ISSN:1606-9188

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

رشد آموزش ریاضی ۱۳۱

فصلنامهٔ آموزشی، تحلیلی و اطلاع رسانی | برای معلمان، مدرسان و دانشجویان |
دورهٔ سی و ششم | شمارهٔ ۲ | زمستان ۱۳۹۷ | ۶۴ صفحه | ۱۹۰۰۰ ریال | پیامک: ۳۰۰۰۸۹۹۵۰۳ |
www.roshdmag.ir

- یک اتفاق خوب!
- در جست‌وجوی یادگیری عمیق
- راه سواد مالی، از سواد ریاضی می گذرد
- تکلیف‌های غنی برای یادگیری
- پنجاه و نهمین المپیاد بین المللی ریاضی

صندوق مریم میرزاخانی برای نسل بعدی

به‌عنوان راهی برای زنده نگه‌داشـــتن یاد و خاطره ریاضی‌دان شهیر مریم میرزاخانی، انجمن ریاضی آمریکا (AMS) «صندوق مریم میرزاخانی برای نسل بعدی» را تأسیس کرده است. هدف این صندوق که مردم- نهاد اســـت، حمایت مادی و معنوی از دانشـــجویان تحصیلات تکمیلی، فارغ‌التحصیلان دکتری و پسادکتری و در حقیقت، استعدادهای بالقوه ریاضی در جهان است. به گفته AMS، جلب حمایت‌های مالی برای این صندوق به معنای ارج نهادن به خدمات نوآورانه مریم میرزاخانی است که انقلابی در ریاضی به پا کرد.

بسم الله الرحمن الرحیم

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی

رشد آموزش ریاضی ۱۳۱

| فصلنامهٔ آموزشی، تحلیلی و اطلاع‌رسانی |
| برای معلمان، مدرسان و دانشجویان |
| دورهٔ سی و ششم | شمارهٔ ۲ | زمستان ۱۳۹۷ |

مدیر مسئول: محمد ناصری
سردبیر: زهرا گویا
هیئت تحریریه: حمیدرضا امیری (نماینده گروه ریاضی دفتر تألیف)، اسمعیل بابلیان، مهدی رجبعلی‌پور، مانی رضائی، شیوا زمانی، بیژن ظهوری زنگنه، سهیلا غلام‌آزاد و محمدرضا فدائی
مدیر داخلی: پری حاجی‌خانی
طراح گرافیک: مهدی کریم‌خانی

سخن سردبیر: یک اتفاق خوب!	۲	زهرا گویا
طراحی و ارزیابی تکلیف‌های غنی برای یادگیری	۴	سهیلا غلام‌آزاد
تحلیل محتوای کتاب هندسه ۲ پایهٔ یازدهم	۹	صدیقه کنگاوری، سیما سیمیاری، حمیده عبدالهی لاشکی
پیوست‌ها و منابع استانداردهای TPACK: آموزش معلمان و مدل توسعه	۱۵	ترجمه: فاطمه حاج‌عزیزی، زهرا گویا
اثبات بدون کلام: مجموع مربع‌ها	۲۷	بیکاش چاکرابورتی
راه سواد مالی، از سواد ریاضی می‌گذرد!	۲۸	اطهر فیروزیان، زهرا گویا
تدریس توابع مثلثاتی؛ درس‌های برگرفته از تحقیق	۳۴	کیت وبر، ترجمه: فرید حسینی و حمید فرهادی
شنیدن کی بُوَد مانند دیدن!	۴۱	ایرج زمانی، مجتبی نیک‌سرشت
طعم شیرین حل مسئله در تابستان	۴۴	حمید دافعی
آشنایی با نمونه‌هایی از مسائل جالب تاریخ ریاضیات اسلامی	۴۸	نرگس عصارزادگان
گزارشی از برگزاری پنجاه‌ونهمین المپیاد بین‌المللی ریاضی	۵۱	هوشنگ شرقی
گزارشی از شانزدهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران	۵۴	پری حاجی‌خانی
گزارشی اجمالی از هجدهمین کنگرهٔ بین‌المللی ریاضی‌دانان	۵۸	زهرا گویا
رسم توابع ریاضی و اشکال هندسی به کمک نرم‌افزار	۶۱	مصطفی سهرابلو
نامه‌های رسیده	۶۳	

● نشانی دفتر مجله: تهران، ایرانشهر شمالی، پلاک ۲۶۶، صندوق پستی: ۱۵۸۷۵/۶۵۸۵ ● تلفن: ۹-۸۸۸۳۱۱۶۱ (داخلی ۳۷۵) ● نمابر: ۸۸۳۰۱۴۷۸ ● وبگاه: www.roshdmag.ir
● پیام‌نگار: riyazi@roshdmag.ir ● پیامک: ۳۰۰۰۸۹۹۵۰۳ ● نشانی امور مشترکین: تهران، صندوق پستی: ۱۵۸۷۵/۳۳۳۱
● تلفن امور مشترکین: ۸۸۸۶۷۳۰۸ - ۰۲۱ ● چاپ و توزیع: شرکت افست ● شمارگان: ۴۵۰۰.

