

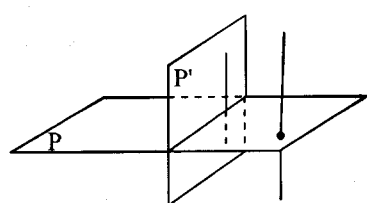
باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : هندسه (۲)	رشته : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۹۴/۶/۱۴	تعداد صفحه : ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در فوبت شهر یور ماه سال ۱۳۹۴			
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir			

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

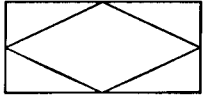
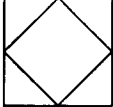
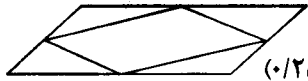
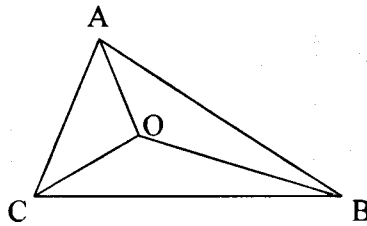
توجه : استفاده از ماشین حساب ساده ( دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد ) بلامانع است.		
۱	وسط ضلع های چهار ضلعی های زیر را به طور متوالی به هم وصل کنید و با استفاده از استدلال استقرایی ، ویژگی های شکل حاصل را حدس بزنید . الف) مستطیل ب) مربع ج) متوازی الاضلاع	۰/۷۵
۲	قضیه : ثابت کنید در هر مثلث نیمساز هر زاویه داخلی، ضلع روبرو به آن زاویه را به نسبت دو ضلع زاویه قطع می کند.	۱/۷۵
۳	ثابت کنید مجموع فاصله های هر نقطه داخل مثلث از سه رأس ، از نصف مجموع سه ضلع مثلث بزرگتر است .	۱/۲۵
۴	خط $d$ و نقطه $A$ غیر واقع بر آن ، داده شده اند. نقطه ای روی خط $d$ تعیین کنید که از نقطه $A$ به فاصله معلوم $R$ باشد. باتوجه به اندازه $R$ روی تعداد جواب های مسأله بحث کنید .	۱/۲۵
۵	قضیه: ثابت کنید در هر دایره ، قطر عمود بر وتر، آن وتر و کمان های نظیر آن وتر را نصف می کند.	۱
۶	اگر اندازه زاویه ظلی $ATX$ مساوی $(6 - 2\alpha)^\circ$ و اندازه کمان $\widehat{AT}$ برابر $(33 + 3\alpha)^\circ$ باشد ، مقدار $\alpha$ و اندازه زاویه $ATX$ را بیابید .	۱
۷	پاره خط $AB$ به طول $\sqrt{2}$ سانتی متر و کمان در خور زاویه $45^\circ$ روبه رو به این پاره خط مفروض است. شعاع دایره ای را که این کمان در خور بخشی از آن است و فاصله مرکز این دایره از پاره خط $AB$ را تعیین کنید.	۱
۸	عکس قضیه : ثابت کنید اگر دو پاره خط $AA'$ و $BB'$ در نقطه $M$ یکدیگر را طوری قطع کنند که $MA \times MA' = MB \times MB'$ آنگاه چهار نقطه $A, A', B, B'$ روی یک دایره اند .	۱/۲۵
۹	مقدار $a$ را چنان بیابید که اندازه مماس مشترک خارجی دو دایره به شعاع های ۸ و ۳ و خط مرکزین $d = 13$ ، برابر $3 - 5a$ باشد .	۰/۷۵
ادامه سؤالات در صفحه دوم»		

سؤالات امتحان نهایی درس : هندسه (۲)	رشته : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۹۴/۶/۱۴	تعداد صفحه : ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۴			
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir			

