = MB \times MB'$$

ص۷۴

۱۰ (نمره: ۰/۷۵)

$R = 2$

$R' = 3$ $\qquad TT' = \sqrt{d^2 - (R + R')^2}$ (۰/۲۵)

$d = 13$

ص۸۲

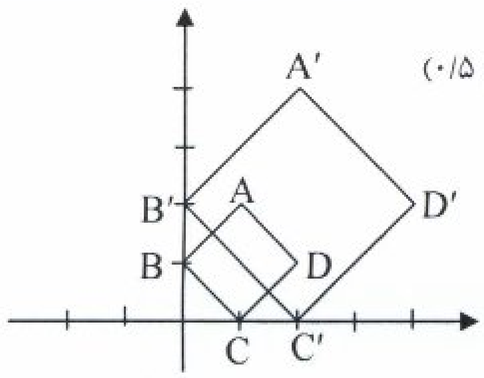
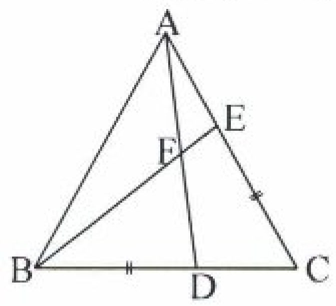
$$5x - 8 = \sqrt{13^2 - (2 + 3)^2}$$

$$5x - 8 = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12 \quad (0/25) \Rightarrow x = 4 \quad (0/25)$$

«ادامه در صفحهٔ سوم»

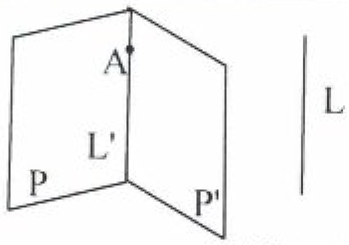
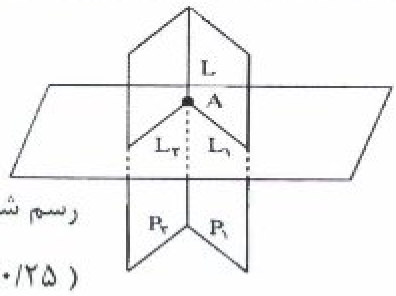
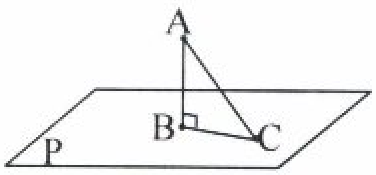
باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **هندسه (۲)**	رشته : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان :۳۰ /۱۳۹۵/۲
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور نوبت **خرداد ماه** سال **۱۳۹۵**	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۱	الف) اگر همهٔ رأسهای یک چند ضلعی روی یک دایره قرار داشته باشند ، آن چند ضلعی محاطی نامیده می شود .(۰/۵) ص۵۸ ب) تبدیلی که فاصلهٔ بین نقطه ها را حفظ کند ، ایزومتری نامیده می شود. (۰/۵) ص۸۹ ج) دو خط در فضا را که در یک صفحه قرار نمی گیرند ، دو خط متنافر، می نامیم .(۰/۵) ص۱۳۴	۱/۵
۱۲	$T(x,y)=(x+h,y+k) \qquad T(۳,-۱)=(۳+h,-۱+k)=(-۲,۱) \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow h=-۵ \quad (۰/۲۵), \quad k=۲ \quad (۰/۲۵)$ ص۹۴	۰/۷۵
۱۳	الف) $D(x,y)=(۲x,۲y)$ $\left\{\begin{array}{l} A(۱,۲)\to A'(۲,۴) \\ B(۰,۱)\to B'(۰,۲) \\ C(۱,۰)\to C'(۲,۰) \\ D(۲,۱)\to C'(۴,۲) \end{array}\right. \quad (۰/۵)$ ب) $\dfrac{S_{A'B'C'D'}}{S_{ABCD}}=k^۲=۴ \quad (۰/۲۵)$ رسم شکل(۰/۵)  ج) این تجانس ، انبساط است . (۰/۲۵) ص ۱۱۷	۱/۵
۱۴	$\left.\begin{array}{l} L: x+y-۳=۰ \Rightarrow m_۱=-۱ \\ L': x+y+۳=۰ \Rightarrow m_۲=-۱ \end{array}\right\} \Rightarrow m_۱=m_۲ \Rightarrow$ محورتقارن موازی با دوخط می باشد $\Rightarrow m=-۱ \ (۰/۲۵)$ $\left.\begin{array}{l} A(۰,۳)\in L \\ B(۰,-۳)\in L' \end{array}\right\} \Rightarrow M \left\vert \begin{array}{l} x_M=\dfrac{x_A+x_B}{۲}=\dfrac{۰}{۲}=۰ \\ y_M=\dfrac{y_A+y_B}{۲}=\dfrac{۰}{۲}=۰ \end{array}\right. (۰/۵) \Rightarrow y-y_M=m(x-x_M) \Rightarrow y=-x \ (۰/۲۵)$ ص ۱۲۲	۱
۱۵	می دانیم در مثلث متساوی الاضلاع محل برخورد نیمساز های زوایای داخلی، مرکز ثقل مثلث می باشد . بنابراین:  مرکز ثقل مثلث را مرکز دوران(۰/۲۵) و زاویهٔ ۱۲۰° را به عنوان زاویهٔ دوران در نظر می گیریم. (۰/۲۵) تحت این تبدیل خواهیم داشت: $\left.\begin{array}{r} A\to B \\ (BD=DE \text{ با توجه به فرض}) \Rightarrow D\to E \end{array}\right\} (۰/۲۵) \Rightarrow AD \to BE \ (۰/۲۵)$ چون دوران یک ایزومتری است ، پس: $AD=BE$ (۰/۲۵) ص ۱۲۶	۱/۲۵
	«ادامه در صفحهٔ چهارم»	

