



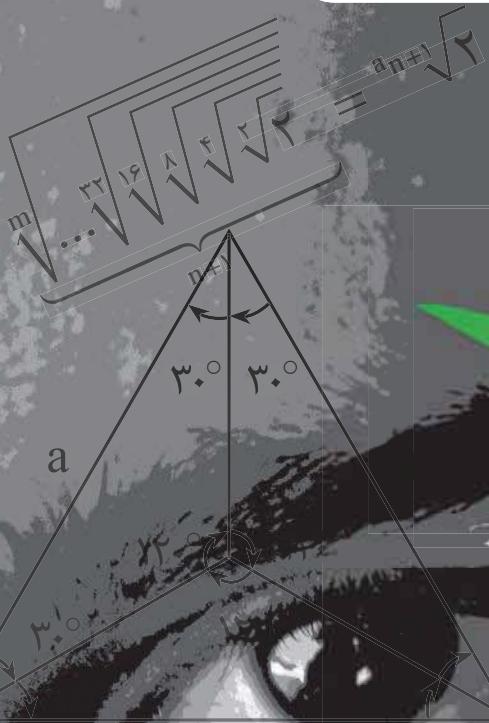
وزارت آموزش و پرورش  
دانش پژوهی و پژوهی‌های تحقیقی  
تهران

رشد آموزش

۱۳۲

# لرنا

[فصلنامه آموزشی، تحلیلی و اطلاع رسانی برای معلمان، مدرسان و دانشجویان]  
دوره سی و ششم شماره ۳ | بهار ۱۳۹۸ | صفحه ۶۴ | ۱۹۰۰۰ ریال | پیامک: ۳۰۰۸۹۹۵۰۳  
[www.roshdmag.ir](http://www.roshdmag.ir)



$$x_r > x_1 \Rightarrow \frac{1}{x_r} < \frac{1}{x_1} \stackrel{K<0}{\Rightarrow} \frac{K}{x_r} > \frac{K}{x_1} \Rightarrow y_r > y_1$$



$$\frac{\sin x}{1 - \cos x} = \frac{1 + \cos x}{\sin x}$$

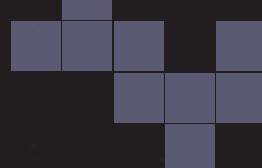
معنای پیشرفت!

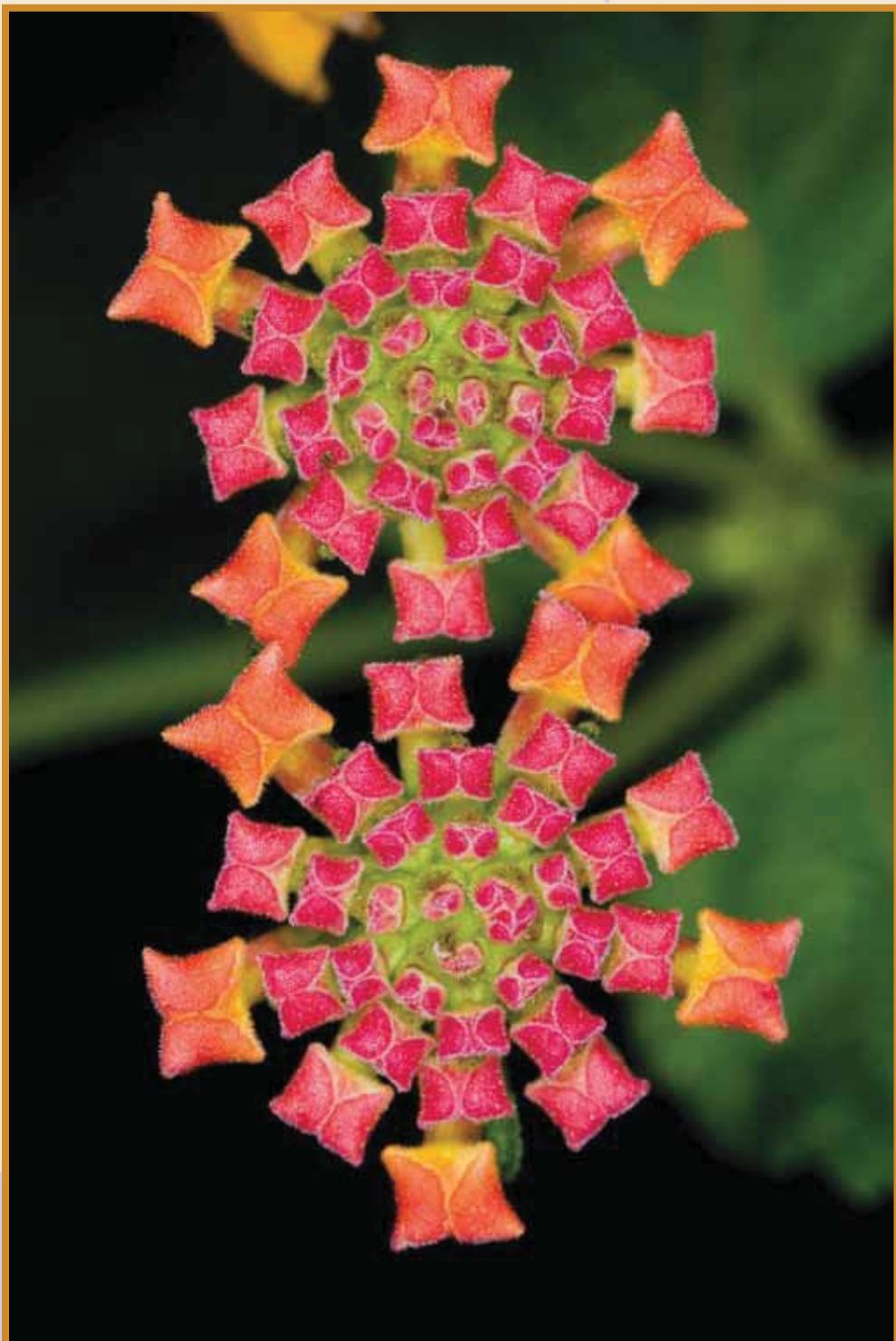
تعریف حد: یکی یا چند تا؟

رویکردهای مختلف به آموزش مثلثات

غربت ناتمام کتابهای درسی!

آزمونهای درست- نادرست





## هندسه‌زیبای طبیعت

دانش آموزان اغلب از ریاضیاتی که در مدرسه به آنان تدریس می‌شود، نفرت دارند. زیرا ارتباطی بین آن و زندگی واقعی نمی‌بینند. آن‌ها تشخیص نمی‌دهند که طبیعت، مبتنی بر ریاضی است و شکل‌های گیاهان و حیوان‌ها، نشان‌دهنده این حرف است. نمونه‌ای از این زیبایی را ببینید.

# رشن آموزش

**فصل نامه آموزشی، تحلیلی و اطلاع رسانی  
برای معلمان، مدرسان و دانشجویان  
دوره سی و ششم | شماره ۳ | بهار ۱۳۹۸**

زهرا گویا	۲	سخن سردبیر: معنای پیشرفت!
نرگس یافتیان، اشرف صفابخش چکوسروی	۴	حلیل محتوای هندسه پایه هشتم بر اساس سطوح تفکر هندسی فن هیلی
فرید حسینی، حمید فرهادی	۱۲	رویکردهای مختلف به آموزش مثلثات
اطهر فیروزیان، مریم بیشش	۱۷	تعريف حد: یکی یا چند تا؟
مریم بهاءالوی زهرا گویا	۲۲	ارزشیابی توصیفی در کلاس درس واقعی!
جیم هنل، مترجمان: فهمیه خوش آهنگ قصر، مهناهدگردی	۲۸	معنای رضایتمندی
بهنام آیتی پور، هادی معصوم پور، نرگس صاحبیان	۳۴	خانه‌های ریاضیات: آنچه که هستند، آنچه که باید باشند
شمین افکاری، زهرا گویا	۳۹	ارزیابی «خانه‌های ریاضیات در ایران»
کاظم عبدالله پور	۴۴	«ترک اعتیاد» در کلاس درس ریاضی!
عباس قلعه پور اقدم	۴۶	تعريف تناسب مستقیم و معکوس در کتاب ریاضی (۱) دهم فنی و حرفه‌ای
عنایت‌الله راستی زاده	۴۹	کفت و گوب حاج علی محمد توکلی دبیر پیشکسوت ریاضی شیراز
نیره اسکندری	۵۲	غربت ناتمام کتاب‌های درسی!
سید جمال بخشایش	۵۴	آزمون‌های درست - نادرست و سنجش برای یادگیری ریاضی
ابوالفضل رفیع پور، زهرا گویا	۵۷	گزارش: مطالعه ۲۴ آم کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی
	۶۳	نامه‌های رسیده

- نشانی دفتر مجله: تهران، ابرشهر شمالي، پلاک ۲۶۶، صندوق پستي: ۱۸۸۳۱۶۱۶۹ - تلفن: ۰۱۵۸۷۵/۶۵۸۵ (دالخواه) ● نامبر: ۱۴۷۸ - وبگاه: ir.rosdhdmag.com
- نشانی دفتر مجله: تهران، ابرشهر شمالي، پلاک ۲۶۶، صندوق پستي: ۱۸۸۳۱۶۱۶۹ - تلفن: ۰۱۵۸۷۵/۶۵۸۵ (دالخواه) ● نامبر: ۱۴۷۸ - وبگاه: ir.rosdhdmag.com
- پیامک: +989530000000 - نشانی امور مشترک: تهران، صندوق پستي: ۱۵۸۷۵/۳۳۳۱
- لفظ: اعدم مشت ک: +989530000000 - حاب ه تغییع ش کت اقتضی: ۰۹۰۷۳۰۰۰۰۰۰۰

مجله رشد آموزش ریاضی، نوشتۀ ها و گزارش تحقیقات پژوهشگران و متخصصان تعلیم و تربیت، به ویژه معلمان دوره‌های تحصیلی مختلف را در صورتی که در نشریات عمومی درج نشده و مرتبط با موضوع مجله باشد، می‌پذیرد. لازم است در مطالب ارسالی موارد زیر رعایت نویسند:

# معنای پیشرفت!

زهرا گویا

پی نوشته حذف شده است. این حرکت تدریجی برنامه ریزی شده، در راستای تهیه و تکمیل «واژه‌نامه تخصصی آموزش ریاضی» بوده و امید است که در سال ۱۳۹۸، اولین پیش‌نویس آن تمام شده و تقدیم مخاطبان مجله شود تا با تأمل بر بازتاب‌های منتقدانه و منصفانه، واژه‌نامه کامل بر شود و با چاپ آن، متن‌ها روان‌تر، خوش‌خوان‌تر و از نظر مفهومی، دقیق‌تر شوند.

- یکی دیگر از دستاوردهای مجله در طول زمان، ایجاد سنتونی با عنوان «دیدگاه» بوده تا نظرات خوانندگان- بدون ویرایش و بدون قضاوت- چاپ شود و دیگران فرصت داشته باشند تا در شماره بعد، اگر لازم دیدند، به آن‌ها پاسخ دهند. بدیهی است که نوشهای، طبق چارچوب و ضوابط مجلات که برای همه یکسان است، قرار می‌گیرند و برای حفظ محرومیت افراد، اسامی خاص حذف می‌شوند.

- ظرفیت تاریخی دیگری که از ابتدای تأسیس مجله تا کنون وجود داشته، گزارش کنفرانس‌های اصلی ریاضی و آموزش ریاضی و اتفاقات مهم دیگر در عرصه ریاضی مدرسه‌ای در ایران و جهان بوده است که از آن میان، لازم است به گزارش‌های المپیادهای ریاضی اشاره نمود. این گزارش‌ها، دست‌مایه منحصر به فردی برای تاریخ‌نگاران آموزش ریاضی مدرسه‌ای در ایران بوده و خواهد بود.

- طی سال‌ها، اگرچه تعداد میزگردها زیاد نبوده، ولی برای هر کدام، مدت‌ها برنامه ریزی شده است و اهمیتشان آنقدر زیاد بوده که تقریباً به مناسبت موضوع هر میزگرد، ویژه‌نامه‌ای تهیه شده است. این ویژه‌نامه‌ها، عمدهاً موضوعی هستند و هر کدام به تنها یک قابلیت چاپ مستقل را به عنوان یک کتاب مرجع برای معلمان ریاضی

دغدغه‌ها «دانش‌افزایی» دبیران ریاضی بود. برای تحقق این هدف، مطالب ریاضی توسعه ریاضی دانهای نوشتۀ یا انتخاب و ترجمه می‌شد که دغدغه آموزشی داشتند و به عنوان منابعی دقیق و ارزشمند، در اختیار معلمان ریاضی قرار می‌گرفت. در ادامه و با تأکید بر ضرورت تمرکز بر «آموزش معلمان»، مجله بیشتر و بیشتر به سمت آموزش ریاضی پیش رفت و با تأسیس و توسعۀ رشته آموزش ریاضی در ایران، وزن مطالب تألیفی آموزش ریاضی نسبت به ترجمه‌ای، بیشتر شد و کیفیت مقامله‌های ترجمه‌ای و تألیفی نیز به طور مستمر، بالاتر رفته است. البته طبق عادت مألوف، معمولاً در هر شماره، مقاله موضوعی ریاضی هم چاپ می‌شود.

- کوشش برای یک‌دست کردن منابع از نظر واژگانی، کاری سترگ بوده که به امید خدا، به زودی به بار می‌نشیند و صد البته که همیشه، فرصت کامل کردن آن وجود دارد. در توضیح این تلاش، لازم است یادآوری شود که تنوع معادل‌ها برای هر رشته تازه‌تأسیس، امری طبیعی است، زیرا در نبود واژه‌نامه‌های تخصصی، معادل‌های متفاوتی به سلیقه نویسنده‌گان و مترجمان انتخاب می‌گردد و این کار، باعث خستگی و سردرگمی خوانندگان می‌شود. در نتیجه برای کاهش این مشکل، به اجراء در «پی‌نوشت‌ها» یا «یادداشت‌های انتهای هر مقاله تألیفی یا ترجمه‌ای، مرسوم است که فهرستی بلند بالا حاوی واژه‌های انگلیسی معادل‌ها آورده شود که خوشیختانه به تدریج که بر اثر استفاده مکرر یک واژه، معادل آن قوام آمده و مورد پذیرش گامی آموزش ریاضی واقع شده، از

از زمانی که افتخار سردبیری مجله رشد آموزش ریاضی را داشت‌هایم، ۲۳ سال گذشته است! سال‌های پرهیجانی که سرشار از حس خوب ساختن، توسعه دادن، مشارکت جمعی، آشنایی حضوری و غیرحضوری با معلمان شریف ریاضی در سراسر ایران، تولید و تولید، و بسیاری اتفاق‌های شیرین دیگر که همگی، «پیشرفت» را معنایی بخشند. بدین سبب لازم داشتم که ترازی از کارنامۀ مجله را در قالب تنها چند بند، بیان کنم تا با یادآوری دستاوردها، حرکت به سوی آینده، مصمم‌تر و فزاینده‌تر، ادامه یابد.

- از سال ۱۳۷۵ تا به حال و تقریباً بدون استثناء «یادداشت‌های سردبیر» بازتابی بر مسائل روز نظم آموزشی به طور عام و آموزش ریاضی به طور خاص بوده است. سپس از بین آن‌ها، معمولاً هر یادداشت بر یک مورد مشخص متمرکز شده و «طرح مسئله» کرده است. طبیعی است که طرح به موقع یک مسئله جدی، بالقوه می‌تواند مقدمه‌ای برای پیداکردن راه حل‌های واقع‌بینانه، بدیع و غیرتکراری برای آن مسئله باشد. این مجموعه که به نوعی، وقایع‌نگار آموزش ریاضی مدرسه‌ای طی ۲۳ سال گذشته نیز هست، به امید خدا به زودی، وارد بازار نشر می‌شود.

- در سال ۱۳۷۴، شور و غوغای «اقدام‌پژوهی» (تحقیق عمل) و «علم پژوهنده» که از دهه ۸۰ میلادی به طور جدی در سطح نظری در غرب مطرح شده بود، در آموزش‌وپرورش ایران نیز به منظور ظرفیتی جدید برای آموزش‌های ضمن خدمت معلمان، مورد توجه واقع شد. در این زمینه، با تافق اعضای محترم هیئت تحریریه وقت مجله، سنتونی با عنوان «روایت معلمان» ایجاد شد تا معلمان گرامی، تجربه‌های متنوع کلاس درس خود را در رابطه با تدریس مفاهیم ریاضی، «روایت» کنند. امید داریم که این روایتها نیز در چند جلد، آماده انتشار شوند و این منبع منحصر به فرد، در اختیار معلمان ریاضی قرار گیرد و در واقع، به خود ایشان بازگردد! بدین جهت این مجموعه که توسط همکاران معلم تولید شده و به اصطلاح رایج امروز، برآمده از «کف کلاس درس» است، می‌تواند منبع قابل استفاده‌ای برای دانشجو- معلمان در دوره‌های پیش از خدمت معلمان در دانشگاه فرهنگیان یا همان «کارورزی» و دوره‌های ضمن خدمت باشد.

- از همان ابتدا که مجله با هدف پیشبرد آموزش معلمان ریاضی در ایران تأسیس شد، بکی از اصلی ترین

شاغل به تدریس و شاغل به تحصیل و پژوهشگران ریاضی و آموزش ریاضی دارند. از بین این‌ها و تنها به عنوان نمونه، می‌توان به ویژه‌نامه‌های «اثبات»، «آموزش ریاضی در جنوب شرقی آسیا»، «سیر تاریخی تألیف کتاب‌های درسی ریاضی در ایران» و «توسعه حرفه‌ای معلمان ریاضی» اشاره نمود.

اما به طور خاص، سه ویژه‌نامه‌ای که برای سه سtarه آموزش ریاضی ایران در سه ظرفیت تهیه شد، تا همیشه برگهای زرینی بر تارک ۲۳ سال تلاش گذشته هستند! زیرا نکته مهم در هر سه مورد این بود که بعد از آنکه مجله برای چاپ آماده شده بود، آن تصمیم‌های جسورانه گرفته شدایران این سه پروژه، مدیر مسئول با درایت مجلات رشد جناب آقای محمد ناصری که یک فرهنگی تمام عیار و ظریف‌بین هستند، از هیچ حمایتی دریغ نکردند و بدون پشتیبانی ایشان، اصلاً فکر تهیه این سه ویژه‌نامه، به عمل نزدیک هم

نمی‌شدا پس از موافقت و همراهی ایشان، انجام این سه پروژه بدون تیزه‌نشوی، تعهد کاری، ذوق و دقت بالا، پیگیری، سخت‌کوشی و خوش‌سلوکی مدیر محترم داخلی مجله سرکار خانم پری حاجی‌خانی، بدون هیچ مذاهنه‌ای میسر نمی‌شد. بعد از مدیر داخلی، نقش مهم را آقای مهدی کریم‌خانی گرافیست بسیار حرفه‌ای و جدی مجله ایفا کردند که جا دارد به طور ویژه، از ایشان قدردانی به عمل آید. به دلیل اهمیت این فرایند، به این سه مورد به اجمال، اشاره می‌شود؛ سه موردی که در عالم نظر، می‌توانستند با وقت بیشتر، دقیق بالاتر، مطالعه عمیق‌تر و دهها «تر» دیگر، مجموعه‌هایی کم اشتباہتر و بهتر شوند. ولی در عالم عمل، مؤلفه زمان اهمیت زیادی دارد و در دنیا پر سرعت فناوری، اگر زمان بهینه از دست برود، معلوم نیست که امکان بازیابی داشته باشد. پس باید قدر «زمان» را دانست و از دستش نداد که چنین شدا

۱. مورد اول، معلم و نویسنده پذیرش پیشنهاد برای جایگزین کردن ریاضی و آموزش ریاضی ایران، زنده‌بیان و مترجم و محقق بی‌بدیل تاریخ ریاضی و آموزش ریاضی ایران، زنده‌بیان

مجله زیر چاپ با یک ویژه‌نامه توسط مدیر مسئول مجله، بی‌وقفه و به طور شبانه‌روزی، حدود دو هفته همه و همه کار کردن؛ منابع دقیق شده و اخبار درست از نادرست تقییک گردیدند. سفارش‌ها و درخواست‌ها برای یاری گرفتن از همه انجام شد. چندین نفر دست به کار ترجمه اخبار شدند. با معلمان مدرسه و دانشگاه‌اولین زن برنده مدار فیلدز در جهان، تماس گرفته شد. انگار که چرخ زمان از حرکت ایستاده بود تا حال و هوایی که هنگام وقوع این واقعه نایاورانه رخ داده بود، در تاریخ ثبت و ضبط شود. تقدیری که رقم خورده بود، همه ما را فلچ کرده بودا ولی باید تاریخ و آینده‌گان می‌دانستند که در لحظه‌ای که این اتفاق افتاد، جامعه ریاضی جهانی چه حالی داشتا جلوی تقدیر را نمی‌توان گرفت! مرگ، بی توضیح ترین مرحله زندگی است که چون و چرا ندارد و اجتناب‌ناپذیر است. ولی آموختن از آن، وظیفه‌ای است که بر دوش دیگران استا نسل بعدی باید بداند که در جامعه علمی، چه شد که کسی به عرش رسید و دیگری بر فرش ماند! آینده‌گان باید بدانند که تاریخ با کسی سر تعارف یا شوخی ندارد و به هر کس، به اندازه وزن و میزان اثرگذاری اش بها می‌دهد؛ نه کمتر و نه بیشتر! ویژه‌نامه زنده‌یاد مریم میرزاخانی، با تمام کاستی‌هایی که ممکن است داشته باشد، یک اثر ماندگار با بیشترین تعداد نویسنده و مشارکت‌کننده است که در لحظه، احساس خود را بیان کردن و ثبت تاریخ نمودند.

۳. نام شادروان میرزا جلیلی در تاریخ ریاضی مدرسه‌ای در ایران، با «تغییرات برنامه درسی ریاضی»، «تألیف کتاب‌های درسی ریاضی» و «مجله رشد آموزش ریاضی» گره خورده است. ایشان همیشه یا مدلیر داخلی یا عضویت تحریریه مجله بودند و آخرین جلسه هیئت تحریریه که شرکت کردند، یک ماه قبل از درگذشت‌شان بود. مرحوم میرزا جلیلی بیمار بودند و می‌دانستیم که فرست کم است. به این دلیل، یک گفت‌وگو با وی انجام شد که بدون آن، تاریخ تحول ریاضی مدرسه‌ای در ایران، ناقص می‌ماندا همچنین، بخش جدی خاطره‌های ایشان از تغییر و تحولات آموزشی در ایران، به همت اعضای محترم تحریریه ثبت و ضبط شده و به عنوان بخشی از تاریخ شفاهی آموزشی در ایران، چاپ شدند. مرگ خبر نمی‌کندا بدین سبب از «جایگزین کردن مجله آماده چاپ با ویژه‌نامه»، سه بار استفاده شد، زیرا حادثه عین واقعیت بودا ویژه‌نامه میرزا جلیلی به سرعت و با همان اهتمام جمعی، تهیه و در تاریخ ثبت شد! به اینجا که رسیدم، اندوه از دست دادن‌ها و شادی ماندگار شدن افراد، دیگر رمی در تن باقی نگذاشت! این زمان بگذار تا وقت دگر!

گاهی لازم است که به خود نهیب بزنیم و از گذشته بی‌اموزیم تا مجبور به تکرار اشتباهها نشویم، و حرکت‌های مشتبث را کاوی کنیم تا بتوانیم در آینده، آن‌ها را چراغ راهمان قرار دهیم. راز بقای هر مجله‌ای، تعامل و احترام به مخاطب و شناخت نیازهای عاجل و درازمدت آنان، دانش و عمق و بی‌طرفی و صداقت، مثله نکردن علم به مصلحت اوقاعیت‌پذیری و پذیرش اشتباه و توانایی «تفاضلی پوزش» به وقت خطاست!

پرویز شهریاری بود که وقتی خبر درگذشت‌شان شنیده شد، از مدیر مسئول محترم درخواست شد تا موافقت کنند که مجله آماده چاپ، با ویژه‌نامه‌ای برای این بزرگ‌مرد عرصه ریاضی مدرسه‌ای در ایران، جایه‌جا شود! کسی باور نمی‌کرد که ظرف ۱۰ روز، چنین اتفاقی بی‌بفتدا ولی اراده جمعی خواست و شدا و چه نیکو این اتفاق افتادا به لطف فناوری اطلاعات و ارتباطات، تا محدوده وسیعی اطلاع‌رسانی انجام شد و از جمع زیادی که به پرویز شهریاری و کارهای آموزش ریاضی اش دلبستگی داشتند، درخواست شد که تنها یک مطلب کوتاه یا به اصطلاح متداول امروزی، یک «دلنوشته» بنویسند تا بتوان جمع بیشتری از مشتاقان را در این کار، مشارکت داد. بعضی‌ها توصیه کردند که کار عجله‌ای خوب نیست و بهتر است که به مناسبت سالروز درگذشت‌شان ویژه‌نامه‌ای تولید شود. ولی تاریخ چیز دیگری را یاد داده است! با تأسی به خیام ریاضی‌دان، به اجماع رسیدیم که اگر این فرست از دست برود، معلوم نیست که فردا روزی بشود این مشتاقان را گرد هم آوردا! پس دست به کار شدیم و همه و همه کمک کردند تا مجموعه‌ای نفیس منتشر شد. سرعت عمل تمام مسئولان محترم مجله و همراهی شان مثال زدنی و فراموش نشدنی است.

۲. وقتی خبر پرواز مریم میرزاخانی به ملکوت اعلی منتشر شد، همه در شوک بودند! کسی نمی‌خواست خبر را جدی بگیرد. پذیرش این اتفاق، خیلی سخت بودا خیلی! در این شرایط، سرکار خانم آذر کرمیان - مدیر ریاضی قم و آموزشگر ریاضی - پیشنهاد دادند که فوری، تمام مطالبی که در مورد ستاره درخشان ریاضی جهان مخابر می‌شوند، بدون قضاوت جمع‌آوری شوند تا تصمیم گرفته شود که چه باید کرد. این کار انجام شد و به تدریج که واقعیت خودش را بر همه تحمیل کرد، همه دست به کار شدند! باز هم با پذیرش پیشنهاد برای جایگزین کردن

# تحلیل محتوای

## هندسه پایه هشتم بر اساس سطوح تفکر

### هندسی فن هیلی

نرگس یافتیان، استادیار گروه ریاضی دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی

اشرف صفابخش چکوسری، کارشناس ارشد آموزش ریاضی و دبیر ریاضی دوره متوسطه اول شهرستان  
صومعه‌سرا (استان گیلان)

رسمی» و «دقت موشکافانه» هستند. (به جای تمام آن منابع، می‌توان به یکی از مقاله‌های چاپ شده در مجله ارجاع داد).

در این پژوهش، مباحث هندسی کتاب ریاضی پایه هشتم (چاپ ۱۳۹۷) با استفاده از نظریه مرحله‌ای تفکر هندسی فن هیلی، به روش تحلیل محتوای کیفی بررسی شد. در این تحقیق، «فعالیت‌ها»، «کاردر کلاس»‌ها و «تمرین‌هایی مربوط به مبحث هندسه در کتاب درسی ریاضی پایه هشتم، از نظر سطح تفکر و استدلال هندسی مورد نیاز بر اساس نظریه فن هیلی، تعیین شد. بیشتر پژوهش‌های انجام شده مربوط به ارزیابی سطوح فن هیلی، در دوره ابتدایی انجام شده است و نتایج، تأیید کننده این امر بوده‌اند که سطح کلی دانش‌آموزان این دوره، سطوح دوم یا حداقل سوم فن هیلی بوده‌اند (کلمتس، ۲۰۰۳؛ گوتی‌برز و چیم، ۱۹۹۸؛ یوسسکین، ۱۹۸۲). در صورتی که ویژگی این پژوهش این است که در دوره متوسطه اول انجام شد و نتایج حاصل از تحلیل محتوا نشان داد که تقریباً مباحث هندسی ارائه شده در کتاب پایه هشتم (چاپ ۱۳۹۷)، در سطوح اول تا سوم نظریه فن هیلی است و مفهومی در سطح‌های چهارم و پنجم، ارائه نشده است. بدین دلیل در کدگذاری محتوا، تنها به سه سطح اول پرداخته شد.

#### یافته‌ها

مبحث چندضلعی‌ها در کتاب ریاضی هشتم (چاپ سال ۱۳۹۷)، در فصل هندسه کتاب آمده و شامل درس‌های زیر است:

- چندضلعی‌ها و تقارن (صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

#### چکیده

هدف از این پژوهش، تحلیل محتوای هندسه کتاب ریاضی پایه هشتم<sup>۱</sup> بر اساس چارچوب ارائه شده در نظریه فن هیلی است. روش این پژوهش، تحلیل محتوای کیفی فصل هندسه کتاب ریاضی پایه هشتم (چاپ ۱۳۹۷) بود. نتایج پژوهش نشان داد که بیشتر مباحث این فصل، مبتنی بر سطح دوم یا سوم «نظریه سطوح تفکر هندسی» فن هیلی است. در صورتی که یافته‌های پژوهشی حاکی از آنند که تفکر استدلالی اکثر دانش‌آموزان پایه هشتم، در سطح اول یا دوم نظریه فن هیلی است.

**کلیدواژه‌ها:** کتاب ریاضی پایه هشتم، تحلیل محتوای کیفی، نظریه سطوح تفکر هندسی فن هیلی

#### مقدمه

نظریه فن هیلی<sup>۲</sup> معروف به «نظریه سطوح تفکر هندسی»، مربوط به چگونگی و مراحل درک مفاهیم هندسی دانش‌آموزان است. این نظریه، توانایی استدلال و تفکر هندسی را در پنج سطح، معرفی کرده است. در سطح مقدماتی (سطح نخست)، کلیت یک شکل هندسی مورد توجه قرار می‌گیرد و به تدریج، با کشف ویژگی‌های اشکال و بیان استدلال‌های غیررسمی درباره این ویژگی‌ها (سطح‌های دوم و سوم) ادامه می‌یابد. سپس به سمت هندسه اصل موضوعی (سطح چهارم) حرکت کرده و در سطح پنجم، دقت استدلالی افزایش پیدا می‌کند (فایز و همکاران، ۱۹۸۸). این سطوح به ترتیب، عبارت از «تجسم یا شناسایی»، «تجزیه و تحلیل»، «استنتاج غیررسمی»، «استنتاج

تصویر ۱. فعالیت صفحه ۳۰

چندضلعی‌ها و تقارن

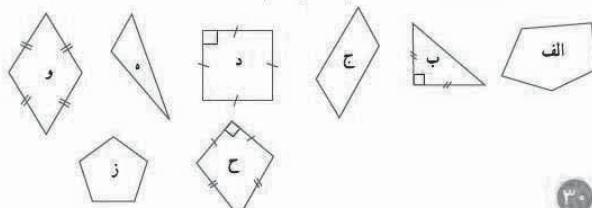
فعالیت

- ۱- در صفحه به هر خط شکسته بسته، چندضلعی گفته می‌شود به شرط اینکه ضلع‌ها یکدیگر را قطع نکنند؛ مگر در رأس‌ها که دو ضلع به هم می‌رسند.
- شکل «ج» چندضلعی نیست؛ چون ضلع‌های آن یکدیگر را قطع کردند.
- شکل «او» چندضلعی نیست؛ چرا؟
- شکل «الف» هم چندضلعی نیست؛ چرا؟
- 
- ۲- اگر در یک چندضلعی همه ضلع‌ها با هم و همه زاویه‌ها با هم مساوی باشند، می‌گوییم آن چندضلعی منتظم است.
- از میان شکل‌های بالا، کدام شکل‌ها چندضلعی منتظم‌اند؟
- ۳- یکی از شکل‌های بالا را انتخاب کنید؛ سپس درباره تعداد ضلع‌ها، زاویه‌ها، تساوی آنها و... توضیح دهد تا دوستان شکل‌کی را پیدا کند که انتخاب کرده‌اید.
- سپس به توضیحات دوستان گوش کنید و شکلی را پیدا کنید که او انتخاب کرده است.

تصویر ۲. کارد کلاس صفحه ۳۰

کارد کلاس

- ۱- هر یک از عبارت‌های زیر به کدام چندضلعی‌ها مربوط است؟
- لوزی با زاویه قائمه
  - پنج ضلعی غیرمنتظم
  - منتظم با زاویه باز



۳۰

۲. تمرکز این فصل از کتاب بر معرفی چهارضلعی‌ها (به طور ویژه متوازی‌الاضلاع‌ها) است. در صفحه‌های بعد، ویژگی‌های چهارضلعی‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرد. افروزن را این، روابط بین این ویژگی‌ها در یک چهارضلعی و نیز روابط بین چهارضلعی‌های مختلف، بررسی می‌شود. در این راستا، کتاب تلاش کرده به طور تجری و گام به گام، دانش آموز را به سمت ارائه یا دست کم در ک تعریف‌های ارائه شده برای انواع متوازی‌الاضلاع‌ها راهنمایی کند و پذیرش تداخل رده‌های چهارضلعی‌ها را به تدریج، آسان‌تر سازد. ولی تحلیل محتوای صفحه‌های این فصل از کتاب نشان داد که این هدف، تا پیش از پایان صفحه ۳۹ به دست نمی‌آید (تصویر ۹). بنابراین تمرین شماره ۱ از کارد کلاس صفحه ۳۰ که از دانش آموز می‌خواهد از بین شکل‌های داده شده، شکلی را که یک «لوزی با زاویه قائمه» است، پیدا کند، شتابزده است، زیرا بسیاری از دانش آموزان در شروع این فصل، لوزی بودن

- توازی و تعامد (صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)
- چهارضلعی‌ها (صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)
- زاویه‌های داخلی (صفحه‌های ۴۲ تا ۴۵)
- زاویه‌های خارجی (صفحه‌های ۴۶ تا ۴۹)

این فصل، با تعریف چندضلعی در صفحه ۳۰ شروع شده می‌شود (تصویر ۱)

این تعریف (فعالیت شماره ۱) که برای درک آن از شکل کمک گرفته می‌شود، تا اندازه‌ای شهودی است. با این حال از آنجا که در این تعریف، برای معرفی چندضلعی‌ها از اجزای شکل استفاده شده است، برای درک آن، برخورداری از توانایی استدلال در سطح دوم فن‌هیلی ضروری است. انجام فعالیت‌های ۲ و ۳ در همین صفحه نیز، نیازمند توجه به اجزای شکل‌های هندسی و ویژگی‌های آن‌هاست. بدین جهت این فعالیت‌ها نیز در سطح دوم فن‌هیلی ارزیابی می‌گردد. در این فصل پس از تعریف چندضلعی و انجام چند فعالیت مرتبط با آن (تصویر ۱)، در همین صفحه از کتاب (صفحة ۳۰) کارد کلاس مقابل آورده شده است (تصویر ۲) :

در مورد این کارد کلاس، بیان دو نکته دارای اهمیت است:

۱. مشخص نیست در این تمرین از دانش‌آموزان انتظار می‌رود که به طور شهودی در مورد نوع چندضلعی و ویژگی‌های آن قضاآوت کنند یا به نشانه‌گذاری‌های روی ضلع‌ها و زاویه‌ها توجه کنند. برای مثال، در حالی که شکل (ز) یک چندضلعی منتظم به چشم می‌آید، ولی اگر مبنای قضاآوت را نشانه‌گذاری روی اضلاع و زاویه‌ها قرار دهیم، در حقیقت مسئله هیچ اطلاعاتی در مورد برابری اندازه ضلع‌ها یا زاویه‌های آن نداده است. البته با توجه به اینکه در مورد شکل‌های (ب)، (د)، (و) و (ح)، ضلع‌های همنهشت و زاویه‌های قائمه مشخص شده‌اند، می‌توان چنین استنباط کرد که انتظار می‌رود قضاآوت دانش آموز نیز بر اساس این داده‌ها صورت پذیرد. در آن صورت، اجازه نداریم بگوییم که شکل (ز) یک چندضلعی منتظم هست یا نیست. همین موضوع برای شکل (ج) هم وجود دارد که اگرچه یک متوازی‌الاضلاع به نظر می‌رسد ولی توضیحی درباره ویژگی اجزای آن داده نشده است. به بیان دیگر می‌توان گفت سطح پاسخگویی به این کارد کلاس، می‌تواند یکی از سطوح اول یا دوم نظریه فن‌هیلی باشد.

برای انجام این کاردر کلاس، معلم چند انتخاب پیش رو دارد:

۱. با پاسخ برخی دانشآموزان مبنی بر آنکه چنین مستطیلی وجود ندارد، به طور موقت موافقت کند و اجازه دهد تا دانشآموزان پس از انجام فعالیت‌های کتاب، گام‌به‌گام به سوی تعریف دقیق مستطیل پیش بروند.

۲. برای آنکه موجه بودن «مستطیلی با ضلع‌های مساوی» را ممکن سازد، پیش از پرداختن به فعالیت‌های پیش‌بینی شده کتاب و با نقض سلسله مراتب در نظر گرفته شده برای محتوای آموزشی، تعریفی زود هنگام از مستطیل ارائه دهد.

۳. مربعی را به عنوان پاسخ این قسمت رسم کند و توجیه ارتباط آن را با مستطیل، برای دانشآموزان بهترزده، به جلسه‌ها و صفحه‌های آینده موکول کند.  
۴. مستطیل بودن مربع را حقيقیتی که دانشآموزان می‌باشند از آن آگاه باشند تصور نموده و به حل کاردر کلاس ادامه دهد.

اگر سه حالت اخیر رخ دهد، با توجه به روند سلسله‌مراتبی محتوای کتاب، پرسش آن است که ضرورت فعالیت‌های تجربی صفحه‌های آینده که قرار است به کشف ویژگی‌های چهارضلعی‌ها بیان‌جامد چیست، و چرا بیان تعریف‌های مستطیل، لوزی و مربع تا صفحه ۳۹ (تصویر ۷)، به تأخیر افتاده است؟

تصویر ۴، تصویری از صفحه ۳۸ کتاب درسی ریاضی هشتم را نشان می‌دهد.

در این صفحه و با یک فعالیت، ابتدا تعریفی از متوازی‌الاضلاع داده می‌شود. این یک تعریف ریاضی از متوازی‌الاضلاع است و نسبت به درک شهودی که پیش از این، دانشآموزان در تشخیص متوازی‌الاضلاع از آن استفاده کرده بودند، در سطح بالاتری قرار دارد. یک تعریف ریاضی، به شرطی برای دانشآموز معنادار است که او به توانایی درک چنین تعریفی دست یافته باشد. در حالی که پژوهش‌های متعدد انجام شده درباره مشخصه‌های سطوح فن‌هیلی، همگی نشان می‌دهند که درک تعریف‌های ریاضی، نیازمند برخورداری از تفکر هندسی در سطح سوم فن‌هیلی است (کلمانتس، ۲۰۰۳؛ برگر و شاونسی، ۱۹۸۶؛ میسون، ۱۹۹۵؛ کراولی، ۱۹۸۷). در حالی که در ابتدای این فعالیت، پیش فرض کتاب این است که دانشآموزان از عهده درک تعریف‌های ریاضی،

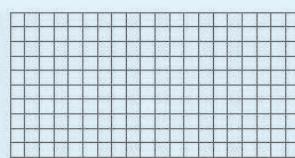
۲- چندضلعی‌های زیر را در صفحه شطرنجی رسم کنید.

(الف) یک مثلث قائم‌الزاوية متساوی‌الساقین

(ب) مستطیلی با ضلع‌های مساوی

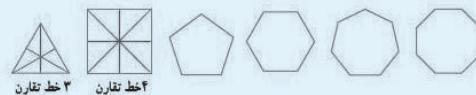
(ج) یک دوزنگ فائم‌الزاوية

(د) یک متش‌ضلعی با دقیقاً سه زاویه قائم



۳- در سال گذشته با خط تقارن شکل آشنا شدید.

