

ساعت شروع: ۸ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تعداد صفحه: ۲	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی- فیزیک	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.gov.ir">http://aee.medu.gov.ir</a>			دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲

ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی و رادیکال) مجاز است.

### سوالات فصل اول

۱	ماتریس‌های $A = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 8 & 3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} x+1 & y+2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه مقادیر $x$ و $y$ را به دست آورید.	۰/۵
۲	ماتریس $A = \begin{bmatrix} a_{ij} \end{bmatrix}_{3 \times 3}$ معرفی شده است، مقدار $k$ را طوری پیدا کنید که رابطه $k kA  = 625$ برقرار باشد.	۱/۲۵
۳	در تساوی ماتریسی $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ، ماتریس $A$ را به دست آورید.	۱/۲۵
۴	اگر $A = \begin{bmatrix}  A  & 0 & 1 \\ 1 &  A  & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، مقدار $ A $ را بیابید.	۱

### سوالات فصل دوم

۵	الف) مکان هندسی نقاطی که از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله‌اند، ..... آن زاویه است. ب) <u>بیضی</u> مکان هندسی نقاطی از یک صفحه است که از یک خط ثابت در آن صفحه و از یک نقطه ثابت غیر واقع بر آن خط در آن صفحه به یک فاصله باشد. (درست - نادرست)	۰/۵
۶	معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن بوده و بر خط $-3x + y = 1, 0$ مماس باشد.	۰/۷۵
۷	مقدار $C$ را چنان بیابید که دایره $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 2$ بر دایره $x^2 + y^2 - 2x + 2y + C = 0$ مماس باشد.	۱/۷۵
۸	در شکل روبرو دو نقطه $A$ و $B$ روی بیضی با کانون‌های $F'$ و $F$ قرار دارند. اگر $AF' = BF$ و همچنین $AF = BF'$ یکدیگر را درون بیضی در نقطه‌ای مانند $M$ قطع کنند، نشان دهید: مثلث $FMF'$ متساوی الساقین است و $M$ روی قطر کوچک بیضی قرار دارد.	۱/۵
۹	در شکل روبرو نقطه $M$ روی بیضی با کانون‌های $F'$ و $F$ قرار دارد، به طوری که $MF = 8$ و $MF' = 6$ . اگر خروج از مرکز بیضی $\frac{1}{7}$ باشد، اندازه <u>نصف قطر کوچک</u> بیضی را به دست آورید.	۱/۲۵
	ادامه سوالات در صفحه دوم	

ساعت شروع: ۸ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تعداد صفحه: ۲	نام و نام خانوادگی: رشته: ریاضی- فیزیک	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز آرزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.gov.ir">http://aee.medu.gov.ir</a>			دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲

ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
۱۰	سهمی با رأس A(۱,۲) و کانون F(۱,-۲) مفروض است. معادله سهمی و خط هادی آن را بنویسید.	۱/۵
۱۱	اگر اندازه گودی(عمق) یک دیش مخابراتی دو برابر شود، فاصله کانونی این دیش چه تغییری می کند؟ (با ارائه راه حل)	۰/۷۵
سوالات فصل سوم		
۱۲	شکل کلی (نمودار) مربوط به روابط $x^2 + y^2 - 2x \leq 0$ را در فضای دو بعدی رسم کنید.	۰/۷۵
۱۳	<p>الف) در فضای سه بعدی، نمودار مربوط به معادلات <math>\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}</math> خطی موازی محور ..... است.</p> <p>ب) حاصل عبارت <math>\vec{i} \times (\vec{i} \times \vec{j})</math> برابر صفر است. (درست - نادرست)</p> <p>پ) زاویه بین بردارهای غیر صفر <math>\vec{a}</math> و <math>\vec{b}</math>، برابر <math>\theta</math> است. در کدامیک از موارد زیر حاصل ضرب داخلی آنها بیشترین مقدار را دارد.</p> <p><math>\theta = \frac{\pi}{3}(4)</math>      <math>\theta = \frac{\pi}{2}(3)</math>      <math>\theta = \frac{2\pi}{3}(2)</math>      <math>\theta = 0(1)</math></p> <p>ت) کدامیک از بردارهای زیر، بر راستای دو بردار <math>\vec{a}</math> و <math>\vec{b}</math> عمود نیست.</p> <p><math>\vec{b} \times \frac{\sqrt{2}}{5} \vec{a}(4)</math>      <math>2\vec{a} + 3\vec{b}(3)</math>      <math>\vec{a} \times \vec{b}(2)</math>      <math>\sqrt{3}\vec{a} \times (-\frac{\sqrt{3}}{3}\vec{b})(1)</math></p>	۱/۵
۱۴	نقطه A به ارتفاع ۳ روی محور Z ها و نقطه B(۱,۰,۰) در فضا مفروض اند. فاصله مختصات وسط AB تا مبدأ مختصات را حساب کنید.	۰/۷۵
۱۵	<p>نشان دهید: تصویر قائم بردار <math>\vec{a}</math> روی بردار <math>\vec{b}</math> برابر <math>\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \vec{b}</math> است.</p>	۱/۲۵
۱۶	بردارهای $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j}$ و $\vec{c} = \vec{i} + \vec{k}$ بر سه یال یک متوازی السطوح منطبق هستند. اگر قاعده این متوازی السطوح توسط بردارهای $\vec{b}$ و $\vec{c}$ تولید شود، اندازه ارتفاع وارد بر این وجه را محاسبه کنید.	۱/۲۵
۱۷	زاویه بین دو بردار $\vec{a} = (2, -1, 2)$ و $\vec{b} = (1, 0, -1)$ را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۸	بردار $\vec{a} = (4, -4, 2)$ مفروض است. بردار $\vec{b}$ غیرهمجهت با $\vec{a}$ و به طول ۱۲ را طوری بیابید که $\vec{a} \times \vec{b} = 0$ باشد.	۱/۲۵
۲۰	مجموع نمره	موفق و سربلند باشید