مجلهٔ رشد آموزش ریاضی، نوشته‌ها و گزارش تحقیقات پژوهشگران و متخصصان تعلیم و تربیت، به‌ویژه معلمان دوره‌های تحصیلی مختلف را در صورتی‌که در نشریات عمومی درج نشده و مرتبط با موضوع مجله باشد، می‌پذیرد. لازم است در مطالب ارسالی موارد زیر رعایت شود:

● مطالب یک خط در میان و در یک روی کاغذ نوشته و در صورت امکان تایپ شود. ● شکل قرار گرفتن جدول‌ها، نمودارها، تصاویر، پیوست و در حاشیهٔ مطلب نیز مشخص شود.
● نثر مقاله، روان و از نظر دستور زبان فارسی درست باشد و در انتخاب واژه‌های علمی و فنی دقت شود. ● برای ترجمهٔ مقاله، نخست اصل مقاله و منبع دقیق آن، به همراه ترجمهٔ یک بند از آن، به دفتر مجله ارسال شود تا مورد بررسی هیئت تحریریه قرار گیرد، پس از تصویب مقاله و ترجمهٔ ارائه شده، سفارش ترجمه به فرستندهٔ مقاله داده خواهد شد. در غیر این صورت، مجله می‌تواند سفارش ترجمهٔ مقاله را به مترجم دیگری بدهد. ● در متن‌های ارسالی تا حد امکان از معادل‌های فارسی واژه‌ها و اصطلاحات استفاده شود. ● پی‌نوشت‌ها و منابع، کامل و شامل نام اثر، نام نویسنده، نام مترجم، محل نشر، ناشر، سال انتشار و شمارهٔ صفحهٔ مورد استفاده باشد. ● چکیده‌ای از اثر و مقالهٔ ارسال‌شده در حداکثر ۲۵۰ کلمه، همراه مطلب ارسال شود.
● در مقاله‌های تحقیقی یا توصیفی، واژه‌های کلیدی در انتهای چکیده، ذکر شود. همچنین: ● مجله در پذیرش، رد، ویرایش یا تلخیص مقاله‌های رسیده مجاز است. ● مطالب مندرج در مجله، الزاما مبین نظر دفتر انتشارات کمک‌آموزشی نیست و مسئولیت پاسخ‌گویی به پرسش‌های خوانندگان، با خود نویسنده یا مترجم است. ● مقاله‌های دریافتی در صورت پذیرش یا رد، بازگشت داده نمی‌شود.

زهرا گویا

یک اتفاق خوب!

در مورد نقش برجستهٔ ریاضی در آموزش عمومی و به‌عنوان بخشی از سواد شهروندی، اجماع عمومی وجود دارد و طبیعی است که فراهم نمودن بسترهای لازم برای یادگیری ریاضی، از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. در این بین، نظام آموزشی، معلمان و خانواده‌ها نیز نسبت به اهمیت ریاضی در سرنوشت تحصیلی دانش‌آموزان، حساس شده‌اند. چندین سال است که این حساسیت، نوعی نیاز کاذب و اضطراب فرسایشی در جامعه ایجاد نموده است که انگار، بدون کمک اضافی، دانش‌آموزان قادر به درک و فهم ریاضی نیستند. در نتیجه، برای پاسخ به یک نیاز اجتماعی، پدیده‌ای به نام کتاب‌های کمک درسی به وجود آمد که اگر دانش‌آموزی به هر دلیل، نتوانست با کلاس همراه شود، به کمک این کتاب‌ها، از بقیه عقب نماند.

در حقیقت، موضوع کتاب‌های کمک درسی با موضوع کنکور، متفاوت بود. زیرا طبق بررسی‌های متعددی که طی دو دهه انجام شد و نتایج آن اعلام گردید، بیش از ۹۰٪ سؤال‌های کنکور، از متن کتاب‌های درسی بوده و بنابراین، تنها استفاده از یک مجموعه «تست کنکور» به‌منظور آشنایی با نحوهٔ آزمون‌های چند گزینه‌ای، برای داوطلب ورود به دانشگاه‌ها، کفایت می‌کرد. با این وجود، ناگهان موجی از رقابت‌های آموزشی پدید آمد که دامنهٔ آن، لحظه به لحظه و روز به روز، گسترده‌تر شد. به‌طور مشخص، «آزمون» ورود به آموزش عالی یا همان «کنکور» که جدی‌ترین آزمون رقابتی در پایان ۱۲ سال آموزش مدرسه‌ای بود، رقیبان تازه‌ای یافت. آزمون‌های رنگارنگ ورودی به انواع مدرسه‌ها، به مدارس عادی هم سرایت کرد. از این گذشته، مدارس ملزم به برگزاری آزمون‌های تهیه شده توسط مؤسسات آموزشی مختلف شدند و بخشی از زمان آموزشی معلمان، صرف اجرای این آزمون‌ها شد. این روند، ترس و اضطراب بسیاری در جامعه ایجاد کرد و زمینه را برای توسعه فعالیت‌های ناشران کمک درسی و تبلیغات وسیع برای محصولاتشان، مهیا نمود. ولی طی این مدت، کمتر حساسیتی نسبت به این پدیده نوظهور، نشان داده شد و تنها سؤال‌های گاه و بیگاهی از گوشه و کنار شنیده می‌شد. این سکوت، آنقدر طولانی بود که زمینه را برای تبدیل خدمات کمک آموزشی به صنعت آموزشی، فراهم کرد و این صنعت به تدریج، بر جریان رسمی آموزش عمومی، تأثیرگذار شد.

