

سؤالات امتحان هماهنگ درس: ریاضیات گسسته	رشته: علوم ریاضی	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دوره ی پیش دانشگاهی « ۱۵ نمره ای »	تاریخ امتحان: ۱۷ / ۱۰ / ۱۳۸۶		
دانش آموزان مجتمع های تطبیقی دختران و پسران تهران در نیم سال اول سال ۱۳۸۶ - ۸۷		اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	گراف $G(V, E)$ که $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$ و $E = \{v_1v_2, v_1v_3, v_2v_3, v_3v_4, v_3v_5, v_4v_5, v_4v_6, v_5v_6\}$ را در نظر بگیرید. الف) نمودار این گراف را رسم کنید. ب) تمام دورهای این گراف را مشخص کنید. ج) آیا این گراف همیلتنی است؟ چرا؟	۲
۲	چند گراف ۳ - منتظم از مرتبه ۱۵ وجود دارد؟ چرا؟	۰/۷۵
۳	ثابت کنید اگر G درختی با p رأس و q یال باشد آن گاه $p = q + 1$.	۰/۷۵
۴	الف) ثابت کنید حاصل جمع دو عدد صحیح زوج، زوج است. ب) نشان دهید اگر $(a, b) = 1$ و $c a + b$ آن گاه $(c, a) = 1$.	۱/۵
۵	کوچکترین مضرب مشترک دو عدد a و b یعنی $[a, b]$ را تعریف کرده و سپس $[۳۶, ۵۶]$ را به دست آورید.	۱
۶	باقیمانده تقسیم عدد $۲^{۳۰}$ بر ۷ را به دست آورید.	۱
۷	معادله ی سیاله ی $۲۰۰x + ۵۰۰y = ۵۱۰۰$ را در Z حل کنید.	۱
۸	مجموعه ی $A = \{-۲, ۰, ۲, ۱, ۳\}$ و رابطه ی R روی A به صورت $R = \{(-۲, ۲), (۰, ۰), (۲, ۲), (۱, ۱), (۳, ۳)\}$ تعریف شده است. الف) گراف جهت دار متناظر با R را رسم کنید. ب) با استفاده از گراف جهت دار متناظر R ، تحقیق کنید R پاد متقارن است یا خیر؟	۱/۵
۹	چند عدد طبیعی کوچکتر یا مساوی ۱۰۵ وجود دارند که نسبت به آن اولند؟	۰/۵
۱۰	تعداد جوابهای صحیح و نامنفی معادله ی $x_1 + x_2 + x_3 = ۷$ با شرط $x_i \geq ۱$ را پیدا کنید.	۱
	« ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم » دانلود نمونه سؤالات از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir	

باسمه تعالی

سؤالات امتحان هماهنگ درس: ریاضیات گسسته	رشته: علوم ریاضی	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دوره ی پیش دانشگاهی « ۱۵ نمره ای »	تاریخ امتحان: ۱۷ / ۱۰ / ۱۳۸۶		
دانش آموزان مجتمع های تطبیقی دختران و پسران تهران در نیم سال اول سال ۱۳۸۶ - ۸۷		اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

ردیف	سؤالات	نمره								
۱۱	<p>سکه ای همگن را سه بار می اندازیم اگر A پیشامد رخ دادن پشت در پرتاب سوم و B پیشامد رخ دادن دقیقاً دو پشت در سه پرتاب باشد.</p> <p>الف) $P(A)$ و $P(B)$ را محاسبه کنید. ب) آیا دو پیشامد A و B مستقلند؟</p>	۱/۵								
۱۲	<p>سه ظرف همانند داریم اولین ظرف شامل ۵ مهره ی سفید و ۱۱ مهره ی سیاه است. دومین ظرف شامل ۳ مهره ی سفید و ۹ مهره ی سیاه است و سومین ظرف تنها شامل مهره های سفید است با چشم بسته یکی از سه ظرف را انتخاب و از آن مهره ای در می آوریم احتمال اینکه مهره سفید باشد چقدر است؟</p>	۱/۵								
۱۳	<p>جدول توزیع احتمال متغیر تصادفی X به صورت زیر است مقدار a را به دست آورید.</p> <table><tr><td>x_i</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr><tr><td>p_i</td><td>$2a$</td><td>$3a$</td><td>$\frac{1}{6}$</td></tr></table>	x_i	۱	۲	۳	p_i	$2a$	$3a$	$\frac{1}{6}$	۱
x_i	۱	۲	۳							
p_i	$2a$	$3a$	$\frac{1}{6}$							
	<p>« موفق باشید »</p> <p>جمع نمره</p>	۱۵								
<p>دانلود نمونه سوالات از سایت ریاضی سرا</p> <p>www.riazisara.ir</p>										