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **هندسه (۲)**	رشته : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان :۳۰ /۱۳۹۵/۲
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور نوبت **خرداد** ماه سال **۱۳۹۵**	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۶	الف) درست (۰/۲۵)ص۱۳۱ ب) نادرست (۰/۲۵) ص۱۳۸ ج) نادرست (۰/۲۵) ص۱۴۵ د) نادرست (۰/۲۵)ص۱۴۷ ه) درست (۰/۲۵) ص ۱۵۰	۱/۲۵
۱۷	فرض می کنیم خط L موازی دو صفحهٔ متقاطع P و 'P باشد. از یک نقطهٔ فصل مشترک مانند A خط 'L را موازی L رسم می کنیم.(۰/۲۵) چون خط L با صفحهٔ P موازی است ، خط 'L به تمامی در صفحهٔ P قرار دارد. (۰/۵) با استدلالی مشابه خط 'L به تمامی در صفحهٔ 'P قرار دارد.(۰/۲۵) پس 'L همان فصل مشترک دو صفحهٔ متقاطع P و 'P است که با خط L نیز موازی است. (۰/۲۵) ص۱۴۱  	۱/۲۵
۱۸	می توانیم از خط L بی شمار صفحه بگذرانیم.(۰/۲۵) دو صفحهٔ متمایز از این صفحه ها را P_1 و P_2 می نامیم. از نقطهٔ A در صفحهٔ P_1، خط L_1 را عمود بر L رسم می کنیم(۰/۲۵). به طور مشابه، از نقطهٔ A در صفحهٔ P_2 ، خط L_2 را عمود بر L رسم می کنیم. (۰/۲۵) خط های L_1 و L_2 متقاطع اند و خط L بر هر دوی آنها عمود است . طبق قضیهٔ اساسی تعامد ، خط L بر صفحهٔ گذرنده از L_1 و L_2 نیز عمود است. (۰/۲۵) این صفحه همان صفحهٔ مطلوب است. ص۱۵۲  رسم شکل (۰/۲۵)	۱/۲۵
۱۹	چون AB عمود بر صفحهٔ P است و C نقطهٔ دلخواهی روی صفحهٔ P می باشد ، پس : در صفحهٔ گذرنده از سه نقطهٔ غیر واقع بر خط راست A و B و C داریم : (۰/۲۵) $\overset{\Delta}{ABC}: \hat{C} < \hat{B}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow AB < AC$ (۰/۲۵) ص ۱۵۶  	۰/۷۵
	جمع نمره	۲۰

مصححین محترم: لطفا به راه حل های درست ومنطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منظور شود.