حالا صنعتی که بی‌نقد و بی‌مانع رشد کرده و افراد بسیاری را تحت پوشش خود گرفته، فریاد سیاست‌گذاران و تصمیم‌گیرندگان را به هوا بلند کرده است و این، همان «اتفاق خوب» است. یعنی مسئولان، درد را تشخیص داده‌اند و امید می‌رود که شرایط پیشگیری و بعد درمان نیز، به زودی فراهم شود. ولی برای جلوگیری از این بیماری واگیردار و به شدت در حال گسترش، انجام تحقیقات جدی ضروری است. برای شروع، تشکیل یک اتاق فکر غیرجناحی و غیرسیاسی[1]، به‌منظور بررسی پدیده‌ای که به شکل موجود، کمتر رقیبی در جهان و در تاریخ آموزشی ایران داشته و دارد، لازم است. جا دارد که برای ریشه‌یابیِ این بحران، از جمعی دغدغه‌مند و آگاه نسبت به آموزش مدرسه‌ای و با پرهیز از هر گونه پیش‌داوری، دعوت شود که از منظرهای مختلف، این مسئله را مورد کنکاش قرار دهند. در این جمع، لازم است که علاوه بر چند ریاضی‌دان برجسته دانشگاهی و آموزشگران ریاضی، که با فراز و فرودهای برنامهٔ درسی ریاضی در ایران و جهان آشنا هستند، جمعی از معلمان خبره و باسابقه و تعدادی از معلمان تازه‌کار از دوره‌های ابتدایی و متوسطه، چند تاریخ‌دان و تاریخ‌نگار آموزشی، جامعه‌شناس، روان‌شناس، و البته که در رأس همه این‌ها، سیاست‌گذاران آموزشی، حضور داشته باشند. این گروه با هم‌اندیشی، می‌تواند چگونگیِ شکل‌گیری این جریان را بشناسند و از زاویه‌های مختلف، به تحلیل آن بپردازد. انتظار می‌رود این بررسی‌ها کمک کند تا معلوم شود که چگونه این صنعت پاگرفت؟ چه خلاءهایی در برنامه‌ها و کتاب‌های درسی، نیاز به کمک بیرونی را توجیه نموده است؟ چقدر آزمون‌هایِ تحمیل شده به مدارس و دانش‌آموزان، مشوّق خانواده‌ها در استفاده از منابع کمکی شده است؟ مدرسه و کنکور و دانشگاه، چه نقشی و چه سهمی در شکل‌گیری این پدیده داشته‌اند؟ سیاست‌گذاری‌ها و تصمیم‌هایی که امسال، به گفتهٔ بعضی از مسئولان «شتاب‌زده» بوده‌اند، چگونه بدون اجراهای آزمایشی و بدون نظارت کافی، اِعمال شده‌اند؟ چرا معلمان، باید تاوانِ این «شتاب‌زدگی»ها را بپردازند؟ چرا معلمان ریاضی مانند همهٔ معلمان، آنقدر درگیر انجام کارهای اداری و برآورده کردن انتظارات تحمیل شده

بر خویش شده‌اند که برای بازتاب بر برنامه و محتوا و یادگیری دانش‌آموزان، فرصتشان اندک شده است؟

چه شد که بخش‌های مهمی از جامعه، درگیر این فعالیت‌های جانبی شدند؟ چگونه عده‌ای نیاز آفریدند، عده‌ای برای رفع آن‌ها تولید کردند و عده‌ای برای آن تولیدها، تبلیغ و بازاریابی نمودند تا آنکه والدین بسیاری قانع شدند تا فرزندان خود را به مؤسسات و محصولات آن‌ها بسپرند. این جریان، سال‌هاست که از ظرفیت‌های رسمی و غیررسمی تا بیشترین حد ممکن استفاده کرده است. ولی ناگهان، امسال هجمهٔ عمومی بر علیه‌اش به راه افتاده و این، شروع ماجراست.