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان هماهنگ درس: ریاضیات گسسته	رشته: علوم ریاضی	ساعت شروع: ۱۰ صبح
دوره ی پیش دانشگاهی « ۱۵ نمره ای »	تاریخ امتحان: ۱۷ / ۱۰ / ۱۳۸۶	
دانش آموزان مجتمع های تطبیقی دختران و پسران تهران در نیم سال اول سال ۸۷ - ۱۳۸۶	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	الف) ب) $v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6$ و $v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6$ و $v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6$ ج) هیپوتنی نسبت زیر درری که شامل تمام رؤوس باشد ندارد. (۵)	۷۵٪
۲	درگراف ۳- منتظم درجه ای تمام رؤوس ۳ می باشد یعنی ۱۵ رأس از درجه ای ۳ داریم درحالتی طبق قضیه تعداد رؤوس از درجه ای فرد، زوج می باشد یعنی گراف ۳- منتظم مرتبه ۱۵ وجود ندارد. (۲۵) (۲۵) $(2P = 29 \rightarrow 3 \times 15 \neq 29)$	۷۵٪
۳	با استقراء بر P قضیه را ثابت می کنیم. شروع استقراء: اگر $P=1$ آنگاه $q=0$ داریم $P=q+1$. فرض استقراء: قضیه در مورد هر درختی با K رأس ($K \geq 1$) درست است. (۲۵) حکم استقراء: G درختی با $K+1$ رأس دارای K یال می باشد. (۲۵) اثبات: بنابه قضیه ای هر درخت G حداقل یک رأس درجه ای یک دارد با حذف این رأس دیال مربوط به آن درختی از مرتبه ای K ایجاد می شود که طبق فرض استقراء دارای $K-1$ یال می باشد که با در نظر گرفتن رأس حذف شده دیال مربوط به آن درختی از مرتبه ای $K+1$ یا K یال داریم. (۲۵)	۷۵٪

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان هماهنگ درس: ریاضیات گسسته	رشته: علوم ریاضی	ساعت شروع: ۱۰ صبح
دوره ی پیش دانشگاهی « ۱۵ نمره ای »	تاریخ امتحان: ۱۷ / ۱۰ / ۱۳۸۶	
دانش آموزان مجتمع های تطبیقی دختران و پسران تهران در نیم سال اول سال ۸۷ - ۱۳۸۶	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

