

باسمه تعالی

سؤالات امتحان هماهنگ درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)	رشته: علوم ریاضی	ساعت شروع: ۱۴:۳۰	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دوره ی پیش دانشگاهی «۱۵ نمره ای»		تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۲ / ۲۶	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیم سال دوم سال تحصیلی ۱۳۸۷-۸۸		اداره ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://acc.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	مشتق تابع $\sqrt{xy} + \cos xy = 1$ را بدست آورید.	۰/۷۵
۲	تابع $f(x) = x^3 + 2x + 1$ مفروض است. معادله خط قائم بر تابع f^{-1} را در $b = 4$ بدست آورید. ($b \in D_{f^{-1}}$)	۱/۲۵
۳	نقطه ی p روی مسیری به معادله ی $\frac{x^2 + y^2}{xy} = 3$ حرکت می کند هنگامی که p در نقطه ی $(1, 1)$ قرار دارد مؤلفه ی x آن با سرعت ۵ سانتی متر بر ثانیه افزایش می یابد سرعت تغییر مؤلفه ی y آن را حساب کنید.	۱
۴	قضیه: اگر تابع f روی بازه $[a, b]$ تعریف شده و نقطه $a < c < b$ نقطه اکسترمم مطلق تابع روی این بازه باشد، آنگاه c نقطه بحرانی f است.	۱
۵	برای هر دو عدد حقیقی x_1 و x_2 ثابت کنید: $ \sin x_1 - \sin x_2 \leq x_1 - x_2 $	۱/۲۵
۶	با استفاده از قضیه رول ثابت کنید معادله ی $\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 9x = 0$ فقط دارای یک ریشه است.	۱/۲۵
۷	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \frac{x}{(x-1)^2}$ را رسم کنید.	۲
۸	اگر بخواهیم ریشه معادله $x^3 + x - 1 = 0$ را با روش نیوتن با تقریب اولیه $x_1 = 1$ بیابیم، مقدار x_3 را محاسبه کنید.	۱
۹	با استفاده از دیفرانسیل مقدار تقریبی $\text{Arctan}(1/0.3)$ را بدست آورید.	۱
۱۰	مقادیر تقریب اضافی و نقصانی مساحت زیر منحنی $y = \frac{1}{x+1}$ را در بازه ی $[1, 2]$ برای $n = 4$ بدست آورید.	۱
۱۱	مقدار متوسط تابع $f(x) = \frac{3}{x}$ در بازه $[1, c]$ برابر ۱ است مقدار c را بیابید.	۱
۱۲	بدون محاسبه انتگرال، کران بالا و کران پائینی برای $\int_0^2 \frac{x^2 + 5}{x^2 + 2} dx$ بدست آورید.	۱
۱۳	انتگرال های زیر را محاسبه کنید:	۱/۵
	(الف) $\int x^2 \sqrt{x^3 + 2} dx$ (ب) $\int_{-1}^3 x x-2 dx$	
۱۵	جمع نمره «موفق باشید»	