نگرانی این است که فقرِ تاریخی‌گری، منجر به تصمیم‌گیری‌های باز هم عجولانه شود و بعد از چند سال، همه همدیگر را متهم کنند که «تعجیل»، «کمبود بودجه» و «امکانات» و نظایر آن، باعث ناکارآمدی برنامه‌ها شده است. آن موقع، طبیعی است که مردم بپرسند که این همه منتقد و معترض و متخصص، کجا بودند؟ و چگونه اجازه دادند که یک «جریان»، تبدیل به یک «نهاد» اجتماعی استخوان‌دار و گسترده شود که حالا، فریاد همگی را برآورده است؟

خوش‌بینانه، به نظر می‌رسد که آنقدر در این تولید و تبلیغ افراط شده که تقریباً همه زبان به اعتراض گشوده‌اند و صدایشان بلند شده که این، یک «اتفاق خوب» است. خوشبختانه اکنون، بسیاری از صاحب‌نظران نسبت به این معضل، حساس شده‌اند. حتی اخیراً در برنامه‌های انتقادیِ رسانه‌های رسمی و شبکه‌های اجتماعی، از واژه‌های تندی چون «مافیا» و تمثیل‌هایی مانند «شکنجهٔ سفید»، برای ارجاع به این پدیده استفاده می‌شود[۲]. ظرف چند ماه گذشته، علاوه بر جامعهٔ آموزشی، جمع بزرگی از جامعه‌شناس‌ها، روان‌شناس‌ها، حقوقدان‌ها، اقتصاددانان و سایرین، به نقد جدی این جریان پرداخته‌اند. از جمله نیروهای محرکه این جنب و جوش، می‌توان به افت شدید علاقهٔ دانش‌آموزان برای ورود به رشتهٔ ریاضی اشاره کرد. البته مسائل دیگری نیز در این جریان نقش دارند. به‌عنوان نمونه، می‌توان از به خطر افتادن رشته‌های دانشگاهی که از طریق گروه آموزشیِ ریاضی در آزمون ورودی آموزش عالی به دانشگاه‌ها راه می‌یابند نام برد. یا به چگونگی تأثیر سوابق تحصیلی یا معدل در شرایطی که عدالت آموزشی تحت تأثیر خدمات غیررایگان قرار گرفته است، اشاره کرد. همچنین می‌توان از مسئله صندلی‌های خالی دانشگاه‌ها، آموزش عمومی که طبق تعریف، جزو حقوق همگانی و دارای ماهیت غیررقابتی است و تقابل آن با آموزش دانشگاهی که ماهیتی رقابتی دارد، نام برد.

شکل‌گیری هر کدام از این مسئله‌ها، با علائم هشداردهنده فراوانی همراه بود که میزان توجه به هر یک، به قدری ناچیز بود که تأثیری بر آن نداشت تا عاقبت، به این نقطه رسید. در حال حاضر نیز، بدون انجام تحقیق‌های جدی برای یافتن راه‌حل‌های بدیع، محتمل، قابل اجرا و کم خسارت، ارائه نظرات افراطی و توصیه‌های صفر یا صدی، کارساز نیست. تجربه تاریخی نشان می‌دهد که هیچ راه حل دفعی و ناگهانی، برای حل مشکلات آموزشی که عمیقاً ریشه در فرهنگ و جامعه دارد، اثربخش نبوده و نیست. به‌عنوان مثال با یک جست‌وجو در اینترنت، یا تأمل در تبلیغات مؤسسات و ناشران کمک آموزشی، معلوم می‌شود که انگار انتقادها، تأثیر چندانی بر کاهش میزان و شدت تبلیغات نداشته‌اند. فهرست تولیدهای کمکی ریاضی جدید برای سال تحصیلی ۱۳۹۸-۱۳۹۷ که روی آن‌ها، مُهرِ «طبق آخرین تغییرات کتاب‌های درسی» خورده، تکان‌دهنده است. نام سری‌ها، پیش‌گفتار کتاب‌های کمکی ریاضی، «مکمل»ها و «لقمه»های آماده، تبدیل کتاب «کار» به «شاهکار»، حضور پر رنگ «زنبور» و «عسل» و ...، و استفادهٔ غیرمتعارف از ظرفیت‌های فرهنگی، تاریخی، اسطوره‌ای، ادبی و هرچه که قابل تبدیل به ابزاری برای جلب توجه باشد، انگار که پایانی ندارد. این‌ها نشان می‌دهد که ریشهٔ این درخت قوی شده و شاخه‌ها، بر سر بسیاری گسترده شده است. به این جهت به نظر می‌رسد که کارآمدی نقدهای کلامی و تند و هیجانی، به انتها رسیده است.

متهم کردن یکدیگر، درمان نیست. آنچه که بسیار ارزشمند است، شناخت سیر شکل‌گیری این جریان و آسیب‌شناسی آن به دور از هیاهوست. تشکیل اتاق فکری که در بالا به آن اشاره شد، یک ضرورت است و باید که مأموریت و مسئولیت آن، رسیدن به پیشنهادهای واقع‌بینانه، قابل اجرا و زمان‌بندی شده، باشد. تعدد عنوان کتاب‌های کمکی در نمایشگاه سالانه کتاب و ازدحام جمعیت در آن غرفه‌ها در مقایسه با سایر غرفه‌ها، قابل تأمل است. در هر حال، این کتاب‌ها نوید رفعِ نیاز می‌دهند و توسط کسانی از همین آب و خاک نوشته شده و می‌شوند. راه‌حل‌های عملی، با جلوگیری از تولید و ارائه این گونه خدمات، شدنی نیست. بلکه با دوباره‌نگری در برنامه، محتوا، ارزشیابی و تولیدات آموزشیِ رسمی، می‌توان اثر آن‌ها را کم‌رنگ کرد. در این صورت، ظرفیت عظیم ایجاد شده در این صنعت، می‌تواند صرف بخش‌های دیگری شود و پاسخگوی نیازهای واقعی جامعهٔ متکثر ایران باشد که برای نمونه، برنامه‌ریزی برای افزایش سرانهٔ کتابخوانی در ایران، یکی از آن‌هاست.