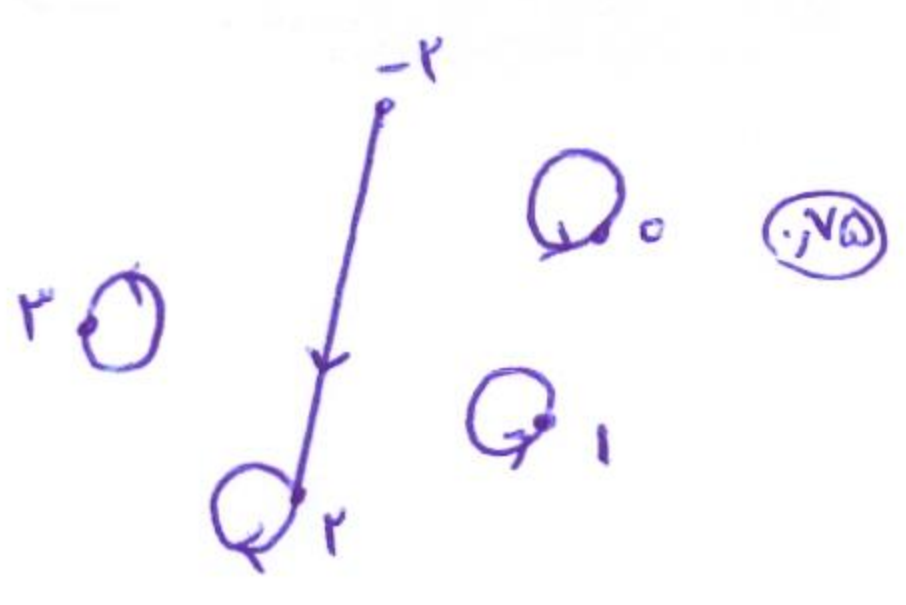
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۴	<p>الف) دو عدد زوج $2K$ و $2K'$ را در نظریه بیرم</p> <p>ب) $(a, b) = 1 \xrightarrow{\text{بزرگ}} ma + nb = 1$ (۲۵) I و $c a + b \rightarrow a + b = cq$ (۲۵)</p> <p>$\text{I, II} \Rightarrow ma + n(cq - a) = 1 \Rightarrow (m - n)a + (nq)c = 1$ (۲۵)</p> <p>$\xrightarrow{\text{بزرگ}} (a, c) = 1$ (۲۵)</p> <p>$2K + 2K' = 2(K + K') = 2K'$ (۲۵)</p>	۱/۵
---	--	-----

۵	<p>عدد m را کوچکترین مضرب مشترک a و b نوشتن هرگاه m مضرب مشترک a و b باشد داریم $a c$ و $b c$ یعنی c مضرب مشترک a و b باشد آنگاه $m \leq c$ باشد (۲۵)</p> <p>$36 = 2^2 \times 3^2$ و $54 = 2^3 \times 3^2 \times 7$ (۲۵) $\Rightarrow [36, 54] = 2^3 \times 3^2 \times 7 = 504$ (۲۵)</p>	۱
---	---	---

۶	<p>۱ باقی مانده تقسیم 2^{30} بر ۷ می باشد</p> <p>$2^{30} \equiv 1 \pmod{7} \Rightarrow (2^3)^{10} \equiv 1^{10} \pmod{7} \Rightarrow 2^3 \equiv 1 \pmod{7}$ (۲۵)</p>	۱
---	--	---

۷	<p>معادله جواب دارد. (۲۵) $(5, 2) = 1, 1 51 \Rightarrow 2x + 5y = 51$</p> <p>$x = \frac{51 - 5y}{2} = \frac{50 - 4y + 1 - y}{2} = 25 - 2y + \frac{1 - y}{2} \rightarrow \frac{1 - y}{2} = k \Rightarrow y = 1 - 2k$ (۲۵)</p> <p>$\rightarrow x = 5k + 23$ (۲۵)</p>	۱
---	---	---

۸	<p>الف)  (۲۵)</p> <p>ب) بله زیرا $2R2 - 2R1$ و $2R - 2$ (۲۵) هیچ یال دو طرفه ای بین در رأس وجود ندارد</p>	۱/۵
---	--	-----

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان هماهنگ درس: ریاضیات گسسته	رشته: علوم ریاضی	ساعت شروع: ۱۰ صبح
دوره ی پیش دانشگاهی « ۱۵ نمره ای »	تاریخ امتحان: ۱۷ / ۱۰ / ۱۳۸۶	
دانش آموزان مجتمع های تطبیقی دختران و پسران تهران در نیم سال اول سال ۱۳۸۶ - ۸۷	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۹	<p> $\phi(n) = n(1 - \frac{1}{p_1})(1 - \frac{1}{p_2})(1 - \frac{1}{p_3})$ (۲۵) $\phi(105) = 105(1 - \frac{1}{3})(1 - \frac{1}{5})(1 - \frac{1}{7}) = 48$ (۲۵) با استفاده از تابع اریترداریم: </p> <p> پس ۴۸ عدد در وجود دارد که از ۱۰۵ کوچکترند و نسبت به آن اولند. </p>	۱/۵
---	---	-----