(الف) تعداد خط‌های تقارن هریک از چندضلعی‌های منتظم زیر را پیدا کنید.



(ب) به نظر شما چندضلعی منتظم چند محور تقارن دارد؟ چندضلعی منتظم چطور؟

مریخ را درک نمی‌کنند و حتی بعضی از آن‌ها، قائم‌به‌لوزی را با لوزی بودن، مغایر می‌دانند. چنانچه تجربه‌های معلمان این پایه مؤید است که اگر از شکلی که یک «لوزی با زاویه قائم» است نام ببرند، بیشتر دانشآموزان چهارضلعی (ح) را پیشنهاد می‌دهند.

نظیر چنین خواسته‌ای نیز در ادامه همین کاردر کلاس، در صفحه ۳۱ کتاب دوباره عنوان گردیده است (تصویر ۳، کاردر کلاس شماره ۲، قسمت (ب)).

تصویر ۴ صفحه ۳۸ کتاب درسی

#### چهارضلعی‌ها

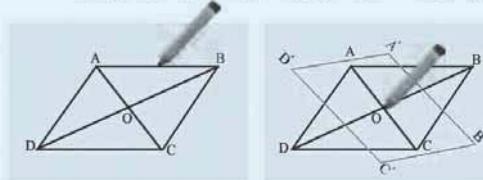
چهارضلعی‌ای که ضلع‌های روی‌بروی آن دو به دو باهم متساوی‌اند، متوازی‌الاضلاع نام دارد.

۱- متوازی‌الاضلاع را رسم و مانند شکل نام‌گذاری کنید.

یک ورق کاغذ بوسی آن بگذارید و تصویر متوازی‌الاضلاع را رسم کنید.

نوك مدادتان را روی نقطه O (محل برخورد قطرها و مرکز تقارن شکل) قرار دهید و مانند

شکل‌های زیر تصویر را  $18^\circ$  درجه حول این نقطه بچرخانید تا بر شکل منطبق شود.



۲- با توجه به انطباق شکل و تصویر، تساوی‌ها را کامل کنید.

$$\hat{A} = \hat{B} = \overline{AB} = \overline{BC}$$

هر یک از عبارت‌های زیر، یکی از خاصیت‌های متوازی‌الاضلاع را بیان می‌کند. با توجه به تساوی‌های بالا، این دو عبارت را کامل کنید.

در هر متوازی‌الاضلاع، زاویه‌های رو به رو

در هر متوازی‌الاضلاع، ضلع‌های رو به رو

۳- باره خط OA بر کدام باره خط منطبق شده است؟

باره خط OB چطور؟

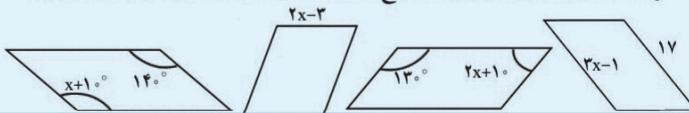
با توجه به پاسخ این دو پرسش، یک خاصیت دیگر متوازی‌الاضلاع را بینا کنید و بنویسید.

در هر متوازی‌الاضلاع،

تصویر ۵. تمرین شماره ۱، کاردر کلاس صفحه ۳۹

## کار در کلاس

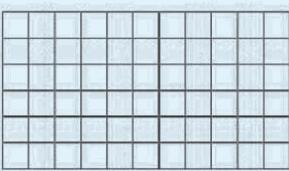
۱- شکل های زیر متوازی الاضلاع اند. با تشکیل معادله، مقدار  $x$  را بدست آورید.



تصویر ۶. تمرین شماره ۲، کاردر کلاس صفحه ۳۹

۲- در صفحه شطرنجی متوازی الاضلاعی رسم کنید  
که یکی از زاویه های قائمه  $90^\circ$  درجه باشد.

چرا زاویه های دیگر آن هم حتماً قائمه اند؟ توضیح دهید.



مشخصه های ارائه شده برای سطوح فن هیلی، در سطح دوم شمرده نمی شود و پس از دستیابی به سطح سوم فن هیلی به دست می آید (کلمنتس، ۲۰۰۳؛ مالوی، ۲۰۰۲؛ میسون، ۱۹۹۵؛ کراولی، ۱۹۸۷؛ یوسسکین، ۱۹۸۲). افزون بر این، توجه به این نکته ضروری است که در سطر اول این تمرین، از دانش آموز خواسته شده است که «متوازی الاضلاعی» با ویژگی داده شده رسم کند. با فرض آنکه دانش آموز موفق به رسم این شکل شود، چنین متوازی الاضلاعی، الزاماً یک مستطیل خواهد بود. تجربه های معلمان هم حاکی از این است که بسیاری از دانش آموزان، در نهایت شکلی شبیه به یک ذوزنقه قائم الزاویه رسم می کنند و قادر به پیاده سازی ویژگی های بیان شده در تعریف متوازی الاضلاع، در ضمن رسم چهارضلعی خواسته شده در این تمرین نیستند. برخی، حتی در صورت درک ویژگی های گفته شده در تعریف، در عمل تلاش می کنند از تبدیل شدن شکل به یک مستطیل جلوگیری کنند، چون هنوز قادر به پذیرش مستطیل به عنوان یک متوازی الاضلاع نیستند

اینکه دانش آموز درک کند مستطیلی (یا تصادفاً مربعی) که در نهایت رسم خواهد شد، همان «متوازی الاضلاعی است» که مسئله خواسته است، نیازمند درک این مطلب است که یک مستطیل (یا مربع) هم یک متوازی الاضلاع است. این به معنای توانایی درک و پذیرش تداخل رده های هم ارزی و درک روابط بین اشکال است و این توانایی، پیش از دستیابی به سطح سوم تفکر فن هیلی به دست نخواهد آمد

برمی آیند. به بیانی دیگر، از دانش آموز انتظار رفته است که یک دستیابی نسبی به سطح سوم را کسب کرده یا دست کم، سطح دوم تفکر را گذرانده و آماده ورود به سطح سوم تفکر باشد.

در ادامه، این صفحه به تشریح یک فعالیت تجربی می پردازد (فعالیت شماره ۱، تصویر ۴). در ضمن، این فعالیت که باید توسط دانش آموز انجام شود، او را به سمتی هدایت می کند که با انجام دستورزی هایی که کتاب از او خواسته، برخی از ویژگی های یک متوازی الاضلاع را کشف کند. این ویژگی ها عبارتند از همنهشتی زاویه های رو به رو، همنهشتی اضلاع رو به رو و منصف بودن قطرهای یک متوازی الاضلاع است. این همان چیزی است که از یک دانش آموز با تفکری در سطح دوم فن هیلی مورد انتظار است؛ یعنی او باید بتواند به کمک مشاهده و تجربه، ویژگی های اشکال را دریابد (کراولی، ۱۹۸۷).

در واقع تحلیل محتوای این بخش نشان داد که انجام و درک عمیق فعالیت های این صفحه، نیازمند برخورداری از پیش نیازی، دست کم در حد دستیابی به سطح دوم فن هیلی است و در ضمن انجام چنین فعالیتی، قرار است این تسلط به درجه بالاتری هم برسد.

در تصویرهای شماره ۵ و ۶ به طور جداگانه، در تمرین مربوط به کاردر کلاس صفحه ۳۹ از کتاب درسی نشان داده شده است که به درک عمیق تر این یافته، کمک می کند.

تصویر ۵، مربوط به یک تمرین ترکیبی است که بلا فاصله پس از فعالیت صفحه ۳۸ که در تصویر ۴ دیده شد، آمده است. برای پاسخگویی به این تمرین، لازم است دانش آموز به ویژگی های متوازی الاضلاع که در صفحه ۳۸ کتاب و در ضمن انجام فعالیتی تجربی دست یافته (سطح دوم فن هیلی)، مسلط باشد و بتواند این ویژگی ها را به صورت تساوی هایی که منجر به تشکیل و حل معادله های درجه اول یک مجھولی می گردد، بیان نماید.

در تصویر ۶، تمرین دوم کاردر کلاس صفحه ۳۹ از کتاب درسی دیده می شود. در این تمرین، پاسخگویی به پرسش «چرا زاویه های دیگر آن حتماً قائمه اند؟ توضیح دهید»، نیازمند درک روابط بین ویژگی های متوازی الاضلاع و نیز برخورداری از توانایی انجام استدلال های استنتاجی غیررسمی است و با استناد به

## تصویر ۷. فعالیت صفحه ۳۹

فعالیت شماره ۲ از صفحه ۳۹ نیز، فعالیتی است که در آن از دانش آموز انتظار می‌رود تعریف‌های ارائه شده را درک کند. درک تعریف‌ها چنانکه گفته شد، در سطح سوم فن‌هیلی به دست می‌آید. از این گذشته در این فعالیت، تعریف‌های داده شده به گونه‌ای ارائه شده‌اند که نیازمند درک و پذیرش تداخل رده‌های چهارضلعی هاست. در این بخش، سه تعریف داده شده مستطیل و لوزی و مربع، هر یک به عنوان «نوعی متوازی‌الاضلاع» معرفی شده‌اند. در نظریه فن‌هیلی، درک و پذیرش تداخل رده‌های اشکال هندسی، از مشخصه‌های ورود به سطح سوم است.

فعالیت شماره ۳ از همین صفحه کتاب نیز که در قسمت پایین تصویر ۷ دیده می‌شود، نیازمند بیان یک استدلال استنتاجی تک گام است. این شروع یک اثبات غیررسمی در هندسه است و توانایی‌ای است که باز هم در فهرست مشخصه‌های سطح سوم فن‌هیلی قرار می‌گیرد (کلمنتس، ۲۰۰۳؛ پیوزی، ۲۰۰۳؛ مالوی، ۲۰۰۲؛ کراولی، ۱۹۸۷؛ یوسسکین، ۱۹۸۲؛ فن‌هیلی، ۱۹۵۹).

در جمع‌بندی تحلیل این سه فعالیت، می‌توان چنین اظهار داشت که سطح مورد انتظار برای انجام و درک آن‌ها، سطح سوم فن‌هیلی است.

تصویر ۸، نخستین تمرین کاردکلاس صفحه ۴۰ از کتاب را نمایش می‌دهد که در ادامه، مورد بررسی قرار می‌گیرد.

فعالیتی که در تصویر ۸ نمایش داده شده است، با وجود ظاهر ساده‌آن، باز هم نیازمند درک عمیق تداخل رده‌های چهارضلعی‌هاست (سطح سوم فن‌هیلی). بعضی از پژوهشگران و معلمان به طور تجربی و در عمل، از واژه «ساده» برای توصیف چنین فعالیت‌هایی به کار برده‌اند.

البته ممکن است در کلاس درس، به طور عملی دیده شود که دانش آموزان پس از انجام فعالیت‌های مربوط به دو صفحه ۳۸ و ۳۹ (که پیش از این مورد بررسی قرار گرفتند)، این جدول را با موفقیت پُر می‌کنند و می‌توان با مشاهده این عملکرد، نتیجه گرفت که دانش آموزان تداخل رده‌های چهارضلعی‌ها را درک کرده‌اند. در صورتی که یافته‌های پژوهش صاباخش (۱۳۹۴)، بیانگر آن است که چنین تحلیلی ممکن است زیاده از حد خوش‌بینانه باشد.

در کاردکلاس شماره ۲ (تصویر ۹)، مجدداً از دانش آموز انتظار می‌رود با انجام دستورزی‌هایی روی

۱- با توجه به تعریف متوازی‌الاضلاع، کدام یک از شکل‌های زیر متوازی‌الاضلاع است؟

۲- در اینجا چند چهارضلعی دیگر هم تعریف شده‌اند. هر تعریف را بخوانید و از میان چهارضلعی‌های فعالیت قبل، مثال‌هایی برای هر کدام بفرمایید.

مستطیل متوازی‌الاضلاع است که زاویه‌های قائمه دارد.

مربع متوازی‌الاضلاع است که چهار ضلع مساوی و زاویه‌های قائمه دارد.

لوزی متوازی‌الاضلاع است که چهار ضلع آن برابرند.

۳- می‌دانیم که «در هر متوازی‌الاضلاع، قطرها بیکدیگر را نصف می‌کنند». آیا می‌توانیم نتیجه بگیریم که «در هر لوزی هم قطرها بیکدیگر را نصف می‌کنند»؟ چرا؟

(میسون، ۲۰۰۹؛ کلمنتس، ۲۰۰۳؛ میسون، ۱۹۹۵؛

کراولی، ۱۹۸۷؛ فن‌هیلی، ۱۹۵۹)

تصویر ۷، بخشی دیگر از همان صفحه ۳۹ را که

شامل سه فعالیت است، نشان می‌دهد.

انجام فعالیت شماره ۱ از صفحه ۳۹ (تصویر ۷)، نیازمند درک تعریف متوازی‌الاضلاع (سطح سوم فن‌هیلی) است. گوتیبرز و جیم (۱۹۹۸) خصیصه‌هایی برای سطوح مختلف فن‌هیلی معرفی کرده‌اند که یکی از آن‌ها «تعریف» است که می‌تواند از دو منظر «کاربرد» و «صورت‌بندی» بررسی شوند. فعالیت شماره ۱، فرایند کاربرد یک تعریف داده شده را ارزیابی می‌کند؛ به این صورت که از دانش آموزان که در صفحه ۳۸ کتاب با تعریف متوازی‌الاضلاع روبه‌رو شده‌اند، انتظار می‌رود با به کار گیری تعریف ارائه شده، از بین دسته‌های از چهارضلعی‌های داده شده متوازی‌الاضلاع‌ها را شناسایی کنند.

## تصویر ۸. تمرین شماره ۱، کاردکلاس صفحه ۴۰

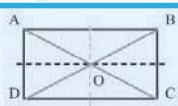
**کار در کلاس**

۱- با توجه به نمودار رو به رو، در جدول زیر جاهای خالی را پر کنید.

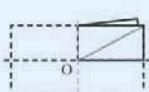
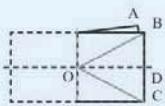
		متوازی‌الاضلاع		زاویه قائمه		چهار ضلع مساوی	
		جهار ضلع مساوی	متوازی‌الاضلاع	زاویه قائمه	مستطیل	لوزی	مربع
لوزی	زاویه قائمه						
	جهار ضلع مساوی						
مربع	جهار ضلع مساوی						
	زاویه قائمه						

✓ - - -

تصویر ۹. ادامه کاردر کلاس صفحه ۴۰



۲- روی یک ورق کاغذ، مستطیلی به دلخواه رسم کنید و دور آن را ببرید. مستطیل را مانند شکل نام‌گذاری کنید. سپس آن را ایندا روی یکی از خط‌های تقارن و سپس روی خط تقارن دیگر تا کنید.



مانند نمونه، توضیح دهد که شکل به دست آمده چگونه هر یک از خصیصه‌های مستطیل را نشان می‌دهد.

● در مستطیل قطرها یکدیگر را نصف می‌کنند؛ چون  $OA = OC$  و  $OB = OD$  فراگرفته است.

(الف) در مستطیل همه زاویه‌ها با هم برابرند؛ چون

(ب) در مستطیل ضلع‌های روبرو مساوی‌اند، چون

(ج) در مستطیل قطرها با هم برابرند؛ چون

زاویه داخلی یک چندضلعی داده شده است. سپس داشتموز، طی یک روند استقرایی به سوی دست یافتن به الگویی برای محاسبه مجموعه زاویه‌های داخلی یک چندضلعی دلخواه هدایت می‌شود. سپس رابطه‌ای برای محاسبه اندازه هر یک از زاویه‌های یک چندضلعی منتظم دلخواه به دست می‌آید. در این نتیجه‌گیری‌ها هم توانایی استنتاج غیررسمی، دخیل است.

فعالیت صفحه ۴۸ (تصویر ۱۳) نیز فعالیتی است که در آن، باز هم به کمک استنتاج‌های ساده و غیررسمی

تصویر ۱۰. کاردر کلاس صفحه ۴۱



۳- در یک طرح کاشی کاری، مربع  $ABCD$  دیده می‌شود. چهارضلعی  $MNPQ$  هم با وصل شدن وسط ضلع‌های

این مربع تشکیل شده است.

دو داش آموز توضیح داده‌اند که  $MNPQ$  چه نوع چهارضلعی‌ای است. نظر این دو داش آموز در اینجا آمده است.

**هادی**  
این مربع را روی دو قطر آن، که محور تقارن نیز هستند، تا می‌کنیم.  
همه زاویه‌های چهارضلعی  $MNPQ$  روی هم می‌افتدند. پس با هم برابرند. چون مجموع آنها  $360^\circ$  است، پس هر کدام  $90^\circ$  می‌شوند.  
درنتیجه این چهارضلعی مستطیل است.

**مبین**  
این مربع را روی دو خط تقارنی، که موازی ضلع‌های آن هستند، تا می‌کنیم.  
همه ضلع‌های چهارضلعی  $MNPQ$  روی هم پس، این چهارضلعی لوزی است.

دلایل هر دو را بخوانید و توضیح دهید که چگونه به کمک این دو نوشتہ می‌توانیم نتیجه بگیریم که  $MNPQ$  مربع است.

یک کاغذ مستطیل شکل، برخی ویژگی‌های مستطیل را جستجو نماید.

در پایان این فعالیت، دانش‌آموز می‌بایست بر اساس مشاهده‌های تجربی حاصل از این دستورزی، ویژگی‌هایی را که دریافته بیان و توجیه نماید. توانایی نتیجه‌گیری ویژگی‌های اشکال از راه مشاهده و آزمایش، از مشخصه‌های سطح دوم فن‌هیلی است و برای بیان دلیل این یافته‌ها، برخورداری از توانایی استدلال غیررسمی، مورد نیاز است.

فعالیت شماره ۳ در ادامه همین کاردر کلاس در صفحه ۴۱ آمده است (تصویر ۱۰).

در این فعالیت، استدلال مبین، یک استدلال استنتاجی غیررسمی است که با مشاهده‌های تجربی آمیخته است. بنابراین برای درک آن، برخورداری از توانایی استدلال در سطح سوم فن‌هیلی مورد نیاز است. پس از بیان این دو استدلال، از دانش‌آموز خواسته شده است که «به کمک این دو نوشته»، نتیجه‌گیری که چهارضلعی  $MNPQ$  مربع است. پاسخ مورد انتظار چنین است:

چهارضلعی  $MNPQ$  هم یک لوزی و هم یک مستطیل است؛ پس این چهارضلعی یک مربع است.

این پاسخ، یک استدلال استنتاجی تک‌گام است که پایین‌ترین سطح برای دستیابی به توانایی ارائه آن، باز هم سطح سوم فن‌هیلی است.

تصویری از سه تمرین صفحه ۴۱ که در ادامه کاردر کلاس آمده، در تصویر ۱۱ به نمایش در آمده است.

تمرین شماره ۱، یک مسئله استنتاجی است که برای پاسخ به آن، توانایی سطح سوم فن‌هیلی مورد نیاز است. همچنین تمرین شماره ۲ که با برش، تا زدن و مشاهده همراه است و با توانایی سطح دوم فن‌هیلی، قابل پاسخ دادن است. برای پاسخگویی به تمرین شماره ۳ نیز می‌توان از برش و تازدن کمک گرفت و بر اساس مشاهده‌های صورت گرفته، استدلال کرد که در این صورت، به این تمرین در سطح دوم پاسخ داده شده است. با این حال ممکن است به این تمرین در سطح سوم فن‌هیلی نیز پاسخ داده شود.

در فعالیت صفحه ۴۳ (شکل ۱۲)، ابتدا تعریفی از

ورود به سطح سوم تفکر است. این در حالی است که یافته‌های این پژوهش، نشان می‌دهند که شمار زیادی از دانش آموزان دوره متوسطه اول از نظر درک هندسی، در سطح اول فن‌هیلی قرار دارند. همچنین تعداد کمی از دانش آموزان این پایه‌ها، در سطح دوم نظریه فن‌هیلی قرار دارند و شمار دانش آموزانی که در این پایه به سطح سوم فن‌هیلی رسیده‌اند، اندک است.

### نتیجه‌گیری

نتایج به دست آمده از تحلیل محتوای فعالیت‌ها و تمرین‌های کتاب ریاضی پایه هشتم، نشانگر این است که این مباحث، در بردارنده تعریف‌های ریاضی از شکل‌های هندسی، مفهوم تداخل رده‌های شکل‌های هندسی، استدلال‌های تک‌گام و اثبات‌های استنتاجی انجام شده است که درک همه این موارد، نیازمند برخورداری از توانایی استدلال در سطح سوم فن‌هیلی است. حتی اگر قرار باشد که دانش آموز در مسیر یادگیری این فصل، به سطح سوم فن‌هیلی دست یابد، باز هم برخورداری از توانایی استدلال در سطح دوم، به عنوان سطح ورودی، پیش‌فرضی است که با سطح واقعی درک و استدلال این دانش آموزان براساس پژوهش‌های مرتبط هم‌خوانی ندارد. بر اساس نتایج پژوهش صفابخش (۱۳۹۴) سطح غالب دانش آموزان پایه هشتم در ایران، سطح اول فن‌هیلی است و میانگین درجه دستیابی دانش آموزان به سطح دوم فن‌هیلی که معرف میزان تسلط آن‌ها به این سطح است، پایین‌تر از حد متوسط است. این امر با توجه به مشخصه‌های تعریف شده برای سطح دوم و انتظاراتی که در سطح دوم نسبت به توانایی استدلال فرد وجود دارد، بدین صورت تعییر می‌شود که بیشتر دانش آموزان، درک عمیقی از اجزا و ویژگی‌های اشکال هندسی ندارند و از دیدگاه فرایند اثبات، بیشتر آن‌ها نمی‌توانند به کمک استنتراج تجربی، ویژگی‌ها را به درستی استنتاج کنند. این در حالی است که بررسی فعالیت‌ها و تمرین‌های کتاب مربوط به مبحث چهارضلعی‌ها، زاویه‌های داخلی و زاویه‌های خارجی که در کتاب پایه هشتم ارائه شده‌اند، بیانگر این واقعیت است که درک میزان قابل توجهی از مفاهیم و مباحث مطرح شده در آن‌ها، نیازمند برخورداری از تفکری در سطح دوم یا سوم فن‌هیلی است. لازم به ذکر است که یوسسکین (۱۹۸۲) اشاره می‌کند که فرایند گذار از یک سطح به سطح بعدی، نیازمند آزمونی طولانی تر از یک ساعت یا چند جلسه آموزشی است.

و در یک روند استقرایی، مجموع زاویه‌های خارجی یک چندضلعی دلخواه تعیین می‌شود. بنابراین می‌توان این فعالیت را در سطح سوم فن‌هیلی دست‌بندی کرد.

تصویر ۱۲. فعالیت صفحه ۴۳

**تمرین**

۱- چهارضلعی ABCD لوزی و چهارضلعی DCEF مربع است.  
 (الف) چرا  $\overline{AB} \parallel \overline{EF}$ ? (ب) چرا  $\overline{AD} = \overline{CE}$ ?  
 (ج) زاویه ADF چند درجه است؟

۲- روی کاغذ، لوزی دلخواه رسم کنید و دور آن را ببرید.  
 این لوزی کاغذی را روی دو خط تقارنش تا کنید. به کمک شکل به دست آمده چه تابعی در مورد قطرهای لوزی بدست می‌آید.

۳- وسط ضلع‌های یک مستطیل را به ترتیب به هم وصل می‌کنیم. چهارضلعی به دست آمده چه نوع چهارضلعی‌ای است؟ دلیل خود را توضیح دهد.

**فعالیت**

سطر اول جدول زیر، نشان می‌دهد که مجموع زاویه‌های خارجی یک مثلث برابر  $360^\circ$  است.

تعداد ضلع‌ها	شكل	مجموع زاویه‌های داخلی	مجموع زاویه‌های داخلی و خارجی	مجموع زاویه‌های خارجی
۳		$1 \times 180^\circ$	$2 \times 180^\circ$	$- \times 180^\circ = 360^\circ$
۴		$2 \times 180^\circ$	$- \times 180^\circ$	$2 \times 180^\circ = -$
۵		$- \times 180^\circ$	$- \times 180^\circ$	$- \times 180^\circ = -$
۶		$- \times 180^\circ$	$- \times 180^\circ$	$- \times 180^\circ = -$
n		$- \times 180^\circ$	$- \times 180^\circ$	$- \times 180^\circ = -$

(الف) جدول را کامل کنید و مجموع زاویه‌های خارجی شکل‌های بعدی را بدست آورید.  
 (ب) فکر می‌کنید مجموع زاویه‌های خارجی یک هشت‌ضلعی چند درجه است؟  
 یک هشت‌ضلعی جطور؟

### جمع‌بندی

سطح فن‌هیلی ارزیابی شده برای فعالیت‌ها، کاردر کلاس‌ها و تمرین‌های فصل سوم کتاب هشتم که تا اینجا در این پژوهش مورد بررسی قرار گرفته، در جدول ۱ جمع‌بندی شده‌اند. چنان‌که در این جدول، دیده می‌شود، سطوح غالب فعالیت‌ها، کاردر کلاس‌ها و تمرین‌های بررسی شده فصل سوم کتاب ریاضی پایه هشتم، سطوح دوم یا سوم فن‌هیلی است. با جمع‌بندی مطالب بیان شده درباره محتوای کتاب درسی در مبحث چندضلعی‌ها، می‌توان نتیجه گرفت که مطالب کتاب ریاضی پایه هشتم به گونه‌ای طراحی و تدوین گشته‌اند که از دانش آموز انتظار می‌رود دست کم، از تفکر هندسی در سطح دوم برخوردار بوده و آماده

سطح فن‌هیلی ارزیابی شده					
عنوان تکلیف (صفحه)	شماره	سطح اول	سطح دوم	سطح سوم	
فعالیت صفحه ۳۰	۱		*		
	۲		*		
	۳		*		
کاردر کلاس صفحه ۳۰ و ۳۱	۱	*	*	*	
	۲	*	*		
	۱	*			
فعالیت صفحه ۳۸	۲	*			
	۳	*			
	۱	*			
کاردر کلاس صفحه ۳۹	۲	*			
	۱	*			
	۲	*			
فعالیت صفحه ۳۹	۱	*			
	۲	*			
	۱	*			
کاردر کلاس صفحه ۴۰ و ۴۱	۲	*			
	۳	*			
	۱	*			
تمرین صفحه ۴۲	۲	*			
	۳	*			
	-	*			
فعالیت صفحه ۴۳	-	*			
	-	*			
فعالیت صفحه ۴۸	-	*			

13. Nisawa, Y. (2018). **Applying van Hiele's Levels to Basic Research on the Difficulty Factors behind Understanding Functions.** IEJME-Mathematics Education. 13(2), 61- 65.
14. Knight, K. C. (2006). **An investigation into the change in the Van Hiele levels of understanding geometry of pre-service elementary and secondary mathematics teachers** (Doctoral dissertation, The University of Maine).
15. Sánchez-García, A. B., & Cabello, A. B. (2016). **An instrument for measuring performance in geometry based on the van Hiele model.** Educational Research and Reviews, 11(13), 1194.
16. Pusey, E. L. (2003). **The van Hiele model reasoning in geometry: a literature review.**
17. Usiskin, Z. (1982). **Van Hiele levels and achievement in secondary school geometry.** CDASSG Project.
18. Van Hiele, P. M. (1959). **The child's thought and geometry.** English translation of selected writings of Dina van Hiele-Geldof and Pierre M. van Hiele, 243- 252.
19. Van Hiele, P. M. (1999). **Developing geometric thinking through activities that begin with play,** *Teaching Children Mathematics*, 5(6), pp. 310-316.

#### پی‌نوشت‌ها

۱. امیری، حمیدرضا؛ پندی، زهره؛ خسروآبادی، حسین؛ داودی، خسرو؛ ریحانی، ابراهیم؛ سیدصالحی، محمدرضا و صدر، میرشهرام. (۱۳۹۷). ریاضی پایه هشتم دوره اول متوسطه. شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران.

2. Van Hiele
3. Clements
4. Malloy

#### منابع

۱. صفابخش چکوسری، اشرف. (۱۳۹۴). بررسی سطح درک و استدلال هندسی دانش آموزان پایه هشتم بر اساس مدل فن‌هیلی. پایان نامه کارشناسی ارشد آموزش ریاضی، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران.
2. Alex, J. K., & Mammen, K. J. (2014). **An assessment of the readiness of grade 10 learners for geometry in the context of curriculum and assessment policy statement (CAPS) expectation.**
3. Armah, R. B., Cofie, P. O., & Okpoti, C. A. (2018). **Investigating the Effect of van Hiele Phase-Based Instruction on Pre-Service Teachers' Geometric Thinking.** International Journal of Research in Education and Science, 4(1), 314- 330.
4. Burger, W. F., & Shaughnessy, J. M. (1986). **Characterizing the van Hiele levels of development in geometry.** Journal for research in mathematics education, 31- 48.
5. Clements, D. H. (2003). **Teaching and learning geometry.** A research companion to principles and standards for school mathematics, 151- 178.
6. Crowley, M. L. (1987). **The van Hiele model of the development of geometric thought.** Learning and teaching geometry, K-12, 1- 16.
7. Fuys, D., Geddes, D., & Tischler, R. (1988). **The van Hiele model of thinking in geometry among adolescents.** Journal for Research in Mathematics Education. Monograph, i-196.
8. Gutiérrez, A., & Jaime, A. (1998). **On the assessment of the van Hiele levels of reasoning.** Focus on Learning in Mathematics , 20, 27- 46.
9. Jaime, A., & Gutiérrez, A. (1994). **A model of test design to assess the van Hiele levels.** In Proceedings of the 18th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 3, pp. 41- 48).
10. Malloy, C. (2002). **The van Hiele framework.** Navigating through geometry in grades 6, 8.
11. Mason, M. M. (1995). **Geometric understanding in gifted students prior to a formal course in geometry.**
12. Mason, M. (2009). **The van Hiele levels of geometric understanding.** Colección Digital Eudoxus, 1(2).

## رویدهای مختلف به

# آموزش مثلثات

(مقاله ارائه شده در ۴۹امین کنفرانس ریاضی ایران - شهریور ۱۳۹۷، دانشگاه علم و صنعت ایران)

فرید حسینی، دبیر ریاضی (کردستان - مریوان - دبیرستان پسرانه شاهد)،

دانشجوی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی دانشگاه شهید بهشتی

حمید فرهادی، دبیر ریاضی (کردستان - سروآباد - دبیرستان شهید کاظمی)،

دانشجوی دکتری آنالیز تابعی دانشگاه کردستان

### چکیده

با توجه به اهمیت و جایگاه مثلثات در برنامه درسی و چالش‌هایی که در یادگیری و تدریس آن وجود دارد، ابتدا خلاصه‌ای از درویکرد متفاوت به مثلثات؛ یکی به عنوان نسبت‌ها و دیگری به عنوان تابع را معرفی می‌کنیم. سپس بر این مبنای، به چگونگی شروع مثلثات در برنامه درسی ریاضی دوره متوسطه و در مورد خاص، ریاضیات پایه دهم رشته‌های تجربی و ریاضی-فیزیک، می‌پردازیم.

**کلید واژه‌ها:** مثلثات، نسبت، تابع، دایره مثلثاتی، ریاضیات پایه دهم (رشته تجربی، رشته ریاضی-فیزیک)

عبدالغفار نجم‌الدوله (۱۲۹۰ هجری قمری) نگاشته شد. با وجود این در سیر تحولات برنامه درسی ریاضی، مثلثات به عنوان یک درس مستقل، جایگاه خود را از دست داد و در سال ۱۳۷۱، با تغییر نظام آموزش متوسطه در ایران، محتوا ریاضی کتاب‌های مجزا از جمله مثلثات؛ بدون از دست دادن هویتشان؛ در دوره متوسطه، با هم تلفیق شدند.

مثلثات به صورت معناداری، استدلال‌های نموداری، هندسی و جبری را به هم پیوند می‌دهد. وجود اشتباهات مفهومی و بدفهمی‌ها، داش آموزان را در حل مسئله‌های مثلثاتی، دچار مشکل نموده و باعث می‌شود حتی برای حل بعضی از مسائل معمولی ریاضی که دانش‌مورد نیاز را هم برای حل آن‌ها در اختیار دارند، به نتیجه نرسند و تلاش آن‌ها، با شکست مواجه گردد (علامه و گویا، ۱۳۹۳). ولی با وجود اهمیت

### مقدمه

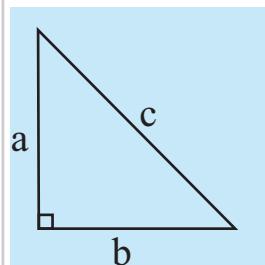
گهگاهی وقتی به قدرت مثلث فکر می‌کنم، خستگی‌ام در کار کردن با ریاضی، از بین می‌رود. این سه پاره‌خط، دارای چه قدرت جادویی هستند که تمام خطوط و دوایر و نقاط و ... که با این موجود سروکار دارند، به شکلی با هم رابطه‌ای زیبا دارند. شهری کرم زاده (۱۳۱۹)

مثلثات، موضوع مهمی در برنامه درسی ریاضیات دبیرستان است و به دلیل نقش بر جسته‌ای که همیشه در ایران داشته، به گفته رضائی (۱۳۹۳)، مطالعه موضوعی سیر تحولات تاریخی مثلثات در برنامه درسی، به نوعی می‌تواند بیانگر سیر تحولات برنامه درسی ریاضی در ایران باشد. وی توضیح می‌دهد که در ابتدای فعالیت دارالفنون، نخستین کتاب مستقل مثلثات با عنوان «مثلثات مستقیمه الخطوط»، توسط

مثلثات و دشواری‌های نهفته در یادگیری آن، تحقیقات محدودی روی این مبحث انجام شده است (وبر، نات و اویتس<sup>۱</sup>، ۲۰۰۸). با توجه به جنبه‌های قابل تحقیق در این مبحث، در این مقاله سعی بر این است که رویکردهای آموزشی به روابط مثلثاتی، یعنی مثلثات به عنوان نسبت‌ها و مثلثات به عنوان تابع، معرفی شوند و از این زاویه نگاه، برنامه درسی مثلثات دوره متوسطه بهخصوص کتاب‌های درسی ریاضی (۱) پایه دهم (۱۳۹۶)، بررسی شود. دلیل استفاده معادل از برنامه درسی و کتاب درسی این است که در ایران، کتاب‌های درسی در سطح «ملی» هستند و برای هر موضوع درسی، یک و تنها یک کتاب درسی تولید می‌شود. از طرف دیگر، هنوز راهنمای برنامه درسی ریاضی، به تصویب نهایی نرسیده است. در نتیجه، می‌توان با اندکی تساهل و تسماخ، از برنامه درسی ریاضی و کتاب درسی ریاضی، به صورت معادل استفاده نمود.

### روابط مثلثاتی به عنوان «نسبت»‌ها

در رویکرد «نسبت‌ها» به مثلثات، با داشتن یک مثلث قائم‌الزاویه با طول اضلاع مشخص و یک زاویه حاده، روابط مثلثاتی به عنوان نسبت‌هایی از اضلاع، معرفی می‌شوند. اهمیت و کاربرد این رویکرد به حدی بوده که در روند شکل‌گیری مثلثات، تمام نسبت‌های اضلاع متمایز این آجر بنای چندضلعی‌ها، مسمّاً و خالق شاخه زیبای مثلثات شده‌اند.



- |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|
| $(a, c) \rightarrow \sin A$ | $(b, c) \rightarrow \cos A$ |
| $(a, b) \rightarrow \tan A$ | $(b, a) \rightarrow \cot A$ |
| $(b, c) \rightarrow \sec A$ | $(c, a) \rightarrow \csc A$ |

در این رویکرد، دانش‌آموزان باید مثلث قائم‌الزاویه و ارتباط آن را با روابط عددی درک کرده و در به کار بردن نمادها نیز مهارت پیدا کنند که این ترکیب، بسیاری از آن‌ها را با مشکل مواجهه می‌کند. علامه و گویا (۱۳۹۳)، به نقل از مور<sup>۲</sup>، ۲۰۱۰)، اظهار کرده‌اند

که به احتمال زیاد، مشکلات دانش‌آموزان در توسعه روابط مثلثاتی، چند وجهی بودن دانش لازم برای درک آن‌هاست. دانش‌آموزان با درک نسبت‌های مثلثاتی و کمک گرفتن از ماشین حساب، قادر خواهند بود تا طول اضلاع مجھول، زاویه مجھول و در مسائل کلامی، با مدل‌سازی مسئله به کمک مثلث قائم‌الزاویه، مقادیر مجھول مسئله را بیابند. برای مثال، برآیند بردارها در فیزیک نیز به چنین درکی از توابع مثلثاتی نیازمند است. استانداردهای ریاضیات مدرسه‌ای که توسط «شورای ملی معلمان ریاضی» (NCTM، ۲۰۰۰) تدوین شده، بر این نکته تأکید دارد که درک یک عمل، شامل توانایی تخمین نتیجه‌های از آن عمل هم هست. به عنوان نمونه درک کسرها، مستلزم این است که آنان بدانند که  $1312+78$ ، تقریباً برابر ۲ است، زیرا مقدار تقریبی هر کسر، ۱ است. البته درک «نسبت»‌ها به تنها، دانش‌آموزان را قادر نمی‌کند که مثلث  $\sin 15^\circ$  را تقریب بزنند. زیرا با این رویکرد، تنها زمانی می‌توان این مقدار را به دست آورد که دو ضلع یک مثلث قائم‌الزاویه با زاویه  $15^\circ$  داده شده باشد. از این گذشته، فقط با درک سینوس به عنوان نسبت، دانش‌آموزان نمی‌توانند همه چیز را درباره روابط مثلثاتی درک کنند. برای مثال، آن‌ها برای اینکه تعیین کنند در کدام ربع از صفحه مختصات، سینوس صعودی است، یا اینکه بتوانند نمودار  $\sin 2x$  را رسم کنند، به دانش بیشتری در زمینه‌های دیگر، نیاز دارند. برای نمونه، سیباری از مسئله‌های مربوط به درس حسابان مانند تعیین مشتق  $\sin x$ ، تنها با درک نسبت‌های مثلثاتی، قابل انجام نیستند و دانش‌آموزان برای حل آن‌ها، لازم است که درک تابعی نیز از مثلثات، داشته باشند (وبر، نات و اویتس<sup>۳</sup>، ۲۰۰۸). کندال و استیسی (۱۹۹۷) پس از بررسی نقاط قوت و ضعف دو رویکرد به تدریس مثلثات؛ یکی به عنوان نسبت و دیگری از روی دایره مثلثاتی، به این نتیجه رسیدند که رویکرد «نسبت»‌ها به مثلثات، درک جامعی از توابع سینوس و کسینوس در دانش‌آموزان، ایجاد نمی‌کند.

### رویکرد تابعی به مثلثات (با استفاده از دایرهٔ مثلثاتی)

در این رویکرد، دایرهٔ مثلثاتی در صفحهٔ دکارتی، رسم یک زاویه با اندازه مشخص در دایرهٔ مثلثاتی و نسبت‌های مثلثاتی به عنوان تابع، معرفی می‌شوند. به عبارتی، این رویکرد توابعی را معرفی می‌کند که اندازه

نات و اویتس، ۲۰۰۸). علاوه بر این‌ها، محققان دیگری هم این نکته را خاطرنشان کردند که رویکردهای سنتی، بر درک روابط مثلثاتی به عنوان نسبت تأکید دارند و دانش‌آموزان را قادر به درک آن‌ها به عنوان تابع، نمی‌کنند (کندال و استیسی، ۱۹۹۷).