قدیمی‌ها می‌گفتند که «آزموده را آزمودن خطاست». ریشه‌یابی و آسیب‌شناسی این پدیده، عزم جزم و آرامشِ تحقیق می‌خواهد. این کار ضروری است و فرصتِ آزمون و خطا نیست. زمان زودگذر است و همیشه، زود دیر می‌شود!

پی‌نوشت‌ها

۱. مصاحبه زهرا گویا با ایسنا، ۲۳ مهر ۱۳۹۷ با عنوان: بحران امروز ریاضیات، کمتر از بحران آب نیست! نیازمند تشکیل اتاق فکر غیرجناحی هستیم.

۲. عجیب آنکه خواننده یا بیننده بدون درنگ، با تبلیغ خدمات نجات‌بخش همین مؤسسات، مواجه می‌شود که پیام منطقی‌شان این است که به هوش باشید که منظور و مخاطب نقدها، این اکسیرها و خدمات خیرخواهانه و رایگان نیست!

سهیلا غلام‌آزاد
پژوهشگاه مطالعات آموزش‌وپرورش

طراحی و ارزیابی تکلیف‌های غنی برای یادگیری

چکیده

امروزه مشاهده می‌شود که اغلب نظام‌های آموزشی، در تلاش‌اند تا شهروندانی با قابلیت‌های لازم برای زیستن در قرن بیست‌ویکم، پرورش دهند. در این راستا، برنامه‌های درسی با تبیین انتظارات یادگیری، تمام فعالیت‌های آموزشی مربوطه را سامان‌دهی می‌کنند و در نتیجه، ملاحظه می‌شود که برنامه‌های درسی ریاضی به‌عنوان یکی از اصلی‌ترین موضوع‌های درسی مدرسه‌ای، نقشی تعیین‌کننده و جایگاهی ویژه دارند. یافته‌های پژوهشی بسیاری در حوزهٔ آموزش ریاضی حاکی از این است که درس‌های ریاضی، می‌توانند زمینه‌های رشد قابلیت‌های لازم مانند کاوشگری، پرسشگری، پیش‌بینی، تصمیم‌گیری و ارزیابی را از طریق «تکلیف‌های غنی یادگیری» فراهم آورند. بر این اساس، ممکن است سؤال‌هایی از جمله «چیستیِ ماهیت تکلیف ریاضی» و «ویژگی‌های تکلیف‌های غنی یادگیری ریاضی»، برای دست‌اندرکاران آموزش ریاضی مطرح شود که داشتن پاسخی روشن برای آن‌ها، لازمهٔ فراهم نمودن آموزشی اثربخش در حوزهٔ یادگیری ریاضی است.

کلید واژه‌ها: تکلیف ریاضی، تکلیف غنی ریاضی، برنامهٔ درسی ریاضی، یادگیری ریاضی، طراحی تکلیف، ارزیابی تکلیف

۱. مقدمه

در تعریفی عام، برنامهٔ درسی ریاضی به‌عنوان طرحی برای یادگیری ریاضی توصیف می‌شود. «انجمن بین‌المللی ارزشیابی از دستاوردهای آموزشی» برای هر برنامهٔ درسی سه سطح قائل شده که عبارت از **برنامهٔ درسی قصد شده، برنامهٔ درسی اجرا شده** و **برنامهٔ درسی کسب شده** است. این تمایز، به‌طور فراگیر پذیرفته شده و در برنامهٔ درسی ریاضی در سطح جهانی، استفاده می‌شود. این دسته‌بندی، تفاوت بین آنچه را که جامعه می‌خواهد، آنچه واقعاً تدریس می‌شود، و آنچه که دانش‌آموزان واقعاً یاد می‌گیرند، برجسته می‌کند (شورای تحقیقات ملی، ۲۰۰۴؛ پاینار، ۲۰۰۳؛ سنک و تامپسون، ۲۰۰۳؛ فن‌دن آکر، کوپیر و همی‌یر، ۲۰۰۳؛ به نقل از کای و هاوسون، ۲۰۱۳). امروزه فرض بر آن است که بدون استفادهٔ گسترده از تکلیف‌های غنی یادگیری و ارزیابی در مدارس، امکان اجرای برنامه‌های درسی جدید به گونه‌ای که قصد شده‌اند، وجود ندارد و میزان سطح عملکرد دانش‌آموزان نیز آن‌گونه که انتظار می‌رود، متناسب با اهدافِ پیش‌بینی شده، نخواهند شد.