۱۰	<p> $x_1 + x_2 + x_3 = 7$ I </p> <p> $x_1 \geq 1 \Rightarrow t_1 = x_1 - 1 \rightarrow t_1 \geq 0$ $x_2 \geq 1 \Rightarrow t_2 = x_2 - 1 \rightarrow t_2 \geq 0$ $x_3 \geq 1 \Rightarrow t_3 = x_3 - 1 \rightarrow t_3 \geq 0$ </p> <p> $\Rightarrow (t_1 + 1) + (t_2 + 1) + (t_3 + 1) = 7$ $t_1 + t_2 + t_3 = 4 ; t_i \geq 0$ II (۲۵) </p> <p> تعداد جوابهای صحیح و نامنفی معادله ی II با معادله ی I برابر است. </p> <p> تعداد جوابهای صحیح و نامنفی معادله II = $\binom{n+k-1}{n} = \binom{3+4-1}{4} = \binom{6}{4} = \frac{6!}{2!4!} = 15$ (۲۵) </p>	۱
----	---	---

۱۱	<p>الف)</p> <p> $S = \{ (پ, پ, پ, پ, پ), (پ, پ, پ, پ, د), (پ, پ, پ, د, پ), (پ, پ, پ, د, د), (پ, پ, د, پ, پ), (پ, پ, د, پ, د), (پ, پ, د, د, پ), (پ, پ, د, د, د), (پ, د, پ, پ, پ), (پ, د, پ, پ, د), (پ, د, پ, د, پ), (پ, د, پ, د, د), (پ, د, د, پ, پ), (پ, د, د, پ, د), (پ, د, د, د, پ), (پ, د, د, د, د) \}$ </p> <p> $A = \{ (پ, پ, پ, پ, پ), (پ, پ, پ, پ, د), (پ, پ, پ, د, پ), (پ, پ, د, پ, پ) \}$ (۲۵) </p> <p> $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ (۲۵) </p> <p> $B = \{ (پ, پ, پ, د, پ), (پ, پ, د, پ, پ), (پ, د, پ, پ, پ) \}$ </p> <p> $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{8}$ (۲۵) </p> <p> $A \cap B = \{ (پ, پ, پ, د, پ), (پ, د, پ, پ, پ) \} \rightarrow P(A \cap B) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ (۲۵) </p> <p>ب)</p>	۱/۵
----	---	-----

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان هماهنگ درس: ریاضیات گسسته	رشته: علوم ریاضی	ساعت شروع: ۱۰ صبح
دوره ی پیش دانشگاهی « ۱۵ نمره ای »	تاریخ امتحان: ۱۷ / ۱۰ / ۱۳۸۶	
دانش آموزان مجتمع های تطبیقی دختران و پسران تهران در نیم سال اول سال ۱۳۸۶ - ۸۷	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

	<p>A و B مستقل نیستند</p> <p>$\frac{1}{4} = P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{4} \times \frac{3}{12} = \frac{3}{48} \rightarrow$</p> <p>(۲۵) (۲۵)</p>	
۱۲	<p>A: پشامد خارج شدن مهره ی سفید</p> <p>B_1: قرص اول انتخاب شود</p> <p>B_2: قرص دوم انتخاب شود</p> <p>B_3: قرص سوم انتخاب شود</p> <p>$P(B_1) = P(B_2) = P(B_3) = \frac{1}{3}$ (۲۵)</p> <p>$P(A B_1) = \frac{5}{14}$ (۲۵) $P(A B_2) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ (۲۵) $P(A B_3) = 1$ (۲۵)</p> <p>$P(A) = P(B_1) \cdot P(A B_1) + P(B_2) \cdot P(A B_2) + P(B_3) \cdot P(A B_3)$ (۲۵)</p> <p>$P(A) = \frac{1}{3} \times \frac{5}{14} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \times 1 = \frac{25}{48}$ (۲۵)</p>	۱۵
۱۳	<p>$P_1 + P_2 + P_3 = 1$ (۲۵) $\rightarrow 2a + 3a + \frac{1}{4} = 1$ (۲۵) $5a = \frac{3}{4} \rightarrow a = \frac{3}{20}$ (۲۵)</p>	۱
	جمع نمره	۱۵
	دانلود نمونه سؤالات از سایت ریاضی سرا	www.riazisara.ir