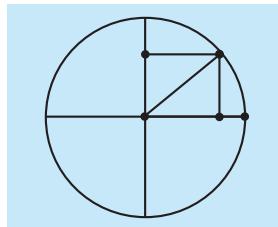
### معرفی مثلثات در کتاب درسی ریاضی پایه دهم (۱) رشته‌های تجربی و ریاضی-فیزیک

در برنامه درسی ریاضی دوره دوم متواتر و به طور مشخص کتاب ریاضی پایه دهم رشته تجربی و رشته ریاضی-فیزیک (امیری و همکاران، ۱۳۹۶)، به صورت گذرا، این رویکرد هندسی ارائه شده است؛ همان پدیدهای که ویر، نات و اویتس (۲۰۰۸)، آن را «روش‌های سنتی معرفی توابع مثلثاتی» نامیده‌اند.

در چیش محتوای کتاب ریاضی پایه دهم، مثلثات در فصل دوم و تابع، در فصل پنجم آمده است که این تقدم، باعث شده که عملیاً، مثلثات جایگزین اصطلاح رایج «توابع مثلثاتی» شده است. در حالی که اگر ابتدا فصل تابع می‌آمد و بعد فصل مثلثات قرار می‌گرفت، امکان معرفی و تجربه کردن دانش‌آموزان با مفهوم روابط مثلثاتی به معنای «توابع مثلثاتی»، بیشتر فراهم می‌شد. با پراختن بیشتر به رویکرد هندسی به مثلثات بر مبنای دایره مثلثاتی و ایجاد فرست تجربه کردن عملی در کلاس درس برای دانش‌آموزان، از طریق انجام فعالیت‌های دقیق طراحی شده با مشارکت هم در گروه‌های کوچک، آنان می‌توانند «ارتباط و اتصال<sup>۵</sup>» بین مفاهیم ریاضی را به درستی درک کنند و در نتیجه، به فهم منسجم‌تری از مثلثات، برسند.

تال، توماس، گری و سیمپسون<sup>۶</sup> (۲۰۰۰) در تحقیقات خود، به این نتیجه رسیدند که دانش‌آموزان، بدون کسب ورزیدگی در به کار بردن یک رویه در عمل، به سختی می‌توانند تصویری از آن داشته باشند. در صورتی که پس از اولین به کارگیری، فهم دانش‌آموزان از آن رویه نیز، عمیق‌تر می‌شود و بدین سبب از نظر وی، در ارتقای درک مثلثاتی دانش‌آموزان، رویکرد هندسی موفق است. با وجود این، تال، توماس، گری و سیمپسون (۲۰۰۰) بر این نکته تأکید کردند که اگرچه این رویکرد اثربخش است، ولی شروع آموزش مثلثات به کمک دایره مثلثاتی به تنها‌یی، تضمین کننده یادگیری عمیق و مفهومی مثلثات نیست. به باور آنان، مهم است که همزمان، به دانش‌آموزان فرست داده

زاویه را به عنوان «وروودی» در نظر می‌گیرد و آن را به «مقداری حقیقی»، می‌نگارد.

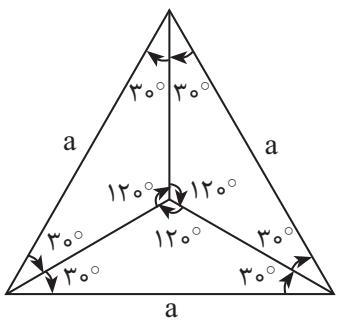


دانش‌آموزان برای محاسبه مقادیر و تخمین توابع مثلثاتی، یک رویه هندسی را یاد می‌گیرند و تابع بودن را در این فرایند، یاد می‌گیرند. تجربه تدریس نویسنده‌گان شاهدی بر این ادعاست که استفاده از این رویکرد، کمک می‌کند تا مشکلاتی که دانش‌آموزان در درک و فهم توابع مثلثاتی دارند، کاهش یابد و به تدریج، به فهم عمیق‌تر منجر شود.

با این حال، ویر، نات و اویتس (۲۰۰۸)، شتابزدگی را در استفاده از رویکرد دایره مثلثاتی، «روش‌های سنتی معرفی توابع مثلثاتی» می‌داند. همچنین، هولولو<sup>۷</sup> (۱۹۹۷)، نقل شده در ویر، نات و اویتس، ۲۰۰۸ نیز در بررسی چندین کتاب درسی جبر، مثلثات و هندسه دیبرستانی که بسیار مورد توجه بوده و بیش از بقیه برای تدریس انتخاب شده بودند، این نکته را آشکار ساخت که روابط مثلثاتی، ابتدا به عنوان «نسبت»، به دانش‌آموزان تدریس می‌شود (به عنوان نمونه در یک مثلث نام‌گذاری شده،  $\sin\alpha$  به صورت  $\frac{y}{r}$  یا به صورت «مقاب» بر «وتر» تعریف می‌شود) و از آنان خواسته می‌شود تا به کمک نسبت‌های مثلثاتی، تکلیف‌ها را انجام دهند و بعد از آن، انتظار می‌رود که بتوانند مسائل کلامی مثلثاتی را حل کنند. در کتاب‌های مورد اشاره، پس از آنکه دانش‌آموزان، این نسبت‌ها را آموختند، بعد مدل دایرة مثلثاتی معرفی می‌شود. آنگاه در این مرحله، از دانش‌آموزان می‌خواهند که انجام عملیات با یک رویه خاص را برای یافتن سینوس و کسینوس زاویه داده شده، «تجسم کنند» (مانند دوران به اندازه ۲ واحد روی دایرة مثلثاتی، و یافتن عرض و طول نقطه توقف). با این حال در آن کتاب‌ها، فرست به کار بردن رویه‌ها برای دانش‌آموزان، ایجاد نشده است. تمرین‌ها هم به ندرت نیازمند به کارگیری یک رویه همراه با درک عملیات مثلثاتی است. در واقع حل بیشتر تمرین‌ها، تنها نیازمند دانستن مفهوم «نسبت» در عملیات مثلثاتی و به کار بردن تکنیک‌های جبری است (ویر،

**کندال و استیسی (۱۹۹۷)**  
**پس از بررسی نقاط قوت و ضعف دو رویکرد به تدریس مثلثات؛ یکی به عنوان نسبت و دیگری از روی دایره مثلثاتی، به این نتیجه رسیدند که رویکرد «نسبت»‌ها به مثلثات، درک جامعی از توابع سینوس و کسینوس در دانش‌آموزان، ایجاد نمی‌کند**

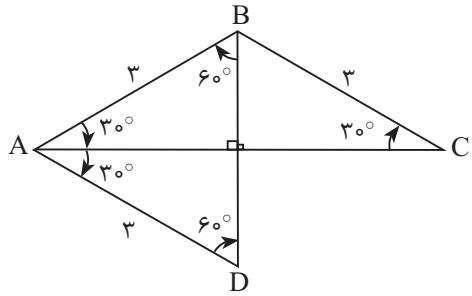
سه مثلث همنهشت با مثلث مفروض را طوری کنار هم می‌چینیم  
تا یک مثلث متساوی‌الاضلاع، تشکیل شود.



$$\frac{1}{2}a \cdot a \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2}(3)(3) \cdot \sin 60^\circ \rightarrow a = 3\sqrt{3}$$

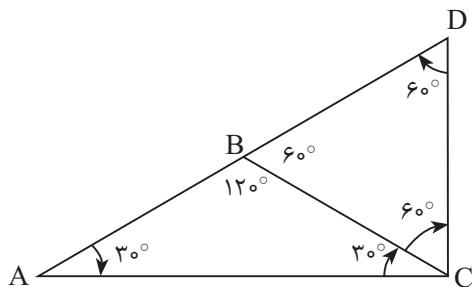
$$S = \frac{1}{2}a \cdot (3) \cdot \sin 60^\circ = \frac{9\sqrt{3}}{4}$$

را عمود منصف BD فرض می‌گیریم. در نتیجه:



$$S_{ABC} = S_{ABD} = \frac{1}{2}(3)(3) \sin 60^\circ = \frac{9\sqrt{3}}{4}$$

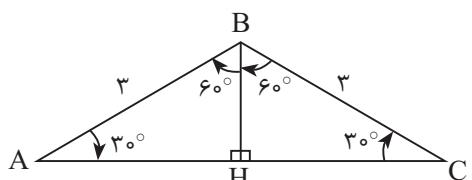
را امتداد داده تا عمود بر AC (در C) را در D قطع کند.



$$S_{ABC} = S_{ADC} - S_{BDC}$$

$$= \frac{1}{2}(3)(6) \sin 60^\circ - \frac{\sqrt{3}}{4}(9) = \frac{9\sqrt{3}}{4}$$

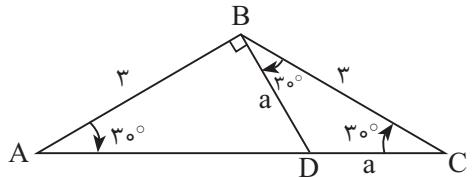
عمود BH را رسم می‌کنیم.



$$S_{ABC} = 2S_{ABH} = (3)(3 \sin 30^\circ)(\sin 60^\circ) = \frac{9\sqrt{3}}{4}$$

$$2\left(\frac{1}{2}\right)(3 \sin 30^\circ)(3 \sin 60^\circ)$$

زاویه ۹۰ درجه را از زاویه B، جدا می‌کنیم.



$$a = 3 \tan 30^\circ = \sqrt{3} \rightarrow S_{ABC} = S_{ABD} + S_{BDC}$$

$$= \frac{1}{2}(3)(\sqrt{3}) + \frac{1}{2}(3)(\sqrt{3})(\frac{1}{2}) = \frac{9\sqrt{3}}{4}$$

$$\hat{B} = 180 - (30 + 30) = 120 \rightarrow$$

$$S = \frac{1}{2}(3)(3)\sin(120) \rightarrow ???$$

ولی محاسبه  $\sin 120$  جزو انتظارات رویکرد «نسبت» نیست و این امر، مشکل آفرین است. راه حل هایی را که جهت رفع مشکل، به استناد یافته های پژوهشی و تجربه تدریسی خود پیش بینی کرده ایم، در جدول صفحه قبل نمایش داده ایم:

**سپاسگزاری:** از استاد ارجمند سر کار خانم دکتر سهیلا غلام آزاد که مقاله وبر، نات و اویتسن (۲۰۰۸) را به نویسندها معرفی کردن و مقاله را چند بار خوانده و نقد کردن و نکات مهمی را برای بهبود مقاله تذکر دادند، تشکر می کنیم.

#### پی‌نوشت‌ها

1. Weber, Knott, & Evitts
2. Moore
3. Kendal & Stacey
4. Hollowell
5. Connection
6. Tall, Thomas, Gray& Simpson

#### منابع

1. NCTM. (2000). **principles and standards for school mathematics**. Reston: VA : The Author.
2. Weber, K.; Knott, L.; & Evitts, T. A. (2008). Teaching trigonometric functions: Lessons learned from research. **National Council of Teachers of Mathematics**; 102 (2): 144- 150.
3. Kendal, M; & Stacey, K. (1997). Teaching trigonometry. **Vinculum**, 34 (1): 4- 8.
4. Tall, D. O.; Thomas, G. D.; Gray, E. & Simpson, A. (2000). What is the object of the encapsulation of a process? **Journal of Mathematical Behavior**; 18 (2): 1- 19.
5. امیری، حیدرضا و همکاران. (۱۳۹۶). ریاضی (۱) رشتہ‌های ریاضی- فیزیک و علوم تجربی. شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران.
6. رضائی، مانی. (۱۳۹۳). بررسی کتاب‌های درسی ریاضی دوره متوسطه از شروع آموزش رسمی در ایران. دو فصلنامه نظریه و عمل در برنامه درسی؛ ۲(۳): ۷۱-۹۲. دانشگاه خوارزمی و انجمن مطالعات برنامه درسی ایران.
7. شهرتی کرمزاده، امیدعلی. (۱۳۸۹). سخنرانی تحت عنوان «چرا باید هندسه به مدرسه باز گردد؟» یازدهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران؛ سمنان.
8. علامه، مجتبی و گویا، زهرا. (۱۳۹۳). بدفهنهای دانش آموزان از مباحث مثلثات. مجله رشد آموزش ریاضی، شماره ۱۱۸. دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

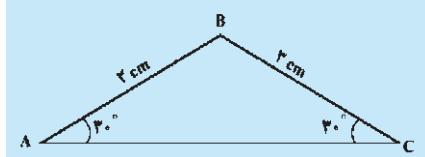
شود که روابط مثلثاتی مانند سینوس و کسینوس را هم به صورت «نسبت»، بینند و بهطور عملی، روش‌های هندسی را به کار ببرند و با بازتاب بر مفاهیم مثلثاتی از هر دو جنبه و تلفیق آنها، فهمشان عمیق‌تر شود. در حقیقت، یافته اصلی تال، توماس، گری و سیمپسون (۲۰۰۰) و نتایج پژوهش وبر، نات و اویتسن (۲۰۰۸) مؤید این نظر است که شروع آموزش مثلثات، با تلفیق دو رویکرد «نسبت» یا «هندسی» و «تابع»، از نظر آموزشی، مناسب‌تر است. از نگاه وبر، نات و اویتسن (۲۰۰۸)، جنبه جذاب رویکرد هندسی این است که اجرای آن، نیازی به تغییر جدی در روند تدریس و کلاس درس را ندارد. به عبارتی این رویکرد، استفاده از تکنولوژی خاص یا آموزش‌های قابل از خدمت ویژه‌ای را نمی‌طلبد. در حالی که بالقوه، توانایی کمک به دانش‌آموزان را برای تعمیق درک مفاهیم مثلثاتی، دارد.

نویسندها این مقاله در تدریس فصل مثلثات، نادیده گرفتن این یافته‌ها و تأکیدات پژوهشی را در تألیف کتاب ریاضی (۱) پایه دهم رشتہ‌های تجربی و ریاضی- فیزیک، به وضوح دیده و جای خالی آن را حس کرده‌اند. به خصوص، طرح شب خط و روابط مثلثاتی، امکان ایجاد درک منسجمی از مفاهیم مثلثات را برای دانش‌آموزان، دشوارتر کرده است. همچنین در حال حاضر، مشکل ایجاد شده در پایه دهم، در پایه یازدهم، خود را نشان داده که نتایج آزمون‌ها نیز، گواهی بر این ادعاست.

#### سخن پایانی

این مقاله را با تحلیل تمرین ۵ کتاب ریاضی پایه دهم که مربوط به رویکرد نسبتی به مثلثات است، به پایان می‌بریم. برای حل این تمرین، از رویکرد تلفیقی یعنی استفاده از «نسبت» و «تابع» برای شروع آموزش مثلثات، استفاده کرده‌ایم.

#### ۵ مساحت مثلث ABC را بیندازید.



سؤال (۵)، صفحه ۳۶، (شکل (۱)):  
ایده اولیه قابل انتظار برای حل این مسئله، به این صورت است:

# تعریف حد:

# پکی چند تا؟

(مقاله ارائه شده در شانزدهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران، مرداد ۱۳۹۷، بابلسر)

اطهر فیروزیان، دانشجوی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی دانشگاه شهید بهشتی  
مریم بینش، دانشجوی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی دانشگاه شهید بهشتی و دبیر ریاضی شهرستان جوین (خراسان رضوی)

## چکیده

با توجه به تغییرات اخیر که در تمام ارکان نظام آموزشی رخ داده و نقش آزمون‌های ورودی مدارس خاص و دانشگاه‌ها در سرنوشت تحصیلی دانش‌آموزان، تقاضا برای کتاب‌های کمک‌درسی به خصوص ریاضی که از محورهای جدی آزمون‌هاست، بیش از پیش شده است. استدلال بسیاری از والدین هم این است که هر کمکی که باعث کاهش اشکالات و نقصهای آموزشی بشود، سرنوشت فرزندانشان را به سمت بهتری می‌کشاند. در نتیجه به طور فزاینده‌ای، تقاضا برای خرید کتاب‌های کمک آموزشی که فهم دانش‌آموزان را از مطالب کتاب‌ها تسهیل کند، و معلمان را در تدریس کتاب‌های تازه‌تألیف یاری دهد، بیشتر می‌شود. از این رو در این مقاله، ابتدا نگاهی کلی به وضعیت کتاب‌های آموزشی موجود برای درس‌های ریاضی می‌اندازیم، سپس با توجه به مشکلاتی که بعضی از معلمان، با رویکرد جدید به مفهوم «حد» پیدا کرده‌اند، به چگونگی معرفی این مفهوم در کتاب درسی حسابان قبلی، سال سوم متوسطه (معادل پایهٔ یازدهم) و کتاب درسی تازه‌تألیف پایهٔ یازدهم می‌پردازیم. آنگاه، به بررسی نحوه جبران کاستی‌ها و رفع ابهامات موجود در کتاب درسی ریاضی پایهٔ یازدهم رشته ریاضی-فیزیک جدید توسط بعضی از کتاب‌های آموزشی می‌پردازیم که مخاطبانشان، هم معلمان و هم دانش‌آموزان هستند.

**کلیدواژه‌ها:** تغییرات آموزشی، آزمون‌های ورودی، کتاب‌های آموزشی، مفهوم حد

## مقدمه

مصادق‌های بارز حمایت بیرون تبعیض، از همه ناشران کشور است.

برای آشنایی بیشتر با تاریخ چاپ کتاب‌های کمک درسی/کمک آموزشی، برگهایی از تاریخ را روایت می‌کنیم. نخستین کتاب کمک‌آموزشی در ایران به سال ۱۳۱۱ قمری (۱۲۷۲ شمسی)، توسط عبدالرحیم بن نجاشی‌زیریز منتشر شد. در پیشگفتار این کتاب آمده است که «تویینده اعتقادی عظیم به علم داشت و از این رو، قسمت زیادی از عمر و تلاش خود را بر سر نشر علم گذاشت و هدفش این بود که مردم میهن خود را به فکر کردن و چون و چرا گفتن و ادارد، آنان را با مسائل تازه آشنا سازد و برانگیزد تا در راه زندگی

چاپ کتاب‌های آموزشی و کمکی، از زمینه‌های بسیار اساسی، مهم، گسترده و در عین حال سودآور صنعت نشر در ایران و جهان است. به گفته آذرنگ (۱۳۸۶)، در کشورهای در حال توسعه که بازار فروش کتاب‌های عمومی محدود است، بیشتر ناشران تمایل دارند که به نوعی، در زمینه نشر کتاب‌های درسی فعالیت یا همکاری کنند و آن را از انحصار محض دولت، خارج کنند. وی ادامه می‌دهد که ناشران ایرانی نیز از این قاعده مستثنی نیستند و سهیم کردن کل نشر کشوار در سود حاصل از کتاب‌های درسی، از

کمک درسی بوده است. به عبارت دیگر، به ازای هر سه کتابی که در کشور منتشر شده، یکی از آن‌ها کتاب‌های کمک‌آموزشی و حل المسائل<sup>۱</sup> بوده و در بین آن‌ها، تعداد کتاب‌های مربوط به ریاضی، رکورددارکن بوده است. این رشد بی‌سابقه تقاضا، باعث نگرانی صاحب نظران آموزشی شده است، زیرا مخاطب این کتاب‌ها، علاوه بر دانش‌آموزان، معلمان نیز هستند.

## روش تحقیق

هدف این تحقیق، بررسی نظرات معلمان ریاضی در مورد تأثیر مثبت یا منفی کتاب‌های کمک‌آموزشی بر تدریس آنان و موفقیت تحصیلی دانش‌آموزان بود. به این مناسبت، از جمعی از دبیران ریاضی که سابقاً تدریس کتاب قبلی و کتاب جدید پایه‌یازدهم را داشتند، دعوت شد که در صورت تمایل، در این مطالعه شرکت کنند. معلمان شرکت‌کننده در این تحقیق، ده نفر دبیر ریاضی شاغل بودند که همگی، دارای مدرک کارشناسی ارشد آموزش ریاضی یا دانشجوی آموزش ریاضی بودند. داده‌های این مطالعه، از طریق مصاحبه‌های فردی نیمه‌ساختاریافته، جمع‌آوری شد. تمرکز مصاحبه‌ها و بحث‌هایی که صورت گرفت، عوامل رونق کتاب‌های کمک‌آموزشی در سال‌های اخیر بود. در ضمن بحث‌هایی که صورت پذیرفت، موضوع «حد»، بیش از همه مورد توجه قرار داشت و با تجزیه و تحلیل داده‌ها، معلوم شد که در کتاب درسی حسابان، نوع معرفی و پردازش مفهوم «حد»، موجب سردرگمی معلمان و دانش‌آموزان شده است. با توجه به محدودیت صفحه در این مقاله، تنها به ارائه بخشی از نتایج در رابطه با این مفهوم، می‌پردازیم. همچنین، با توجه به کثرت کتاب‌های کمک‌آموزشی در بازار، ملاک انتخاب خود را کتاب‌هایی قرار دادیم که طی چند سال متولی، همواره در جدول «پروفوشن»‌های کتاب‌های آموزشی قرار داشته‌اند.

## یافته‌ها

در این بخش ابتدا به اختصار، یافته‌های حاصل از این بررسی بیان می‌شوند و بعد، نتایج به دست آمده در مورد موضوع حد، با تفصیل بیشتری، ارائه می‌گردد.

### الف) عوامل مؤثر در رونق کتاب‌های کمک آموزشی

چند سالی است که مطابق با سند چشم‌انداز توسعه کشور، مراکز دانشگاهی بسیاری در سرتاسر ایران

نوی گام بردارند» (کتاب احمد، ۱۲۷۲). ولی همان‌طور که باقر مؤمنی (سال ۱۳۲۶) در مقدمه کتاب احمد توضیح داده، کتاب او، تنها یک کتاب ساده علمی نیست. بلکه یک کتاب اجتماعی هم هست و انباشته از اعتقادات اجتماعی و شرح عقب‌ماندگی‌های ایران و تصاویری خیالی از جامعه متمدن آینده است که سرانجام، باید جای ایران عقب‌مانده آن روز را بگیرد (کتاب احمد، ۱۲۷۲).

انتشار روزافزون کتاب‌های آموزشی و عدم تناسب بخش قابل توجهی از آن‌ها با استانداردهای آموزشی و همچنین لزوم استفاده بهینه از زمان برای بهره‌گیری از خواندنی‌های مناسب، شورای عالی آموزش و پژوهش و وزارت آموزش و پژوهش را به عنوان یک نهاد فرهنگی گسترد و مؤثر، مکلف کرد تا با سیاست‌گذاری، استانداردسازی تولید کتاب‌های غیردرسی و تبیین سیاست‌های تشویقی- حمایتی، نقش مؤثرتری

از جمله عوامل متعددی که بازار کتاب‌های کمک‌آموزشی را در بین معلمان، دانش‌آموزان و حتی خانواده‌های آنان پر رونق کرده، می‌توان به درس‌نامه‌های کامل، کمبود تمرین در کتاب‌های درسی، آزمون‌های هفتگی و ماهانه وابسته به انتشارات کمک‌آموزشی در مدارس، تبلیغات، همکاری مؤلفان کتاب‌های درسی در تأليف کتاب‌های کمک‌آموزشی، این کتاب‌ها، الزاماً به هدف‌های برنامه درسی وابسته هستند که شامل کتاب‌های کار و فعالیت‌های یادگیری، کتاب‌های تمرین، کتاب‌های سنجش و ارزشیابی پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان و کتاب‌های فعالیت محور هستند (فهرست توصیفی کتاب‌های آموزشی، ۱۳۹۳).

طی سال‌های اخیر، معنای کتاب‌های کمک‌آموزشی، دچار تغییرات اساسی شده و با توجه به افزایش تقاضا جامعه جهت شرکت در آزمون‌های ورود به دانشگاه و مدارس خاص که از طریق آزمون ورودی دانش‌آموز می‌گیرند، شاهد روند رو به رشد انتشار کتاب‌هایی با عنوان «کمک‌آموزشی» نمود

بوده و هستیم که با تعریف ارائه شده فاصله زیادی دارد. یکی دیگر از دلایل عدمۀ افزایش تقاضا برای این کتاب‌ها، می‌تواند شدت تمرکز نظام آموزشی و الزام معلمان و دانش‌آموزان، به استفاده از یک کتاب درسی برای هر موضوع درسی، در سطح ملی باشد. در هر صورت با فرض اینکه در دنیا جدید، دانش‌آموزان دارای استعدادها و نیازهای متنوع بیشتری هستند، وجود منابع کمک‌آموزشی، ضروری به نظر می‌رسد. به طوری که در سال ۱۳۹۴، حدود ۱۵۰ میلیون نسخه کتاب در کشور منتشر شده است که ۴۳ میلیون آن، کتاب‌های

راهاندازی شده‌اند و با حداکثر توان خود (یا حتی بسیار بیش از آن)، به جذب و تربیت دانشجو مشغولند. انتظار این بود که با وجود شتاب در توسعه کمی دانشگاه‌ها و مراکز آموزش عالی کشور، شاهد تغییر شکل کنکور و کاهش ترس و اضطراب دانش‌آموزان و خانواده‌های ایشان از مواجهه با آن باشیم. ولی این توسعه کمی، نه تنها از هیجان کنکور کم نکرده، بلکه جامعه همچنان شاهد تداوم رونق بازار ناشران «کمک درسی» و تبلیغات گسترده و پر رونق آن‌ها با هزینه‌های میلیاردی است (فاسی و قدمی ۱۳۹۵)، به گفته معلمان، از جمله عوامل متعددی که بازار کتاب‌های کمک‌آموزشی را در بین معلمان، دانش‌آموزان و حتی خانواده‌های آنان پر رونق کرده، می‌توان به درسنامه‌های کامل، کمبود تمرین در کتاب‌های درسی، آزمون‌های هفتگی و ماهانه وابسته به انتشارات کمک‌آموزشی در مدارس، تبلیغات، همکاری مؤلفان کتاب‌های درسی در تألیف کتاب‌های کمک‌آموزشی، اشاره نمود. به باور شرکت‌کنندگان در این تحقیق، این عوامل از تبعات تغییرات مکرر محتوا و رویکرد آموزشی کتاب‌های درسی جدید ریاضی است. تجزیه و تحلیل داده‌های این تحقیق نشان داد که از بین این موارد، مفهوم حد بیش از همه، باعث سوق دادن معلمان و دانش‌آموزان، به سمت استفاده از کتاب‌های کمک‌آموزشی شده است.

### ب) تغییرات کتاب‌های درسی ریاضی

تغییر محتوا کتاب‌های درسی ریاضی که در پی تغییر نظام آموزشی کشور خداده است، فرصت مناسبی برای مؤلفان کتاب‌های کمک‌آموزشی فراهم کرده تا در این شرایط، علاوه بر دانش‌آموزان، به اصطلاح، «به کمک معلمان بشتایند» و آن‌ها را برای حضور در کلاس‌های درس و تدریس محتوا جدید، آماده کنند. بسیاری از این ناشران، توجیه ورود گستردگی خود را در این برهه زمانی، دلایل آموزشی و فرهنگی عنوان نموده و حتی گاهی، رسالت خود را، جبران کمبودهای موجود در برنامه‌های درسی و محتوا کتاب‌های درسی، اعلام کرده‌اند (فاسی و قدمی ۱۳۹۵). با وجود این، سؤال پاسخ داده نشده این است که «آیا کتاب‌های کمک‌آموزشی موجود در بازار، که مورد استفاده بسیاری از معلمان و دانش‌آموزان قرار می‌گیرند، توانسته‌اند به رسالت خود در این زمینه عمل کنند؟» در این مقاله، برای پاسخ نسبی به این سؤال، تنها به نتایج بررسی مفهوم حد، بستنده می‌کنیم.

در کتاب حسابان قبلی، تعریف حد چنین آمده است: «اگر تابعی در دو طرف نقطه‌ای تعریف شده باشد و در این نقطه، حد چپ و راست متفاوت باشد، در آن نقطه حد ندارد. اما اگر حد های چپ و راست تابع در آن نقطه موجود و مساوی باشند، تابع در آن نقطه حد دارد و حد آن، همان مقادیر مشترک حد های چپ و راست است (حسابان، ص ۱۳۸).

در ادامه، حالتی بررسی شده که تابع، فقط در یک همسایگی تعریف شده باشد و وجود یکی از حد های چپ و راست را برای وجود حد در این نقطه، کافی می‌داند (تصویر ۱).

فرض کنیم  $X$  و  $Y$  فضاهایی متری باشند. همچنین  $E \subset X$  و  $f$  مجموعه ای را به تسوی  $Y$  بگارد و  $p$ ، یک نقطه حدی  $E$  باشد. می‌نویسیم وقتی  $p \rightarrow x$ ،

$$\lim_{x \rightarrow p} f(x) = q \quad \text{یا} \quad f(x) \rightarrow q$$

هرگاه نقطه‌ای مانند  $Y \in q$  با خاصیت زیر وجود داشته باشد: به ازای هر  $\epsilon > 0$ ،  $\exists \delta > 0$  باشد، بهطوری که رابطه  $d_Y(f(x), q) < \epsilon$  برای هر  $x \in E$  که  $|x - p| < \delta$

برقرار گردد. علامت‌های  $d_x$  و  $d_Y$  به ترتیب اشاره به فاصله‌ها در  $Y$  و  $X$  دارند. در این تعریف،  $X$  و  $p$  ولی  $Y$  لزوماً نقطه‌ای از  $E$  نیست.

از طرفی در کتاب رودین (چاپ ۲۴، صفحه ۴۰)، نقطه حدی چنین تعریف شده است:

«نقطه  $p$  یک نقطه حدی مجموعه  $E$  است، هرگاه هر همسایگی  $p$  شامل نقطه‌ای چون  $q \in E$  غیر از  $p$  باشد.»

یعنی بر اساس تعریف کتاب رودین، اگر تابع  $f$  روی بازه  $[a, b]$  تعریف شده باشد، نقاط  $a$  و  $b$  نقاط حدی هستند و لذا حد تابع در این نقاط، قابل بررسی است. هدف از ارائه این تعریف، رد هیچ‌یک از تعریف‌های جدید یا قدیم نیست، بلکه نشان دادن وجود دوگانگی در رویکردهای کتاب حسابان چاپ ۱۳۹۶ و قبل از آن و عدم وجود پیوستگی در محتوای آموزشی در دو سال متولی است.

### نحوه رویارویی کتاب‌های کمک آموزشی با این دوگانگی در تعریف حد

برای پاسخ به این سؤال، نحوه ارائه بحث «حد» در کتاب‌های کمک آموزشی «پرطریفدار» در سال ۱۳۹۶، مورد بررسی قرار گرفت. پس از بررسی تعدادی از کتاب‌های آموزشی، به عنوان نمونه کتاب A که بر اساس آمار خانه کتاب<sup>۳</sup>، طی سال‌های اخیر جزو کتاب‌های پژوهش بازار نشر کتاب‌های کمک درسی / کمک آموزشی به حساب می‌آید، برای این منظور انتخاب شد. در بخشی از این کتاب، در پاسخ به این سؤال که «چه موقعی محاسبه حد چپ و راست ضروری است؟»، بیان شده که «در محاسبه حد توابع رادیکالی با فرجه زوج، باید حتماً به دامنه عبارت شامل حدگیری توجه کنید. اگر حد در یک سمت موجود نباشد، تابع در آن نقطه حد ندارد». در ادامه، حد تابع  $\sqrt{x}$  را در  $x=0$  بررسی کرده و با استناد به این نکته، نتیجه گرفته شده

در صورتی که در کتاب تازه‌تألیف حسابان، پس از تعریف ارائه شده از مفهوم حد در صفحه ۱۱۹، در صفحه ۱۲۰ با ارائه مثالی، به بررسی حد تابع در نقطه‌ای می‌پردازد که تابع، تنها در یک همسایگی آن نقطه تعریف شده است و بیان می‌کند که حد تابع در این نقطه، موجود نیست (تصویر ۲). این در حالی است که در فعالیت صفحه ۱۱۵، قبل از ارائه تعریف حد و جهت آشنایی دانش‌آموzan با این مفهوم، از آن‌ها خواسته شده تا با میل دادن اصلاح یک مثال به سمت صفر، با استفاده از جدول، حد تابع محیط مثلث را محاسبه کنند (تصویر ۳).

تصویر ۱ ▼

### فصل ۴ حد و پیوستگی توابع



#### تذکر :

اگر تابعی مانند  $f$  فقط در یک همسایگی راست نقطه‌ای مانند  $a$  تعریف شده باشد، آنگاه تزدیک شدن به  $a$  از داخل دامنه  $f$  فقط از راست امکان‌پذیر است. بنابراین منظور از حد  $f$  در  $a$  همان حد راست  $f$  در  $a$  است و نماد  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$  به معنای  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$  خواهد بود.

به طور مشابه اگر  $f$  فقط در یک همسایگی چپ نقطه  $a$  تعریف شده باشد، آنگاه تزدیک شدن به  $a$  از داخل دامنه  $f$  فقط از چپ امکان‌پذیر است. بنابراین منظور از حد  $f$  در  $a$  چپ  $f$  در  $a$  است و نماد  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$  به معنای  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$  خواهد بود.

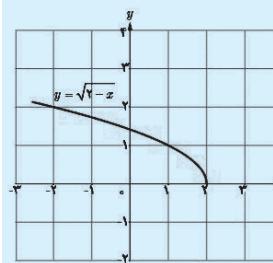
#### مثال

۱ : برای تابع  $y = \sqrt{x}$  که نسبت به صفر فقط در یک همسایگی راست صفر تعریف شده است داریم :

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} = 0$$

۲ : برای تابع  $y = \frac{1}{[x]-2}$  که نسبت به ۲ فقط در یک همسایگی چپ ۲ تعریف شده است داریم :

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{[x]-2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{[x]-2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{x-2} = -1$$



❖ مثال : آیا تابع  $f(x) = \sqrt{2-x}$  در نقطه  $x=2$  حد دارد؟ چرا؟

❖ حل : می‌دانیم دامنه تابع به صورت  $D_f = (-\infty, 2]$  می‌باشد. چون تابع  $f$  در هیچ همسایگی محدود  $2$ ، تعریف نشده است (مقادیر پیشتر از  $2$  در دامنه تابع نیست) بنابراین، تابع  $f$  در نقطه  $x=2$  حد ندارد.

از طرفی، طول اصلاحات مثلث، نمی‌تواند منفی باشد. بنابراین طبیعی است که پس از انجام این فعالیت، تعداد زیادی از معلمان و دانش‌آموزان، با تعریف ارائه شده «حد» در کتاب حسابان قبلی، بهتر رابطه برقرار کنند. البته که این مفهوم اشتباه نیست و برای تأیید آن، می‌توان به مراجع معتبری چون کتاب رودین (چاپ ۲۴، صفحه ۱۰۳ و ۱۰۴) استناد کرد. مخاطب این کتاب، دانشجویان هستند و رویکرد آن، بسیار مجرد است. تعریف حد در این کتاب چنین است:

تصویر ۲ ▲

### تصویر ۳

#### فعالیت



یک مثلث منساوی الاضلاع به طول ضلع $\frac{1}{2}$  را در نظر بگیرید، اندازه محیط این مثلث برابر $\frac{3}{2}$  می‌باشد.

■ مطابق شکل، وسط اضلاع را به هم وصل می‌کنیم تا مثلث جدیدی ایجاد شود، اندازه ضلع مثلث جدید را $\frac{1}{4}$  و اندازه محیط آن را $\frac{3}{4}$  می‌نامیم.

در این صورت داریم:  $P_1 = \dots = x$  و  $P_2 = \dots$



■ اگر عمل وصل کرد و سطح های مثلث های جدید را ادامه دهم و در مرحله  $n$  طول ضلع مثلث بوجود آمده را $x_n$  و محیط آن را $P_n$  نمایش دهیم، با توجه به شکل های زیر، جدول داده شده را تکمیل کنید:



$x_n$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\dots$	$\frac{1}{2^n}$
$P_n$	2	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\dots$	

■ اندازه اضلاع مثلث ها، به چه عددی تزدیک می شوند؟

■ اندازه محیط این مثلث ها، به چه عددی تزدیک می شوند؟

در فعالیت قبل، اگر طول ضلع اولیه را $x$  در نظر بگیریم، و رتابعی باشد که محیط مثلث را بر حسب ضلع آن بیان می کند، آن گاه داریم $P = 3x$ .

همان طور که مشاهده کردیم، وقتی طول ضلع مثلث ها (مقدار متغیر $x$ ) به عدد صغری تزدیک می شود، محیط مثلث ها، یعنی مقادیر تابع $P$ ، نزدیک عدد صغری تزدیک می شوند.

#### نتیجه‌گیری

با بررسی تنها همین دو مورد که در راستای رویکرد کتاب تازه‌تألیف حسابان پایه یازدهم به مفهوم حد است، سؤال‌های بسیاری درباره اثربخشی کتاب‌های کمک‌آموزشی در درک دانش آموزان از مفاهیم ریاضی با نگرش جدید، مطرح شده است. برای نمونه، سؤال‌هایی از قبیل اینکه «آیا کتاب‌های کمک‌آموزشی، منابع قابل اعتمادی برای معلمان هستند تا بتوانند خلاصه‌های کتاب جدید را برای دانش آموزان پُر کنند و به موفقیت آنان در آزمون‌های داخلی، ملی و کنکور، کمک کنند؟». اما به ناگهان در عرض چند سال، و هم‌زمان با تغییرات پی در پی آموزشی و افزایش تبلیغات وسیع رسانه‌ای در رابطه با سختی درس‌های ریاضی و ضرورت استفاده از منابع کمکی برای تسهیل یادگیری آن، خبر رسید که درصد ورودی‌ها به رشته ریاضی به طرز ناباورانه‌ای کاهش یافته (گویا ۱۳۹۷). این پدیده، به نوعی بیانگر این حقیقت تلح است که استفاده گسترده دانش آموزان از کتاب‌های کمک‌آموزشی، الزاماً به درک عمیق تر شان از ریاضی و به خصوص مفهوم حد، کمکی نکرده است.

#### سخن پایانی

با وجود انتقادهایی که نسبت به فرآگیر شدن کتاب‌های کمک‌آموزشی و افزایش محبوبیتشان نزد معلمان و دانش آموزان شده، این واقعیت قابل انکار نیست که این حوزه، دارای ظرفیت‌های زیادی برای جذب مخاطب شده است. بدین سبب، ریشه‌یابی این جاذبه، شناخت این ظرفیت‌ها و استفاده از آن‌ها توسط سیاست‌گذاران آموزشی، می‌تواند به ارتقای دانش ریاضی دانش آموزان و ایجاد علاقه در آنان، برای انتخاب رشته ریاضی-فیزیک، کمک کند.

#### سپاسگزاری

با تشکر از استادان ارجمند خانم دکتر زهرا گویا و آقای دکتر محمدمژاد ایردموسی و آقای اکبر ترابی که در نگارش این مقاله، ما را یاری کردند.

- پی‌نوشت‌ها
۱. به گزارش سایت باشگاه خبرنگاران جوان، در تاریخ ۱۳۹۵/۰۱/۲۰.
  ۲. ملاک «پرطرفردار» بودن، شمارگان و میزان فروش کتاب‌ها است که از سایت خانه کتاب، قابل دسترسی است.
  ۳. این آمار در قسمت «آمار نشر» وبسایت خانه کتاب قابل مشاهده است.
  ۴. کد کتاب ۲۵۸/۱.