تام کی‌یرن[1]، یکی از متخصصان آموزش ریاضی در دانشگاه آلبرتای کانادا، تدریس را به‌عنوان بازی فکری پینگ‌پونگ توصیف می‌کند که در آن، هدف برنده شدن نیست، بلکه حفظ بازیکنان در بازی است. در این راستا، تکلیف‌های غنی یادگیری، راهی برای جلب علاقه و اشتیاق دانش‌آموزان برای ماندن در بازی است. در این مقاله با در نظر گرفتن نقش‌های توصیف شده برای ریاضی، معلم و دانش‌آموز در کلاس درس ریاضی، به بررسی ویژگی‌های تکالیف غنی ریاضی و آنچه که آن‌ها را بخش مهمی از یادگیری می‌کند، خواهیم پرداخت. سپس ابزاری برای قضاوت در مورد غنای یک تکلیف یادگیری ارائه می‌شود و شرایطی که لازمهٔ درگیرشدن معنادار و فعال دانش‌آموز در انجام یک تکلیف یادگیری است، توصیف می‌شود. قبل از آن، به سه رکن اساسیِ

موضـــوع ریاضی، معلم ریاضی و دانش‌آموز، که طراحی و اجـــرای موفقیت‌آمیز چنین تکلیف‌هایی وابســـته به آن‌هاست، اشاره می‌شود.

۲. سه رکن اصلی کلاس درس ریاضی

سه رکن اصلی کلاس درس ریاضی، عبارت از **ریاضی، معلم** و **دانش‌آموز** اســـت. با ورود به قرن بیست‌ویکم، فلولینگ و هیگنسون (۲۰۰۰)، تفسیرهای جدیدی از نقش این ارکان در کلاس‌های درس ریاضی، ارائه کردند که در ادامه، به اختصار به آن‌ها اشاره می‌شود.

۲-۱. ریاضی

ریاضی در برنامهٔ درســـی هر دوره‌ای، حضور دائمی و چشـــمگیر دارد. بخش‌های اصلی آنچه که فلولینگ و هیگنسون (۲۰۰۰) در رابطه با اهمیت رکن ریاضی در کلاس درس ریاضی بیان کرده‌اند، به قرار زیر است:

- ریاضی به‌عنوان یک حوزهٔ مطالعاتیِ متنوع، قدرتمند و در حال تکامل؛ یک شـــیوهٔ تفکر؛ راهی برای برقراری ارتباط و راهی برای درک جهان با پیوندی قابل توجه با تمام جنبه‌های تجربه‌های انسانی است.
- ریاضی از طریق اکتشـــاف و تعامل، و با استفاده از طیف گســـترده‌ای از فن‌آوری‌ها و منابع، ساخته شده و پدید می‌آید.
- ریاضی در موقعیت‌های بالقوهٔ غنی یادگیری جا دارد که برای دانش‌آموزان، هم جالب و هم متناسب با توان آنان است؛ موقعیت‌هایی که همهٔ دانش‌آموزان می‌توانند در آن شـــرکت کرده و قابلیت‌های ریاضی خود را رشد دهند.
- ریاضـــی در کلاس درس، ســـه نقش مهـــم را بازی می‌کند؛ ریاضی مجموعه‌ای از ابزارهای سودمند، یکی از چندین رشته‌ای است که می‌تواند به درک یک موقعیت کمک کند، و موضوعی که فی‌نفسه، ارزش مطالعه را دارد.

توصیف‌هایی که توسط این دو پژوهشگر دربارهٔ ریاضی ارائه شده، نشان‌گر این است که ریاضی در کلاس درس، می‌تواند هم نقش **خدمتگزار**، هم **شـــهروند** و هم **سلطان** را ایفا نماید.

۲-۲. معلم

معلم، نقشـــی کلیدی در کلاس درس ریاضی دارد و بدون وی، امکان طراحی و اجرای مناســـب تکلیف‌های غنی یادگیری، عملاً وجود ندارد. در ادامه، ویژگی‌های معلم ریاضی به اختصار، بیان می‌شود.

- معلم برای ارتقای رشد فکری، عاطفی، و اجتماعی دانش‌آموزان، تکلیف‌های غنی یادگیریِ خوب طراحی شده و جذاب، تهیه می‌کند.
- معلم برای تشـــویق، الهام بخشـــی، چالش، بحث، تشـــریک مســـاعی، توضیح دادن، بازتاب، و ارزیابی، با دانش‌آموزان تعامل دارد.

معلم نقش کمک‌کننـــده، هدایت‌گر و تأییدکننده را در کلاس دارد که از طریق ایجاد کنجکاوی، اشتیاق و خطرپذیری در دانش‌آموزان، الهام‌بخش آنان است. یعنی معلم به‌عنوان **آگاهی دهنده**، **تسهیل‌گر** و **هنرمند**، به ایفای نقش در کلاس درس ریاضی می‌پردازد.