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
۱۰	واژه های زیر را تعریف کنید : الف) نگاشت ب) دو خط متناظر	۱
۱۱	مختصات نقطه ای را به دست آورید که تصویر آن تحت تبدیل $T(x, y) = (x, y-2)$ نقطه $(-3, 0)$ باشد.	۰/۷۵
۱۲	تبدیل $T(x, y) = (2x+1, 2y)$ را در نظر بگیرید: الف) تصویر نقاط $A(1, 2)$ و $B(0, 0)$ را تحت تبدیل $T$ به دست آورید. ب) طول $AB$ و تصویر آن را محاسبه کنید. ج) آیا تبدیل $T$ ایزومتر است؟ چرا؟	۱/۵
۱۳	معادله تصویر خط $L: 3x-2y=6$ تحت بازتاب نسبت به خط $y=-x$ را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۴	مثلث $ABC$ و مثلث $ECD$ متساوی الاضلاع هستند. با استفاده از تبدیل دوران ثابت کنید : $AD=BE$ و $\angle AFB = 60^\circ$	۱
۱۵	درستی یا نادرستی جملات زیر را تعیین کنید . الف) اگر چند صفحه در فضا روی دو خط، پاره خطهای متناظر متناسب ایجاد کرده باشند، لزوماً آن صفحه ها موازی هستند. ب) اگر خطی بر یکی از دو صفحه موازی عمود باشد، بر دیگری هم عمود است . ج) اگر سه خط در فضا دو به دو متقاطع باشند، لزوماً همبرسند . د) از هر نقطه خارج یک خط در فضا، یک و تنها یک خط به موازات آن خط می گذرد . ه) اگر خطی بر یکی از دو خط موازی عمود باشد، بر دیگری هم عمود است .	۱/۲۵
۱۶	قضیه: ثابت کنید اگر خط $L$ با یکی از خط های صفحه $P$ موازی باشد، آنگاه، خط $L$ با صفحه $P$ موازی است .	۱/۵
۱۷	از نقطه $A$ روی خط $L$ ، صفحه ای بر خط $L$ عمود کنید. (روش رسم را توضیح دهید)	۱
۱۸	اگر دو صفحه $P$ و $P'$ بر هم عمود باشند، ثابت کنید هر خط عمود بر صفحه $P$ با صفحه $P'$ موازی است .	۰/۷۵
		
	موفق باشید	جمع نمره
	۲۰	

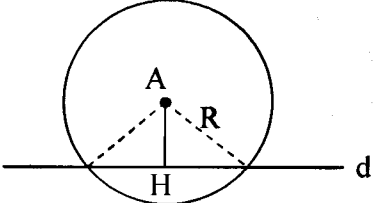
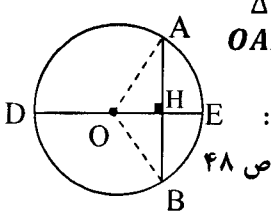
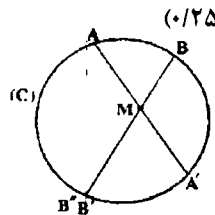
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۳۹۴/۶/۱۴
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت شهریورماه سال ۱۳۹۴	مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	<p>(الف) لوزی (۰/۲۵)</p>  <p>(ب) مربع (۰/۲۵)</p>  <p>(ج) متوازی الاضلاع (۰/۲۵)</p>  <p>ص ۵</p>	۰/۷۵
۲	<p>برهان : فرض کنیم AD نیمساز داخلی زاویه A باشد ضلع های BA و BC را امتداد می دهیم و از راس C خطی به موازات نیمساز زاویه A (یعنی AD) رسم می کنیم تا امتداد BA را در E قطع کند. (۰/۲۵)</p> <p>چون AD موازی CE است ، اگر AC را به عنوان خط مورب در نظر بگیریم آنگاه : (۱) <math>\hat{A}_1 = \hat{C}_1</math> (۰/۲۵)</p> <p>و اگر BE را به عنوان خط مورب آنها در نظر بگیریم آنگاه : (۲) <math>\hat{A}_2 = \hat{E}_1</math> (۰/۲۵)</p> <p>از طرفی طبق فرض مسئله ، AD نیمساز است در نتیجه : (۳) <math>\hat{A}_1 = \hat{A}_2</math> ، حال از رابطه های (۱)، (۲) و (۳) می توان نتیجه گرفت : <math>\hat{C}_1 = \hat{E}_1</math> (۰/۲۵) ، پس مثلث AEC متساوی الساقین است و (۴) <math>AE = AC</math> (۰/۲۵) ، در مثلث BEC ، AD موازی EC است ، پس طبق قضیه ی تالس داریم : (۵) <math>\frac{AB}{AE} = \frac{BD}{DC}</math> (۰/۲۵) ، با توجه به رابطه ی (۴) اگر در رابطه ی (۵) به جای AE مساوی آن AC را جایگزین کنیم ، خواهیم داشت : (۰/۲۵) <math>\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}</math> که حکم ثابت می شود. ص ۱۳</p>	۱/۷۵
۳	<p><math>\triangle AOB : OA + OB &gt; AB</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>\triangle AOC : OA + OC &gt; AC</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>\triangle BOC : OB + OC &gt; BC</math> (۰/۲۵)</p>  <p>از جمع سه نا مساوی بالا داریم:</p> $2(OA + OB + OC) > AB + AC + BC \rightarrow OA + OB + OC > \frac{AB + AC + BC}{2}$ <p>(۰/۲۵)</p> <p>ص ۲۹</p>	۱/۲۵
	«ادامه در صفحه دوم»	