#### منابع

۱. آذرنگ، عبدالحسین. (۱۳۸۶). مبانی نشر کتاب، چاپ ۶. تهران: انتشارات سمت.
۲. اجلالی، کاظم؛ حمیدی، ارشک؛ صفائی، نوید. (۱۳۹۶). حسابان (۱)، چاپ ۳. نشر الگو.
۳. اسدی، محمدباقر؛ رنجبری، علی؛ ریحانی، ابراهیم؛ طاهری تنجانی، محمدتقی؛ قربانی آرایی، مجتبی؛ میں باشیان، هادی. (۱۳۹۶). حسابان (۱). گروه ریاضی دفتر برنامه‌ریزی و تالیف کتاب‌های درسی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.
۴. اشرفی، عباس؛ فرضعلی بیک، حامد؛ ندافزارده، علیرضا. (۱۳۹۶). کتاب تست حسابان (۱)، چاپ ۱. انتشارات مهر و ماه.
۵. اصلاح‌پذیر، بهمن؛ بروجردیان، ناصر؛ ریحانی، ابراهیم؛ طاهری تنجانی، محمدتقی؛ عالمیان،وحید. (۱۳۹۲). حسابان. گروه ریاضی دفتر برنامه‌ریزی و تالیف کتاب‌های درسی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.
۶. رودین، والتر. (۹). اصول آنالیز ریاضی. ترجمه دکتر علی اکبر عالم‌زاده (۱۳۶۲). چاپ ۲۴، انتشارات علمی و فنی.
۷. طالبوف، عبدالرحیم. (۱۳۲۶). کتاب احمد. انتشارات شگیگر.
۸. قاسمی، محمدحسام و قمی، صابر. (۱۳۹۵). آسیب‌شناسی ناشران کمک درسی. مجله رشد آموزش ریاضی، شماره ۱۲۳، صص ۱۹ تا ۲۶. دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.
۹. کتابنامه رشد. (۱۳۹۱). دوره پیش دستانی. دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.
۱۰. کتابنامه رشد. (۱۳۹۴). فهرست توصیفی کتاب‌های آموزشی. دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.
۱۱. گویا، زهرا. (۱۳۹۷). آچه بر سر ریاضی ایران آمده است. مجله رشد آموزش ریاضی، شماره ۱۲۹، صص ۲ تا ۳. دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.



## ارزشیابی توصیفی در

# کلاس درس واقعی

(مقاله ارائه شده در شانزدهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران - مرداد ۱۳۹۷، بابلسر)

مریم بهاءلو، کارشناسی ارشد آموزش ریاضی و آموزگار پایه پنجم ابتدایی شهرستان نجف آباد  
زهرا گویا، دانشگاه شهید بهشتی

### چکیده

از سال ۱۳۸۷ که اجرای ارزشیابی توصیفی در دوره ابتدایی الزامی شد، بحث‌های بسیاری پیرامون آن، صورت گرفته و تحقیقات متعددی مربوط به آن، انجام شده است. این نوع ارزشیابی که یکی از انواع ارزشیابی‌های «تکوینی» است، در بعضی کشورها از دهه ۱۹۸۰ میلادی، جایگزین روش‌های متدالو مکتوب شد. در ایران، با وجودی که یک دهه از اجرای سراسری ارزشیابی توصیفی در دوره ابتدایی می‌گذرد، هنوز جامعه با آن عادت نکرده و منطق آن را نپذیرفته است. بخشی از این عدم پذیرش، مربوط به ناکارآمدی دوره‌های ضمن خدمت معلمان برای آشنایی، درک و دیدن نمونه‌های متنوع از این نوع ارزشیابی است. ولی بخش عمده‌تر آن، به عدم سازگاری لازم بین بخش‌های مختلف آموزشی و تبلیغات عمومی در جهت خلاف ارزشیابی توصیفی است. این تناقض‌ها، معلمان را خسته، مدارس را سردرگم و خانواده‌ها را سرگردان کرده است. در این مقاله، پس از مرور اجمالی پیشینه ارزشیابی توصیفی، پژوهشی معرفی می‌شود که در آن، ۱۷ معلم دوره ابتدایی شرکت کردند و به چند سؤال باز-پاسخ در رابطه با ارزشیابی توصیفی، پاسخ دادند. پس از تجزیه و تحلیل داده‌ها، معلوم شد که یکی از مشکلات اصلی معلمان در رابطه با ارزشیابی توصیفی، عدم آشنایی با مبانی فلسفی آن، تقاضاهای بی توجیه از آنان، تغییرات پی‌درپی در چگونگی اجرای ارزشیابی توصیفی و اصرار جامعه به خصوص والدین و بخش‌های اداری نظام آموزشی، بر تبدیل کیفیت یادگیری دانش‌آموزان به کمیت است که این امر، معلمان را سردرگم کرده و در دور باطنی انداخته است. همچنین اکثر معلمان، نگران کم کاری دانش‌آموزان به دلیل اطمینان از ارتقا به پایه بعدی است.

**کلیدواژه‌ها:** دوره ابتدایی، ارزشیابی توصیفی، درس ریاضی

## مقدمه

بازخوردهای مناسبی از چگونگی عملکرد دانشآموزان

بگیرند و تدریس خود را اعتلا بخشنند.

## پیشینه تحقیق

«شورای ملی معلمان ریاضی» آمریکا در سند «برنامه درسی و استانداردهای ارزیابی ریاضی<sup>۵</sup>» (۱۹۸۹)، تأکید ویژه‌ای بر شناسایی و توسعه فرایندهای تفکر دانشآموزان برای حل مسائل ریاضی نموده و توصیه به کاهش تمرکز بر محاسبات «مداد-کاغذی» (مکتوب) نموده و خواستار اصلاح رویکردهای رایج به ارزیابی دانشآموزان شد (وانگ، ۱۹۹۱).<sup>۶</sup>

در بین ابزارهای ارزشیابی‌های پیشنهاد شده در این سند، به «آزمون‌های کوچک<sup>۷</sup>»، مداد-کاغذی، مشاهده و پوشش کار اشاره شده بود که به دلیل آنکه بدون استفاده از آزمون‌های استاندارد، یادگیری را ارزیابی می‌کنند، روش‌های «جایگزین» نامیده شده‌اند. کلارک، کلارک و لوییت<sup>۸</sup> (۱۹۹۰) توضیح دادند که معلمان در طول فرایند آموزشی، به طور مستمر بر اساس اطلاعاتی که به‌طور غیررسمی جمع‌آوری می‌کنند، دانشآموزان را ارزیابی می‌کنند، در حالی که تنها تعداد کمی از آن‌ها، این اطلاعات را مستند می‌کنند. بنا به اظهار پیرس و اومانلی<sup>۹</sup> (۱۹۹۲)، هنگامی که معلمان به‌طور نظم‌وار، اطلاعات مربوط به عملکرد دانشآموزان را ثبت می‌کنند، داده‌هایی تولید می‌شوند که به آن، «ارزشیابی جایگزین»<sup>۱۰</sup> گفته می‌شود. بعدها این شورا در سند دیگری، در رابطه با ارزشیابی بر دو نکته تأکید نمود؛ یکی اینکه معلمان «چه چیزی» را ارزشیابی کنند و دیگری اینکه «چگونه»<sup>۱۱</sup> این کار را انجام دهنند (شورای ملی معلمان ریاضی، ۲۰۰۰). از این گذشته، زمانی که معلمان، واحدهای آموزشی و درس‌هارا طراحی می‌کنند، روش ارزشیابی مناسب با آن را نیز، در نظر داشته باشند. بنابراین، روش‌های آموزشی معلم، دانشآموزان را برای ارزشیابی جایگزین آماده می‌کند. در این روش، تمرکز ارزشیابی معلمان، تنها بر دانش رویه‌ای ریاضی دانشآموزان نیست، بلکه در ک مفاهیم ریاضی و توانایی انجام تمرین‌های استاندارد ریاضی را هم توسط آنان، مورد ارزشیابی

ارزشیابی بخش  
اصلی هر نوع  
برنامه‌ریزی درسی  
است که شامل سه  
مرحله قصدشده،  
اجراشده و کسبشده  
است. هر چقدر که  
فاصله این سه مرحله  
برنامه کمتر باشد،  
نشان‌دهنده آن است  
که برنامه‌ریزی، با  
دقت و واقع‌بینی  
بیشتری انجام شده  
است

ارزشیابی، یکی از ارکان هر نظام آموزشی رسمی و انجام ارزشیابی از عملکرد دانشآموزان، جزو مسئولیت‌های آن است. زیرا نفع بران<sup>۱</sup> هر کدام با دلیل خاص خود، انتظاری از نتایج ارزشیابی دارد. نظامهای آموزشی برای تأیید برنامه‌های اصلاحی خود، متکی بر نتایج ارزشیابی‌ها هستند؛ مدارس به شواهدی برای جلب دانشآموزان نیاز دارند، خانواده‌ها برای انتخاب مدرسه، از نتایج ارزشیابی‌ها استفاده می‌کنند؛ معلمان حاصل تلاش یک سال تحصیلی خود را با نتایج ارزشیابی، محک می‌زنند؛ و از همه مهم‌تر، دانشآموزان به استناد نتایج ارزشیابی‌ها، بر عرش نشسته یا به فرش می‌افتد! و به عبارت رسمی، «رتبه‌بندی» می‌شوند. همچنین، ارزشیابی بخش اصلی هر نوع برنامه‌ریزی درسی است که شامل سه مرحله قصدشده، اجراسده و کسبشده است. هر چقدر که فاصله این سه مرحله برنامه کمتر باشد، نشان‌دهنده آن است که برنامه‌ریزی، با دقت و واقع‌بینی بیشتری انجام شده است. در مرحله سوم یعنی «برنامه درسی کسبشده»، هدف از ارزشیابی عملکرد تحصیلی دانشآموزان، میزان فاصله آن با برنامه اجراسده است. بدین معنا که معلمان، تا چه اندازه در تدریس‌شان که مبتنی بر برنامه درسی قصدشده بوده، موفق بوده‌اند (غلام‌آزاد، ۱۳۹۳). طی زمان، ارزشیابی از انتکای مطلق به نتایج کمی که با هدف مشخص اندازه‌گیری میزان یادگیری و رتبه‌بندی و مقایسه دانشآموزان به کمک نمره انجام می‌شده، به سمت استفاده از روش‌های مختلف کمی، کیفی یا تلفیقی، تغییر یافته است (مقنی‌زاده، ۱۳۸۵). در رویکرد رفتاری، ارزشیابی بعد از تدریس اتفاق می‌افتد و هدف اصلی آن، رساندن همه دانشآموزان به «یادگیری در حد تسلط»<sup>۱۲</sup> و بر اساس «هدف‌آموزشی»<sup>۱۳</sup> یا «هدف‌های رفتاری»<sup>۱۴</sup> از پیش تعیین شده است. در صورتی که در رویکرد کیفی، ارزشیابی و تدریس، در هم تنیده‌اند و به طور مستمر، ارزشیابی باعث بهبود تدریس می‌شود و تدریس اصلاح شده، نتایج ارزشیابی را ارتقا می‌دهد. زیرا شناخت نقاط قوت و ضعف یادگیری دانشآموزان توسط معلمان، در تمرکز تدریس تغییر می‌یابد. یعنی رویکرد ارزشیابی کیفی، به معلمان فرصت می‌دهد تا

از هرگونه آزمونی است که به «کمیت» بیانجامد. از طرف دیگر، هنوز نسبت به ارتقای خودبهخودی در ایران، موضع رسمی اتخاذ نشده است. در حقیقت در ایران، فرهنگِ این نوع ارزشیابی، برای هیچ یک از نفع بران شامل نظام آموزشی، مدارس، معلمان، خانواده‌ها و حتی دانشآموزان، جا نیافتاده است. در نتیجه این حوزه، نیازمند تحقیقاتی جدی برای بررسی این مسئله از زاویه‌های متعدد است.

### معرفی پژوهش

شكل گیری این پژوهش از آنجایی شروع شد که وقتی جمعی از معلمان دوره ابتدایی در پایان سال تحصیلی، کارنامه دانشآموزان را با هم مرور می‌کردند، متوجه شدند که گزینه انتخاب شده برای همه آن‌ها در رابطه با عملکردشان در درس ریاضی، «خیلی خوب» یا «خوب» بود. اما همان معلمان، بر این نکته تأکید داشتند که اکثر دانشآموزان، قادر به پاسخگویی به سوال‌های ریاضی پایه‌های خود نیستند و حتی خیلی از آن‌ها، روش فکر کردن روی سؤال‌های ریاضی را ندارند. وقتی که این دوگانگی با معلمان به بحث گذاشته شد، به اتفاق گفتند که اصلاً «ارزشیابی توصیفی همین است دیگر»! با کنکاش بیشتر در این موضوع، معلوم شد که اغلب معلمان، به سلیقه خود دانشآموزان را به همان شیوه سنتی ارزشیابی می‌کنند و به آن‌ها نمره می‌دهند. پس از آن، نمره‌ها را به ملاک‌های ارزشیابی توصیفی، تبدیل می‌کنند. معلمان علت این کار خودشان را نگرانی از «تضییع حق» دانشآموزان بیان کردند.

به منظور آشنایی بیشتر با نظرات معلمان دوره ابتدایی نسبت به ارزشیابی توصیفی در عمل واقعی، پژوهشی با روش توصیفی، طراحی و اجرا شد. سؤال اصلی این تحقیق، شناخت مشکلاتی بود که معلمان دوره ابتدایی، در رابطه با اجرای ارزشیابی توصیفی، با آن‌ها مواجه شده بودند.

داده‌های این پژوهش، از طریق یک مصاحبه ساختاریافته، تشکیل یک «گروه کانونی<sup>۱۳</sup>» و مشاهده جمع‌آوری شد تا با مثلثی‌سازی (همسوسازی)، از اعتبار داده‌ها و یافته‌ها، اطمینان حاصل شود. شرکت‌کنندگان در این تحقیق، ۱۷ معلم دوره ابتدایی در یکی از شهرستان‌های مرکزی ایران بودند. سؤال

قرار می‌دهد (سلوسر، ۱۵۰). یکی از انواع ارزشیابی جایگزین، ارزشیابی توصیفی است.

ارزشیابی توصیفی، از خانواده ارزشیابی‌های کیفی است که به معلمان، امکان می‌دهد تا با جمع‌آوری شواهد متنوعی از یادگیری‌های دانشآموزان در موقعیت‌های مختلف مانند عملکرد فردی، گروهی و کلاسی، برای سنجش عملکرد و آشنایی با فهم و درک و بدفهمی‌های ریاضی آن‌ها، استفاده کنند. در این نوع ارزشیابی، معلم برای هر دانشآموز، یک پروندهٔ فردی درست می‌کند که در ایران، به «پوشش کار<sup>۱۴</sup>» معروف شده است. پوشش کار، به معنای محلی برای نگهداشت نمونه‌هایی از فعالیت‌های دانشآموزان در طول سال تحصیلی است تا به معلم، کمک کند تا قضاوت درست‌تری نسبت به عملکرد دانشآموز داشته باشد. در این نوع ارزشیابی، از مقیاس کیفی استفاده می‌شود، ولی نکته مهم این است که بر اساس شواهدی که در پروندهٔ هر دانشآموز جمع‌آوری شده، معلمان لازم است توضیع دهنده که دلیل انتخاب هر گزینه برای وی، چه بوده است.

در ایران نیز به دلیل ویژگی‌ها و فرصت‌های بالقوه امیدوارکننده‌ای که ارزشیابی توصیفی در عالم نظر، وعده آن را داده است، در سال ۱۳۸۳، طرحی با همین عنوان، برای دوره ابتدایی طراحی شده و سپس در چند استان ایران، اجرای آزمایشی شد. پس از ارزیابی نتایج مطالعات مقدماتی، و نظرات مثبت و منفی معلمان نسبت به آن، این طرح مورد بازنگری‌ها و اجراهای متعدد قرار گرفت تا بالاخره در سال ۱۳۸۷، برای اجرا در دوره ابتدایی، ابلاغ شد (غفاری و گویا، ۱۳۹۴). همزمان و برای تضمین اجرای موفقیت‌آمیز این طرح، دوره‌های آموزشی بسیاری هم برای معلمان ابتدایی در سطوح ملی، استانی و حتی ناحیه‌ای گذاشته شد. ولی به دلایل گوناگون، اجرای واقعی این طرح با آنچه که پیش‌بینی شده بود، تقاضا زیادی داشت. یکی از عمدت‌ترین علت‌ها، جریان‌های موازی در جامعه آموزشی ایران است که هنوز، برای آن‌ها تعیین تکلیف نشده است. برای نمونه، رویکرد ارزشیابی کیفی، مبتنی بر ارتقای خودبهخودی دانشآموزان است و هدف اصلی آن، اصلاح مستمر روش‌های تدریس و برنامهٔ درسی است که معنی این نگاه، ارتقای خودبهخودی دانشآموزان و پرهیز

اصلی پژوهش این بود که نظر معلمان دوره ابتدایی در مورد ارزشیابی توصیفی (به طور خاص در درس ریاضی)، و چگونگی اجرای آن برای رسیدن به نتیجه بهتر، چیست؟

### یافته‌ها

**رویکرد ارزشیابی کیفی، مبتنی بر ارتقای خودبه‌خودی دانش‌آموزان است و هدف اصلی آن، اصلاح مستمر روش‌های تدریس و برنامه درسی است که معنی این نگاه، ارتقای خودبه‌خودی دانش‌آموزان و پرهیز از هرگونه آزمونی است که به «کمیت» بیانجامد**

مشاهدات خودم می‌گویم دانش‌آموز خوب یا... ولی این دانش‌آموز به کلاس بالاتر که برود، معلم جدید، دید جدید، سبک آموزش متفاوت، ممکن است دانش‌آموز خوب من، از نظر ایشان قابل قبول یا پایین‌تر باشد». این اظهارات حاکی از این است که

معلمان، نسبت به قضایت خود، اعتماد کافی ندارند که این امر، نشان‌دهنده این واقعیت است که اعتماد به نفس لازم در معلمان ایجاد نشده تا با اطمینان، از تصمیم خود دفاع کنند. علاوه بر این، عدم حمایت‌های کافی از معلمان، آنان را نسبت به همه پاسخ‌گو کرده و این انتظار، تا حدودی غیرمنصفانه است. بالاخره، اکثربت بر این باور بودند که ارزشیابی توصیفی باعث شده تا «حس رقابت بین دانش‌آموزان از بین می‌رود، زیرا مثلاً دو غلط هم «خیلی خوب» به حساب می‌آید. دانش‌آموز هیچ فرقی برایش ندارد که یک غلط داشته باشد یا سه غلط. در هر صورت، ارزشیابی اش «خیلی خوب» است». از نظر این معلمان، «بچه‌ها روزبه‌روز بیسوداتر می‌شوند. ارزشیابی کمی (نمره‌ای) با درنظر گرفتن رابطه خوب با دانش‌آموزان، خیلی بهتر از توصیفی است». در حقیقت، تجزیه و تحلیل داده‌ها آشکار ساخت که معلمان، به دلایلی که بعضی از آن‌ها را بیان نمودند، آشنایی لازم را با اهداف ارزشیابی توصیفی نداشتند و به دلیل توقعات درونی-مدرسه و نظام آموزشی- و توقعات بیرونی- خانواده‌ها، نظر مثبتی نسبت به ارزشیابی توصیفی نداشتند.

عده‌ای از معلمان بیان کردند که «در درس ریاضی، باید آزمون‌های نمره‌ای گرفته شود تا دقیق‌تر، نمره‌ها و اشکالات دانش‌آموزان مشخص شود». آنان نظرشان این بود که بعد از این مرحله، «با توجه به ارزشیابی کلاسی و آزمون‌ها، توصیفی نمره دهیم». این ادراک از ارزشیابی توصیفی، از اساس با فلسفه این نوع ارزشیابی مغایر است، به خصوص آنکه در توضیح بیشتر، اکثربت قاطع این نظر را تکمیل کردند که «یعنی با مجموع چند نمره آزمون ریاضی و میانگین‌گیری، نمره نهایی را به شکل توصیفی اعلام کنیم».

به باور بعضی از معلمان، «نوع ارزشیابی، هیچ تأثیری در آموزش ندارد»، زیرا «با همان شیوه نمره‌دهی هم معلوم بود که اشکال موجود از کدام قسمت است». اکثر معلمان، ضرورتی برای استفاده

این مقاله با هدف آشنایی با نظرات معلمان ابتدایی درباره ارزشیابی توصیفی، و بررسی مشکلاتی که معلمان دوره ابتدایی در نحوه اجرای آن دارند، انجام شد. در این بخش به اختصار، نتایج به دست آمده از تجزیه و تحلیل داده‌ها به تفکیک هر سؤال، ارائه می‌شود. در این تحلیل، نظرات معلمان دسته‌بندی شد و برای نشان دادن ماهیت هر دسته، در صورت لزوم از یک نقل قول «معرف<sup>۴</sup>» که در داخل گیوه‌امده، استفاده شده است.

اکثر معلمان نسبت به ارزشیابی توصیفی، نظری منفی یا آمیخته به شک و تردید داشتند. مشکلات اجرایی این طرح و انتظارات اجتماعی و آموزشی از معلمان، آنان را چنان سردرگم کرده که احساس می‌کنند «ارزشیابی توصیفی، هیچ فایده‌ای ندارد و همان ارزشیابی نمره‌ای، بهتر است». معلمان در توضیح چرایی این نظر، ابراز کردند «زیرا مابر اساس تعداد غلط‌ها یا با توجه به توانایی دانش‌آموز، می‌گوییم خوب یا خیلی خوب یا... و خانواده متوجه نمی‌شود که دقیقاً، وضعیت فرزندش چگونه است». این پاسخ، چند نکته را برجسته می‌کند؛ اول اینکه خانواده‌ها، به هر دلیل، تشخیص داده‌اند که خودشان باید بر وضعیت تحصیلی فرزندانشان نظارت داشته باشند که این مسئله، می‌تواند موضوع تحقیقات بسیاری باشد. دوم اینکه چه اضطراری باعث شده که خانواده‌ها، توقع دارند که «دقیقاً»، از «وضعیت» فرزندشان آگاه باشند و چرا «دقت» را تنها در «کمیت» می‌بینند.

به نظر می‌رسد که این تقاضای خانواده‌ها، آنقدر برای معلمان خسته‌کننده شده که دنبال راه خروجی از این مشکل هستند و به این نتیجه رسیده‌اند که «اگر نمره‌ای باشد، اولاً خانواده‌ها دقیق در جریان کار دانش‌آموز و کلاس قرار می‌گیرند» و از نظر آنان، اعلام نمره کمک می‌کند که فشار وارد که بر معلمان، کاهش یابد. دیگری در نقد ارزشیابی توصیفی بیان نمود که «من معلم، مثلاً در پایه تحصیلی خودم، براساس

- کاماطلاعی و توجیه نبودن والدین و حتی گاهی مدیران و معاونان مدرسه نسبت به ارزشیابی توصیفی و ایجاد تداخل در اجرای این طرح توسط معلمان؛
- حجم بالای کاغذبازی در ارزشیابی توصیفی که باعث می‌شود معلمان، به جای کار عملی، بیشتر طرح کرامت کار کنند، طرح پژوهشی کار کنند، دفتر آزمایش پر کنند، کار تیمی و چک لیست پر کنند، پوشش کار کامل کنند.
- (ب) مزیت‌های ارزشیابی توصیفی از نظر معلمان
- کاهش اضطراب در دانشآموزان؛
  - فعال‌تر شدن والدین در فرایند یاددهی و یادگیری؛
  - عدم مقایسه دانشآموزان با یکدیگر و در نتیجه، ارتقای روحیه آن‌ها؛
  - استفاده از انواع و اقسام آزمون‌ها شامل آزمون‌های عملکردی و مداد‌کاغذی و پوشۀ کار و نظایر آن؛
  - توجه به تفاوت‌های فردی و سبک‌های یادگیری دانشآموزان؛
  - تأکید بر کار گروهی؛
  - حرکت از معلم-محوری به سوی دانشآموز-محوری.
- با وجود این تفسیرها، چون هنوز بعضی از معلمان در این مورد توجیه کافی نشده و بدون اینکه آمادگی کافی در آنان ایجاد شود، ملزم به اجرای ارزشیابی توصیفی شده بودند، مخالفت خود را ابراز کرده و با صداقت اظهار نمودند که هنوز، به شیوه قبلی ارزشیابی می‌کنند و «فقط در اعمال نمره، از توصیفی» استفاده می‌کنند. کاری که از اساس، با فلسفه ارزشیابی توصیفی مغایر است، زیرا یکی از مهم‌ترین اهداف ارزشیابی توصیفی این است که به عملکرد مهارتی دانشآموزان در زمینه دانش نظری که آموخته‌اند، اهمیت داده شود. در صورتی که با این روش‌ها، مجالی برای پرداختن به این وجه از توانایی‌های دانشآموزان، باقی نمی‌ماند. معلمان برای خروج از این بحران‌ها، پیشنهاد کردند که «در حالت کلی، اگر این دو ارزشیابی را با هم تلفیق می‌کردند، خیلی بهتر بود.»
- از ارزشیابی توصیفی در درس ریاضی نمی‌دیدند و نظرشان این بود که «حذف عبارات توصیفی بهخصوص در درس ریاضی، خود به گونه‌ای است که حتی معلم می‌تواند تشخیص دهد که آیا اشکال محاسباتی است یا مفهومی، و اگر مفهومی است، در کدام مفهوم. چون هر سؤال در آزمون، خود یک هدف به دنبال دارد». این نگاه به ارزشیابی، تا حدی متأثر از نوع نگاه به ماهیت ریاضی نیز هست که در نهایت، وجه محاسباتی آن بر وجوده دیگرش، غلبه دارد.
- تعداد اندکی هم معتقد بودند که «ارزشیابی توصیفی اگر با اصول و قوانینی که تعریف شده اجرا شود، خیلی خوب است. چون در این نوع ارزشیابی، سطح عملکرد دانشآموز با توجه به کل سال تحصیلی سنجیده می‌شود و دانشآموز، دغدغه امتحان پایانی را ندارد». همچنین این عدد، به اهمیت ارزشیابی توصیفی در توجه به ویژگی‌های فردی دانشآموزان توجه نموده و ابراز داشتند که «معلم هم می‌تواند ارزیابی کلی خودش را با نظر گرفتن تلاش‌های هر یک از دانشآموزان تعیین کند. معلم می‌تواند بیشتر به تفاوت‌های فردی دانشآموزان توجه داشته باشد و استعدادهای هر یک را تشخیص دهد.»
- پس از تجزیه و تحلیل داده‌ها، مهم‌ترین معایب و مزایای ارزشیابی توصیفی از نظر معلمان دوره ابتدایی که در این پژوهش شرکت کردند، مقوله‌بندی شد که در دو دسته «معایب» و «مزایا»، معرفی می‌شوند.
- (الف) مهم‌ترین معایب ارزشیابی توصیفی از نظر معلمان
- کاهش توجه دانشآموزان؛
  - راحت- خیالی، به دلیل نداشتن آزمون؛
  - اطمینان دانشآموز از اینکه حتی اگر یک یا دو سؤال را بلد نباشند، نمره‌ای از آن‌ها کم نمی‌شود؛
  - کاهش انگیزه دانشآموزان بسیار زنگ و ممتاز وقتی که می‌دانند کسی که سه اشکال دارد، نمره‌اش «خوب» است و کسی که دو اشتباه یا اصلاً اشتباه ندارد، نمره‌اش «خیلی خوب» است؛
  - دانشآموزان سطح اول با دانشآموزان سطح پایین‌تر از خودشان، تفاوتی نمی‌بینند. در چنین حالتی، دانشآموزان ممتاز به یک «دور باطل» می‌رسند و نمی‌توانند خودشان را توجیه کنند؛

اکثریت بر این باور بودند که ارزشیابی توصیفی باعث شده تا «حس رقابت بین دانشآموزان از بین می‌رود، زیرا مثلاً دو غلط هم «خیلی خوب» به حساب می‌آید

## نتیجه‌گیری

تشخیص دهنده و با تدبیر و برنامه‌ریزی اصولی، زمینه اجرای واقعی آن را فراهم کنند.

### پی‌نوشت‌ها

1. Stakeholders
2. Mastery Learning
3. Educational Objectives
4. Behavioral Objectives
5. National Council of Teachers of Mathematics: NCTM
6. Paper & Pencil Tests
7. Wong
8. Quiz
9. Clark & Lovitt
10. Pierce & O'Malley
11. Alternative Assessment
12. Portfolio
13. Focus Group
14. Representative

### منابع

1. Kolstad, R.; Briggs, L. D.; & Hughes, S. (1993). Assessment in Mathematics: Three Alternative Strategies. Academic journal Article Education Vol. 114, issue. 2
2. National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principle and Standards for School Mathematics. The Author.
3. Schlosser, M. (2015). Analysis of Alternative Assessments in the Mathematics Classroom. Honors Projects ,177

4. آذینر، الیوت (۲۰۰۰). آنان که گذشته را نادیده می‌گیرند. ترجمه زهرا گویا و سپیده چمن [۱۳۸۱].
5. مجله رشد آموزش ریاضی. شماره ۶۹. ص ۴ تا ۱۸؛ دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.
6. غفاری، سمیه. گویا، زهرا. (۱۳۹۴). ارزشیابی توصیفی: نظریه بدون عمل! مجله رشد آموزش ریاضی. شماره ۱۱۹. ص ۸ تا ۱۳؛ دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.
7. مقاله ارائه شده در گردهمایی سالانه انجمن مطالعات برنامه درسی ایران در تاریخ ۱۶ اسفند ۱۳۸۵ در همایش نوآوری در برنامه‌های درسی دوره ابتدایی ایران.
8. کنفرانس آموزش ریاضی ایران، شهریور ۱۳۹۳.
9. مقتیزاده، محمد حسن [۱۳۸۵]. ارزشیابی توصیفی، مقاله ارائه شده در گردهمایی سالانه انجمن مطالعات درسی و نوآوری‌های آموزشی، سیزدهمین

- در نظام ارزشیابی کنونی، بین انتظارات آموزشی و فعالیت‌های ارزشیابی، شکاف ایجاد شده است و با وجودی که معلمان، نسبت به مسئله ارزشیابی آگاه‌تر شده و می‌دانند که انواع تست‌ها و به اصطلاح آزمون‌های عینی به تنها‌ی، برای ارزشیابی دانش‌آموزان، کافی نیست. ولی به دلیل اینکه تکیه بر «کمیت» و «عینی بودن»، سنگینی مسئولیت تصمیم‌گیری و قضاوت را از دوش معلمان بر می‌دارد و خانواده‌ها را نیز راضی می‌کند که با یک عدد، به تصور خودشان بتوانند مرتبه فرزندشان را در مقایسه با دیگران مشخص کنند، همچنان مورد علاقه و توجه هستند. بدین جهت، با وجود اینکه ۱۰ سال از زمان اجرای ارزشیابی توصیفی در دوره ابتدایی می‌گذرد، هنوز ارزشیابی دانش‌آموزان، با تمرکز بر نتایج قابل اندازه‌گیری یادگیری، اما این بار در قالبی جدید، انجام می‌شود. در حقیقت، به جای اینکه اگر لازم شد، به «کیفیت» یک «کمیت» مناسب شود، نتایج ارزشیابی‌های «کمی»، تبدیل به عبارت‌های «کیفی» شده است! معلمان نشان دادند که از نظر آن‌ها، مراحل ارزشیابی توصیفی دارای تناقضاتی است که باعث سردرگمی معلمان شده است و همین‌ها، اجازه نمی‌دهد تا درک درستی از ارزشیابی توصیفی و چگونگی استفاده از آن جهت ارتقای جریان یاددهی - یادگیری ریاضی، در معلمان ایجاد شود. این نظرات، نشان می‌دهند که دوره‌هایی که برای آموزش معلمان دوره ابتدایی در رابطه با ارزشیابی توصیفی برگزار شده، از کیفیت مطلوبی برخوردار نبوده است. همچنین، انتظارات نظام آموزشی از معلمان و مدیران، با اهداف ارزشیابی توصیفی سازگار نیست و این مسئله، تناقض‌های بسیاری ایجاد کرده است. سخن آخر اینکه معلمان نیازمند زمان کافی برای هماندیشی با هم در مکان مدرسه هستند تا بتوانند با بحث و گفت‌و‌گو- چیزی که با نام «درس پژوهی» در ایران شناخته شده - موائع شناختی / معرفتی، سازمانی و اجرایی ارزشیابی توصیفی را بشناسند، مزایا و معایب آن را

# محتوای رضایتمندی

نویسنده: جیم هنل

مترجمان: فهیمه خوش‌آهنگ قصر، دانشگاه ایلام، دانشکده علوم پایه، گروه ریاضی

مها دهگردی، دانشگاه ایلام، دانشکده علوم پایه، گروه ریاضی

## چکیده

این نوشته در مورد ساختارهای ریاضی است که به ما احساس رضایتمندی می‌دهند. اینکه بگوییم آن‌ها بدون کاربرد هستند، حرف نامرتبه است. معنا، عمق و حتی حقیقت این ساختارها، به انتخاب خود ما مربوط می‌شود. اگر چیزی در این نوشته مورد مطالعه قرار گرفته است، تنها به این دلیل است که یا دوست‌داشتنی است، یا برانگیزندۀ کنجکاوی بشر است و یا تنها جنبه سرگرمی دارد. برعلاوه، این نوعی از تمایلات بشر است.

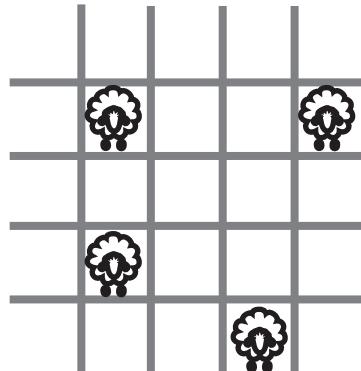
## مقدمه

- پذیرای آن‌ها می‌شوند، علت تمرکز این نوشتار بر این موضوع است.
- من اینک این بحث را با صحبت کوتاهی در مورد ساختارهای ریاضی، لذت‌های ریاضی و غرض اصلی از خلق آن‌ها آغاز می‌کنم، سپس به شما پدیدهای غیرمنتظره را نشان خواهم داد.
- دراین جهان، تخصص ریاضی امری ویژه است. اما مهم‌تر از آن، توانایی درک زیبایی ریاضی است و از همه مهم‌تر، داشتن هوش و حساسیت برای خلق ساختارهای زیبای ریاضی است که آنچنان که معلوم است، چندان هم نایاب نیست. من در سال گذشته، یک دوره آموزشی برای دانشجویان برگزار کردم که برای است و در این زمان، به نظر می‌رسد که ریاضی دانان (یا آن، هیچ پیش‌زمینه ریاضی موره نیاز نبود. من بعد از اشخاص دیگر) بیشتری باشند که خوشی‌های فردی یا آنکه به آن‌ها برخی پیش‌نیازها و برخی مطالب مربوط عمومی‌شان، علت رضایتمندی مخلوقات ریاضی‌شان به زیبایی‌های ریاضی را آموختند، از دانشجویان باشد. ساختارهای ریاضی متقاعد کننده، افرادی که خواستم که ساختارهایی را خلق کنند آن‌ها چنین آن‌ها را پیدا می‌کنند و یا می‌سازند و جامعه‌ای که کردن و به نتایج زیبایی دست یافته‌ند.

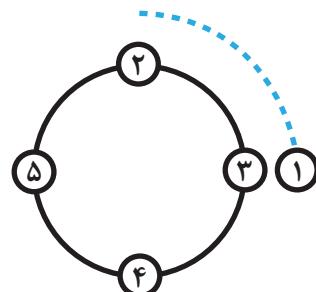
هر چیزی که مابه طور طبیعی به عنوان یک ساختار ریاضی می‌شناسیم، در این تعریف صدق می‌کند. اما هر چیزی در جهان فیزیکی، در این تعریف صدق نمی‌کند. این تعریف، برای هر کس با معلومات ابتدایی ریاضی، تعریف کامل است. بسیاری از افراد، از کلاس‌های ریاضی خود پشیمانی و اضطراب را به خاطر می‌آورند. آن‌ها با زبان و ادبیات، راحت‌تر هستند. بنابراین برایشان این تعریف ساده‌تر و معنادارتر است.

این تعریف، نه چیزی در برآرde جذابیت، زیبایی یا اهمیت یک ساختار می‌گوید و نه در مورد توانایی آن ساختار در ایجاد رضایتمندی حرفی به میان می‌آورد. این‌ها چیزهایی است که در بخش بعد خواهیم دید.

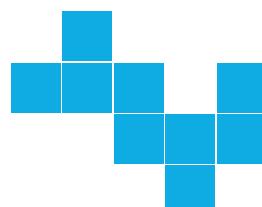
وقتی این مقدمه به پایان رسید، به شما سه نمونه از این نتایج را نشان خواهم داد:  
یک پازل (جورچین)



یک رقص (حرکت موزون)



و ... ساختار دیگر



## ساختارهای ریاضی

ما نمی‌خواهیم با «ریاضی» سر و کار داشته باشیم.

### هدف

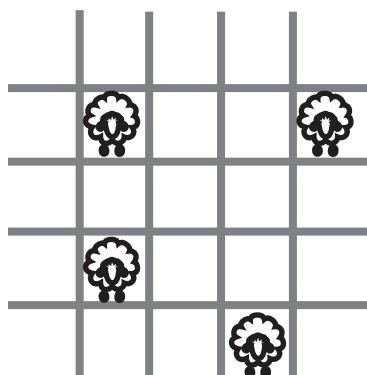
میراثی غنی وجود دارد که شامل ریاضیاتی است است. فیلسوفان و ریاضی‌دانان از دیرباز، بر سر مسائلی چون حقیقت، بصیرت، معنا و وجود، نزاع داشته‌اند. به که باعث رضایتمندی می‌شود. ما وارثان سه هزار ساله جای «ریاضی»، ما «ساختارهای ریاضی» را مورد بحث چیزهای باشکوه هستیم. در هر حال، آنچه علاقه و قرار خواهیم داد. به نظر می‌رسد که تعریف این موضوع، توجه مرا به خود جلب کرده، ریاضی است که به خودی تا حدی آسان است. من به طور ساده به دانشجویانم خود، جذاب است.

می‌گوییم که: یک ساختار ریاضی چیزی است که بتوان آن را به طور کامل و بدون هیچ ابهامی، شرح داد.

پازل سودوکو تشکیل شده است. به عنوان یک شکل بازی، سودوکو به گونه‌ای شگفت‌آور، یک ساختار ریاضی موفق است که همگان آن را با آغوش گرم پذیرفته‌اند. هزاران و شاید صدها هزاران جدول سودوکو ساخته شده و مورد رضایت‌مندی واقع شده است.

سودوکو، اختراعی از یک معمار آمریکایی به نام هوارد گارنز<sup>۱۰</sup> است که نخستین جداول سودوکو را در سال ۱۹۷۹ منتشر کرد. من مطمئنم هدف گارنز از اختراعش، لذت بردن از آن بود.

ما اکنون در عصر طلایی جورچین‌ها زندگی می‌کنیم. امروزه سودوکو، توسط شماری از شکل‌های پازلی جذاب ادامه یافته است. شرکت انتشاراتی ژاپنی نیکولی مسئول بسیاری از این‌ها است. شیکاکو<sup>۱۵</sup>، ماسیو<sup>۱۶</sup>، نوریکاب<sup>۱۷</sup> و اسلیترلینک<sup>۱۸</sup>، پازل‌های بسیار زیاد دیگری ساخته‌اند.



شكل ۱. یک جورچین نجات گوسفند

برای حل این جورچین، شما باید حصاری بکشید که همه گوسفندان، در یک سمت آن باشند. با این قوانین که حصار نمی‌تواند از یک نقطه از این شبکه شطرنجی دو مرتبه عبور کند و باید دقیقاً شامل دو ضلع

از هر مربعی باشد که گوسفندی در آن است (شکل ۲). آن‌ها یقیناً می‌توانند لذت‌بخش باشند. اما وقتی یک پازل حل می‌شود، بیشتر جذابیتش را از دست می‌دهد! اکثر ما، وقتی سودوکو حل می‌کنیم (یا حتی آن را خراب می‌کنیم) دورش می‌اندازیم. اما سودوکو را بود.

به عنوان یک شکل پازلی در نظر بگیرید و به آن، به شکل مجموعه‌ای از قوانین بنگرید که برای آن، یک مشاهده می‌کنید.