۲-۳. دانش‌آموزان

معلم برای تهیهٔ تکلیف‌هـــای غنی یادگیری ریاضی، نیازمند دانش عمیق و وسیع ریاضی است. علاوه بر این، نکتهٔ مهم این است که این تکلیف‌ها، برای دانش‌آموزان یعنـــی یادگیرندگان ریاضی طراحی و اجرا می‌شـــوند. پس لازم است دانش‌آموزی که قرار است از طریق این تکلیف‌ها ریاضی یاد بگیرد، با وضوح قابل قبولی توصیف شود.

- دانش‌آمـــوزان از طریق فرایند اکتشـــاف، تعامل، و بازتاب بر تکلیف‌های غنی یادگیری، دانش ریاضی خود را می‌سازند.
- دانش‌آموزان در ایجاد و اصلاح مهارت‌های ریاضی خود و ایجاد ارتباط و اتصال، حل مســـئله، اســـتدلال منطقی، تفکر خلاق، فناوری، فعالیت مستقل و کارهای گروهی، فعال هستند.
- دانش‌آمـــوزان از مهارت‌هـــای خـــود بـــرای انجام تکلیف‌های ریاضیِ غنی، خوب طراحی شـــده و دقیق و مؤثـــر در یادگیری مفاهیم ریاضی مـــورد نظر، و در موقعیت‌های پیچیده، همراه با محدودیت، متنوع، جدید و ناآشنا، مبهم، غیرقطعی و نادقیق، استفاده می‌کنند.
- دانش‌آمـــوزان از مجموعه مفاهیم و قواعد و رویه‌ها و مهارت‌های ریاضی خود برای انجام تکلیف‌های غنی یادگیری، آنچـــه را که نیاز دارند، انتخاب و اســـتفاده می‌کنند، اصول و الگوهای پشتیبانِ این قواعد را درک می‌کنند، و رویه‌ها و قواعد جدیدی برای انجام اثربخش تکلیف‌هـــای بعدی و در موقعیت‌هـــای متفاوت، خلق می‌کنند.

یعنی نقـــش دانش‌آمـــوزان در کلاس درس به‌عنوان **گردآورنـــده**، **درک کننده** و **خلق کننده**، در انجام تکلیف‌های غنی یادگیری، برجسته است.

ریاضی در کلاس درس، سه نقش مهم را بازی می‌کند؛ ریاضی مجموعه‌ای از ابزارهای سودمند، یکی از چندین رشته‌ای که می‌توانند به درک یک موقعیت کمک کنند، و موضوعی است که فی‌نفسه، ارزش مطالعه را دارد

۳. ویژگی‌های تکلیف‌های غنی یادگیری ریاضی

برای پی بردن به ویژگی‌ها و اهمیت تکلیف‌های غنی یادگیری ریاضی که می‌تواند تکلیف‌های غنی ارزیابی هم در نظر گرفته شود، به چند نمونه از آن‌ها، اشاره می‌شود.

تکلیف ۱:

این روزها بحث محیط‌زیست و بحران‌های ناشی از تغییرات شرایط زیست‌محیطی، از موضوع‌های مطرح روز در دنیاست. فرض کنید دانش‌آموزان پایهٔ هفتم و معلمشان، در مورد از دست دادن زمین‌های زراعی شمال کشور به‌خاطر گسترش شهرها و ساختمان‌سازی، گفت‌وگو می‌کنند. در این بحث، سؤال زیر مطرح می‌شود؛

● برای ساخت یک بزرگ‌راهِ جدید به طول ۲۷ کیلومتر با دو باند، چقدر زمین زراعی باید از تولید خارج شود؟

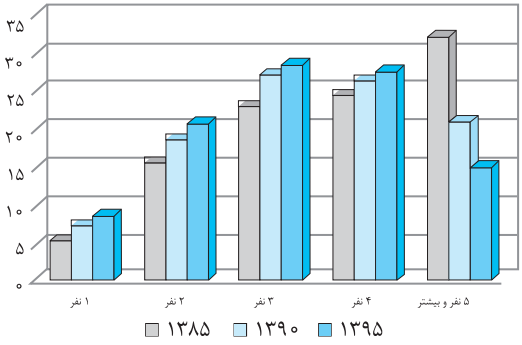
دانش‌آموزان در گروه‌های کوچک، روی این موضوع بحث می‌کنند. سپس مفروضاتی می‌سازند، تخمین‌هایی می‌زنند، موضوع‌های ریاضی و غیرریاضی مطرح می‌کنند، و به یک مقدار تقریبی می‌رسند.

معلم از تک‌تک دانش‌آموزان می‌خواهد که توضیح‌های خود را در مورد چگونگی رسیدن به جوابشان بنویسند و توجیهی برای معقول بودن تقریبی که به دست آورده‌اند، ارائه کنند.

تکلیف ۲:

دانش‌آموزان پایهٔ هشتم و معلمشان، دربارهٔ تغییرات ایجاد شده در ترکیب و تعداد اعضای خانواده‌های ایرانی، صحبت می‌کردند. در جریان بحث، تکلیف زیر مطرح شد.