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک
تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.gov.ir">http://aee.medu.gov.ir</a>		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داولطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۲

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$x = 2 \quad (0 / 25) , \quad y = -1 \quad (0 / 25)$	۰/۵
۲	$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (0 / 25) \Rightarrow  A  = 1 \quad (0 / 25)$ $k kA  = k \underbrace{(k^3  A )}_{(0 / 25)} = k^4 \times 1 = 625 \Rightarrow k = \pm 5 \quad (0 / 25)$	۱/۲۵
۳	$\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow$ $A = \underbrace{\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}^{-1}}_{(0 / 25)} \underbrace{\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}}_{(0 / 5)} = \frac{1}{15 - 14} \underbrace{\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -7 & 5 \end{bmatrix}}_{(0 / 5)} \underbrace{\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}}_{(0 / 5)} = \begin{bmatrix} -7 & 4 \\ 17 & -9 \end{bmatrix} \quad (0 / 5)$	۱/۲۵
۴	$ A  =  A ( A  - 2) + 1(2) \underbrace{\Rightarrow  A ^2 - 3 A  + 2 = 0}_{(0 / 5)} \Rightarrow \begin{cases}  A  = 1 \quad (0 / 5) \\  A  = 2 \quad (0 / 5) \end{cases}$	۱
۵	الف) نیمساز $(0 / 25)$ ب) نادرست $(0 / 25)$ ص ۵۱      ص ۳۹	۰/۵
۶	روش اول: $OH = \frac{ 1+3 }{\sqrt{1^2 + 0^2}} = 4 \quad (0 / 25) , \quad OH = R \quad (0 / 25) , \quad (x-1)^2 + y^2 = 16 \quad (0 / 25)$ روش دوم: با استفاده از رسم شکل و پیدا کردن شعاع (۵ نمره) و نوشتن معادله دایره (۰/۲۵)	۰/۷۵
۷	$(x+1)^2 + (y-1)^2 = 2 \Rightarrow O'(-1, 1) , \quad r' = \sqrt{2} \quad (0 / 5)$ $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 2 - c \Rightarrow O(1, -1) , \quad r = \sqrt{2-c} \quad (0 / 5)$ $OO' = 2\sqrt{2} \quad (0 / 25)$ $OO' = r + r' \xrightarrow{(0 / 25)} 2\sqrt{2} = \sqrt{2} + \sqrt{2-c} \Rightarrow c = 0 \quad (0 / 25)$	۱/۷۵

«ادامه در صفحه دوم»

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داولطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۲	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۸	<p>نقاط A و B روی بیضی قرار دارد، با توجه به تعریف بیضی:</p> $\underbrace{AF + AF'}_{(۰/۲۵)} = ۲a = \underbrace{BF + BF'}_{(۰/۲۵)} \xrightarrow{AF=BF} AF = BF' \quad (۰/۲۵)$ <p>دو مثلث <math>AFF'</math> و <math>BFF'</math> بنا به حالت <math>(AF=BF', AF'=BF, FF'=FF')</math> برابری سه ضلع همنهشت هستند <math>(۰/۵)</math>، نتیجه دو زاویه <math>\hat{AFF}' = \hat{BF'F}</math> متساوی الساقین است و <math>MF = MF'</math> <math>(۰/۲۵)</math>، <math>MFF' = BFF'</math> <math>(۰/۲۵)</math> متساوی الساقین است و <math>M</math> روی عمود منصف پاره خط <math>AFF'</math> (قطر کوچک بیضی) است. <math>(۰/۲۵)</math></p>	۱/۵
۹	<p> نقطه M روی بیضی قرار دارد، بنا به تعریف بیضی:</p> $MF + MF' = ۲a = ۱۴ \Rightarrow a = ۷ \quad (۰/۵)$ $\frac{c}{a} = \frac{۱}{۷} \xrightarrow{a=۷} c = ۱ \quad (۰/۲۵)$ $a^r = b^r + c^r \xrightarrow{(۰/۲۵)} b = ۴\sqrt{۳} \quad (۰/۲۵)$	۱/۲۵
۱۰	<p>با توجه به جایگاه کانون و معادله خط هادی، سهمی قائم و دهانه آن به سمت پایین می‌باشد. <math>(۰/۲۵)</math></p> <p>فاصله کانونی سهمی برابر با <math>a = AF = ۴</math> است. <math>(۰/۲۵)</math></p> <p>معادله آن برابر است با: <math>(x-1)^2 = -۱۶(y-2)</math> <math>(۰/۵)</math></p> <p>معادله خط هادی سهمی <math>y = 6</math> است <math>(۰/۵)</math></p>	۱/۵
۱۱	<p>نصف می‌شود <math>(۰/۲۵)</math> ص ۵۹</p> $\frac{a'}{a} = \frac{\frac{b^r}{4(2h)}}{\frac{b^r}{4h}} = \frac{1}{2} \quad (۰/۵)$	۰/۷۵
۱۲	<p>رسم نمودار سهمی <math>(۰/۰)</math>، رسم خط چین <math>(۰/۲۵)</math>، مشخص کردن ناحیه محصور <math>(۰/۲۵)</math></p> <p>ص ۶۳</p>	۰/۷۵