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۶/۱۴
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت شهریورماه سال ۱۳۹۴	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۴	<p>دایره ای به شعاع R و به مرکز A را رسم می کنیم (۰/۲۵). محل برخورد دایره با خط d جواب مسأله است. (۰/۲۵)</p> <p>فرض می کنیم عمود AH فاصله نقطه A از خط d باشد.</p> <p><math>AH &gt; R</math> مسأله جواب ندارد (۰/۲۵)</p> <p><math>AH = R</math> مسأله یک جواب دارد. (۰/۲۵)</p> <p><math>AH &lt; R</math> مسأله دو جواب دارد. (۰/۲۵)</p>	 <p>ص ۴۲</p>
۵	<p>برهان: از مرکز دایره به نقاط A و B وصل می کنیم. (۰/۲۵) در مثلث متساوی الساقین OAB</p> <p>می دانیم ارتفاع OH نیمساز رأس O (۰/۲۵) و میانه ضلع AB نیز است. (۰/۲۵) بنابراین:</p> <p><math>AH = HB</math> و <math>\widehat{AOE} = \widehat{BOE}</math> بنابراین: <math>\widehat{AE} = \widehat{BE}</math> (۰/۲۵).</p>	 <p>ص ۴۸</p>
۶	<p>چون اندازه هر زاویه ظلی مساوی نصف اندازه کمان رو به روی آن است: (۰/۲۵) پس داریم:</p> $\widehat{ATX} = \frac{AT}{r} \rightarrow 2\alpha - 6 = \frac{3\alpha + 33}{2} \quad (۰/۲۵) \rightarrow \alpha = 45^\circ$ <p><math>\Rightarrow \widehat{ATX} = 84^\circ \quad (۰/۲۵)</math></p>	ص ۶۱
۷	<p><math>R = \frac{a}{2 \sin \alpha} \Rightarrow R = \frac{\sqrt{2}}{2 \sin 45} = 1 \quad (۰/۲۵)</math></p> <p><math>OH = R  \cos \alpha  \Rightarrow OH =  \cos 45  = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (۰/۲۵)</math></p>	ص ۶۵
۸	<p>بر سه نقطه A، B و A' یک دایره می گذرانیم (دایره C) اگر این دایره از نقطه B' بگذرد، حکم ثابت است (۰/۲۵). اما اگر این دایره از B' نگذرد، خط MB را در نقطه دیگری مانند B'' قطع خواهد کرد. در این صورت خواهیم داشت:</p> <p><math>MA \times MA' = MB \times MB'' \quad (۰/۲۵)</math></p> <p>از مقایسه این رابطه با فرض قضیه، نتیجه می شود <math>MB' = MB''</math> (۰/۲۵) و این نشان میدهد که B'' بر B' منطبق است (۰/۲۵) یعنی دایره ای که بر سه نقطه A، B و A' گذشته است، از نقطه B' نیز می گذرد. پس چهار نقطه A، B، A' و B' روی یک دایره واقع هستند. ص ۷۵</p>	 <p>رسم شکل (۰/۲۵)</p>
	«ادامه در صفحه سوم»	