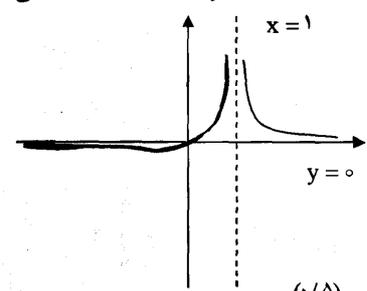
باسمه تعالی

ساعت شروع: ۱۴:۳۰	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان هماهنگ درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۲ / ۲۶	دوره ی پیش دانشگاهی	« ۱۵ نمره ای »
اداره ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://ace.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیم سال دوم سال تحصیلی ۱۳۸۷-۸۸	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$f'(x, y) = - \frac{\frac{f'_x}{f'_y}}{\frac{\frac{y}{\sqrt{xy}} - y \sin xy}{x \sin xy - x \sin xy}}$	۰/۲۵
۲	$A \Big _4^a \quad a^3 + 2a + 1 = 4 \Rightarrow a^3 + 2a - 3 = 0 \Rightarrow a = 1 \quad A' \Big _1^4 \quad f'(x) = 3x^2 + 2$ $m = (f^{-1})'(4) = \frac{1}{f'(1)} = \frac{1}{5} \Rightarrow m' = -5 \Rightarrow y - 1 = -5(x - 4)$	۱/۲۵
۳	$x^2 - 3xy + 2 = 0 \Rightarrow 2xx' - 3x'y - 3xy' = 0 \Rightarrow 10 - 15 = 3y' \Rightarrow y' = -\frac{5}{3} \text{ cm/s}$	۱
۴	<p>چون f در همسایگی نقطه c تعریف شده است c یک اکسترمم نسبی f است، حال اگر $f'(c)$ وجود نداشته باشد، c نقطه بحرانی f است و اگر $f'(c)$ وجود داشته باشد بنا به قضیه ای $f'(c) = 0$ که باز هم c نقطه بحرانی f است.</p>	۱
۵	<p>فرض می کنیم $f(x) = \sin x$, $x_1 < x_2$. f بر R پیوسته است لذا در $[x_1, x_2]$ پیوسته و بر (x_1, x_2) مشتق پذیر است $(0/25)$ پس f در شرایط قضیه مقدار میانگین مشتق صدق می کند داریم:</p> $f'(c) = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \Rightarrow \cos c = \frac{\sin x_2 - \sin x_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow \cos c = \frac{ \sin x_2 - \sin x_1 }{ x_2 - x_1 }$ $ \cos c \leq 1 \Rightarrow \frac{ \sin x_2 - \sin x_1 }{ x_2 - x_1 } \leq 1 \Rightarrow \sin x_2 - \sin x_1 \leq x_2 - x_1 $	۱/۲۵
۶	<p>یک ریشه دارد $(0/5)$. فرض می کنیم f بر بازه $[-1, 1]$ دو ریشه x_1, x_2 داشته باشد که $x_1 < x_2$، f در $[x_1, x_2]$ پیوسته و بر (x_1, x_2) مشتق پذیر است لذا در شرایط قضیه رول صدق می کند $(0/25)$ یعنی:</p> $\exists c \in (x_1, x_2) : f'(c) = 0 \Rightarrow f'(c) = c^2 - 2c + 9 = 0 \Rightarrow \Delta' = 1 - 9 = -8 < 0 \quad (0/25)$ <p>پس f دقیقاً یک ریشه دارد. $(0/25)$</p>	۱/۲۵
« ادامه در صفحه ی دوم »		

باسمه تعالی

ساعت شروع: ۱۴:۳۰	رشته: علوم ریاضی	حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۲ / ۲۶	دوره ی پیش دانشگاهی «۱۵ نمره ای»	
اداره ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://ace.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیم سال دوم سال تحصیلی ۱۳۸۷-۸۸	