«ادامه در صفحه سوم»

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داولطلیبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۲	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۳	الف) $Z$ ها $(0/5)$ ص ۶۷ ب) درست $(0/5)$ ص ۸۱ پ) گزینه ۱ $(0/25)$ ص ۸۰ و ۸۱ ت) گزینه ۳ $(0/25)$ ص ۸۲ و ۸۱	۱/۵
۱۴	مختصات نقطه $A(0,0,3)$ ، مختصات وسط $AB$ برابر با $M\left(\frac{1}{2}, 0, 2\right)$ و فاصله تا مبدأ مختصات $\frac{\sqrt{17}}{2}$ است . ص ۶۶	$0/25$
۱۵	روش اول: بردار $\vec{a}'$ با بردار $\vec{b}$ موازی است، $(\vec{a} - \vec{a}') \perp \vec{b} \Rightarrow (\vec{a} - \vec{a}') \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} - (\vec{b} \cdot \vec{b}) = 0 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = k \vec{b}^2$ روش دوم: در مثلث قائم الزاویه، زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را $\theta$ می‌نامیم ، $\cos \theta = \frac{ \vec{a}' }{ \vec{a} } \Rightarrow  \vec{a}'  =  \vec{a}  \cos \theta$ $\vec{a}' = k \vec{b} \Rightarrow  \vec{a}'  = k  \vec{b}  \Rightarrow k = \frac{ \vec{a}' }{ \vec{b} } = \frac{ \vec{a}  \cos \theta}{ \vec{b} } = \frac{ \vec{b}   \vec{a}  \cos \theta}{ \vec{b} ^2} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \xrightarrow{\vec{a}' = k \vec{b}} \vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \vec{b}$	۱/۲۵
۱۶	حجم متوازی السطوح برابر با حاصل ضرب ارتفاع در مساحت قاعده است $(0/25)$ حجم متوازی السطوح برابر $ \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})  =  (1, 1, 0) \cdot (1, 1, -1)  = 2$ است $(0/5)$ مساحت قاعده این متوازی السطوح که توسط بردارهای $\vec{b}$ و $\vec{c}$ تولید می‌شود برابر با: $ \vec{b} \times \vec{c}  = \sqrt{3}$ است $(0/25)$ در نتیجه: $h = \frac{ \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) }{ \vec{b} \times \vec{c} } = \frac{2}{\sqrt{3}}$ $(0/25)$	۱/۲۵

«ادامه در صفحه چهارم»

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.gov.ir">http://aee.medu.gov.ir</a>	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داولطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۲		
نمره	راهنمای تصحیح		ردیف
۱/۲۵	$\text{ص} ۷۸ \vec{a} \cdot \vec{b} =  \vec{a}   \vec{b}  \cos \theta \xrightarrow{(۰/۲۵)} ۳ = ۳\sqrt{۲} \cos \theta \xrightarrow{(۰/۵)} \cos \theta = \frac{۱}{\sqrt{۲}} \xrightarrow{(۰/۲۵)} \theta = ۴۵^\circ (۰/۲۵)$		۱۷
۱/۲۵	$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0} \Rightarrow \vec{b} \parallel \vec{a} \xrightarrow{(۰/۲۵)} \vec{b} = (4k, -4k, 2k) (۰/۲۵)$ $ \vec{b}  = 6 \quad  k  = 12 \xrightarrow{(۰/۲۵)} k = \pm 2 \xrightarrow{(۰/۲۵)} k = -2 \Rightarrow \vec{b} = (-8, 8, -4) (۰/۲۵)$		۱۸
۲۰	"پیروز باشید"		