بود، در صورتی که برای ریاضی‌دانان معاصر، شواهدی برای مطمئن شدن، موجود است. در ستونی که مارتین گاردنر<sup>۲</sup> در مجله ساینتیفیک امریکن<sup>۳</sup> داشت، از ریاضی به طور مستمر، تحلیل می‌شد. در آن ستون، ساختارهایی توسط جان هورتون کانوی<sup>۴</sup>، دونالد نات<sup>۵</sup> و بسیاری دیگر به ما معرفی می‌شدند که این ساختارها، بهوضوح برای قلق‌لک دادن، گیج‌کردن، تحریک نمودن، متعجب کردن و سردرگمی خوانندگان طراحی شده بودند. وجود ستون گاردنر در این مجله، ریاضی‌دانان را برانگیخت که ساختارهایی تولید کنند، که می‌توانند خیره‌کننده یا فریبینده باشند.

### این نوشه، ممکن است به چه جاهایی برسد؟

امیدوارم در مجله‌های مختلف ستون‌هایی در مورد مسائل زیر تولید شوند:

- آثار پدیدآورندهای فردی مانند کانوی، نات، پیت بود.
- یک جورچین نجات گوسفند، یک صفحه شطرنجی با گوسفند است (شکل ۱).

- خلاقیت نیکولی<sup>۶</sup>؛
- لوکا پاسولی<sup>۹</sup> و دوریبس کوانتیتاتیس<sup>۱۰</sup>؛
- بازی‌های سید ساکسون<sup>۱۱</sup>؛
- پازل‌های جعبه امتیاز از جری باترز<sup>۱۲</sup>؛
- رقص‌ها و ملوಡی‌های مختلف؛
- جداول‌هایی بر سر ساختارها، هنرهای زیبا، و تاریخ؛
- مسابقات قهرمانی پازل یو. اس<sup>۱۳</sup>؛
- و (هر زمان که امکان داشت) آخرین موضوع‌های جدید.

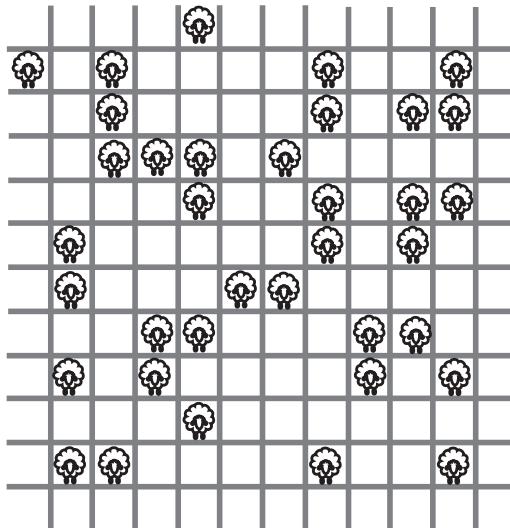
و اکنون، از دانشجویانم می‌خواهم که به موضوع‌های جذاب زیر، فکر کنند.

### یک شکل جورچین

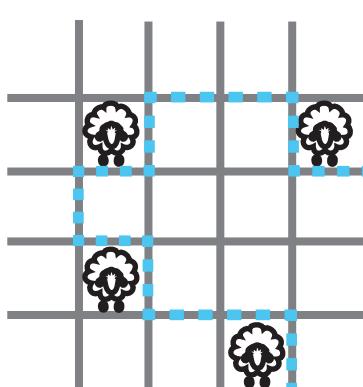
جورچین‌ها می‌توانند ساختارهایی ریاضی باشند. آن‌ها یقیناً می‌توانند لذت‌بخش باشند. اما وقتی یک پازل حل می‌شود، بیشتر جذابیتش را از دست می‌دهد! جورچین می‌دانم. زیرا مسئله‌ای که به عنوان تکلیف به آن‌ها داده بودم، خلق یک شکل جورچین لذت‌بخش

را برایم به آدرس زیر ارسال کنید.  
pleasingmath@gmail.com

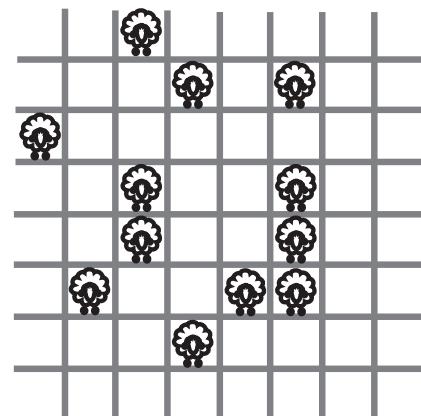
آیا این شکل جورچین، خوب است؟ چطور آن را ارزیابی می‌کنیم؟ در این مرحله، نمی‌توانم بگویم که بازی نجات گوسفند تا چه حد موفق است.



شکل ۴. یک پازل نجات گوسفند پیچیده‌تر



شکل ۲. یک راه حل برای جورچین نجات گوسفند شکل ۱



شکل ۳. یک جورچین نجات گوسفند پیچیده

**یک رقص**  
واقعیت، یک ساختار ریاضی نیست. اما جنبه‌هایی از واقعیت، ریاضی وار هستند. رقص را در نظر بگیرید. تشریح حرکات و حدس‌های یک رقصندۀ به طور کامل و بدون ابهام، ناممکن است. از طرف دیگر، اگر ما توجه‌مان را به مکان قرار گرفتن رقصندگان در زمین‌های قسمت بندی شده (مثلًا روی یک صفحه شطرنجی) محدود کنیم، آن‌گاه ما یک ساختار ریاضی داریم. نمونه‌هایی از دستگاه‌های نمادین برای بسیاری از مدل‌های رقص موجود است و این نمونه‌ها، متناسبن جنبه‌های ریاضی‌شان است. دانشجویان من -کوئی آدامسون<sup>۰</sup>،

ویکتوریا نومپلگی<sup>۱</sup>، هلی پترسون<sup>۲</sup> و دیزایر ویولا<sup>۳</sup>- تنها می‌توانم بگویم که این بازی، مرا جذب کرد و البته در پیدا کردن بهترین مسیر، مجدوبم کرد. من خواستم که بازی‌های نجات گوسفند را با سازم و برای این کار، با حسی منطقی در ریاضی به سمت آن کشیده ام. می‌خواستم احتمالات ممکن را کشف کنم.

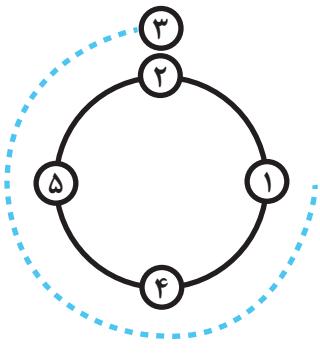
چیزی که در شکل ۴ با آن رویه‌رو شدم، یک پازل نجات گوسفند واقعاً پیچیده است که تنها یک جواب نامیده‌اند، یک رقصندۀ از بیرون دایره، در جایگاه بالایی شروع می‌کند. زمانی که رقص شروع می‌شود او در

من جواب‌های این پازل را در زمان مناسب در سایت زیر خواهم گذاشت:  
[www.math.smith.edu/jhenle/pleasingmath/](http://www.math.smith.edu/jhenle/pleasingmath/)  
اگر شما هم با این شکل جورچین سرو کله زدایید،  
نجات‌های نجات گوسفند خود و همچنین نظراتتان

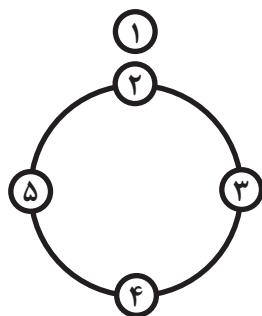
(شکل ۷) است.

## خلاصه ریاضی آنقدرها هم نادر نیست

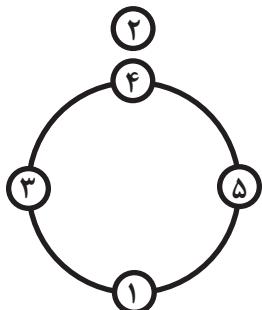
خلق یک ساختار ریاضی، سخت نیست. این امر، نوع ریاضی خارق العاده‌ای نمی‌خواهد. اما یک ساختار ریاضی شگرف چطور؟ یک ساختار ریاضی که لذت‌های ریاضی وار نصیبمان می‌کند چطور؟ خلق ساختارهای دلپذیر هم دشوار نیست. این امر شبیه گرفتن عکس‌های فوق العاده است. یک عکاس واقعی، عکس‌های فراوانی می‌گیرد. او بیشتر آن‌ها را دور خواهد انداخت. بهترین‌هایشان نسبتاً خوب هستند. اما فقط یکی ممکن است تماشایی و چشم‌گیر باشد.



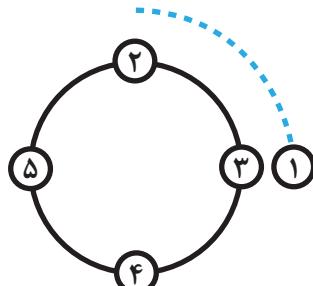
شکل ۷. حرکت رقصنده شماره «۳»



شکل ۵. آغاز رقص اردک، اردک، غاز



شکل ۸. ترکیب آغازین دیگر برای رقص اردک، اردک، غاز



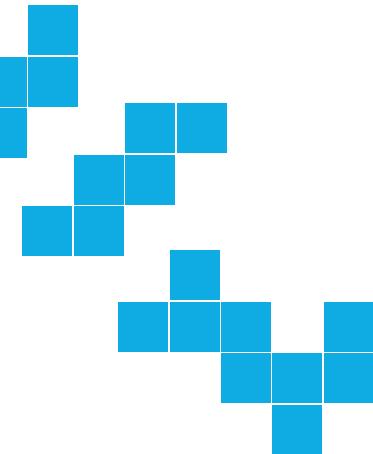
شکل ۶. حرکت رقصنده شماره «۱»

یکی دیگر از دانشجویان کلاس، ساشا رزنتمال<sup>۲۵</sup>، چیزی را که آن را «چند ضلعی بینهایت»<sup>۲۶</sup> نامید، ابداع کرد. در اصل، او یک دسته جدید از شکل‌ها را معرفی کرد. شکل‌های او، از یک صفحه شطرونگی از مربع‌های واحد، در طول خطوط این صفحه شطرونگی بریده شده است. ساشا می‌خواست که تعداد اضلاع این شکل‌ها، دقیقاً دو برابر مساحت آن‌ها باشد (شکل ۹).

اکنون رقصندگان ۳ و ۲، مکانشان را با هم عوض می‌کنند و رقص به شیوه‌ای مشابه ادامه می‌یابد تا زمانی که به شکل اولیه بازگردند.  
«اردک، اردک، غاز» خصوصاً یکی از ابداع‌کننده‌هایش را گیج کرد. هلی دریافت که ۲۰ گام لازم است که به ترکیب اولیه بازگردند. او می‌خواست دلیل این امر را بداند. آغاز کردن رقص با ترکیب‌های دیگری از پنج رقصنده به ارقام متفاوتی از گام‌ها و جهت بازگشت به ترکیب نخستین، منجر می‌شد: ۲، ۴، ۳۶.

**نتیجه نهایی**

آخرین مطلب این است که من برای کاسینا  
متتمیکا<sup>۳</sup>، یک فن آموزش ریاضی ارائه دادم که توسط  
آن، توانا سازی دانشجویان برای رضایتمندی از ریاضی  
در اولویت قرار گرفت. کلاسی که در آن اواماری، کانی،  
ویکتوریا، هلی، دزایر و ساشا گوسفند را نجات دادند،  
با هم «اردک، اردک، غاز» رقصیدند و با «ناگل‌ها»  
آجرچینی کردند، تجربه‌ای از این فن آموزشی بود.  
موفقیت‌های بیشتری هم وجود دارند که آن‌ها را در  
نوشته‌های آینده، شرح خواهم داد.



شکل ۹. چند ضلعی‌های بی‌نهایت

#### پی‌نوشت‌ها

1. Robert Thomas
2. Martin Gardner
3. Scientific American
4. John Horton Conway
5. Donald Knuth
6. Piet Hein
7. Raymond Smullyan
8. Nikoli
9. Luca Pacioli
10. De Veribus Quantitatis
11. Sid Sackson
12. Jerry Butters
13. U. S. Puzzle Championship
14. Howard Garns
15. Shikaku
16. Masyu
17. Nurikabe
18. Slitherlink
19. EvaMarie Olson
20. Connie Adamson
21. Victoria Nompleggi
22. Haley Peterson
23. Desiree Viola
24. Duck, Duck, Goose
25. Sasha Rosenthal
26. Infinite Polygon
27. Noggles
28. Solomon Golomb
29. Pentominoes
30. Cucina Matematica

#### منبع

Jim Henle, Meaning to please, The Mathematical Intelligencer, Vol 40, Issue 1, March 2018, 68- 72.

من قصد دارم که این اشکال را «ناگل»<sup>۲</sup> بنام زیرا همان طور که می‌بینید، شبیه آجرهای دیوار روی هم چیده شده، هستند. از هر یک از اندازه‌های دو و سه، تنها یک ناگل موجود است. هیچ ناگلی از اندازه ۱×۱ موجود نیست، اما ساشا یک مربع تک را هم به طور افتخاری یک ناگل در نظر گرفت. شما با ناگل‌ها چه می‌کنید؟ می‌توانید آن‌ها را کنار هم بگذارید که شکل‌های جدید بسازید، شبیه شکل‌های سولمون گولومب<sup>۲۸</sup> که با پنتومینوها<sup>۲۹</sup> ساخته شده‌اند. اما امکانات ناگل‌ها بسیار بیشتر از پنتومینوهاست به این دلیل که بی‌نهایت ناگل متمایز وجود دارد. ساشا از ناگل‌ها، مربع‌های  $2 \times 2$ ,  $3 \times 3$ ,  $4 \times 4$  ساخت. در هر مورد، همگی «ناگل‌های» مورد استفاده متمایز بودند. من دریافتیم که شما می‌توانید با استفاده از «ناگل‌های» متمایز، هر نوع مربعی را بسازید. اما اینجا یک چالش وجود دارد: من و ساشا متوجه شدیم که  $1+2+3+4+5+6+7+8=36=6^2$  و خواستیم بدانیم که شما می‌توانید یک مربع  $6 \times 6$  با استفاده از یک ناگل از هر یک از هشت اندازه بالا بسازید. شما می‌توانید. یک پاسخ برای این کار را بعداً (در فرصت مناسب) در وبسایت خواهم گذاشت. عدد مثلثی بعدی که آن هم یک مربع کامل است، عبارت است از:

$$1+2+3+\dots+48+49=36^2$$

من خودم هنوز این مورد را امتحان نکرده‌ام!

# خانه‌های ریاضیات:

## آنچه که هستند، آنچه که باید باشند

(مقاله ارائه شده در شانزدهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران در بابلسر)

بهنام آیتی‌پور، دبیر ریاضی دزفول هادی معصوم‌پور، دبیر ریاضی دزفول

نرگس صاحبیان، دبیر ریاضی بابلسر

### چکیده

در این مقاله چالش‌های فرا روی خانه ریاضیات به دو دسته‌تئ عوامل حاشیه‌ایی از قبیل: مشکلات اداری و بروکراسی موجود در آن‌ها، تعارض‌های ناشی از عدم وجود تجربه کافی در کارهای تیمی و تشکیلاتی، عدم وجود اطلاعات کافی نزد اعضای هیئت‌های مدیریه و مؤسس، کم تجربگی‌ها و کارشکنی‌ها و ... و عوامل متنی از قبیل: پاسخ به سؤالاتی مانند: چه کارکردهایی در این خانه‌ها باید در دستور کار قرار بگیرد؟ چه رویکردی؟ چه محتواهی؟ چه گونگی انتقال این محتوا؟ چرا این محتوا؟ کجا؟ کی؟ چه مقدار و ... تقسیم کرده‌ایم و سپس به استناد اساسنامه این مراکز و اسناد علمی در صدد پاسخگویی به این سؤالات بوده‌ایم. نیز بر آن بودیم تا در خور بضاعت فکری و علمی و تجربی خود و با مصاحبه با اساتید محترم این حوضه راهکارهایی را برای این چالش‌ها ارائه دهیم.

کلید واژه‌ها: خانه‌های ریاضیات، چالش‌های خانه‌های ریاضیات، حاشیه‌های خانه‌های ریاضیات،

تأسیس و مدیریت خانه‌های ریاضیات، شورای خانه‌های ریاضیات

### نمی‌کشند و تابلوی آن‌ها سنگ مزاری است برای پیکری

### مقدمه

نویسنده‌گان این مقاله که برخی از آنان از مؤسسان

خانه‌های ریاضیات می‌باشند، پس از سال‌ها تلاش به منظور تأسیس این مراکز با برخی چالش‌ها و مشکلات موجود در این عرصه مواجه شده‌اند.

مشکلاتی که به تدریج عملکرد این مراکز را از مسیر اصلی و اولیه خارج کرده است و این نهادها را به مؤسسه‌سازی نظیر آموزشگاه‌های علمی آزاد یا سایر

مؤسسه‌سازی که عملکرد آن‌ها سنگیتی با اساسنامه خانه‌های ریاضیات ندارد مبدل ساخته است. از این بدتر کار به جایی رسیده که برخی از خانه‌های ریاضیات نفس

### تاریخچه

خانه ریاضیات اصفهان، نخستین خانه ریاضیات ایران و جهان است که به دنبال تشکیل ستاد ملی سال

جهانی ریاضیات و با کمک شهرداری اصفهان در این شهر علم دوست و تاریخی و با همت عده‌ای علاقه‌مند به علوم ریاضی، آموزش و جوانان در سال ۱۳۷۷ آغاز به کار نموده است. تجربه بیش از ۲۰ سال جلسات بعد از ظهرهای دوشنیه معلمان ریاضی اصفهان و تشکیل مرکز بررسی ریاضیات دیبرستانی از سال ۱۳۵۸ که در آن‌ها دیوارهای جدایی بین معلمان مقاطع مختلف تحصیلی شکسته شد و این رویداد منشاء خدمات زیادی به جامعه علمی کشور شد، گروهی از معلمان و استادی ریاضی را برآن داشت تا یک مؤسسه غیردولتی برای ارتقاء دانش ریاضی تشکیل دهند.

اگرچه ایجاد مرکز تحقیقات معلمان اصفهان به عنوان الگویی برای تشکیل پژوهشگاه‌های معلم در سراسر کشور، برگزاری مسابقات ریاضی که منجر به اجرای المپیاد ریاضی ایران و به دنبال آن المپیادهای دیگر علمی و حضور موفق جوانان ایرانی در عرصه‌های بین‌المللی گردید، انجام مطالعه افت ریاضی که منجر به انتشار نشریات متعدد توصیفی در زمینه علوم ریاضی شد و بسیاری دیگر از ابزارهای توسعه دانش ریاضی را همراه داشت و نیز الگوسازی جهت تشکیل انجمن علمی آموزشی معلمان برخی از نتایج این جلسات است، ولی از همه مهم‌تر همفکری و همکاری مشترک معلمان و توسعه تحقیقات گروهی بین این عزیزان و برگزاری نخستین کنفرانس آموزش ریاضی در ایران را در سال ۱۳۷۵ به دنبال داشت.

ضمن تقدیر و تشکر از استادی بسیار محترمی که با ایده‌های کبیرایی خود مبنای باشکوه خانه ریاضیات را بنا نهادند و بسیار بجاست که در مقاله‌ای دیگر فرهیختگی استادی چون دکتر کرمزاده، دکتر رجالی و ... را تبین نمود ولی چون عنوان مقاله ما چالش‌های خانه ریاضیات است ناگزیر از بیان مشکلات می‌باشیم.

## نقدی بر اساسنامه

در هر شهر شورایی وجود دارد تحت عنوان شورای آموزشی، که رئیس این شورا فرماندار می‌باشد، و چون از یکسو کارکردهای خانه ریاضیات هم آموزشی و هم پژوهشی و از سوی دیگر این کارکردهای باید در تعامل و هماهنگ با عملکرد سایر نهادهای علمی، فکری و پژوهشی باشد شایسته بود همین شورا به عنوان هیئت امناء انتخاب می‌شدند و چون این شورا ماهیانه در فرمانداری تشکیل می‌شود، ماهیانه گزارش‌های این خانه روی میز شورای آموزشی قرار می‌گرفت و بالنتیجه

هیئت امناء مشارکت، همکاری و همراهی بیشتری با خانه‌ها می‌داشتند، تا اینکه جلسه سالی یکی دو بار و عموماً هم سوری برگزار شود. ضمناً تعامل این خانه‌ها با سایر مؤسسات آموزشی از طریق مذاکرات در شورای آموزشی و پژوهشی بیشتر برقرار می‌شد.

## مسئله‌مکان

مسئله‌بعدی مکان تأسیس خانه ریاضیات است. لازم است مکان خانه معماری و طراحی خاصی داشته باشد. دکتر کرمزاده در مجله برهان متوسطه ۲ دوره سوم شماره ۲ صفحه ۲۳ در مورد سر درب ورودی این خانه‌ها فرموده‌اند: «از است سر درب خانه‌های ریاضیات، به صورت مثلث با ارتفاع کم [آ] با رأسی که رو به آسمان است [آ] ساخته شود، تا مراجعان هنگام ورود به این خانه‌ها [آ] خم شدن به [آ] مثلاً احترام بگذارند [آ] او البته تشکر اصلی از هندسه آفرین آسمان است که رأس بالای مثلث به او اشاره می‌کند.»

همچنین خانه ریاضیات نیشابور در پژوههای بدیع اقدام به تهیه طرحی به نام بوستان ریاضیات نموده است در پارکی به وسعت ۳۰ هکتار مکانی تأسیس شده جهت آموزش بازی‌های هوازی ریاضی. همچنین در این مکان مجسمه‌هایی از مشاهیر دنیای ریاضی نصب شده است همچنین استقرار ابزارهای بازی‌های ریاضیات محور از دیگر فعالیت‌های این مرکز است.

طرح ساختمان چهار باله خانه ریاضیات اصفهان در زمینی که شهرداری اصفهان در اختیار قرار داده بود به منظور ایجاد فضایی مناسب با مجموعه فعالیت‌های خانه، پس از مطالعات بسیار، به تصویب نخستین شورای اسلامی شهر اصفهان رسید و شهرداری عملیات ساختمانی را از سال ۱۳۸۰ آغاز نمود. در تکمیل و تجهیز دو بال از این طرح مصوب، استانداری اصفهان، کارخانه‌های سیمان وابسته به سازمان صنایع اصفهان، وزارت علوم، تحقیقات و فناوری، آیسیکو و نهاد ریاست جمهوری علاوه بر شهرداری مشارکت داشته‌اند، قرار است این بخش از ساختمان آماده بهره‌برداری گردد. در سال ۱۳۹۱ با منتقال به ساختمان جدید خانه ریاضیات و تصویب طرح شهر علم در اصفهان فعالیت‌های این مرکز گسترش پیدا کرد و اتاق بازی، آزمایشگاه‌های ریاضی و آمار و استودیو نابینایان در محل جدید با حمایت شهرداری اصفهان و معاونت علمی و فناوری ریاست جمهوری گشایش یافت. اما آنچه عموماً مشاهده می‌شود مکان‌های خانه ریاضیات یا موقعی هستند یا معماري و

در خانه ریاضیات عموم اجتماعی از خواص تاعوام، از تحصیل کرده تا بی‌سجاد، از معلول تاسالم، از افراد مقیم تا مهاجر، از کودک تا سالمند، همگی مخاطبین این مراکزند و باید برای همه این اقسام به تناسب برنامه داشت

اما دسته‌های دیگری از چالش‌ها، چالش‌های درونی (متنی) خانه‌ریاضیات می‌باشد. بر فرض وجود مکان مناسب و امکانات کافی و حمایت‌های مسئولین ملی و محلی و خیرین و معلمین و ... حال نوبت این است که خانه‌های ریاضیات کارکردها و رویکردهایی داشته باشند که مفید فایده بوده و باعث بروز نوعی تحول در وضعیت فکری، فرهنگی و علمی شوند به طوری که نتایج مثبت آن باعث سربرلنگی فرزندان این مرز و بوم از سویی و سرافرازی دست‌اندرکاران این نهادها از سوی دیگر شود. در این قسمت دو بخش وجود دارد. اولاً: باید برنامه‌های علمی و آموزشی مناسبی با اهداف عالیه و ذکر مراحل و جزئیات دقیق و بر اساس مستندات علمی طراحی شود. ثانیاً این برنامه‌های خوب، به خوبی اجرا شود. چرا که تجربه نشان داده است اجرای بد برنامه‌های خوب باعث شکستهای پی‌درپی طرح‌های خوب در حیطه آموزشی شده است.

**لزوم تعریف حرکت‌های آموزشی متمایز و ویژه در خانه‌های ریاضیات**

نکته بسیار مهمی که در طرح برنامه‌های آموزشی این نهادها باید لحاظ شود پیاده‌سازی روال‌های تحقیقاتی و آموزشی در خانه‌های ریاضیات به صورتی است که مکمل روال‌های آموزشی و تحقیقاتی در دانشگاه‌ها و دبیرستان‌ها و آموزشگاه‌ها و دبستان‌ها باشد و نه موازی با آن‌ها. مدیر یکی از خانه‌های ریاضیات در سخنرانی افتتاحیه این مرکز پس از تشرکات فراوان هدف از تأسیس خانه ریاضیات را چنین معرفی کرد: «هدف از تأسیس خانه این است که اگر من فلان-برای اینکه سؤتفاهم نشود نام خودشان را بردن- در تدریس درس ریاضیات مشکلی داشتم در مراجعته به این مرکز آن مشکل را برطرف کنم.» باید پرسید در این صورت کار دانشگاه‌ها، مراکز تربیت معلم، گروههای آموزشی و انجمن‌های علمی معلمان ریاضی چیست؟

### آموزش ریاضیات برای همه، هدفی فراموش شده از مجموعه اهداف خانه‌های ریاضیات

باید دو تفاوت عمده را در عملکرد خانه‌های ریاضیات با سایر مؤسسات قائل شویم: خانه ریاضیات در پی ترویج عملی شعار ریاضیات برای همه است. در دانشگاه بدون مدرک علمی معتبر و رعایت روال‌های خاص کسی دیگری را به رسمیت نمی‌شناسد. در

موقعیت آن‌ها تناسبی با خانه‌های ریاضیات ندارد.

### اهمیت و ضرورت مسئله کار تیمی منسجم با هدف تأسیس و اداره خانه‌های ریاضیات

کار تیمی، یکی از اركانی است که لازمه انجام هر اقدام موفق است. لازم است افرادی با مهارت‌های متفاوت و متخصص در علوم متفاوت، مکمل یکدیگر باشند تا اهداف خانه‌های ریاضیات محقق شود.

عموماً مشاهده می‌شود دبیران دلسوز ریاضیات بدون هیچ‌گونه توقع مالی اقدام به تشکیل هیئتی تحت عنوان هیئت مؤسس می‌نمایند. ضمن تقدیر از تلاش خالصانه این عزیزان این نقد را وارد می‌دانیم که اداره خانه‌های ریاضیات در دو حیطه علمی و اجرایی مستلزم مشارکت خبرگانی است که اولاً از دانش کافی در زمینه علوم روانشناسی، جامعه شناسی، تاریخ علم، معرفت شناسی، فلسفه علم، علوم تعلیم و تربیت، مدیریت آموزشی و مدیریت اجرایی برخوردار باشند، ثانیاً تجربیاتی موفق در زمینه مهارت‌های مدیریت اجرایی نظیر: team work و communication به خاطر داشت به خصوص در حوزه مدیریت باید به خاطر داشت در دنیای امروز مدیریت یک علم و یک تخصص است و مهارت‌هایی مثل مدیریت منابع، مدیریت سازمانی، مدیریت مالی و مدیریت نیروی انسانی و ... راهبردهایی ضروری برای موفقیت در هر حوزه‌ای می‌باشند. فقدان این تخصص‌ها در بسیاری از موارد تنفس زا بوده و کار این مراکز به سرانجام مناسبی نرسانده است.

### مسئله مشکل مالی

نظر به عدم کفاف بودجه دولتی برای کمک به کلیه سازمان‌های مردم نهاد و وجود محدودیت‌های قانونی در این زمینه لازمه باقی این مراکز سرو سامان دادن مدیرانه امور مالی است. پی‌ریزی طرح‌هایی که بتواند خانه‌های ریاضیات را از نظر مالی خودگردان کند یا عملکرد آن‌ها را چنان بارز کند که خیرین آموزشی توجه خاصی به این مؤسسات نمایند. در این میان گاه‌آغاز چالش‌هایی نظری حضور خیرنماها به وقوع می‌پیوندد. به این شکل که برخی افراد سودجو با اغراض غیرعلمی و منافقانه، اقدام به ارائه کمک‌های مالی به این نهادها می‌نمایند و بعدها مشاهده شده خود را مالک این مؤسسات دانسته و در پی انتفاع‌های مالی و یا معنوی از نام خانه‌های ریاضیات بوده‌اند.

مهم ترین رویکردی که باید اتخاذ شود ایجاد شوق یادگیری نه تنها در بین دانش آموزان بلکه در عموم جامعه است. دانش آموزانی که از ریاضیات متنفرند و جامعه‌ایی که ریاضیات را لازم نمی‌دانند

انجمن معلمان ریاضیات به نوعی همین ماجرا وجود دارد. در پژوهش سراهای پژوهشکده‌ها، آموزشگاه‌ها و همین داستان تکرار می‌شود.

اما در خانه ریاضیات عموم اجتماع از خواص تا عوام، از تحصیل کرده تا بسیار ساده، از معلول تا سالم، از افراد مقیم تا مهاجر، از کودک تا سالمند، همگی مخاطبین این مراکزند و باید برای همه این اقشار به تناسب برنامه داشت.

تفاوت عمده دیگر در ارائه اسناد عملکردی این نهادهای است که برخلاف سایر مؤسسات در قالب نمره و نمودار و آزمون قابل ارزیابی و ارزشیابی نیست. بلکه بازتاب عملکرد این مؤسسات فقط در آینه اجتماع قبل مشاهده است. در سطح خیابان‌ها شهرها و روستاهای زمانی که مبنای فکری جامعه دچار درگذیسی می‌شود. مردم از گرفتن وام‌هایی با بهره بالا امتناع می‌کنند. مدل سازی‌های مسائل زندگی در قالب مسائل ریاضی اتفاق می‌افتد. مهارت‌های حل مسئله فقط مسائل ریاضی را حل نمی‌کند بلکه حل مشکلات زندگی هم هست. اقامه استدلال و اصول منطقی در مناظره‌ها به یک ارزش تبدیل می‌شود و نه روایتی برای استهزا از دنیایی که طرفین مناظره تلاش می‌کنند طرف مقابل را با استدلال قانع کنند و نه معرووب. جامعه‌ایی که به سادگی با مغالطه‌ها فریب نمی‌خورد. جامعه‌ایی که در آن مهارت پرسشگر و پاسخگویی ارجمند است و نه مغضوب.

### ایمان به مکاتب آموزشی TFC و TFU

ایده خانه ریاضیات منبع ایمان و اعتقاد به دو مکتب فکری-آموزشی (TFU Teach For Understand) (مراکزی که سطوح بالاتری از حیطه‌های آموزشی را محقق می‌کنند.) و (TFC Teach For Citizenship) (مراکزی که دانش‌آموز را برای زندگی در جهان وسیع تر از مدرسه آموزش می‌دهند). بود. پیاده‌سازی این دو مذهب آموزشی رویکردهای نوین آموزشی را می‌طلبید که سیستم آموزشی کنونی بارها عدم توانایی خود را در انجام این رویکردها فریاد زده بود.

اگر سطوح یادگیری بلوم را به عنوان معیاری علمی پیذیریم و اگر هدف مادستیابی دانش‌آموزان به حیطه‌های بالاتر آموزشی بعد از دانستن (knowledge)، یعنی فهمیدن (understanding)، به کاربستان (application)، تجزیه و تحلیل (analyze) و ترکیب (composition) باشد، لازم است راهبردها، امکانات و روش‌های نوین و مدرسینی دوره دیده داشته باشیم که خانه‌های

ریاضیات می‌توانند از پیشگامان این انقلاب آموزشی باشند.

با همین رویه اگر بخواهیم انواع ارزشمندی از تفکر، مانند تفکر انتقادی، تفکر ریاضی رادر جامعه رواج دهیم و یامهارت‌هایی مانند مهارت مدل‌سازی، مهارت مهندسی تصمیم‌سازی بر مبنای فرایند حل مسئله؛ مهارت تبدیل مسائل اجتماعی و اقتصادی به نوعی مسائل ریاضی‌وار، مهارت پرسشگری و ... را در بطن اجتماع ایجاد کنیم و در اذهان جامعه نهادینه نماییم، این خانه‌های ریاضیات هستند که باید پیش قدم باشند.

در کتاب آموزشی، ریاضیات در دستان (متترجم امیرحسین آشنا) آمده است: برنامه‌ریزی برای درگیر کردن دانش‌آموزان با دانش و یادگیری عمیق، برخلاف یادگیری طوطی‌وار مهارت‌ها، در حال حاضر به عنوان راهبرد کلیدی در آموزش ریاضیات دیده می‌شود. تعداد زیادی از دانش‌آموزان مدرسه را بدون درک ریاضیات، ترک می‌کنند. آن‌ها ریاضیات را انجام می‌دهند ولی آن را درک نمی‌کنند.

شیوه‌های پیشرفتی که یادگیری اساسی را پرورش می‌دهند برای آموزش مناسب، مهم هستند. به کارگیری شیوه‌هایی که دانش‌آموزان می‌توانند درگیر تفکر و حل مسائل [در قالب] چالش‌های واقعی و مهم شوند، [همچنین] می‌توانند مهارت‌های مورد نیاز برای زندگی در جامعه‌ای گسترش‌دهتر را پرورش دهد، به کارگیری شیوه‌هایی که در آن دانش‌آموزان با تفکر ریاضی و حل مسئله بتوانند درگیر مسائل واقعی و مهم شوند. برای جهان خارج از مدرسه بسیار حیاتی است.

### ارائه نسخه‌ایی جذاب از ریاضیات

در این باب مهم‌ترین رویکردی که باید اتخاذ شود ایجاد شوق یادگیری نه تنها در بین دانش‌آموزان بلکه در عموم جامعه است. دانش‌آموزانی که از ریاضیات متنفرند و جامعه‌ایی که ریاضیات را لازم نمی‌دانند.

لازم‌آین کار ارائه نسخه‌ای از ریاضیات است که با توجه به اصول علمی رشتۀ آموزش ریاضی طراحی شده است. توجه کامل به دستاوردهای این رشتۀ تخصصی ضروری است.

### توجه هم زمان به ریاضیات قومی و ریاضیات بین‌المللی

خانه ریاضیات باید منشوری باشد که نور تابیده شده از فرهنگ یک جامعه را گرفته و پس از انشقاق رنگ‌ها،

**مؤسسات مردم نهاد با گرایش مدیریت خانه‌های ریاضیات و ... از این دست اقدامات می‌باشند.**  
**همچنین ارزشیابی درست از متقاضیان و نظارت مستمر بر عملکرد آن‌ها و ارائه طرح‌هایی که بتواند به کارآفرینی و خودگردانی این مؤسسات کمک کند مانند: طرح تولید دست‌سازه‌ها، طرح تولید محتوای الکترونیکی، طرح تولید آزمون‌های آنلاین و آموزش‌های الکترونیکی و... از دیگر اقدامات شورای خانه ریاضیات جهت رفع این مشکلات می‌باشد.**

لازم است شورای خانه‌های ریاضیات نگاهی نو و با ارائه طرح‌های استاندارد و منطبق با اهداف فوق الذکر به نابسامانی و سردرگمی که در عملکرد خانه ریاضیات وجود دارد پایان دهد، همچنین اقدام علمی خانه‌های ریاضیات باید پایانی باشد بر فعالیت مؤسسات جعلی و فاقد مشروعيت علمی که با نام‌های فربیندهایی چون: پرورش خلاقیت، باشگاه بازی‌های فکری، بوستان تفکر ریاضی، آموزشگاه محاسبات سریع چرتکه و... مانند قارچ در سطح جامعه تکثیر شده‌اند و باعث هرج و مرج و تشویش در اذهان عمومی شده‌اند.

#### منابع

۱. آیتی‌بور، بهنام (زمستان ۹۳)، ریاضی کاربردی است، برhan متوسطه ۲ شماره ۲ دوره بیست و چهارم.
۲. آیتی‌بور، بهنام (فروردین ۹۵)، سخت‌ترین کار برای یک ریاضی دان این است که بگوید ریاضی چیست، برhan متوسطه ۲، شماره ۹۳.
۳. اساسنامه خانه ریاضیات اصفهان.
۴. اساسنامه شورای خانه‌های ریاضیات ایران.
۵. سیف، علی‌اکبر (۱۳۹۶)، اندازه‌گیری سنجش و ارزشیابی آموزشی، انتشارات نشر دوران، تهران.
۶. علم‌الهدایی، سید حسن، (۱۳۸۸)، اصول آموزش ریاضی، تألیف، جهان فدا.
۷. کلمانتس، مکنزی‌الگراندر، الرتون، نریداقی (۱۳۹۳)، پژوهش در آموزش ریاضی گذشته، حال، آینده، ترجمه: آشتا، امیرحسین، انتشارات آندیشه آفرینش، تهران.
۸. مجله یکان نو، سال دهم، شماره ۶.
۹. بورگنسن، روبی، دال، شلی (۱۳۹۵)، آموزش ریاضی در دیستان، ترجمه: آشتا، امیرحسین، انتشارات پیش نو، تهران.
10. [http://www.unesco.org/education/tlsf/mods/theme\\_b/interact/mod07task03/appendix.htm](http://www.unesco.org/education/tlsf/mods/theme_b/interact/mod07task03/appendix.htm)
11. <https://www.saref.ir>

نوع و طیف ویژه‌ای را که ریاضی‌گونه است از بطن نور اولیه استخراج کند. وجه دیگر عملکرد خانه ریاضیات مانند دستگاه فتوتراپی می‌باشد. این دستگاه نوری را که برای برطرف کردن بیماری زردی نوزاد لازم است ولی در محیط معمولی مهیا نیست به پیکر عربان او می‌تاباند. برای ارائه نوعی از ریاضیات که با فرهنگ جامعه و جهان‌های درون دانش‌آموzan هم‌خوانی داشته باشد. لازم است پایش جامعه برای یافتن سنت‌هایی که رنگ و بوی ریاضی دارند و در جامعه ساری و جاری هستند اما کسی آن‌ها را مکتوب و مدون نکرده است در دستور کار قرار گیرد. ریاضیات مستتر در فرهنگ، در هنر، در زبان و ادبیات، در ضرب المثل‌ها در قالی‌ها و نقاشی‌ها و دست‌سازه‌ها یک بوم اجتماعی موجود است. همچنین منطقی که در تعاملات اجتماعی به آن اعتمنا می‌شود یا برآمده از یک تجربه تاریخی است.

از سویی، لازم است دقیقاً بخشی از ریاضیات جهانی که بنابر مستندات علمی وجود آن لازم و ضروری است ولی بنا بر هر دلیلی برنامه درسی ملی فاقد آن است به وسیله خانه ریاضیات وارد فرهنگ و زندگی مردم نواحی مختلف گردد.

#### نتیجه

با توجه به اهداف عالیه خانه‌های ریاضیات می‌طلبد که آحاد جامعه اعم از عوام و خواص، سیاست‌گزاران حوزه تعلیم و تربیت، خیرین حوزه آموزش، سایر نهادهای علمی مانند دانشگاه‌ها، صدا و سیما، وزارت فرهنگ و ارشاد اسلامی و... ضمن آشنایی کامل با رویکردها و عملکردهای این نهادهای مردمی اقدام به حمایت و تقویت آن‌ها نمایند.