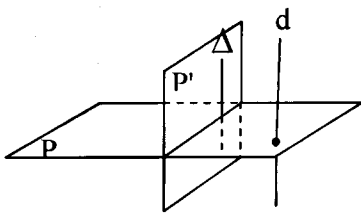
باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۴ / ۶ / ۱۳۹۴
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت شهریورماه سال ۱۳۹۴	مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۹	$R = 3 \quad TT' = \sqrt{d^2 - (R - R')^2} \quad (0/25)$ $R' = 8 \quad \Delta a - 3 = \sqrt{13^2 - (8 - 3)^2} \quad (0/25)$ $d = 13 \quad \Delta a - 3 = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12 \Rightarrow a = 3 \quad (0/25)$	۰/۷۵
۱۰	<p>الف) یک نگاهت از D به R، یک عمل نظیر سازی است که به هر عضو مجموعه D یک و تنها یک عضو از مجموعه R را نظیر می کند. (۰/۵) ص ۸۴</p> <p>ب) دو خط در فضا را که در یک صفحه قرار نمی گیرند، دو خط متناظر می نامیم. (۰/۵) ص ۱۳۴</p>	۱
۱۱	$T(x, y) = (x, y - 2) = (-3, 0) \quad (0/25)$ $\Rightarrow x = -3 \quad (0/25), \quad y = 2 \quad (0/25)$	۰/۷۵
۱۲	$T(x, y) = (2x + 1, 2y)$ <p>الف) <math>\begin{cases} A(1, 2) \xrightarrow{T} A'(3, 4) \\ B(0, 0) \xrightarrow{T} B'(1, 0) \end{cases} \quad (0/5)</math></p> <p>ب) <math> AB  = \sqrt{(1-0)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{5} \quad (0/25)</math>  <math> A'B'  = \sqrt{(3-1)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \quad (0/25)</math>  <math>\Rightarrow  AB  \neq  A'B'  \quad (0/25)</math>  <p>ج) تحت این دوران طول پاره خط ها ثابت نمی ماند. پس ایزو متری نیست. (۰/۲۵) ص ۸۸</p> </p>	۱/۵
۱۳	$L: 3x - 2y = 6$ $T(x, y) = (-y, -x) \quad (0/25)$ $A(0, -3) \xrightarrow{R} A'(3, 0) \quad (0/25)$ $B(2, 0) \xrightarrow{R} B'(0, -2) \quad (0/25)$ $m' = \frac{-2-0}{0-(-3)} = \frac{2}{3} \quad (0/25) \Rightarrow L': y-0 = \frac{2}{3}(x-3) \quad (0/25) \Rightarrow y = \frac{2}{3}x - 2$	۱/۲۵
	«ادامه در صفحه چهارم»	

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۳۹۴/۶/۱۴
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت شهریورماه سال ۱۳۹۴	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۴	تحت یک دوران $60^\circ$ حول نقطه C (۰/۲۵)، مثلث ACD روی مثلث BCE تصویر می شود. (۰/۲۵) بنابراین $AD \rightarrow BE$ (۰/۲۵) و ضلع BE را با زاویه $60^\circ$ قطع می کند، پس $\hat{AFB} = 60^\circ$ (۰/۲۵) و چون طول تحت دوران حفظ می شود پس $AD = BE$ (۰/۲۵). ص ۱۲۵	۱
۱۵	الف) نادرست (۰/۲۵) ص ۱۴۵ ب) درست (۰/۲۵) ص ۱۵۴ ج) نادرست (۰/۲۵) ص ۱۳۸ د) درست (۰/۲۵) ص ۱۳۶ ه) درست (۰/۲۵) ص ۱۴۶	۱/۲۵
۱۶	اگر خط L در صفحه P باشد حکم برقرار است. (۰/۲۵) فرض کنیم خط L در صفحه P قرار ندارد. اگر $L'$ خطی از صفحه P باشد که با L موازی است، L و $L'$ متمایزند. صفحه ای را که از این دو خط موازی می گذرد $P'$ می نامیم. (۰/۲۵) فصل مشترک دو صفحه P و $P'$ همان خط $L'$ است. (۰/۲۵) اگر خط L صفحه P را قطع کند محل تقاطع روی فصل مشترک این دو صفحه قرار دارد، (۰/۲۵) یعنی دو خط L و $L'$ متقاطع خواهند شد که خلاف فرض است. (۰/۲۵) پس خط L صفحه P را قطع نمی کند و با آن موازی است. (۰/۲۵) ص ۱۴۰	۱/۵
۱۷	الف) می توانیم از خط L بی شمار صفحه بگذرانیم. (۰/۲۵) دو صفحه متمایز از این صفحه ها را $P_1$ و $P_2$ می نامیم. از نقطه A در صفحه $P_1$ خط $L_1$ را عمود بر L رسم می کنیم (۰/۲۵). به طور مشابه، از نقطه A در صفحه $P_2$ خط $L_2$ را عمود بر L رسم می کنیم. (۰/۲۵) خط های $L_1$ و $L_2$ متقاطع اند. و خط L بر هر دوی آنها عمود است. طبق قضیه اساسی تعامد، خط L بر صفحه گذرنده از $L_1$ و $L_2$ نیز عمود است. (۰/۲۵) این صفحه همان صفحه مطلوب است. ص ۱۵۲	۱
۱۸	فرض کنیم $P \perp P'$ و $d \perp P$ باشد. چون $P \perp P'$ پس خطی مانند $\Delta$ در صفحه $P'$ قرار دارد به طوری که $\Delta \perp P$ باشد (۰/۲۵) داریم: $\begin{cases} \Delta \perp P \\ d \perp P \end{cases} \Rightarrow d \parallel \Delta \quad (۰/۲۵) \Rightarrow d \parallel P' \quad (۰/۲۵)$  ص ۱۵۷	۰/۷۵
	جمع نمره	۲۰

مصححین محترم: لطفا به راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منظور شود.