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف															
۲	<p>مجانِب قائم $D_f = R - \{1\} \Rightarrow x = 1$ (۰/۲۵)</p> <p>مجانِب افقی $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$ (۰/۲۵)</p> <p>مکانگنم $y' = \frac{(x-1)^2 - 2(x-1)x}{(x-1)^4} = 0 \Rightarrow (x-1)(-1-x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 & \text{غ ق ق} \\ x = -1 \Rightarrow y = -\frac{1}{4} & (۰/۵) \end{cases}$</p> <p>نقطه کمکی $x = 0 \Rightarrow y = 0$</p>  <table border="1" data-bbox="367 761 813 918"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>0</td> <td>$-\frac{1}{4}$</td> <td>$+\infty$</td> <td>0</td> </tr> </table> <p>(۰/۲۵)</p>	x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	y'	-	0	+	-	y	0	$-\frac{1}{4}$	$+\infty$	0	۷
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$													
y'	-	0	+	-													
y	0	$-\frac{1}{4}$	$+\infty$	0													
۱	<p>$f(x) = x^3 + x - 1 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 1$ (۰/۲۵)</p> <p>$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \Rightarrow x_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow x_2 = \frac{3}{4} - \frac{\frac{27}{64} + \frac{3}{4} - 1}{\frac{27}{16} + 1} = \frac{3}{4} - \frac{\frac{27}{64} + \frac{48}{64} - \frac{64}{64}}{\frac{43}{16}} = \frac{3}{4} - \frac{\frac{27+48-64}{64}}{\frac{43}{16}} = \frac{3}{4} - \frac{11}{16} = \frac{59}{16}$ (۰/۲۵)</p>	۸															
۱	<p>$f(x) = \text{Arctan } x$, $x = 1$, $\Delta x = 0.3$, $f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$ (۰/۵)</p> <p>$f(x + \Delta x) \approx f(x) + f'(x) \cdot \Delta x = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{1.1} = \frac{\pi}{4} + \frac{3}{2.2}$ (۰/۲۵)</p>	۹															
۱	<p>$\Delta x = \frac{1}{4}$ (۰/۲۵)</p> <p>تقریب اضافی $= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} + \frac{4}{9} + \frac{4}{10} + \frac{4}{11} \right)$ (۰/۲۵)</p> <p>تقریب نقصانی $= \frac{1}{4} \left(\frac{4}{9} + \frac{4}{10} + \frac{4}{11} + \frac{1}{3} \right)$ (۰/۲۵)</p> <table border="1" data-bbox="782 1500 1244 1657"> <tr> <td>x</td> <td>1</td> <td>$\frac{5}{4}$</td> <td>$\frac{6}{4}$</td> <td>$\frac{7}{4}$</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> <td>$\frac{4}{9}$</td> <td>$\frac{4}{10}$</td> <td>$\frac{4}{11}$</td> <td>$\frac{1}{3}$</td> </tr> </table> <p>(۰/۲۵)</p>	x	1	$\frac{5}{4}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{7}{4}$	2	y	$\frac{1}{2}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{4}{11}$	$\frac{1}{3}$	۱۰			
x	1	$\frac{5}{4}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{7}{4}$	2												
y	$\frac{1}{2}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{4}{11}$	$\frac{1}{3}$												
« ادامه در صفحه ی سوم »																	

باسمه تعالی

ساعت شروع: ۱۴:۳۰		رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان هماهنگ درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۲ / ۲۶		دوره ی پیش دانشگاهی «۱۵ نمره ای»	
اداره ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir		دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیم سال دوم سال تحصیلی ۸۸-۱۳۸۷	
نمره	راهنمای تصحیح		ردیف
۱	$\frac{1}{c-1} \int_1^c \frac{x^2 dx}{x^2} = 1 \Rightarrow \frac{1}{c-1} \times \frac{-3}{x} \Big _1^c = \frac{3}{c-1} \left(\frac{-1}{c} + 1 \right) = \frac{3}{c-1} \times \frac{c-1}{c} = \frac{3}{c}$ $\frac{3}{c} = 1 \Rightarrow c = 3 \quad (۰/۲۵)$		۱۱
۱	$m(y-0) \leq \int_0^y \frac{x^2+5}{x^2+2} dx \leq M(y-0) \quad f(x) = \frac{x^2+5}{x^2+2} \Rightarrow f'(x) = \frac{-6x}{(x^2+2)^2} = 0 \Rightarrow x=0$ $\text{نقاط بحرانی: } \begin{cases} x=0 \rightarrow y = \frac{5}{2} \rightarrow M \\ x=2 \rightarrow y = \frac{2}{2} \rightarrow m \end{cases} \Rightarrow 3 \leq \int_0^2 \frac{x^2+5}{x^2+2} dx \leq 5 \quad (۰/۲۵)$		۱۲
۱/۵	$\text{الف) } x^3+2=u \Rightarrow 3x^2 dx = du \Rightarrow x^2 dx = \frac{1}{3} du \Rightarrow \frac{1}{3} \int \sqrt{u} du = \frac{2}{9} u^{3/2} + c = \frac{2}{9} \sqrt{(x^3+2)^3} + c$ $\text{ب) } \int_{-1}^2 (2x-x^2) dx + \int_2^3 (x^2-2x) dx = x^2 - \frac{1}{3} x^3 \Big _{-1}^2 + \frac{1}{3} x^3 - x^2 \Big _2^3 = \frac{4}{3}$		۱۳
۱۵	جمع نمره		

مصححین محترم لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر بارم منظور فرمایید.

دانلود نمونه سؤالات از سایت ریاضی سرا

WWW.RIAZISARA.IR