**به‌ویژه شورای خانه‌های ریاضیات ایران** بر طبق اساسنامه خود می‌تواند مرجع رفع بسیاری از چالش‌های فوق‌الذکر باشد. بسیار لازم و ضروری است این شورا برای افرادی که متقاضی مشارکت در فرایند تأسیس و مدیریت خانه‌های ریاضی هستند، کارگروه‌ای آموزشی ویژه‌ای ارائه نماید. به‌طوری که افراد ذی‌صلاح و خدوم در این دوره‌ها انتخاب و به آن‌ها اطلاعات و آگاهی‌های لازم داده شود.

**دوره‌های نظری دوره راهبردی آموزشی، مدیریت MBA، مدیریت مالی دوره‌های راهبردی مراکز مردم نهاد، دوره شناخت حقوقی قوانین**



# ارزیابی

## «خانه‌های ریاضیات در ایران»

نمین افکاری، کارشناسی ارشد آموزش ریاضی - دانشگاه شهید بهشتی تهران  
زهرا گویا، استاد آموزش ریاضی. دانشگاه شهید بهشتی تهران

(مقاله ارائه شده در شانزدهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران، مرداد ۱۳۹۷، بابلسر)

### چکیده

عمومی کردن ریاضی، یکی از ضرورت‌های شناسایی شده در حوزه آموزش ریاضی است که دارای ابعاد و مؤلفه‌های گوناگون است؛ همان‌طور که بسیاری از ریاضی‌دان‌های معروف از جمله فرودن‌تال و دی‌آمبروسیو نیز در دهه هشتاد میلادی، به آن پرداخته و در این راستا، پشتونه‌های فکری / نظری عمیقی فراهم کردند. به طوری که یکی از اهداف اصلی سال ۲۰۰۰ (سال جهانی ریاضی)، همگانی یا مردمی کردن ریاضی، از طریق تغییر تصور عمومی نسبت به ریاضی، به خصوص در بین دانش‌آموزان عنوان شد. در این جهت، حرکتی در ایران با عنوان «خانه‌های ریاضیات» شکل گرفت و در اواخر دهه هشتاد شمسی، توسعه چشمگیری یافت. این ابتکار، مورد توجه مجتمع ریاضی جهانی قرار گرفت و در «مطالعه شانزدهم کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی»، از آن به عنوان الگویی قابل تکرار در سطح جهانی، نام برده شد. در نتیجه، با توجه به نقش و اهمیت این خانه‌ها که در راستای توسعه عمومی کردن و ایجاد سواد ریاضی، به سرعت در حال گسترش هستند، ارزیابی فعالیت‌های آن‌ها، هدف اصلی پژوهش حاضر، انتخاب شد. نتایج حاصل از تجزیه و تحلیل داده‌هایی که از منابع مختلف جمع‌آوری شد، نشان داد که لازم است نقشی که در حال حاضر، سورای خانه‌های ریاضیات ایفا می‌کند، بر جسته‌تر شود و حق نظرات بر فعالیت‌های خانه‌های ریاضیات، برای این شورا به عنوان یک نهاد بالادستی، محفوظ بماند. در غیر این صورت، تبلیغات و تقاضاهای کاذب بیرون، به گونه‌ای است که بالقوه، قدرت منحرف کردن فعالیت‌های این خانه‌ها و مخدوش کردن اهداف آن‌ها را خواهد داشت. این مقاله در شانزدهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران ارائه شده است.

**کلید واژه‌ها:** عمومی کردن ریاضی، خانه‌های ریاضیات، آموزش غیررسمی، سورای خانه‌های ریاضیات.

## مقدمه

این باور عمومی در اغلب بزرگسالان وجود دارد که از ریاضیات ترس دارند. بررسی سیر تحول آموزشی در ایران نشان می‌دهد که بعضی از ناکامی‌های آموزشی در ایران، بیش از آنکه مربوط به تمرکز نظام آموزشی باشد، متأثر از نوع تفکر و ذهنیت آموزشی تصمیم‌سازان و مجریان بوده است. تعریف «سازمان توسعه همکاری‌های اقتصادی (OECD)» از سواد ریاضی، این بوده است که «سواد ریاضی عبارت است از ظرفیت و توانایی یک فرد، در تشخیص و یادگیری نقش ریاضی در جهان، تا بتواند قضاوتهای صحیحی داشته باشد و از ریاضی برای پاسخگویی به نیازهای کنونی و آینده خود، به عنوان یک شهروند سازنده و متفکر استفاده کند.».

یکی از تلاش‌های اساسی که در جوامع ریاضی جهانی صورت گرفته، این است که مفهوم عمومی کردن ریاضی را تبیین نموده و مناسب با آن، فعالیت‌های مناسبی را طراحی، اجرا و ارزیابی نمایند. در این جهت، حرکتی در ایران با عنوان «خانه‌های ریاضیات» شکل گرفت و در اواخر دهه هشتاد شمسی، توسعه چشمگیری یافت. این ابتکار، مورد توجه مجامع ریاضی جهانی قرار گرفت و در «شانزدهمین مطالعه کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی» (ICMI ۱۶) Study، از آن به عنوان الگویی قابل تکرار در سطح جهانی، نام برده شده است. در نتیجه، با توجه به نقش و اهمیت خانه‌های ریاضیات که در راستای توسعه عمومی کردن ریاضی و ایجاد سواد ریاضی تأسیس شده‌اند و به سرعت در حال گسترش هستند، ارزیابی فعالیت‌های آن‌ها از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است و بدین سبب، هدف اصلی پژوهشی شد که در این مقاله، به بخشی از آن، پرداخته می‌شود.

«خانه‌های ریاضیات در ایران، با حمایت ارگان‌های مختلف وابسته به شورای شهرداری، به مؤسسه‌ای متمايز تبدیل شده‌اند. این خانه‌ها در ایران، اگرچه قدمتی طولانی ندارند، اما به سرعت توسعه یافته‌اند. تعهد این خانه‌ها، مبنی بر فراهم کردن زیربنایی است که باعث ایجاد کالوش چالش برانگیزی در رابطه با ریاضی، در بیرون از کلاس درس و به صورت بخشی از برنامه‌های جانبی و غیررسمی باشند. به این معنا که الزامی به اشتراک با برنامه‌های رسمی نداشته و مراجعه‌کنندگان به این خانه‌ها، بدون دغدغه و اضطراب

ریاضی به دلیل ماهیت دوگانه‌ای که دارد و همچنین، به جهت پیچیدگی و در عین حال زیبایی‌اش، در طول تاریخ مورد توجه افراد خاص و عام قرار گرفته است. تصور عمومی افراد معمولی از ریاضی، بیشتر دیدگاهی محاسباتی است که همین تصور، باعث بروز مشکلات متنوعی در حوزه آموزش ریاضی شده است (هاوسون و ویلسون، ۱۹۸۶). بدین سبب، «عمومی کردن ریاضی» ضرورتی است که در جهت تغییر تصور عمومی جامعه نسبت به ریاضی در دهه‌های اخیر، بیشتر مورد توجه قرار گرفته است.

سال جهانی ریاضیات- ۲۰۰۰، فرست مناسبی ایجاد کرد تا توجه جامعه ریاضی جهانی را به ضرورت «عمومی یا همگانی شدن» ریاضی، جلب کند. ضروری بودن این مهم از این نظر است که ریاضی، بستر و ابزار، و زبان توسعه پایدار است (ظهوری زنگنه، ۱۳۷۹). علاوه بر این، ریاضی امکان‌هایی برای انسان‌های هزاره سوم ایجاد می‌کند که در نبود آن‌ها، احتمال موفقیت در اشتغال و فعالیت‌های خلاق محدود می‌شود. در حقیقت، جامعه بدون ریاضی مانند جامعه فاقد تکنولوژی، امکان بقای معنی دار ندارد (گویا، ۱۳۷۹).

به گفته گویا (۱۳۷۸)، مسئله عمومی کردن ریاضی «به خصوص در آغاز قرن بیست و یکم و در زمانی که بیشتر مناسبات اجتماعی و ارتباطی به نوعی، نیازمند توانایی‌های ریاضی است و در زمانی که تکنولوژی بدون ریاضی قدرت توسعه ندارد و ریاضی، زبان علوم و راه توسعه معرفی شده است»، از اهمیت بیشتری برخوردار شده است.

## پیشینه تحقیق

سال جهانی ریاضیات (۲۰۰۰) با سه شعار محوری همراه بود که یکی از آن‌ها، «همگانی شدن» یا «همگانی کردن» ریاضی از طریق «ایجاد تغییر تصور عمومی نسبت به ریاضی» بود که محور بسیاری از فعالیت‌ای چند سال اخیر قرار گرفت. به نظر می‌رسد ضرورت «تغییر تصور عمومی نسبت به ریاضی» نشان دهنده ناکارآمدی وضعیت موجود است که نیازمندی به تغییر را ایجاد کرده است (گویا، ۱۳۷۹). همچنین

## **ریاضی امکان‌هایی برای انسان‌های هزاره سوم ایجاد می‌کند که در نبود آن‌ها، احتمال موفقیت در اشتغال و فعالیت‌های خلاق محدود می‌شود**

ریاضیاتی بودند که در اجلاس سالانه شورای خانه‌های ریاضیات که در آذرماه سال ۱۳۹۶ در مشهد برگزار شد، شرکت کرده بودند. علاوه بر آن‌ها، خانه‌های ریاضیات دیگری هم توسط نویسنده اول شناسایی شدند که مدیران آن‌ها در آن اجلاس، یا با اطلاع قبلی یا بدون آن، شرکت نکرده بودند. بدین دلیل با مدیران آن‌ها، مکاتبه شد و پرسشنامه برایشان ارسال شد. پس از آن و به تدریج، خانه‌های ریاضیاتی شناسایی شدند که در بانکدادهای شورای خانه‌های ریاضیات، ثبت نشده بودند. در نتیجه، طی تلاش‌های جدی نویسنده اول مقاله، تقریباً همه آن‌ها شناسایی شدند و مدیران آن خانه‌ها، با پژوهشگران نهایت همکاری را نمودند. ابزار جمع‌آوری داده‌ها، مصاحبه، پرسشنامه، مشاهده و یادداشت‌های میدانی بود که این ابزار، بر مبنای اساس‌نامه مصوب خانه‌های ریاضیات، ساخته شدند. تنوع منابع جمع‌آوری داده‌ها، اطمینان از همسویی داده‌ها و در نتیجه، اعتبار یافته‌هاست. شرکت مدیران خانه‌های ریاضیات در مصاحبه‌ها، همگی داوطلبانه بود. پیگیری برای دریافت پرسشنامه‌های تکمیل شده، اغلب توسط ایمیل انجام شد. برای تجزیه و تحلیل داده‌ها، از ابزارهای تحلیل محتوا کیفی، استفاده شد.

### **یافته‌ها**

به منظور بررسی وضعیت موجود خانه‌های ریاضیات در ایران، اساس‌نامه مصوب تأسیس خانه‌های ریاضیات، محور اصلی قرار گرفت.<sup>۲</sup> تجزیه و تحلیل داده‌های جمع‌آوری شده از منابع مختلف نشان داد که مهم‌ترین یافته این پژوهش، ضرورت بازنگری و ترمیم اساس‌نامه شورا، بهخصوص از منظر ساختار عملیاتی و چگونگی نظارت بر اجرای فعالیت‌ها از طرف شورا، ضروری به نظر می‌رسد. بدین معنا که همانند مقامهایی که از سوی دولت برای اداره امور کشور در هر استان، شهر، شهرستان، و حتی روستاهای تعیین می‌شود، از هر استان، یکی از خانه‌های ریاضیات آن استان، به عنوان مرکز اصلی انتخاب شده و اساس‌نامه استان مربوطه را بر اساس شرایط بومی، تدوین کرده و به شورای خانه‌های ریاضیات، ارائه دهد. در این صورت هر استان، اساس‌نامه‌ای بر اساس شرایط بومی خود خواهد داشت و نظارت بر تأسیس خانه‌های جدید در

امتحان و نمره و مدرسه، بتوانند تجربه‌های ناب ریاضی، کسب کنند. این وجه از ریاضیات غیررسمی، به نفع معلمان است، زیرا می‌تواند به کنجدکاوی‌های پاسخ داده نشده دانش‌آموزان جواب دهد و فشار زمان را برای آنان، کاهش دهد و بدین صورت، بر ارتقای عملکرد نظام آموزشی، تأثیر مثبت داشته باشد. این فعالیت‌ها، می‌توانند به نفع عموم مردم باشند و به عمومی یا مردمی کردن ریاضی به عنوان یک ضرورت اجتماعی، کمک کنند. همچنین، خانه‌های ریاضیات موقعیتی را فراهم می‌آورند که آگاهی عموم به ویژه والدین دانش‌آموزان، نسبت به ریاضیات افزایش یابد. افزون بر این‌ها در این نهادها، ریاضی با تغیری و سرگرمی و از طریق بازی با ابزار ریاضی، یادگیری کاربردهای ریاضی و مشاهده سهم ریاضی در هنر و سایر شاخه‌های علوم، تکنولوژی، جنبه‌های اجتماعی یا پژوهشکی زندگی، ارائه می‌شود. توانایی‌های ریاضی و مهارت‌های فکری مراجعان به خانه‌های ریاضیات، امکان بروز می‌یابد و خانه‌ها نیز، می‌توانند از طریق طراحی فعالیت‌های مناسب، این قابلیت‌ها را شناسایی نموده و پرورش دهنند. از همه مهم‌تر اینکه می‌توان تصور نمود که دانش‌آموزان مراجعت کنند به خانه‌ها، از روحیه همکاری و مشارکت و تبادل اطلاعات بین هم‌دیگر، لذت ببرند، زیرا فرض اولیه این بوده که این فعالیت‌ها، مسابقه نیست و در نتیجه، همه برندۀ هستند و به خاطر رضایت درونی‌شان، تلاش می‌کنند. یعنی چنین نیست که بازندگان را پشت سر گذاشته و برندۀ بازی شوند و همین اطمینان، به ارتقای دانش و مهارت‌های ریاضی آن‌ها، کمک می‌کند. خانه‌های ریاضیات در واقع، می‌توانند یک زمین بازی پُر هیجان، و مرکزی برای پاسخ‌گویی به سؤال‌ها و کنجدکاوی‌های چالش‌برانگیز جویندگان ریاضی نوجوان و جوان باشند<sup>۳</sup> (برگرفته شده از سایت خانه‌ریاضیات اصفهان). به دلیل این قابلیت‌های بالقوه، هدف اصلی از انجام این پژوهش، بررسی نقش و جایگاه خانه‌های ریاضی در ارتقای سواد ریاضی از طریق عمومی کردن ریاضی بود.

### **روش تحقیق**

این تحقیق، به روش توصیفی انجام شد. شرکت‌کنندگان در این تحقیق، تمام مدیران خانه‌های

به آن‌ها، ضروری است. برای تجدید نظر در اساس‌نامه، توجه به پیشنهادها و نقدهای منصفانه ارائه شده از طرف مسؤولان خانه‌های ریاضیات اعم از پیوسته و ابسته، و انجمن‌های علمی مرتبط با ریاضی، الزامی است. طبق تعریفی که در اساس‌نامه شورای خانه‌های ریاضیات ایران آمده؛ این شورا دو نوع «عضو پیوسته» و «عضو ابسته» دارد که منظور از «عضو»، خانه‌ریاضیات است نه اعضا خانه‌ها. هیئت مدیره شورا، خانه‌هایی را به عنوان عضو پیوسته می‌پذیرد که به‌طور کتبی، درخواست عضویت کرده، مجوز تأسیس کسب کرده و فعالیتشان مستمر و قابل قبول باشد. اگرچه معیاری برای «قابل قبول» بودن فعالیت، ارائه نشده است. سایر خانه‌های ریاضیات و از جمله خانه‌های تازه تأسیس، پس از درخواست کتبی و با تصویب هیئت مدیره، عضو ابسته شورا شده و مورد حمایت قرار خواهد گرفت.

### نتیجه‌گیری

با توجه به اهمیت سواد ریاضی و ضرورت ایجاد ارتباط بین ریاضی مدرسه‌ای و دنیای واقعی، لازم است که تمام نفع بران<sup>۳</sup> آموزشی شامل مسؤولان آموزش‌وپرورش، خانواده‌ها، نهادهای دولتی و غیردولتی، هماهنگی و همکاری مؤثرتر و معنادارتری باهم داشته باشند. یکی از این نهادهای غیردولتی (مردم نهاد)، خانه‌های ریاضیات هستند که در این راستا، مسئولیت خطیری به عهده دارند. همان‌طور که در تعریف سواد ریاضی سازمان همکاری و توسعه اقتصادی (OECD) نیز آمده است، ریاضی در جهان، باید پاسخگوی نیازهای زندگی فعلی و آینده فرد، به عنوان یک شهریوند سازنده، دغدغه‌مند و متفکر باشد. بر این اساس، خانه‌های ریاضیات وظیفه تحقق چنین هدفی را با به کارگیری آموزش‌های غیررسمی، به عهده دارند. این اهداف، در اساس‌نامه خانه‌های ریاضیات نیز تصریح شده است. به‌طور مشخص در بند هفتم ماده<sup>۴</sup>، اساس‌نامه در این مورد آمده است که «نظرارت بر فعالیت‌های خانه‌ها به نحوی که علوم ریاضی در کشور گسترش یابد، فرهنگ پژوهش در جامعه بالاخص در

استان مورد نظر نیز، بر عهده مدیر استان خواهد بود. این شورا، سالانه گزارش عملکرد خانه‌های استان را دریافت کرده و در اختیار دفتر شورا قرار خواهد داد و مدیران استان‌ها، ملزم به شرکت در مجمع عمومی سالانه شورای خانه‌ها خواهند بود.

همچنین، با توجه به بندهای ۲ و ۳ مربوط به ماده<sup>۴</sup> اساس‌نامه، تدوین اساس‌نامه‌های الگو برای خانه‌های در حال تأسیس و نیز تعیین ضوابط لازم برای تأسیس و ادامه فعالیت‌های خانه‌ها و همچنین صدور مجوزهای مورد نیاز جهت تأسیس خانه‌های جدید در سراسر ایران، از جمله وظایف و فعالیت‌های شورا بر شمرده شده است. یافته‌های این پژوهش، نشان دادند که همه مدیران خانه‌های ریاضیات، نسبت به هدف اصلی تأسیس این خانه‌ها که عمومی کردن ریاضی در جامعه ایران بوده است، توافق داشتند. با وجود این، روش و راهکارهای ارائه شده، با امکان تحقق این هدف، آشکار کننده فاصله زیادی بود. شاید یکی از دلایل عدمه این امر، فقدان درکی مشترک از معنای «عمومی کردن ریاضی» در بین مدیران خانه‌های ریاضیات بود. چگونگی جرح و تعدیل اساس‌نامه توسط هر خانه، چگونگی ارزیابی آن توسط شورا، و همین‌طور چگونگی نظرارت بر برنامه‌های در حال اجرای خانه‌ها، از جمله مهم‌ترین مشکلات اجرایی و پشتیبانی بودند که مدیران خانه‌های ریاضیات، آن‌ها را مانع اصلی فعالیت‌های خود می‌دانستند.

**با تعمق و تفکر  
راجعت به هدف  
تأسیس خانه‌های  
ریاضیات، معلوم  
می‌شود که از جمله  
مسئولیت‌های  
خانه‌های ریاضیات،  
ایجاد زمینه‌ای برای  
ابتکارات محلی  
و با هدف ترویج  
سواد ریاضی بوده و  
هست**

### الف) مسئولیت خانه‌های ریاضیات در قبال عمومی کردن ریاضی

در خصوص تبیین مفهوم عمومی کردن ریاضی، لازم است ترمیمی در اساس‌نامه صورت گیرد و به صورت شفاف، این مهم توضیح داده شود و منظور تدوین کنندگان اساس‌نامه از به کارگیری عبارت «عمومی کردن ریاضی»، به‌طور شفاف، مشخص شود. لازم است که شورای خانه‌های ریاضیات ایران، از ظرفیت‌های ایجاد شده توسط خانه‌های ریاضیات، حمایت مالی داشته و بدین‌سان، به عمومی‌سازی ریاضی در جامعه به نحو مطلوب آن، کمک نماید. برای نمونه، مذاکره با نهادهای دولتی به‌خصوص وزارت علوم-تحقیقات و فناوری مبنی بر ضرورت تداوم فعالیت این خانه‌ها و اختصاص کمک‌های مالی کافی

میان جوانان و معلمان ریاضی جایگاه مناسب پیدا کند و از طریق آموزش‌های غیررسمی، کار گروهی، استفاده از منابع مختلف اطلاعاتی و فناوری‌های موجود، استعدادهای ریاضی شکوفا شوند». در صورتی که یافته‌های این پژوهش، گویای این واقعیت بود که اگر نحوه نظارت بر تأسیس و فعالیت‌های خانه‌های ریاضیات، به روشنی و صراحت در اساسنامه نیاید و نظارت جدی تری از طرف شورای این خانه‌ها انجام نشود، جلوگیری از تغییر ماهیت خانه‌های ریاضیات، روز به روز مشکل‌تر شده و از اهداف اولیه آن، فاصله خواهند گرفت. بدینجهت، ایجاد یک بانک اطلاعاتی دقیق و کامل شامل اسامی و اطلاعات به روزی از تعداد خانه‌های ریاضیات موجود در سطح کشور و نوع فعالیت‌هایشان، یک نیاز عاجل و زمینه‌ساز نظارتی جدی است.

### پی‌نوشت‌ها

#### 1. Popularization

۲. در این مقاله به علت محدودیت صفحه، امکان آوردن اساسنامه در پیوست نیست. اما این اساسنامه از طریق سایت شورای خانه‌های ریاضیات ایران، قابل دسترسی است.
3. Stakeholders

### منابع

1. Barbeau, j. Edward. 2008. Challenging Mathematics in and Beyond the Classroom. The 16th ICMI Study, Springer. 336 pages.
2. D'Ambrosio, Ubiratan. 2001. Ethnomathematics( link between traditions and modernity, sense publishers. 89 pages.
3. De Lange, J., 2006. MATHEMATICAL LITERACY FOR LIVING FROM OECD-PISA PERSPECTIVE. Freudenthal Institute, Utrecht University – the Netherlands. 23 pages.
4. De Lange, J. (2003. Mathematics for Literacy. Freudenthal Institute, Utrecht University – the Netherlands. 15 pages.
5. Howson, G. & B. Wilson. 1986. School Mathematics. Cambridge University press. 200 Pages.
6. ظهوری زنگنه، بیژن. (۱۳۷۹). ریاضیات: کلید راه توسعه. مجله رشد آموزش ریاضی، شماره ۷۹. دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی درسی، وزارت آموزش و پرورش.
7. گویا، زهرا. (۱۳۸۱). جنگ شکوفه‌ها (گزارشی از پنج گردهمایی شکوفه‌های ریاضی در دانشگاه شهری بهشتی). چاپ دانشگاه شهری بهشتی.
8. گویا، زهرا. (۱۳۸۰). یادداشت سردبیر. مجله رشد آموزش ریاضی. شماره ۶۲ سال پانزدهم، شماره ۲. صص. ۲ تا ۳.
9. ظهوری زنگنه، بیژن؛ گویا، زهرا. (۱۳۹۱). همگانی کردن ریاضی! چرا و چگونه؟. مجموعه مقالات: به مناسبت بزرگداشت مقام علمی دانشمند فرهیخته استاد دکتر مهدی رجاعی‌پور. فرهنگستان علوم. صص. ۵۷ تا ۷۶.

# «ترک اعتیاد»

## در کلاس درس ریاضی!

کاظم عبدالله پور، دبیر ریاضی شهرستان کهنه‌ج و کارشناس ارشد آموزش ریاضی

امروزه، وقتی صحبت از «اعتیاد» به میان می‌آید، ذهن انسان به طور ناخودآگاه، به سمت مواد مخدر کشیده می‌شود که زندگی بعضی افراد را درگیر کرده و سبب از بین رفتن قوهٔ جسمی و به تدریج، تخریب شخصیتی آن‌ها شده است. در این حالت، اگر کسی با خواستهٔ خود و کمک متخصصان اقدام به «ترک اعتیاد» کند، در واقع به تمام گذشتهٔ خود «نه» می‌گوید و زندگی جدیدی را شروع می‌کند.

اما اعتیادی که امروزه گربیان‌گیر بسیاری از نوجوانان و جوانان ما در عرصهٔ آموزش شده است، می‌تواند خطرناک‌تر و اثراً-ش جبران ناپذیرتر باشد و آن، «اعتیاد» دانش‌آموزان به استفاده از کتاب‌های کمک آموزشی است که بیشتر تبدیل به یک صنعت عظیم آموزشی در حاشیهٔ آموزش عمومی شده است. استفاده از این کتاب‌ها، به نوعی سبب از بین رفتن خلاقیت، قوهٔ تفکر، اعتمادبه‌نفس و حتی لختی دانش‌آموزان می‌شود. بدین سبب به عنوان یک معلم ریاضی، فکر کردم که چاره‌ای بیندیشم و با انتخاب رویکرد ساخت و سازگرایی برای تدریس، بالاخره شاهد به ثمر رسیدن تلاش‌هایم شدم و خوشحال می‌شوم که آن را با همکارانم به اشتراک بگذارم. آنچه که در پی می‌آید، اتفاقی است که در یکی از جلسه‌های تدریس کلاسی رخ داد. این اتفاق را از زبان دانش‌آموزی بیان می‌کنم که ناگهان گفت که «ترک اعتیاد» کردم و توضیح داد که به این گونه کتاب‌ها «معتماد» شده بودم و الان خوشحالم که دیگر نیازی به آن‌ها احساس نمی‌کنم زیرا خودم قادرم که ریاضی را «کشف» و «خلق» و «تولید» کنم! شرح مبسوط این اتفاق، در ادامه آمده است:



### اشاره

در سال‌های اخیر در ایران، بحث درباره نقش کتاب‌های کمکی واستفاده یا عدم استفاده از آن‌ها در آموزش عمومی، گسترش‌دهتر و جدی‌تر از قبل شده است. شدت تبلیغات و آشافتگی ذهنی ایجاد شده برای دانش‌آموزان و خانواده‌ها، به اندازه‌ای زیاد شده که آرامش روانی جامعه را به خطر انداخته است. در میانه این هیاهوها، معلمی از عمق کویر و از جنس بلور، با شور و شعف با دانش‌آموزان خود در شهر کهنه‌ج و توابع آن، با خوشحالی از تأثیر مثبت «تدریس ریاضی با رویکرد ساخت و سازگرایی» نوشته است، و اینکه این روش، چگونه آنان را توانمند کرده و اعتمادبه‌نفس داده تا در تولید و ساخت دانش‌ریاضی «خود»، نقش آفرینی کنند! تا جایی که باور کنند که به جای «کتاب کمکی»، از «کمک» خود بهره‌مند شوند و لذت احساس مالکیت نسبت به یافته و تولید خودشان را تجربه کنند. داستان واقعی زیر، یکی و تنها یکی از پدیده‌های کلاسی ایشان است که امیدوارم، جرئت تجربه کردن را در سایر علاوه‌مندان به این موضوع، افزایش دهد و از آن بهره ببرند.

سردبیر

هفتۀ اول مهر سال ۱۳۹۷، ریاضی پایۀ دهم رشته ریاضی را تدریس می‌نمودم. دانش‌آموزان با استفاده از روش تدریس ساخت و سازگرایی، توانسته بودند رابطه بین مجموعه‌هارا کشف کنند و به صورت زیر بیان کنند:

$$(1) : n(A \cup B) + n(A \cap B) = n(A) + n(B)$$

دانش‌آموزان، ابتدا این رابطه را با استفاده از نمودار ون به دست آوردند و بعد از آن، سایر روابط را هم کشف کردند. در پایان این جلسه، یک سری از تمرین‌های کتاب درسی مربوط به این درس، به دانش‌آموزان محول شد که یکی از آن‌ها به صورت زیر بود:

$$\text{تمرین کتاب درسی دهم: اگر } n(A) = 15 \text{ و } n(A \cap B) = 5 \text{ و } n(A \cup B) = 15 \text{، آنگاه } n(B) \text{ را حساب کنید.}$$

جلسه بعد، دانش‌آموزان تمرین‌های کتاب درسی را که حل کرده بودند، یکی یکی به من نشان دادند و بعد، نوبت یکی از آن‌ها شد که پای تابلو بیاید و یکی از تمرین‌ها را حل کند. او برای حل آن تمرین، از رابطه ۱ استفاده نکرد و به جای آن، از رابطه زیر استفاده کرد:

$$(2) : n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

من بعد از دیدن این رابطه خوشحال شدم که این دانش‌آموز، از راه حل دیگری استفاده کرد. او رابطه ۲ را ساخته و تمام تمرین‌ها را بر اساس آن، حل کرده بود. اما وقتی خواستم که یکی از تمرین‌های کتاب را با رسم شکل حل کند، کاملاً سکوت کرد و حرفی نزد. من شک کردم و گفتم «از گام به گام استفاده نکردید؟» خنده دید و چیزی نگفت. ولی در جلسه‌های بعد، دانش‌آموزان بیشتری به روند کشف و استفاده از ابتكارهای خود در کلاس ادامه دادند. در صورتی که می‌لاد و چند نفر دیگر که همیشه از کتاب‌های کمک درسی و کنکوری استفاده می‌کردند در بحث‌های کلاسی خیلی کم شرکت می‌کردند و نمی‌توانستند راهکاری جدید برای حل مسائل ارائه دهند. وقتی متوجه این جریان در کلاس شدم، برای اینکه روند را عوض کنم، سوال‌های ترکیبی و مفهومی مانند دو نمونه زیر طرح کردم و از دانش‌آموزان خواستم آن‌ها را برای جلسۀ بعد، حل کنند.

### تمرین:

الف: ثابت کنید  $\sqrt{-1} - \sqrt{-1} = \sqrt{-1}$ .

ب: مقدار جمله  $a_{n+1}$  را حساب کنید:

روز بعد دانش‌آموزان  / بیان گردید که  $a_{n+1}$  می‌شوند، بگیرند.

روی مسئله فکر کردیم». آن‌ها تقریباً توانسته بودند ۸۰٪ جواب مسئله را به دست آورند و روند درگیر کردن دانش‌آموزان در کلاس و خانه، ادامه پیدا کرد، تا اینکه در مبحث مثلثات، سؤالی را که به نظرم سخت‌ترین تمرین کتاب بود، در کلاس مطرح کردم.

### سؤال کتاب:

$$\text{ثابت کنید: } \frac{\sin x}{1 - \cos x} = \frac{1 + \cos x}{\sin x}$$

از دانش‌آموزان خواستم که روی این مسئله فکر کنند و برای اثبات آن، از رابطه  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$  استفاده کنند. دانش‌آموزان مدت زیادی روی این مسئله فکر کردند و درگیر حل این مسئله شدند تا اینکه دو نفر، توانستند راهکار این مسئله را پیدا کنند که اتفاقاً، یکی از آن‌ها می‌لاد بود. او توانست مسئله را بدون کمک من حل کند. وقتی می‌لاد توانست این مسئله سخت را حل کند، درون او روح امید و تلاش دوباره زنده شد و این قدر خوشحال بود که بیشتر افراد کلاس شگفتزده شدند. شرح این موضوع را از زبان می‌لاد می‌شنویم:

من دانش‌آموز پایۀ دهم رشته ریاضی هستم که بعد از دو یا سه سال استفاده از کتاب‌های کمک درسی با راهنمایی دبیر ریاضی، تصمیم گرفتم دیگر از کتاب‌های کمکی استفاده نکنم. اولش کمی سخت بود، اما بعداً فهمیدم خلاقیت یعنی چه! بعد از کشف یک رابطه در حل یک مسئله، تمام آن کتاب‌ها را کنار گذاشتیم و از ذهن و توانایی خودم برای رسیدن به جواب مسئله استفاده می‌کنم.

حالا نظر من در مورد کتاب‌های کمک درسی این است که این کتاب‌ها، از بزرگ‌ترین مشکلات دانش‌آموزان هستند. زیرا آن‌ها با استفاده از این کتاب‌ها، به جای یادگیری مفهومی، کامل دل به حفظیات و نکات کتاب‌ها می‌بنندند و دیگر خلاقیت و تفکری برای دانش‌آموزان باقی نمی‌ماند تا بتوانند با استفاده از آن‌ها، مسائل چالش‌برانگیز را حل کنند. اما فقط کتاب‌ها مقصص نیستند، بلکه معلم‌هایی که دانش‌آموزان را در کلاس درگیر نمی‌کنند هم، مقصص هستند. زیرا با یاد دادن نکاتی که در ریاضیات جهانی ثابت نشده است، خلاقیت دانش‌آموزان را از بین می‌برند. من به عنوان یک دانش‌آموز، از مسئولان کشور می‌خواهم جلوی آسیب‌های جبران ناپذیری را که به وسیله مافیایی کنکور و دیگر عوامل به دانش‌آموزان وارد می‌شوند، بگیرند.

# شروع

## تناسب مستقیم و معکوس ساده

### در کتاب ریاضی (۱) دهم فنی و حرفه‌ای

ریاضی در تمام رشته‌ها و همه عرصه‌های زندگی به ویژه در صنعت دارد، منافات دارد. مجهز نبودن دانش‌آموzan نسبت به پیش‌نیازهای ریاضی، مؤلفان کتاب‌های ریاضی گروه فنی و حرفه‌ای و کارداش را بر آن داشته که در این کتاب‌ها، بیش از سایر کتاب‌های درسی ریاضی، با بر جسته کردن زوایای پنهانی ریاضی و پررنگ کردن جنبه‌های کاربردی آن، یادگیری ریاضی را محدود به خواندن و شنیدن مفاهیم ریاضی نکنند، بلکه با آوردن متن‌هایی داستان گونه، مسائل را طرح کنند و با انجام فعالیت‌ها، دانش‌آموzan را به درک مفهوم ریاضی مورد نظر، برسانند. بدین سبب، تمام کسانی که در عرصه تألیف کتاب‌های ریاضی مشغول به فعالیت هستند، در این مورد اتفاق نظر دارند که تألیف کتاب‌های ریاضی با این ویژگی‌ها، سخت‌تر از نوشتن کتاب‌هایی تنها با تمرکز بر ارائه مفاهیم بدون استفاده از زمینه‌هast. کتاب ریاضی دهم فنی نیز، از جمله کتاب‌هایی است که نویسنده‌گان محترم آن با ارائه مثال‌های کاربردی در قالب داستان‌هایی جذاب، سعی بر آن داشته‌اند که دانش‌آموزنی را با ریاضی، هر چه بیشتر آشنازی دهند. اما آنچه که به ذهن نویسنده مقاله می‌رسد، آن است که بیان ساده مفاهیم ریاضی و توجه به ضعف دانش‌آموzan، نباید باعث شود که مفاهیم بنیادین ریاضی، به صورتی ابهام‌آمیز تعریف شوند که گاه، بُوی نادرستی از آن به مشام برسد. اتفاقی که در فصل اول کتاب ریاضی دهم فنی در دو مورد روی داده و ابهام آفرین شده است، مصدق این حرف است.

#### ابهام اول: اشتباہی رایج

موضوع به سطرهای دهم و یازدهم از صفحه ۱۴ کتاب درسی پایه دهم فنی، مربوط می‌شود.

#### چکیده

با وجود انواع کتاب‌های کمک آموزشی که اغلب غیراستاندارد هستند و شوربختانه هر روز شاهد تبلیغات وسیع آن‌ها در رسانه‌ها هستیم، کتاب‌های درسی جایگاه خود را به عنوان مهم‌ترین منبع تدریس حفظ کرده‌اند. لیکن از آنجا که هیچ قلمی از خطاب مبرا نیست، گاهی در کتاب‌های درسی نیز، شاهد برخی ابهامات و خطاهای هستیم. اهمیت این موضوع، انگیزه‌ای شد تا این مقاله را پس از مشورت با تعدادی از همکاران، با هدف بهبود و اصلاح بخشی از کتاب ریاضی (۱) پایه دهم فنی و حرفه‌ای ارائه نمایم. موضوع اصلی مقاله، تعریفی است که در قالب یک نکته، از مفهوم تناسب مستقیم و معکوس در فصل اول کتاب آمده است. بی‌شک ابهامات مطرح شده در این متن، چیزی از ارزش خدمات مؤلفان محترم آن نمی‌کاهد که نویسنده‌ضمن تشکر صمیمانه از این عزیزان، قصد اصلاح و دریافت راهنمایی دارد.

**کلیدواژه‌ها:** کتاب ریاضی (۱) دهم فنی، جرم، وزن، تعریف ریاضی، تناسب

#### مقدمه

از گذشته، این تصور در بین برخی خانواده‌ها رواج یافته بود و همچنان وجود دارد که فقط دانش‌آموzan ضعیف و اگر بخواهیم بدون رودریاستی بگوییم، آنانی که از درس خواندن فراری هستند، سراغ رشته‌های فنی می‌روند. این تصور هر قدر هم از لحاظ آماری درست باشد، چیزی از ارزش تحصیل در این رشته‌ها و امتیازات خاص این شاخه از علوم نمی‌کاهد و بسیارند دانش‌آموزانی که برحسب علاقه و استعدادشان، در این رشته‌ها مشغول تحصیل‌اند. با وجود این آمارها حاکی از آنند که بیشتر دانش‌آموزانی که به ادامه تحصیل در شاخه‌های فنی و حرفه‌ای با کارداش هدایت می‌شوند، از لحاظ علمی بهخصوص در درس ریاضی، بنیهٔ چندانی ندارند. چنین تصوری با نقش بنیادینی که

در حالی که وزن از جنس نیرو است و با واحدهای مانند کیلوگرم<sup>۱</sup> اندازه‌گیری می‌شود. در این حالت‌ها، مقدار نسبت، به واحدهای اندازه‌گیری برای هر کدام از کمیت‌های انتخاب شده، بستگی دارد.

متمايزند و باید از هر گونه خطایی به دور باشند و اصولاً هیچ گونه ابهامی را بردنمی‌تابند.

ابهام دومی که نویسنده مقاله با آن رویه رو شده است و موضوع اصلی این مقاله را تشکیل می‌دهد، نکته‌ای است که در ابتدای صفحه ۲۶، با هدف تعریف و مقایسه تناسب مستقیم و معکوس آمده است.

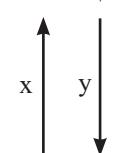
در دو کمیت متناسب، اگر با افزایش (یا کاهش) یک کمیت، کمیت دیگر نیز افزایش (یا کاهش) یابد، می‌گویند این دو کمیت متناسب، با هم رابطه مستقیم دارند؛ اما اگر با افزایش (یا کاهش) یک کمیت، کمیت دیگر کاهش (یا افزایش) یابد، می‌گویند این دو کمیت متناسب، با هم رابطه معکوس دارند.

می‌دانیم اگر کمیت  $y$  در تناسب مستقیم با  $x$  باشد، عددی حقیقی چون  $K$  موجود است به طوری که  $y = Kx$ . به وضوح اگر  $K$  مثبت باشد با افزایش یا کاهش مقدار متناظر  $x$ ، مقدار متناظر کمیت  $y$  نیز، به ترتیب افزایش یا کاهش می‌یابد. ولی در مورد  $K$ ‌های منفی، وضعیت چنین نخواهد بود. در حالت کلی فرض کنیم  $K < 0$ ،  $x_1 > x_2$  با شرط  $y_1 < y_2$  دو مقدار متناظر برای کمیت  $x$  و  $y$  و  $y_2$  به ترتیب مقادیر متناظر کمیت  $y$  به ازای  $x_1$  و  $x_2$  باشند آنگاه خواهیم داشت:

$$x_1 > x_2 \Rightarrow Kx_1 < Kx_2 \Rightarrow y_1 < y_2$$

يعني با افزایش  $x$  در حالت  $K < 0$ ، مقدار  $y$  کاهش می‌یابد. به همین نحو، برای  $K$ ‌های منفی می‌توان افزایش مقدار  $x$  را در یک کاهش مقدار  $x$ ، بررسی نمود. پس به نظر می‌رسد در نکته مطرح شده در صفحه ۲۶ کتاب، خطایی رخ داده است. اجازه دهید برای حالت خاص  $y = -3x$ ، جدولی تشکیل دهیم تا کاهش  $y$  را در پی افزایش  $x$  به نمایش بگذاریم.

$x$	$y$
۱	-۳
۲	-۶



حال به بحث تناسب معکوس می‌پردازیم. می‌دانیم اگر کمیت  $y$  در تناسب معکوس با  $x$  باشد، عددی حقیقی چون  $K = \frac{y}{x}$  در واقع  $y$ ، در تناسب  $K$  موجود است به طوری که  $y = Kx$  است. همانند تناسب مستقیم، وقتی  $K$  مستقیم با وارون  $x$  است. همانند تناسب مستقیم، وقتی  $K$  مثبت است، مشکلی با آنچه در نکته مطرح شده در کتاب درسی (در مورد تناسب معکوس) آمده، خواهیم داشت زیرا با افزایش  $x$ ،  $y$  کاهش می‌یابد. و با کاهش  $x$ ، افزایش  $y$  را داریم. ولی برای  $K$ ‌های منفی، وضعیت طور دیگری است. در حالت کلی فرض کنیم  $K < 0$ ،  $x_1 > x_2$  با شرط  $x_1 < x_2$  دو مقدار

همچنین در پاورقی همین صفحه آمده است:

«گرچه کیلوگرم واحد اندازه‌گیری جرم است، از آن به عنوان واحد رایج اندازه‌گیری وزن در زندگی روزمره استفاده می‌کنیم.»

در توضیح باید اشاره کرد که جرم، معادل واژه انگلیسی mass که در کتابهای ریاضی و فیزیک با حرф  $m$  نشان داده می‌شود، کمیتی «اسکالر» است و به مقدار ماده تشکیل دهنده یک جسم اطلاق می‌گردد و یکای سنجش آن در دستگاه بین‌المللی «SI»، کیلوگرم است. این در حالی است که وزن که معادل واژه لاتین weight است و با حرف  $w$  نشان داده می‌شود، کمیتی «برداری» است و عبارت از نیروی گرانشی وارد شده از طرف زمین به جسم است و یکای اندازه‌گیری وزن در  $SI$ ، «نیوتون» است.

آنچه که به اصطلاح خطای رایج است، استفاده ناصحیح از واژه «وزن» به جای واژه «جرم» است. به عنوان مثال، وقتی گفته می‌شود «وزن این بسته شکلات ۲ کیلوگرم است.»، مقصود جرم بسته است. در واقع این خطای رایج مشکلی هم ایجاد نمی‌کند. ولی کشاندن این گونه خطاهای رایج در کتابهای درسی، آن هم کتاب ریاضی، خالی از اشکال نیست. با این اوصاف، اشکال عبارت «وزن از جنس نیروست و با واحدهای مانند کیلوگرم اندازه‌گیری می‌شود.» واضح است. چرا که «کیلوگرم» نمی‌تواند واحد مورد استفاده برای وزن باشد. هر چند همانطور که در سطر نهم آمده است، واژه «وزن میوه‌ها» هم اشتباه است.

در خصوص پاورقی نیز باید اشاره کرد که کمیتی که در زندگی روزمره از واحد کیلوگرم برای اندازه‌گیری آن استفاده می‌شود، «جرم» است نه «وزن». وزن یک جسم برابر حاصل ضرب جرم جسم در شتاب جاذبه زمین ( $g$ ) است که آن را به طور تقریبی،  $9/8$  در نظر گرفته می‌شود. پس اندازه عددی وزن یک جسم، حدود  $10$  برابر عدد مربوط به جرم آن است.

**ابهام دوم:** تعریف تناسب مستقیم و معکوس همانگونه که می‌دانیم، تعریف‌ها در ریاضیات، نقشی کلیدی بازی می‌کنند و نقشی اساسی در گفتمان ریاضی دارند. در رویکرد رسمی به ریاضیات جایگاه ویژه‌ای دارند و توجه اکید به آن‌ها بهویژه در آموزش ریاضی، از ضرورت‌هاست. تعریف‌های ریاضی با تعریف‌های روزمره

«Ratoi and Proportion» حال به سراغ کتاب «نسبت و تناسب»، که منبع معتبر دیگری است، می‌رویم. در صفحه‌های ۳۵ و ۳۶ این کتاب، چنین آمده است:

تناسب مستقیم زمانی رخ می‌دهد که بین چهار مقدار  $(d \neq 0, c \neq 0, b \neq 0, a \neq 0)$ ، تساوی  $c/a = d/b$  برقرار باشد. در این صورت اگر  $c = a \times m$  و  $d = b \times m$  باشند، آنگاه  $m \neq ۰$  ضرب شود.  $a \times m$  نیز در  $b \times m$  ضرب شود) یا اگر  $c = a \div m$  و  $d = b \div m$  باشند، آنگاه  $m \neq ۰$  تقسیم شود.  $a \div m$  بر  $b \div m$  تقسیم شود).

تناسب معکوس زمانی رخ می‌دهد که بین چهار مقدار  $(d \neq 0, c \neq 0, b \neq 0, a \neq 0)$ ، تساوی  $c/a = d/b$  برقرار باشد. در این صورت اگر  $c = a \times m$  و  $d = b \times m$  باشند، آنگاه  $m \neq ۰$  ضرب شود.  $a \times m$  بر  $b \times m$  تقسیم شود) یا اگر  $c = a \div m$  و  $d = b \div m$  باشند، آنگاه  $m \neq ۰$  ضرب شود).

همانگونه که مشاهده می‌شود، در این منابع از واژه‌های «افزایش و کاهش» که ابهام آفرین هستند، خبری نیست. در واقع در این منابع،  $y$  با  $x$  در تناسب مستقیم دانسته شده است، اگر با  $m$  برابر شدن،  $x$ ،  $y$ ،  $m$  (نیز  $m \neq ۰$ ) برابر شود و در تناسب معکوس، با  $m$  برابر شدن  $x$ ،  $y$ ،  $m$  تقسیم می‌شود. ولی در منابع کم معتبر نمونه‌هایی هستند که مانند کتاب ریاضی (۱) پایه دهم فنی، از واژه‌های Increase و Decrease به معنای افزایش و کاهش سخن به میان آمده است.

## پرسش

پرسشی که مطرح می‌شود این است که مگر پدیده‌ای طبیعی وجود دارد که در آن، دو کمیت با ثابت منفی در تناسب باشند؟ راستش را بخواهید، خود نویسنده نیز با این پرسش رو به رو بود که پس از بررسی، به نمونه‌هایی چون «حرکت کند شونده با شتاب ثابت» و «نیروی کشسانی فنر» دست یافت. هر چند واژه‌های «افزایش و کاهش» در خصوص تفسیر نتایج این نمونه‌ها نیز، ابهام آفرین هستند. از طرفی حتی عدم وجود پدیده‌ای واقعی، نمی‌تواند توجیهی برای یک تعریف ناقص و نادرست باشد.

در بیان، نویسنده بار دیگر ضمن ارج نهادن به زحمات مؤلفان محترم کتاب، از ایشان درخواست راهنمایی دارد.

منتظر برای کمیت  $x$  و  $y$  به ترتیب مقادیر متناظر کمیت  $y$  به ازای  $x$  و  $y$  باشند. خواهیم داشت:

$$x_1 > x_2 \Rightarrow \frac{1}{x_2} < \frac{K}{x_1} \Rightarrow y_2 > y_1$$

یعنی با افزایش  $x$  در حالت  $\circ K$ ، مقدار  $y$  نیز افزایش می‌یابد. به همین ترتیب، برای  $K$ ‌های منفی نیز می‌توان کاهش مقدار  $y$  را در پی کاهش مقدار  $x$  بررسی نمود، هر چند که با توجه به نابرابری‌های اخیر، نیازی به این بررسی نیست. با این اوصاف، نحوه معرفی تناسب معکوس هم آن‌گونه که در نکته کتاب درسی آمده، اشکال دارد.

اجازه دهید برای حالت خاص  $\frac{-4}{x} = y$ ، جدولی تشکیل دهیم تا افزایش  $y$  را به سبب افزایش  $x$ ، به نمایش بگذاریم.

$y = \frac{-4}{x}$ :	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td></td><td style="text-align: center;"><math>x</math></td><td style="text-align: center;"><math>y</math></td></tr> <tr> <td style="text-align: center;">1</td><td></td><td style="text-align: center;">-4</td></tr> <tr> <td style="text-align: center;">2</td><td></td><td style="text-align: center;">-2</td></tr> </table>		$x$	$y$	1		-4	2		-2	
	$x$	$y$									
1		-4									
2		-2									

## نتیجه‌گیری

دیدیم که تعریف‌های تناسب‌های مستقیم و معکوس یا واژه‌های «افزایش، کاهش»، فقط برای  $K$ ‌های مثبت می‌توانند تعریف‌های صحیحی باشند. ولی برای  $K$ ‌های منفی، با این تعریف‌ها، به نادرستی و تناقض می‌رسیم. پس بهتر است که در کتاب درسی نیز، تناسب‌های مستقیم و معکوس به صورتی که در منابع معتبر آمده است، تعریف شوند.

## منابع معتبر

ابتدا به فرهنگ لغات ریاضی آکسفورد (منبع [۲]) می‌رویم تا بینیم در آن، واژه «proportion» (معادل واژه تناسب)، چگونه تعریف شده است. در اینجا ترجمه متن را می‌آوریم و خواننده علاقمند را برای مشاهده متن اصلی، به منبع شماره ۲ این مقاله، ارجاع می‌دهیم.  
فرهنگ لغات ریاضی آکسفورد صفحه ۶۳۹

اگر رابطه بین دو کمیت  $x$  و  $y$  به صورت  $y = Kx$  باشد،  $K$  ثابت است، گفته می‌شود  $y$  در تناسب مستقیم با  $x$  است که اغلب به صورت  $y \propto x$  نموده می‌شود.  $K$  ثابت تناسب نامیده می‌شود. همچنین گفته می‌شود،  $y$  نسبت به  $x$  به طور مستقیم تغییر می‌کند. نمودار  $y$  بر حسب  $x$  در این حالت، خط راست مار بر مبدأ است.  
اگر  $y = \frac{K}{x}$  باشد،  $y$  با  $x$  به طور معکوس متناسب است که اغلب به صورت  $y \propto \frac{1}{x}$  نشان داده شده و گفته می‌شود،  $y$  نسبت به  $x$  به طور معکوس تغییر می‌کند.

**پی‌نوشت**  
۱. بخشعلی‌زاده، شهرناز؛  
بروجردیان، ناصر؛ پناهندۀ،  
سوسن؛ دهقانی ابیانه،  
زین‌العلابدین و فانی، زبایا.  
(۱۳۹۶). ریاضی (۱) پایه دهم،

دفتر تأثیف کتاب‌های درسی  
فنی و حرفه‌ای و کارداش، چاپ  
و نشر کتاب‌های درسی ایران.

**منابع**  
1. Ben-Chaim,  
D.; Keret, Y. I.; &  
Bat-sher. I. **Ratio  
and proportion.**  
sense publishers.  
2. Clapham,  
Christopher; Nicholson,  
James; Concise  
Oxford dictionary of  
mathematics. Fourth  
Edition, 2009, p 639.

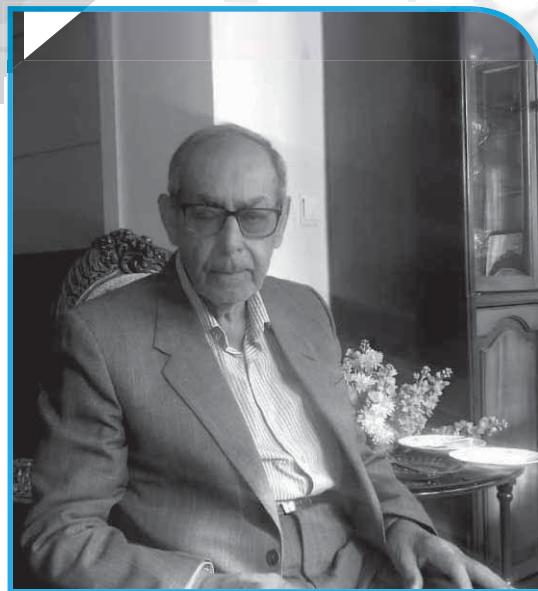
# گفت و گو با حاجی عالم محمد توکلی

عنایت‌اله راستی‌زاده، دبیر ریاضی شیراز

## دبیر پیشکسوت ریاضی شیراز

اشاره

در این گفت و گو دوستان بزرگوار و پیشکسوت ریاضی آقایان احمد احسنت، غلامحسین کارمومی، اصغر بهشت‌آیین و دکتر بهمن طباطبایی (استاد برجسته دانشگاه شیراز) حضور داشتند که مجله رشد آموزش ریاضی همراهی این عزیزان را ارج می‌نهد.



● جناب توکلی در آغاز شرح مختصری از مراحل عمرده زندگی و به خصوص دوران تحصیل بفرمایید.

○ متولد سال ۱۳۱۷ در شیراز هستم. در دو سالگی پدرم را از دست دادم. دوره ۶ ساله ابتدایی را در دبستان صدرا و متوسطه را در دبیرستان شاهپور تحصیل کردم. وقتی به کلاس ششم ریاضی رسیدم سال ۱۳۳۵ بود. این اولین سالی بود که در استان فارس کلاس ششم ریاضی تشکیل می‌شد. آن موقع تعداد دانش‌آموزان این کلاس ۲۰ نفر بود. معلمین بسیار ارزشمندی داشتیم که البته خیلی سخت گیر بودند و حتی بعد از گرفتن امتحان به صورت کتبی، امتحان شفاهی هم می‌گرفتند. معلمانی همچون آقایان ارشاقی، منعمی و ربانی که بعضی از این معلمان بعد ادامه تحصیل دادند و حتی استاد دانشگاه شدند. در سال ۱۳۳۶ وارد دانشسرای عالی در تهران شدم. آن موقع مانند حالا نبود و سفر خیلی مشکل بود. دو روز طول می‌کشید به تهران برسیم، جاده‌ها حاکی و ناهموار بودند و اتوبوس شب در اصفهان اطراف می‌کرد. در دانشگاه در محضر استادی بهنام همچون دکتر هشتروودی، پروفسور تقی فاطمی و دکتر

سال دیگر یعنی تا سال ۱۳۹۲ در مدارس دولتی و غیرانتفاعی شیراز مشغول تدریس بودم.

### ● از دوران کار در شیراز و شاگرداندان

بفرمایید.

○ دوران پرخاطره‌ای بود، شاگردان زیادی داشته‌ام که بسیاری از آن‌ها امروز باعث افتخار مملکت هستند. از جمله دکتر جعفریان، دکتر حیدریان، دکتر قیراطی و همچنین آقای رضازاده (استاندار اسبق فارس) و آقای مهندس رجاء و ... که بسیاری از آن‌ها استاد دانشگاه شدند.

### ● از تجربیات آموزشی خود بفرمایید.

○ در طول ۵۷ سالی که مشغول تدریس بودم، ۵ مرتبه نظام آموزشی عوض شد که نکات مثبت و منفی زیادی داشت. هر چند هیچ‌گاه روال آموزشی متأسفانه به سمت تعالی و بهبود پیش نرفت. آنچه که مسلم است، این است که پرورش همواره در مرحله دوم کار قرار گرفته است و اولویت نبوده است. بهطور مثال، کم رنگ شدن هندسه و مثلثات در کتاب‌های درسی، به ترتیب تفکر ریاضی و آموزش آسیب زیادی وارد کرده است.

### ● به نظر شما سخت‌ترین کار در حرفه معلمی چیست؟

○ تصحیح برگه‌های امتحانی را جزو سخت‌ترین کارها در معلمی می‌دانم؛ مبادا که حق دانش‌آموزی ضایع شود.

● امروزه یکی از مسائلی که مطرح است، کم شدن علاقه دانش‌آموزان برای انتخاب رشته تحصیلی ریاضی در دوره دوم متواته است. بهطوری که در اکثر مدارس خاص به ازای ۴ دانش‌آموز تجربی، یک نفر در رشته ریاضی مشغول به تحصیل است. از سویی اساتید ریاضی دانشگاه‌ها نگران کیفیت و سطح سواد ریاضی دانشجویان جدیدالورود هستند و روز به روز وضع اسفبارتر می‌شود؛ مافیای کنکور هم که جای خود دارند. نظر شما چیست؟

○ به نظر بند، علل متعددی وجود دارد و متأسفانه مسائل پیچیده‌تر از آن است که به نظر می‌رسد. از سویی انگیزه‌های مادی خیلی پررنگ شده‌است و رشته‌های دهان پرکن در گروه علوم تجربی با آن درآمدهای نجومی ... و گرایش اولیاء به این رشته‌ها که بیشتر بچه‌ها را به سمت آن‌ها کشانده‌اند. از سوی دیگر، ریاضیات باید به سمت روش‌های آموزش



به‌فروز بودم که خدا همه را رحمت کند. همچنین دکتر افضلی‌پور که آمار درس می‌داد و دکتر هوشیار که اصول آموزش و پرورش را تدریس می‌کردند. پس از اتمام تحصیلات دانشگاهی بدون استثناء همگی مشغول خدمت سربازی شدیم. و پس از آن در ابتدا برای تدریس به شهرستان شاهروود استان سمنان معرفی شدم. در شاهروود تنها معلم ریاضی این شهر بودم و مجبور بودم از اول دبیرستان تا تربیت معلم همه دروس ریاضی آن زمان را تدریس کنم. آن موقع حجم مطالب کتاب‌های درسی خیلی زیاد بود؛ معلم باید برای تدریس موفق خیلی مطالعه می‌کرد. مثلاً در ششم ریاضی، چندین کتاب بود؛ از جمله ترسیم مرقومی، مثلثات، حساب استدلای، هندسه مخروطات و جبر و هیئت و هندسه چهارم. این کتاب‌های ریاضی پر از تمرین‌های متعدد و مشکل بود. بعد از دو سال به شیراز منتقل شدم و پس از ۳۷ سال تدریس، در سال ۱۳۷۲ بازنشسته شدم. بعد از آن به مدت ۲۰

مشغول به کار است.

● در پایان ضمن تشکر از شرکت حضر تعالی در این گفت و گو، شنونده صحبت‌های پایانی شما هستیم...

○ بندۀ نیز ضمن تشکر از دست‌اندرکاران مجله وزین رشد آموزش ریاضی، به خصوص سردبیر محترم آن سرکار خانم دکتر زهرا گویا، از همکاری همه بزرگواران سپاسگزارم. در خصوص تأسیس خانه ریاضیات شیراز نیز باید عرض کنم که با عنایت خداوند و تأییدات ربانی، خوشبختانه آرزوی دیرینه‌ای که داشتم در حال تحقق است. هدف از تأسیس این خانه، آن است که این خانه بتواند مسیری برای گسترش ریاضی در سطح جامعه باشد. که امید است از این دانه خرمن‌ها بروید و از این بوته گلشن‌ها ....



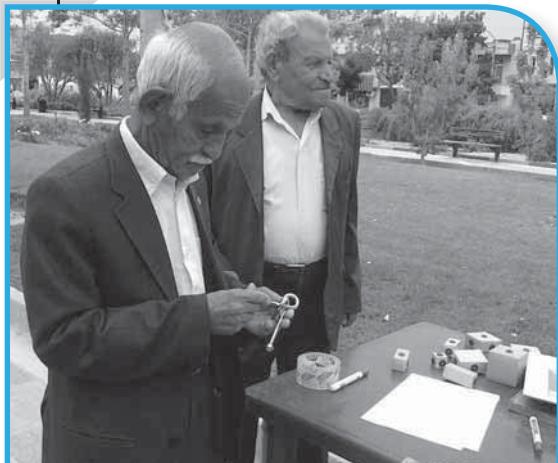
ملموس برود تا دانش‌آموز بتواند با تمام وجود آن را درک کند و جذب آن شود.

● حضر تعالی در بیشتر کنفرانس‌های آموزش ریاضی ایران که از سال ۱۳۷۵ تاکنون برگزار شده است، شرکت داشته‌اید و همواره مشوق معلمان ریاضی فارس برای شرکت و ارائه مقاله در این کنفرانس‌ها بوده‌اید. آخرین کنفرانسی که در آن حضور داشته‌اید، چه سالی بوده و نظر شما درباره میزان اثربخشی این کنفرانس‌ها چیست؟

○ نظر لطف شماست. همیشه باید از معلمان مؤلف حقق حمایت کرد و همراهی و حضور این عزیزان در جلسات شوق‌انگیز است. البته بندۀ به عنوان شنونده در اکثر این کنفرانس‌ها حضور داشته‌ام که آخرین آن‌ها در بهمن ماه ۹۶ بود که در بوشهر برگزار شد. آرزو می‌کنم این کنفرانس‌ها بتوانند مفید واقع شوند و باعث کسب تجارت بیشتر برای شرکت‌کنندگان شوند.

● در رابطه با خانواده خود بفرمایید.

○ در سال ۱۳۴۴ در سن ۲۷ سالگی ازدواج کردم. همسرم شاغل در تربیت معلم و آموزشکده فنی بوده و نیز مدیریت پیش‌دانشگاهی سروش شیراز را هم به‌عهده داشتند. حاصل این ازدواج، دو پسر و یک دختر است. پسر اولم پژشک متخصص گوش و حلق و بینی است. (در ساری) و پسر دیگر سرددفتر اسناد رسمی است. (در شیراز) و دخترم دارای مدرک برق الکترونیک در مقطع کارشناسی ارشد است که به عنوان سرپرست دیتا (اطلاعات) مخابرات شیراز



# خوبیت ناتمام کتاب‌های درسی!



نیره اسکندری، دبیر ریاضی رشت

می‌رود. در صورتی که  $y=f(x)$  تابع نیست، بلکه ضابطه یا قانون تابع است که به هر عضوی مانند  $x$  از مجموعه دامنه‌اش، عضو منحصر به فرد  $f(x)$  از مجموعه برد را نسبت می‌دهد. بنابراین باید گفته شود «تابع با ضابطه  $(x, y=f(x))$ » مراقب کاربرد صحیح و دقیق واژه‌ها باشیم.  
کلیدواژه‌ها: تابع، ضابطه تابع، کتاب درسی

بارها و بارها در برابر این درخواست دانش‌آموزان که می‌گویند لطفاً جزو بگویید مقاومت کرده‌ام و سعی در ترغیب آن‌ها برای مطالعه کتاب‌های درسی کرده‌ام. اما خود را تنها عضو این گروه مقاومت یافتم!  
از دیدگاه بسیاری از دانش‌آموزان و معلمان، کتاب‌های درسی پیچیده، مبهم و ناقص هستند و تنها راحل، جزوه‌نویسی است. این روش، اغلب با پذیرش و استقبال بهتری از سوی دانش‌آموزان مواجه است. در اکثر موارد، کتاب‌های درسی جایگاهی ندارند و دبیرانی که در تدریس از کتاب درسی استفاده می‌کنند، مورد تأیید دانش‌آموزان و مدیران نیستند، اما واقعاً چنین دیدگاهی نسبت به کتاب‌های درسی، از کجا سرچشم می‌گیرد؟

فروتنال (۱۹۸۲)، نقل شده در رفیع پور (۱۳۸۹)، دو عامل تأثیرگذار را در آموزش ریاضی، کتاب‌های درسی و معلمان ریاضی می‌داند به عقیده فروتنال، نظر معلمان در مورد هر تغییری در برنامه درسی، از اهمیت زیادی برخوردار است. یکی از اهداف رویکرد جدید برنامه درسی در ایران، ایجاد زمینه‌های مشارکت و فعالیت از طریق کتاب‌های درسی است. همچنین

## اشاره

مجله رشد آموزش ریاضی، تداوم معنادار خود را مدييون تعامل و تبادل نظر دائمی با مخاطبان اصلی خود که معلمان ریاضی و دست‌اندرکاران آموزش معلمان ریاضی هستند، می‌داند. به همین دلیل، بیشترین تلاش اعضای هیئت تحریریه مجله، جست‌وجو برای پیدا کردن راه‌های مختلف ایجاد چنین تعامل و تبادل نظری بوده است. خوشبختانه از سال ۱۳۸۱ که به همت مسئولان محترم دفتر انتشارات کمک آموزشی، تولید و توزیع مجله، نظم بیشتری یافته و تیراز آن نیز بالاتر رفته است، معلمان محترم ارتباط بیشتری با مجله خودشان برقرار کرده‌اند و بیشتر از گذشته، دیدگاه‌های خود را برای چاپ، ارسال کرده‌اند. به همین دلیل، آرزوی دیرینه دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی و هیئت تحریریه مجله رشد آموزش ریاضی می‌رود تا تحقق یابد. در نتیجه، با نظر هیئت تحریریه مجله، قرار شد تا دیدگاه‌های ارسالی عیناً و بدون ویرایش چاپ شوند.

در ضمن، از خوانندگان محترم استدعا داریم که پاسخ‌گو و منتقد دیدگاه‌ها باشند و تعامل و تبادل نظر را از طریق بازتاب بر آن‌ها، معنادار تر و کارآمدتر کنند.

رشد آموزش ریاضی

## چکیده

یکی از عبارت‌های پرکاربرد در کتاب‌های درسی و غیردرسی، «تابع  $(x, y=f(x))$ » است. این عبارت از سوی بیشتر معلمان ریاضی پذیرفته شده و به کار

علاوه بر این هدف، تأکید اصلی بر پرورش قوّه تفکر و رشد و توانایی حل مسئله دانش آموزان است.

اگرچه در سال های اخیر، در پی تغییرات کتابهای درسی، دوره های ضمن خدمت برگزار می شود، اما در این دوره ها، اهداف کتابها مورد بررسی و توجه قرار نمی گیرند. شاید حل المسائل، عنوان بهتری برای این دوره ها باشد، زیرا بیشتر مخاطبان، به دنبال پاسخ تمرين ها و حل مسئله های کتاب هستند. برخی از مدرسان نیز ضمن ناقص شمردن کتاب، در ارائه مطالب خارج از کتاب تأکید دارند. این دوره ها زمانی تأثیرگذار است که دانش مخاطبان را افزایش دهد و موجب رشد توسعه حرفه ای معلمان شود. تغییرات کتابهای درسی، بدون تغییر و تحول نگرش معلمان در حرفه معلمی، نتیجه های در پی نخواهد داشت. بعضی از معلمان هم به عنوان مجریان برنامه درسی، با اهداف آموزش ریاضی آشنا نیستند. و تغییرات برنامه درسی را نادیده می گیرند و به همان روش قدیمی خود عمل می کنند. بعضی دیگر هم با داشتن دانش و سواد علمی بالا و کافی، فاقد مهارت های حرفه ای لازم هستند. کیامنش (۱۳۷۷) با توجه به یافته های پژوهشی در مطالعات تیمز، وضعیت دانش آموزان ایرانی را در دو درس ریاضی و علوم نامناسب ارزیابی کرده و علت مشکل را در روش تدریس معلمان دانست. (دانش پژوه، ۱۳۸۲)

افتن نسبی دانش آموزان در ریاضی، بیان کننده این موضوع است که جزومنویسی، روش مناسبی برای آموزش نیست. در این روش تفکر، مشارکت و تکنولوژی آموزشی جایگاهی ندارد و تنها مطالب کتابها حفظ می شوند گویی نمره دانش آموزان، نمره حافظه آن هاست. در جزو تنها اصول و تکنیک ها انتقال داده می شود و فرایندهای تفکر ریاضی، نادیده گرفته می شود. در صورتی که تفکر، اساس یادگیری است. اگر مهارت های تفکر دانش آموزان تقویت شود، یادگیری آنان نیز بهبود می یابد.

معلمان و کتابهای درسی در بهبود بخشیدن به طرز تفکر دانش آموزان، نقش اسای دارند. معلمان موفق کسانی هستند که نه تنها رویکردهای مختلف فکر کردن را به دانش آموزان یاد می دهند، بلکه زمان و چگونگی استفاده از آن روش ها را نیز به یادگیرند گران آموزش می دهند. به عنوان مثال، اگر دانش آموزان قضیه فیثاغورس را یاد بگیرند، ولی ندانند که این قضیه در کجا و چگونه کاربرد دارد، بی فایده خواهد بود. از سوی دیگر، فعالیت های کتابهای درسی، فرصت مناسبی

را برای پرورش تفکر و یادگیری مفاهیم ریاضی فراهم می کند. هرگاه دانش آموزان در گیر انجام فعالیت ها شوند، دیگر شاهدانی منفعل نیستند، بلکه مخاطبان فعالی هستند که از ریاضی لذت می برند.

شاید نیازی به تأکید نباشد که گروه های آموزشی، نقش مهمی در راستای ارتقای کیفیت آموزشی دارند. اما اغلب گروه های آموزشی، به توسعه دانش حرفه ای معلمان نمی پردازند. در حالی که هدف اصلی از ایجاد گروه های آموزشی، به روز رسانی دانش حرفه ای معلمان به طور مستمر است. زیرا برگزاری تنها دو یا سه جلسه طی یک سال تحصیلی، برای آموزش اثربخش معلمان کفایت نمی کند.

اما فصل آخر این مثنوی هفتاد من، نقش پررنگ آموزشگاه ها و کتابهای کمک درسی در آموزش مدرسه ای است. جای شکر ش باقی است که با وجود بیرونی مطالعه، انتشار کتابهای کمک درسی رونق دارد! تعداد عنوان های کتابهای کمک درسی که در سال های اخیر منتشر می شود، برخلاف آمار موجود در زمینه تیار کتاب و میزان کتاب خوانی مردم، سیر صعودی داشته یا اینکه لاقل کاهش پیدا نکرده است. استقبال بی نظیر دانش آموزان و معلمان از کتابهای کمک درسی، موجب غربت کتابهای درسی شده است.

در دهه گذشته، مدرسه و کتابهای درسی، به تدریج نقش خود را به مؤسسه های علمی و کتابهای درسی واگذار کرده است. این تغییر به خصوص، در عملکرد دانش آموزان دو پایه آخر متوسطه مشهودتر است. آنچه از این تغییر به جامانده، عدم توانایی و تحمل دانش آموزان در فکر کردن برای حل یک مسئله است و نمود بیرونی آن، میانگین نمره های خام دانش آموزان در سال های گذشته است که سقوط آن، کاملاً معنی دار است. (خاچه خان، ۱۳۹۵)

اعتبار معلم، به تعداد صفحه های جزوهاش یا استفاده از کتابهای کمک درسی رنگارنگ نیست. اعتبار معلم به این است که به دانش آموزان خود یاد دهد چگونه فعال، خلاق و ژرفاندیش باشند. وقتی یادگیری مفاهیم توسط خود دانش آموزان صورت گیرد، آنچه در ذهن می ماند، پایدارتر و عمیق تر خواهد بود. به گفته جرج پولیا (۱۹۷۲): «آموزش خوب، مجال دادن به دانش آموز به شیوه منظم و اصولی است، نا بتواند خودش مطالب را کشف کند.»

#### منابع

۱. رفیع پور گتایی، ابوالفضل. (۱۳۸۹). طراحی چارچوبی برای ایجاد تعادل در برنامه درسی ریاضی متوسطه ایران. رساله مهندسی دانشگاه شهید بهشتی.
۲. دانش پژوه، زهراء. (۱۳۸۲). ارزشیابی مهارت های حرفه ای معلمان علوم ریاضی در دوره راهنمایی و رائمه روش های ارتقای کیفی آن. فصل نامه نوآوری های آموزشی، شماره ۶، ۹۳ صص ۹۳-۹۶. دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی. سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی. وزارت آموزش و پرورش.
۳. خاصه خان، افسین. (۱۳۹۵). نقش کتابهای درسی ریاضی دوره رشد متوسطه در کنکور سراسری. مجله رشد آموزش ریاضی. شماره ۱۷ تا ۲۲. دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

# آزمون‌های درست-نادرست و سنجش برای یادگیری ریاضی



سید جمال بخشایش، سرگروه ریاضی دوره اول متوسطه استان چهارمحال و بختیاری

## چکیده

آموزش ریاضیات، تنها مهارت یافتن در مفاهیم ریاضی نیست. بلکه دانش آموز با فرایندهای مانند حل مسئله، استدلال کردن، تفکر نقاد، استدلال منطقی، گفتمان ریاضی، تصمیم‌گیری و نظایر آن، آشنا شده و در آن‌ها مهارت می‌یابد. ریاضیات علاوه بر بهبود عملکرد دانش آموز در انجام محاسبات، در حل مسئله و پیدا کردن راه حل‌های سنجیده و شفاف کردن تفکر و اثبات، تغییر ایجاد کند. بدین سبب افزون بر ارزشیابی حین تدریس، بعد از تدریس هم نیازمند هستیم برای مطمئن شدن از یادگیری دانش آموزان، عملکرد آن‌ها را سنجیم. آنچه که در این مقاله مورد بحث قرار می‌گیرد این است که چگونه می‌توان از «آزمون‌های درست-نادرست»، برای کمک به یادگیری ریاضی دانش آموزان و سنجش میزان آن، استفاده کرد.

کلیدواژه‌ها: یادگیری ریاضی، سنجش ریاضی، آزمون‌های درست-نادرست.

دلیل نیز، امکان پاسخ‌دهی تصادفی و از روی شانس و تقلب در این آزمون‌ها، بیشتر از سایر آزمون‌های است. این در حالی است که طراحی آزمون‌های درست-نادرست، بسیار فنی، زمان‌بر و دشوار است.

نوع دیگری از سؤال‌ها هستند که در مورد «درست-نادرست» بودن راه حل، اثبات، تعریف یا موارد دیگر، برای دانش آموز مطرح می‌شوند تا میزان و نوع یادگیری ریاضی آن‌ها را سنجند. ولی از اساس، ماهیتشان با سؤال‌هایی که از دانش آموز، تنها انتخاب یکی از گزینه‌های «درست» یا «نادرست» را می‌خواهد، متفاوت است. این نوع سؤال‌ها، فرست خوبی برای ارزیابی دانش آموزان ایجاد می‌کند. سؤال‌های ۱، ۲، ۳ و ۴ از کتاب ریاضی پایه نهم از این نوع هستند که به بررسی آن‌ها می‌پردازیم.

## مقدمه

آزمون درست-نادرست، یک جمله خبری کامل است که در برگیرنده یک ادعای قطعی راجع به یک مفهوم است و دانش آموز با توجه به آموخته‌هایش تعیین می‌کند که این جمله درست یا نادرست است. این آزمون، شاید ظاهراً ساده‌ترین نوع آزمون به نظر آید. اما اگر در طراحی آن دقت و مهارت بیشتری صرف شود، می‌تواند ضریب دشواری بالایی داشته باشد. در هر صورت بیشترین کاربرد آزمون‌های درست-نادرست در سنجش تکوینی و برای کشف نارسایی‌ها و اطمینان از حصول یادگیری در دانش آموزان است (یارعلی، ۱۳۸۸).

مهم‌ترین ویژگی آزمون‌های درست-نادرست این است که پاسخ هر سؤال، در درون آن وجود دارد. در نتیجه، تصحیح و نمره‌گذاری این آزمون‌ها، ساده است. اما به همین

## سؤال ۱. تمرین صفحه ۴۲ کتاب ریاضی نهم

در این سؤال هم فقط به اعلام درستی یا نادرستی عبارت اکتفا نمی شود، و دانش آموز باید دلیل خود را بیان کند.

### سؤال ۴. تمرین صفحه ۱۲۵ کتاب ریاضی نهم

- کدامیک از تساوی های زیر، درست و کدامیک نادرست است؟ موارد نادرست را اصلاح کنید. (همه عبارت های جبری تعریف شده فرض می شود).

$$\frac{a}{b} - \frac{b}{a} = \frac{a-b}{ab}$$

$$\frac{a}{5} - \frac{7-b}{5} = \frac{a-7-b}{5}$$

$$\frac{1}{a-b} = \frac{-1}{a+b}$$

$$\frac{ca+cb}{c+c+d} = \frac{a+b}{d}$$

$$\frac{x^3}{x^7} = x^4$$

$$\frac{a-b}{b-a} = 1$$

$$\frac{a^3 - b^3}{a-b} = a+b$$

$$\frac{b}{\frac{a}{c}} = \frac{c}{b}$$

سؤال ۴، در این سؤال با توجه به محاسبات عبارت های گویا دانش آموز باید درستی یا نادرستی تساوی را تشخیص داده و اگر نادرست باشد، آن را اصلاح نماید.

برای آنکه حیطه های سؤالات ۱، ۲، ۳ و ۴ را مشخص کنیم، ابتدا حیطه های یادگیری را معرفی می کنیم.

در سؤال ۱ از دانش آموز خواسته شده تا اعتبار اثبات مسئله را بررسی کند، پس باید در مورد ادعای مطرح شده قضاؤت کند و چون همراه با بیان دلیل است، بنابراین می توان آن را در حیطه ارزیابی تلقی کرد. پس برخلاف انتظار این نوع آزمون نیز می تواند حیطه های بالای یادگیری را بستجند. بقیه سؤالات را نیز خود شما می توانید بررسی نمایید.

شاید مهمترین نکته ای که در استفاده این نوع آزمون در فعلیتها و کادر کلاس های کتاب ریاضی، برخلاف استفاده آن در ارزشیابی های پایانی نوبت اول و دوم قابل توجه بود، بیان دلیل و تفکر دانش آموز همراه با بررسی درستی یا نادرستی بود که توانست نوع سنجش یادگیری سؤال را در حیطه های بالایی قرار دهد.

آزمون های درست - نادرست در سنجش عملکردی نیز کاربرد دارند. سنجش عملکردی با طراحی دقیق خود می تواند عملکرد دانش آموز را در حیطه های مختلف سنجش کند.

بروکهارت در ۲۰۱۵ می گوید: سنجش عملکرد سنجشی نامیده می شود که (الف) از دانش آموز بخواهد یک محصول را خلق کند یا فرآیندی را به نمایش بگذارد یا هر دو؛ (ب) با استفاده از مشاهده و قضاؤت بر اساس معیارهای تعریف شده، فعالیت دانش آموزان

۱- آیا اثبات مسئله زیر معتبر است؟ برای باسخ خود دلیل بیاورید.

مسئله: در هر مثلث، اندازه زاویه خارجی با مجموع اندازه های در زاویه داخلی غیر مجاور با آن برابر است.

اثبات: ملت متساوی الاضلاع ABC را در نظر می گیریم. می دانیم که مجموع زوایای داخلی هر مثلث ۱۸۰° است و زوایای  $\hat{A}$  و  $\hat{B}$  و  $\hat{C}$  هر کدام  $60^\circ$  است؛ بنابراین

$$\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ \rightarrow \hat{A} = 180^\circ - \hat{B} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$\hat{B} + \hat{C} = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = 60^\circ$$

در این سؤال که یک مسئله همراه با اثبات آن است، از دانش آموز خواسته شده تا اعتبار اثبات را تعیین کند و دلیل گفتة خود را بیان نماید. یعنی دانش آموز، باید یا به دنبال اشکال اثبات بگردد و آن را بیان کند، یا اگر اثبات درست است، با توجه به استدلال منطقی آن را تأیید نماید. نکته قابل توجه این سؤال این است که به درستی یا نادرستی اکتفا نکرده و دلیل آن را هم از دانش آموز خواسته است.

## سؤال ۲. کاردر کلاس صفحه ۷۰ کتاب ریاضی نهم

۱- آیا تساوی زیر برقرار است؟ توضیح دهد.

$$\sqrt{8} + \sqrt{27} = \sqrt{8+27}$$

می توانید از استدلال زیر برای بیان نادرست بودن این تساوی استفاده کنید.

«سمت چپ تساوی برابر ۵ است؛ در حالی که سمت راست آن کمتر از ۴ است».

سؤال ۲، یک تساوی عددی مربوط به ریشه گیری است. دانش آموز برای توضیح درستی یا نادرستی تساوی، باید مقدایر طرف راست و چپ تساوی را مقایسه کند تا متوجه برقراری تساوی بشود. در این سؤال، یک توضیح جهت کمک به بیان استدلال دانش آموز آورده شده است.

## سؤال ۳. کاردر کلاس صفحه ۹۱ کتاب ریاضی نهم

۱- درستی یا نادرستی هر یک از عبارت های زیر را بررسی کنید.

(الف) اگر  $a+b > a$  آنگاه،  $a$  و  $b$  هر دو مثبت اند.

(ب) اگر  $ab > a$  آنگاه،  $a$  و  $b$  هم علامت هستند.

(ج) اگر  $\frac{ab}{c} > a$  آنگاه،  $a$  و  $c$  متفق هستند.

(د) اگر  $a^b < a$  آنگاه،  $a$  متفق است.

سؤال ۳، در این سؤال دانش آموز برای بررسی نادرستی عبارت های باید بتواند یک مثال نقض برای آن پیدا کند. همچنین برای بررسی درستی عبارت باید بتواند برای حالت کلی آن استدلال منطقی ارائه دهد.

توصیف عملکردی بازخورد مناسب به دانشآموز می‌دهد.

### نتیجه‌گیری

اگر این آزمون‌ها به شکل‌های رایجی که ما در سنجش‌های پایانی خود طرح می‌کنیم، طرح گرددند قاعده‌تاً همان سطح پایین یادگیری را می‌سنجدند. آیا ما در ریاضی فقط به دنبال تیک یا ضرب‌در زدن چند گزینه‌هستیم؟

اما اگر در کنار این آزمون‌ها، دلیل آوردن دانشآموز را نیز بخواهیم، مثال نقض او برای ادعای نادرست بودن پرسش را بخواهیم یا بتواند اثبات کلی برای درستی ادعای مطرح کند، دانشآموز را در سطح بالای یادگیری سنجیده‌ایم. ریاضی مسئله حل کردن به تنها یابی نیست، شاید بیان تفکر او، بیان راه حل‌های رفته و نرفته او، حل‌های نادرست او هم هست.

اگر از آزمون‌های درست-نادرست در حین تدریس و به عنوان سنجش برای یادگیری به صورت عملکردی از دانشآموزان پرسیده شود، دانشآموز را وادار به مقایسه کردن، فکر کردن، ارزیابی و قضاوت می‌کند و ما بهتر می‌توانیم به او در یادگیری ریاضی کمک کنیم.

### پی‌نوشت

#### 1. True-False Test

### منابع

1. Bass, D. ; Castelijns, J. ; Vermeulen, M. ; Martens, R. & Segers, M. (2015). The relation between Assessment for Learning and elementary students' cognitive and metacognitive strategy use. British Journal of Educational Psychology, 85 (1).
2. یارعلی، جواد (۱۳۸۸). از امتحان بد به امتحان خوب، اصفهان: انتشارات گلبن.
3. ریاضی پایه نهم دوره اول متوسطه، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، تهران: شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران، ۱۳۹۶.
4. بخشایش، سیدجمال، نادعلی پور، حسن و فرج‌زاده، لیلا (۱۳۹۷). سنجش برای یادگیری آزمون اورژانسی و عملکردی ریاضی اول متوسطه، تهران: انتشارات کوشش چاپ.

را مورد ارزشیابی قرار دهد. ایشان یک مسئله ریاضی را در امتحان، به عنوان یک سؤال آزمونی در نظر می‌گیرد، در حالی که مسئله‌ای پیچیده در ریاضی یا مجموعه‌ای از مسائل که از دانشآموزان می‌خواهد کار و استدلال خود را نشان دهد یک سنجش عملکرد می‌نماید. این یک تمایز ساختگی و مصنوعی است و دلیل آن هم این است که در انجام فعالیت‌ها و سوالات عملکردی نیازمند یک پیوستار و فرآیند می‌باشد.<sup>(۳)</sup>.

یکی از انواع سنجش‌های عملکرد؛ سنجش‌های تکلیف‌های ساختارمند و کنترل شده مداد-کاغذی است. تکلیف‌های عملکردی از نوع مداد-کاغذی باید به دانشآموزان فرصت توضیح استدلال‌های خود، حل مسئله و انتقال دانش به شرایط جدید را بدهند. در این تکلیف‌ها معلم، همه کار و تکلیف را مشخص و به دانشآموزان تحويل می‌دهد؛ این یک روش ارزیابی حل‌های نادرست او هم هست.

### سؤال ۵. نمونه سؤال آزمون عملکردی از کتاب ریاضی نهم

#### مسئله:

بعد از پایان درس داشت آموزان در گروههای خود، عبارت‌های زیر را مطرح کردند. درستی یا نادرستی آن‌ها را بررسی تمايزيد.

گروه فرانز: حاصل خوب یک عدد گویا در یک عدد گنگ، همواره عدد گنگ می‌شود.

گروه بهمن: اگر کسر اعدادی گنگ باشد، حاصل آن کسر جتماً گنگ می‌شود.

گروه همراه: مثلث فائم الراوی متساوی الساقین وجود ندارد که طول هر سه ضلعی گویا باشد.

گروه دلنووار: اگر محیط یک مربع با محیط یک دایره برابر باشد، نسبت مساحت دو شکل عددی گنگ است.

#### روش اجرای مسئله:

(الف) برای بررسی نادرستی یک عبارت لازم است مثالی آورده شود و در صورت درست بودن یک عبارت، باید دلیل و اثبات کلی برای آن ارائه دهد.

(ب) شما مانند عبارت‌های مطرح شده، یک فدامی درست افرایه دهید.

### ۳. راهنمای توصیف عملکردی (به روش تحلیلی)

ردیف	مراجل	مقیاس فنازه‌گیری			
		بسیار خوب (۴)	خوب (۳)	متوسط (۲)	خیف (۱)
۱	می‌توانند درستی یا نادرستی عبارتها را تشخیص دهد.				
۲	مثال مناسب برای نادرست بودن عبارت مطرح کرد.				
۳	می‌توانند استدلال متناسبی برای عبارت بیاورند.				
۴	توانایی طرح یک عبارت درست را دارند.				

تکلیف‌های دانشآموزان محسوس می‌شود، و معیارهایی که طبق آن سنجش می‌شوند را نیز تعیین می‌کند. یک نمونه از سنجش عملکردی که دارای آزمون درست-نادرست است (سؤال ۵) را برای شما می‌آورم: سؤال ۵، در این مسئله ادعاهایی بعد از پایان درس اعداد حقیقی در قالبی متفاوت مطرح می‌شود که دانشآموز باید درستی یا نادرستی را کدام را بررسی کند، دلیل خود را بیان کند و حتی یک ادعای درستبرای معلم بیان کند. معلم طبق فرم راهنمای



## مطالعهٔ ۲۴ ام کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی

گزارش

ابوالفضل رفیع پور،  
دانشگاه شهید باهنر کرمان  
زهرا گویا، دانشگاه شهید بهشتی



### معرفی ۲۴ امین مطالعه «کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی

۲۰۱۶، با عنوان «اصلاحات برنامه درسی ریاضی  
مدرسه‌ای: چالش‌ها، تغییرات و فرصت‌ها»، در تابستان  
۱۳۹۵، شروع شد. برای این مطالعه نیز طبق  
رووال سایر مطالعات این کمیسیون، دو «دبیر کمیته  
علمی»<sup>۱</sup> استاد این مطالعه، یوشی‌نوری شیموزا<sup>۲</sup>،  
از ژاپن و رنوكا ویتهال<sup>۳</sup> از آفریقای جنوبی بودند.  
اعضای «کمیته برنامه‌ریزی بین‌المللی»<sup>۴</sup> به شرح زیر،  
انتخاب شدند.

- آنهل روییز<sup>۵</sup> - کاستاریکا؛
- آل کوکو<sup>۶</sup> - ایالات متحده آمریکا؛
- ماریانا بوش<sup>۷</sup> - اسپانیا؛
- سهیلا غلام‌آزاد<sup>۸</sup> - ایران؛
- ویل مورونی<sup>۹</sup> - استرالیا؛
- یان ژو<sup>۱۰</sup> - چین.

علاوه بر اعضای حقیقی و منتخب، دو عضو حقوقی  
این کمیته، فردیناندو آرزارلو - رابط بین کمیسیون  
بین‌المللی تدریس ریاضی و کمیته ۲۴ امین مطالعه<sup>۱۱</sup>  
و آبراهام آرکاوی - دبیرکل<sup>۱۲</sup> کمیسیون بین‌المللی

تدریس ریاضی بودند. برای جامعه ریاضی ایران،  
افتخار بزرگی بود که یکی از اعضای کمیته بین‌المللی  
این مطالعه، سرکار خانم دکتر سهیلا غلام‌آزاد، از  
پژوهشگاه مطالعات آموزش و پرورش بودند.  
اولین فعالیت اصلی این تیم، تهیه «سندي  
برای بحث<sup>۱۳</sup>» بود که در ۱۵ دسامبر ۲۰۱۷ منتشر  
شد. در این سندي، پس از بیان هدف و ضرورت  
شکل‌گیری این مطالعه، بیان شده است که شناخت  
عمیق‌تر دلایل اصلاحات و سمت‌وسوی آن‌ها، برای  
پیدا کردن زمینه‌های مشترک و یافتن پاسخ برای  
این سؤال جدی بوده که در برنامه درسی ریاضی  
مدرسه‌ای، «چه چیزی» از همه مؤثرتر است و چه  
عواملی، نقش برجسته‌تری در شکل‌گیری آن دارند.  
در این سندي قید شده است که در واقع سؤال اصلی  
و فraigیر این مطالعه، این است که اصلاحات برنامه  
درسی ریاضی مدرسه‌ای در گذشته و حال، با عمق  
بیشتری بررسی شوند و بهخصوص، فراتحلیلی از آن‌ها

- جهانی شدن و بین‌المللی شدن و تأثیرات آن‌ها بر اصلاحات برنامه درسی ریاضی؛
- عوامل و فرایندهای طراحی، تولید و اصلاحات برنامه درسی در ریاضی مدرسه‌ای. علاوه بر این‌ها، در این سند راجع به جزئیات مطالعه شامل محل برگزاری کنفرانس، فراخوان مقاله، نوع مشارکت و خروجی مطالعه، بحث شده است.

## کنفرانس ۱۴۲۴ امین مطالعه کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی

کنفرانس ۱۴۲۴ امین مطالعه کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی با مشارکت ۹۶ محقق آموزش ریاضی از ۲۸ کشور جهان، در شهر سوکوبای<sup>۱۷</sup> در ژاپن، برگزار شد. زمان اصلی کنفرانس، به پنج گروه موازی بحث اختصاص داشت که حول پنج محور بالا، تشكیل شدند. کار این گروه‌ها بسیار فشرده و هر روز، بین شش تا هفت ساعت به طول می‌انجامید. علاوه بر کار در گروه‌های موازی، در این کنفرانس دو سخنرانی عمومی، دو میزگرد و یک مصاحبه غیرحضوری با جرمی کیل پاتریک، ارائه شد. ساختار کنفرانس بدین صورت بود که افراد، حتماً لازم بود که عنوان محور را قید کنند. پس از داوری، مقاله‌هایی که پذیرفته شده بودند، در همان محور ارائه می‌شدند و بعد، سایر افراد آن محور، به نقد و بررسی و بحث راجع به آن می‌پرداختند. بعد از پایان روز چهارم، هر محور به یک جمع‌بندی رسید که گزارش آن‌ها، در جلسه اختتامیه ارائه شد. به عنوان یکی از فعالیت‌های کنفرانس، برنامه بازدید از یک مدرسه بود که در ادامه، گزارش اجمالی آن، عرضه می‌شود.

## کلاس‌های درس در سرزمین آفتاب: گزارش درس پژوهی

در روز ۲۸ نوامبر، برای همه شرکت‌کنندگان در کنفرانس، برنامه بازدید از مدرسه گذاشته شده بود. این افراد که اکثر قریب به اتفاقاشان، پژوهشگران آموزش ریاضی بودند، به همراه تیم برگزارکننده کنفرانس که همگی از استادان و دانشجویان دانشگاه سوکوبای بودند، به وسیله دو اتوبوس، راهی مدرسه «گاکوئن نو موری»<sup>۱۸</sup> شدند که در نزدیکی محل برگزاری کنفرانس قرار داشت. هنگامی که در اتوبوس‌ها به سمت مدرسه در حرکت بودیم، میزبانان چندبار تأکید کردند که



در سطح کلان یا نظام آموزشی به عمل آید. هدف از این کار، یادگیری از تجربه‌های گذشته و شناخت جنبه‌های متعدد و متفاوت این اصلاحات است. یعنی به‌طور مشخص، مشخص نمودن وضعیت فعلی و مسائل موجود در برنامه‌های اصلاحی فعلی در سطح جهانی است. همچنین، تشخیص جهت‌های محتمل برای آینده ریاضیات مدرسه‌ای است. علاوه بر این‌ها، در این سند، پنج محور زیر که قرار بوده مطالعه حول آن‌ها شکل گرفته و انجام شود، به صورت زیر تبیین شدند.

- آموختن از گذشته: نیروهای محرك و موانعی که بر سر راه شکل‌گیری اصلاحات برنامه درسی ریاضی وجود داشته‌اند؛
- تجزیه و تحلیل اصلاحات برنامه‌های درسی ریاضی از جنبه انسجام و ارتباط و پیوستگی؛
- اجرای برنامه‌های درسی ریاضی اصلاح شده در درون هر نظام و سنت آموزشی و در سرتاسر نظامها و سنت‌های آموزشی مختلف؛



و علاوه بر مدرسه، ممکن است دوره تحصیلی آن‌ها نیز تغییر کند و حتی از دوره ابتدایی به متوسطه یا برعکس بروند.

### ویژگی‌های مدرسه مورد بازدید

مدرسه‌هایی که از آن بازدید شد، دولتی و تازه‌تأسیس بود و رویکرد «مربی‌گری»<sup>۱۸</sup> اداره می‌شد که هدف آن، ایجاد تعامل بیشتر بین دانش‌آموزان ابتدایی و متوسطه و توسعه مهارت‌های اجتماعی و روابط انسانی و ارتقای کارگروهی است. مدیر مدرسه در تشریح این رویکرد، توضیح داد که در شروع سال تحصیلی، دانش‌آموزان متوسطه به دانش‌آموزان تازه وارد و به خصوص پایه اول، خوش‌آمد گفتند و کمک کردند تا با محیط مدرسه آشنا شوند و از نظر مهارت‌های اجتماعی، یاد بگیرند که حامی کوچک‌ترها باشند. همچنان که آنان نیز فرصت یابند تا احترام گذاشتن به بزرگ‌ترها و قدرشناسی از حمایت آن‌ها را تمرین کنند. مسئولان مدرسه توضیح دادند که این رویکرد، در شهر سکو با اخذ شده و به موفقیت آن، امیدوارند.

همگی، باید برای قبل از ورود به ساختمان مدرسه، کفش‌هایشان را در بیاورند و دمپایی مخصوصی را که مدرسه می‌دهد، بپوشند.

هنگامی که وارد محوطه مدرسه شدیم، مدل ماشین‌های معلمان ژاپنی که در حیاط مدرسه پارک بودند، توجه بسیاری از بازدیدکنندگان را به خود جلب کرد! در ابتدای در ورودی، طبق توصیه‌ای که شده بود، چند نفر دم در منتظر بودند تا بازدیدکنندگان را راهنمایی کنند که برای داخل شدن به مدرسه، همه کفش‌های خود را با دمپایی عوض کنند و آن‌ها را در جاک‌فتشی بگذارند. در فرهنگ ژاپنی، بین محیط بیرون و محیط درون خانه، تمایز قابل می‌شوند و معمولاً کفش مورد استفاده در بیرون خانه، با آنچه در محوطه خانه مورد استفاده قرار می‌گیرد، متفاوت است.

پس از ورود به ساختمان مدرسه، ابتدا به یک سالن چندمنظوره آمیخته رفتیم. در آنجا، معاون مدرسه به زبان ژاپنی، توضیح‌هایی در مورد فلسفه مدرسه، تاریخ پیدایش آن، تعداد دانش‌آموزان و اهداف آن، ارائه کرد، سپس یکی از دانش‌آموزان پایه نهم، مطالب کرد و یوشیمورو شیمیزو<sup>۱۷</sup>، یکی از دو دبیر کنفرانس و استاد آموزش ریاضی دانشگاه سوکوبا نیز، در تکمیل بحث‌ها نکاتی بیان نمود. در ادامه، بازدیدکنندگان به هشت گروه تقسیم شدند و هر کدام با راهنمایی یکی از معلمان مدرسه، در کلاس‌های درس مختلف و در پایه‌های متفاوت، حضور یافتند. بازدید از کلاس‌ها، طبق برنامه‌ای که از روز ثبت‌نام به همه داده بودند، صورت گرفت و طرح درس همه درس‌ها در همه کلاس‌ها، از قبل به همه داده شده بود. مشاهده کلاس‌ها نیز بر اساس روال از پیش مشخص شده، به صورت ضربدری انجام شد، بدین معنا که همه گروه‌ها، از کلاس‌های یکسانی با ترتیب متفاوت، بازدید کردند. در مجموع، همه از سه کلاس درس ریاضی، یک کلاس درس علوم، دو کلاس درس اخلاق، یک کلاس درس علوم اجتماعی و یک کلاس زبان انگلیسی در پایه‌های اول، دوم، ششم، هفتم و هشتم، بازدید کردند. علاوه بر کلاس‌های درس، سالن‌های تربیت‌بدنی، کتابخانه، آنفورماتیک، مهارت‌های اجتماعی، خانه‌داری و آشپزی و فنی حرفة‌ای هم مورد مشاهده واقع شد. یک نکته قابل تأمل در نظام آموزشی ژاپنی این است که معلمانش هر پنج یا شش سال، جایه‌جا می‌شوند

کامپیوتر، کتابخانه وسیع و از همه چشمگیرتر، چندین زمین ورزشی بود. حدود ۱۳۰۰ دانشآموز در پایه‌های اول تا نهم، در این مدرسه مشغول به تحصیل بودند. مدرسه چند دانشآموز خارجی هم داشت، ولی به دلیل محدود بودن تعداد آنها و محدودیت بودجه، کلاس خاصی برای تقویت زبان ژاپنی برای آنان، وجود نداشت.

مدرسه‌ای که از آن بازدید شد، دارای ویژگی‌های زیر بود که بعضی از آن‌ها، بین تمام مدرسه‌های ژاپن مشترک است.

- هر کس که وارد مدرسه می‌شد، ملزم به تعویض کفش‌های خود با دمپایی‌هایی بود که مدرسه در اختیارشان می‌گذاشت. دانشآموزان و معلمان نیز کفش‌های خود را در بدو ورود به مدرسه عوض می‌کردند، آن‌ها را درون جا کفشهای قرار داده شده در ورودی ساختمان مدرسه می‌گذشتند و کفش‌هایی را که برای مدرسه داشتند، به پا می‌کردند.

- فضای کتابخانه مدرسه، فرصت کار گروهی را برای دانشآموزان ایجاد کرده بود.

- در این مدرسه نیز مانند سایر مدرسه‌های ژاپن، تفکیک جنسیتی وجود نداشت.

- اگر دانشآموزان آشغال می‌ریختند، خودشان نظافت می‌کردند. ما شاهد تمیز کردن راه‌پله توسط دو دانشآموز بودیم که چیزی از دستشان روی پله‌ها ریخت و فوری آنجا را تمیز می‌کردند.

- در کلاس‌های علوم، تعداد زیادی میکروسکوپ بود که در تعدادشان بیش از ۱۵۰ عدد بود.

- کلاس‌ها، دیوارهای شیشه‌ای داشتند و روبه‌روی هر کلاس، چند شیر آب خوری و یک جا برای گذاشتن چترهای دانشآموزان قرار داشت.

- از تخته هوشمند، تنها برای درس‌های ریاضی، علوم، زبان ژاپنی، تاریخ و زبان انگلیسی استفاده می‌شد.

- دانشآموزان پایه‌های ۱ تا ۶، در انتخاب نوع لباس آزاد بودند، ولی دانشآموزان پایه‌های ۷ تا ۹، دارای لباس فرم بودند.

- داشتن مدرک کارشناسی و گواهی تدریس برای معلمان مدرسه، الزامی بود.

- مدیر مدرسه خانم بود و در راهرو مشغول قدمزنی بود، ولی در برگزاری برنامه بازدید، مداخله نکرد.

- معلمان پس از تعطیلی مدرسه، مشغول فعالیت‌های درس‌پذوهی می‌شدند. برای این کار، از



- مدرسه دارای ساختمانی نوساز، فضاهای آموزشی بسیار مجهز، مکان‌های مناسب و همراه با امکانات کافی برای کارهای عملی از کارهای فنی گرفته تا آشپزی و خانهداری، سایتهاي متعدد



می‌شوند. در این کلاس، چگونگی محاسبه زاویه و طول اهرم‌ها، در گروه‌های کوچک بحث شد و سپس هر گروه، نتایج خود را برای تمام کلاس بیان کردند. این درس با جمع‌بندی معلم، به پایان رسید و قرار شد ویژگی‌های اهرم‌ها در جلسه بعد، با تفصیل بیشتری بحث شود.

کلاس‌های درس فیلم‌های ویدئویی تهیه می‌شد تا در جلسات درس پژوهی، مورد تجزیه و تحلیل و استفاده قرار گیرد.

### مشاهده کلاس‌های درس

در این قسمت به اجمال، نکاتی راجع به کلاس‌های درسی که مشاهده کردیم، ارائه می‌شود.

**کلاس درس ریاضی؛ پایه دوم:** در این کلاس، یک مسئله مربوط به محاسبه سریع و دقیق عملیات حسابی شامل ضرب، جمع و تفریق حل شد. دانشآموزان ابتدا به صورت فردی و بعد به صورت دونفری کار کردند و در نهایت، ایده‌هایشان را با کلاس، به اشتراک گذاشتند. در آخر نیز کلاس مشغول کار بر روی یک مسئله پیچیده‌تر شد و کلاس با مرور درس توسط معلم، به پایان رسید.

**کلاس درس ریاضی؛ پایه چهارم:** موضوع درس این کلاس، یافتن مساحت یک شکل شبیه حرف «اچ» انگلیسی بود. هدف این درس، یادگیری پیداکردن مساحت شکل‌های پیچیده با تجزیه آن‌ها به شکل‌های ساده‌تری بود که مساحت‌شان شناخته شده بود، دانشآموزان به صورت دوستی روی این مسئله کار کردند و سپس ایده‌ها و راه حل‌هایشان را برای تمام کلاس، ارائه دادند. در ادامه نیز به صورت انفرادی، مشغول حل یک مسئله مشابه در همین زمینه شدند. این درس با مرور معلم کلاس، به پایان رسید.

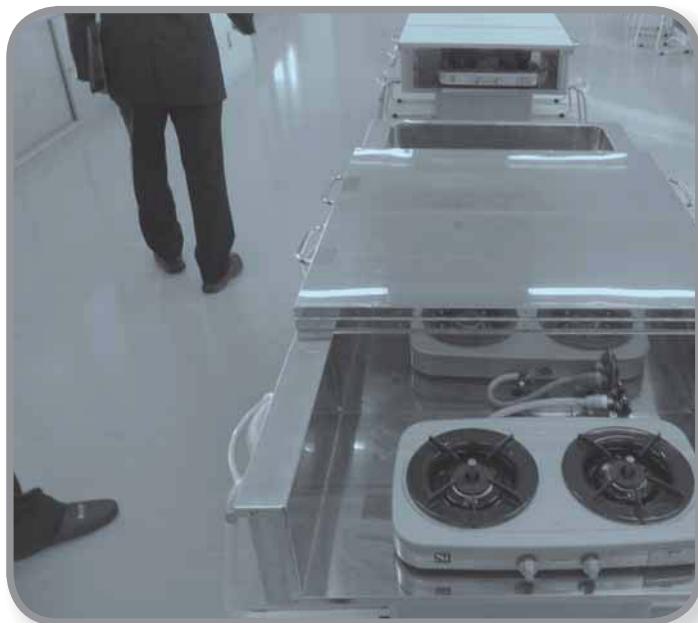
**کلاس درس ریاضی؛ پایه هشتم:** کلاس با کار بر روی یک مسئله مربوط به یافتن یک زاویه از یک ستاره پنج‌پر آغاز شد و دانشآموزان به صورت گروهی، روی مسئله کار کردند، راه حل‌هایشان را به کلاس ارائه دادند و همگی، روی راه حل‌های چندگانه کار کردند. معلم کلاس، بسیار با ذوق و فعل بود و نظر بسیاری از محققان را به خود جلب کرد. از نظر آن‌ها، درخشش دانشآموزان ژاپنی در مطالعات بین‌المللی مانند تیمز، مرهون تلاش‌های چنین معلمانی بود.

**کلاس درس علوم در پایه ششم:** در مورد عملکرد اهرم‌ها در ابزارهای آشنا مانند قیچی، منگنه و الکلنگ بود که در زندگی روزانه، مورد استفاده واقع

گفت و گو نموده و بحث کنند. پس از آن، معلم بحث را به این صورت جمع‌بندی کرد که «درس اخلاق امروزمان این است که در هنگام انجام کارها، به دور و بر خود توجه کنیم و فکر کنیم که عمل ما، چه پیامدهایی برای دیگران خواهد داشت». همچنین در کلاس درس اخلاق پایه سوم، بحث در مورد نشان دادن رفتار مناسب در موقعیت‌های مختلف و تصمیم در مورد آن بود.

**کلاس درس مهارت‌های اجتماعی؛ در کلاس درس مهارت‌های اجتماعی پایه هفتم، ابتدا توضیحی پیرامون نرخ افزایش جمعیت، هرم سنی جمعیت، مسئله محیط زیست، آموزش، مالیات و میزان تولید مواد غذایی شروع شد. سپس از دانش‌آموزان خواسته شد تا در مورد مزایای نسبی و مشکلات زیپن و جهان از منظر تجارت، بحث کنند. به این ترتیب که دانش‌آموزان، به گروه‌های کوچک تقسیم شدند و به هر گروه، یک جدول ماتریسی به شکل زیر داده شد.**

هر گروه از دانش‌آموزان با استفاده از برچسب‌های کوچک، مزیت‌های نسبی و مشکلات زیپن و جهان را نوشتند تا به این طریق، بتوانند در مورد کالاهای وارداتی و صادراتی، بیشتر تأمل کنند. بعد از آن هم در مورد تفاوت‌های کشورهای پیشرفته با کشورهای در حال توسعه، بحث شد.



**کلاس درس اخلاق؛ در کلاس درس اخلاق**  
مربوط به پایه اول ابتدایی، چند تصویر کارتونی از یک مزرعه کدو نشان داده شد که در آن یک اتومبیل از روی شاخه‌های گیاه کدو، عبور کرده بود. بر اثر این کار، یکی از کدوها که از شاخه جدا شده بود، ناراحت و گریان نشان داده می‌شد و از دانش‌آموزان خواسته شد تا با نگاه کردن به تصویرها، راجع به این اتفاق



#### پی‌نوشت‌ها

1. ICMI Study 24
2. Co-chairs
3. Yoshinori Shimizu
4. Renuka Vithal
5. International Program Committee: IPC
6. Angel Ruiz
7. Al Cuoco
8. Marianna Bosch
9. Soheila Gholamazad
10. Will Morony
11. Yan Zhu
12. Ferdinando Arzarello: Liaison of the ICMI & the IPC of the Study 24
13. Abraham Arcavi: ICMI Secretary General
14. Study Document
15. Tsukuba
16. Gakuen No Mori
17. Yoshimori Shimizu
18. Mentorship

# نامه‌ای رسد



## با مجله‌های رشد آشنا شوید

### مجله‌های دانش‌آموزی

به صورت ماهنامه و نه شماره در سال تحصیلی منتشر می‌شود:

#### رشد‌گوک

برای دانش‌آموزان پیش‌دبستانی و یا به اول دوره آموزش ابتدایی

#### رشد‌نوآور

برای دانش‌آموزان یا به ایهای دوم و سوم دوره آموزش ابتدایی

#### رشد‌دانش‌آهور

برای دانش‌آموزان یا به ایهای چهارم، پنجم و ششم دوره آموزش ابتدایی

### مجله‌های دانش‌آموزی

به صورت ماهنامه و هشت شماره در سال تحصیلی منتشر می‌شود:

#### رشد و جوان

برای دانش‌آموزان دوره آموزش متوسطه اول

#### رشد بازمان

برای دانش‌آموزان دوره آموزش متوسطه اول

#### رشد برقا

برای دانش‌آموزان دوره آموزش متوسطه دوم

### مجله‌های بزرگسال عمومی

به صورت ماهنامه و هشت شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شود:

◆ رشد آموزش ابتدایی ◆ رشد تکنولوژی آموزشی

◆ رشد مدرسه فردا ◆ رشد معلم

### مجله‌های بزرگسال تخصصی:

به صورت فصلنامه و سه شماره در سال تحصیلی منتشر می‌شود:

◆ رشد آموزش قرآن و معارف اسلامی ◆ رشد آموزش زبان و ادب فارسی

◆ رشد آموزش هنر ◆ رشد آموزش مشاور مدرسه ◆ رشد آموزش تربیت بدنی

◆ رشد آموزش علوم اجتماعی ◆ دشاد آموزش تاریخ ◆ رشد آموزش جغرافیا

◆ رشد آموزش زبان‌های خارجی ◆ رشد آموزش ریاضی ◆ رشد آموزش فیزیک

◆ رشد آموزش شیمی ◆ رشد آموزش زیست‌شناسی ◆ رشد مدیریت درس

◆ رشد آموزش فنی و حرفه‌ای و کارداشی ◆ رشد آموزش پیش‌دبستانی

◆ رشد برخان متوسطه دوم

مجله‌های رشد عمومی و تخصصی، برای معلمان، مدیران، مریبان، مشاوران و کارکنان اجرایی مدارس، دانشجویان دانشگاه فرهنگیان و کارشناسان گروه‌های آموزشی و... تهیه و منتشر می‌شود.

♦ نشانی: تهران، خیابان ایرانشهر شمالی، ساختمان شماره ۴  
آموزش و پرورش، پلاک ۲۶۶.

♦ تلفن و نامبر: ۰۲۱ - ۸۸۳۰ ۱۴۷۸

♦ وبگاه: [www.roshdmag.ir](http://www.roshdmag.ir)

مجله رشد آموزش ریاضی با دریافت مقاله‌ها، روایت معلمان، دیدگاه‌ها، نقد و بررسی کتاب از سوی خوانندگان گرامی، پربارتر خواهد شد. تا پایان بهمن ۱۳۹۷، نامه‌ها و مطالب دوستان زیر، به دست ما رسیده است. ضمن تشکر از همگی آن‌ها، منتظر دریافت نامه‌های شما هستیم!

♦ فاطمه حسینی، از تهران؛

♦ ناصره مولانا، از تهران؛

♦ امین کشاورز، از شیراز؛

♦ الهه باقرصاد، از تهران؛

♦ نرگس یافتیان، از تهران؛

♦ مصطفی سهرابلو، از بیجار؛

♦ شیدا اجرش، از :

♦ علی‌اکبر جاوید مهر، از قم؛

♦ فاطمه‌احمدی، از کیار (چهارمحال و بختیاری)

♦ امیرعباس رضایی صدر، از تهران.

IN THE NAME OF ALLAH

Ministry of Education  
Organization of Research & Educational Planning  
Publications & Teaching Technology Office

Roshd  
Mathematics  
Education Journal



vol.36 no.3 2019 ISSN:1606-9188

2. Editors' Note : Meaning of Progress!  
by: Z. Gooya
4. Content Analysis of Grade 8 Geometry, using VanHile Levels of Geometric Thinking  
by: N. Yaftian & A. Safabkhsh Chakooosaril
12. Different Approaches to Teaching Trigonometry  
by: F. Hoseini & H. Farhadi
17. Definition of Limit: One or many?!  
by: A. Firoozian & M. Binesh
22. Descriptive Assessment in Real Classroom!  
by: M. Bahaloo & Z. Gooya
28. The Meaning to Please  
by: J. Hanel Trans. by: F. Khoshahang Ghass & M. Dehgardi
34. Math Houses: How they are & how they should be  
by: B. Ayatipour; H. Masoompour & N. Sahabian
39. An Evaluation of Math Houses in Iran  
by: S. Afkari & Z. Gooya
44. "OvercomingAddiction" in Math Classroom!  
by: K. Abdollahpour
46. Direct & Reverse Proportion in Grade 10 Math Textbook of Technical Branch  
by: A. Ghalehpour Aghdam
49. Talk with H. A. M. Tavakoli: A Pioneer Math Teacher of Shiraz  
by: E. Rastizadeh
52. Everlasting Roam of Textbooks!  
by: N. Eskandari
54. True- False Exams & Assessment of Math Learning  
by: S. J. Bakhshayesh
57. Report: ICMI Study 24  
by: A. Rafiepour & Z. Gooya
63. Letters

Managing Editor: Mohammad Naseri  
Editor: Zahra Gooya  
Editorial Board:  
Esmaiel Babolian, Mohammad Reza Fadaie, Soheila Gholamzad, Mehdi Radjabalipour, Mani Rezaie, Shiva Zamani, Bijan Zangeneh.  
Executive Director: Pari Hajikhani  
Graphic Designer: Mehdi Karimkhani  
[www.roshdmag.ir](http://www.roshdmag.ir)  
e-mail: [riyazi@roshdmag.ir](mailto:riyazi@roshdmag.ir)  
P. O. Box: Tehran 15875 - 6585



## روش رشد

نحوه اشتراک مجلات رشد به دو روش زیر:

الف. مراجعه به وبگاه مجلات رشد به نشانی [www.roshdmag.ir](http://www.roshdmag.ir) و ثبت نام در سایت و سفارش و خرید از طریق درگاه الکترونیکی بانکی.  
ب. واریز مبلغ اشتراک به شماره حساب ۳۹۶۶۲۰۰۰ با نک تجارت، شعبه سه راه آزمایش کد ۳۹۵ در وجه شرکت افست و ارسال فیش بانکی به همراه برگ تکمیل شده اشتراک با پست سفارشی یا از طریق دورنگار به شماره ۸۸۴۹۰۲۳۳۳.

◆ عنوان مجلات در خواستی:

◆ نام و نام خانوادگی:

◆ تاریخ تولد: ..... ◆ میزان تحصیلات:

◆ تلفن:

◆ نشانی کامل پستی:

استان: ..... شهرستان: .....

خیابان: .....

پلاک: ..... شماره پستی:

شماره فیش بانکی:

مبلغ پرداختی:

◆ اگر قبلاً مشترک مجله رشد بوده اید، شماره اشتراک خود را بنویسید:

امضا:

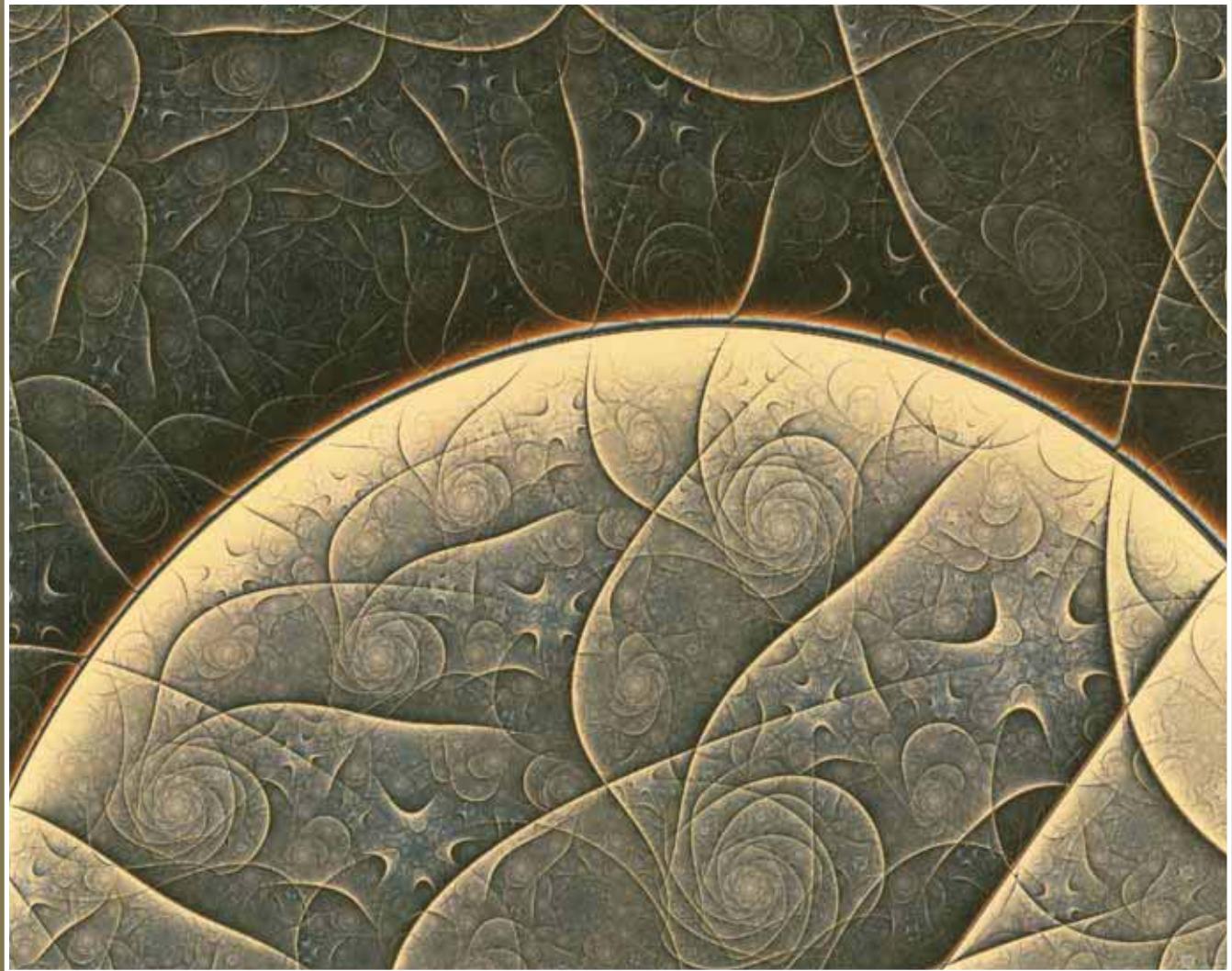
• نشانی: تهران، صندوق پستی امور مشترکین: ۱۵۸۷۵-۳۳۳۱

• تلفن بازرگانی: ۰۲۱-۸۸۸۶۷۳۰۸

• Email: [Eshterak@roshdmag.ir](mailto:Eshterak@roshdmag.ir)

◆ هزینه اشتراک سالانه مجلات عمومی رشد (هشت شماره): ۴۵۰/۰۰۰ ریال

◆ هزینه اشتراک سالانه مجلات تخصصی رشد (سه شماره): ۲۲۰/۰۰۰ ریال



## کنجکاوی (اثرکری میچل)

این تصویر، متعلق به کلکسیونی است که از مجموعه‌های جولیا و مندلبرات دارد. این تصویر، پویایی یک فرمول را تحت بازگشت‌های مکرر، نشان می‌دهد. «کنجکاوی»، تجلی هم‌زمان اندازه‌های خوانده نشده گرایش مرکزی و میانگین هارمونیک و کنجکاوی تکاورانه است که در آگوست ۲۰۱۲، باعث شدن‌تا مریخ‌نورد، بر سیاره مریخ فرود آمد.

# معلّم



شمع فروزان دانش

روز معلّم، بر همه معلّمان مبارک باد



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)



<https://t.me/riazisara>

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>