آمار توزیع نسبی تعداد اعضای خانواده‌های ایرانی در یک دهه بدون هیچ توضیحی به صورت زیر اعلام شده است.



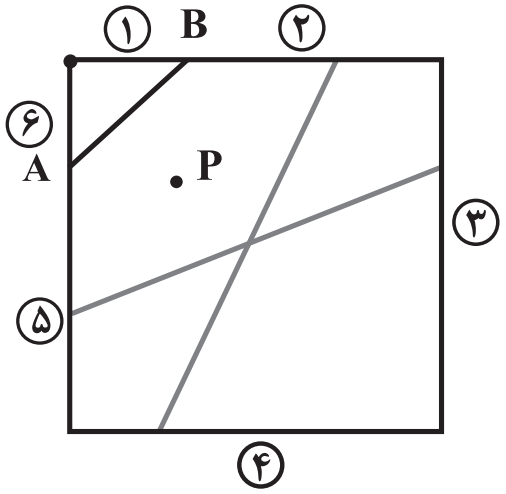
▲ نمودار ۱. توزیع نسبی خانوارها بر حسب تعداد افراد خانوار- درصد (۱۳۹۵-۱۳۸۵)

فرض کنید شما یک تحلیل‌گر مسائل اجتماعی هستید. گزارشی در حد یک پاراگراف بر اساس این آمار بنویسید.

تکلیف ۳

یکی از رأس‌های مربع را روی یکی از نقاط داخلی آن (P) قرار داده، تا کنید. خطِ تا را AB بنامید.

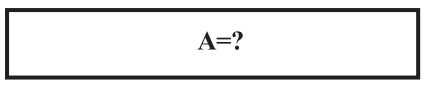
همان‌طور که در شکل نشان داده شده است، این خطِ تا، محیط مربع را به ۶ قسمت تقسیم کرده است. هر یک از ۶ قسمت را روی AB تا کنید و با دقت، خط بیاندازید (به‌عنوان نمونه، خطِ تای دو پاره‌خط، در شکل نشان داده شده است.)



این ۶ خطِ تایِ جدید، همدیگر را در مجموعه‌ای از نقاط قطع می‌کنند. بررسی کنید که این نقاط کجا قرار می‌گیرند. برای انجام این تکلیف، از نرم‌افزار هندسهٔ پویا استفاده کنید.

تکلیف ۴

مساحت مستطیل را محاسبه کنید.



تکلیف ۵:

نقطـــهٔ ثابت (۱۰,۰)= C را در نظر بگیرید. نقطه P به گونه‌ای در صفحه حرکت می‌کند که ۱۰ =PC.

معادلهٔ مکان هندسی نقطه P را به دست آورید.

تکلیف ۶

از طریق تا کردن کاغذ، زاویه‌های زیر را بسازید.

الف) 90° ب) 45° پ) 135°

۴. بحث راجع به تفاوت تکلیف‌ها

مسئولیت اصلی معلمان در قبال دانش‌آموزان این است کـــه فرصت‌های غنی برای یادگیری و فرصت‌های غنی برای نمایش و به اثبات رســـاندن آنچه که یادگرفته‌اند، یعنی «آنچه که می‌دانند و قادر به انجامش هستند» را برای آنان، فراهم کند. به‌طور مشخص، تکلیف‌هایی مانند تکلیف ۱ تا ۳، چنین فرصتی را به دانش‌آموزان می‌دهد. در صورتی که سه تکلیف ۴ تا ۶، چنین نیستند. برای مثال، هدف از تکلیف ۴، فهمیدن این است که آیا دانش‌آموزان می‌توانند مساحت مستطیل را محاسبه کنند؟ همچنین تکلیف ۵، برای این طراحی شده که مهارت دانش‌آموزان را در نوشتن معادله یک دایره با معلوم بودن مرکز و شعاع آن، ارزیابی کند. از تکلیف ۶، می‌توان برای ارزیابی توانایی دانش‌آموزان در انجام ترسیمات با کاغذ و تا استفاده نمود. تکلیف‌هایی ماننـــد ۴ تا ۶، معمولاً روی تخته (گچی یا وایت‌برد)، دفتـــر دانش‌آمـــوزان، پلی‌کپی‌های تمرین، کتاب‌های درسی و آزمون‌ها دیده می‌شوند. آماده‌سازیِ دانش‌آموزان برای انجـــام موفق چنین تکلیف‌هایی، به موفقیت آن‌ها در مدرســـه، کمک خواهد کرد. مشکل آنجاســـت که زندگی خارج از مدرسه، افراد را با چنین چالش‌هایی روبه‌رو نمی‌کند.

در صورتی‌که در سه تکلیف ۱ تا ۳ که کمتر هم رایج هستند، امکان یادگیری بیشـــتری مهیا است. در واقع می‌توان ادعا کرد آن‌ها تکلیف‌های غنی‌تری هستند زیرا به دانش‌آموزان فرصت می‌دهند تا از مجموعهٔ وسیع‌تری از مهارت‌های ریاضی و غیر ریاضی خود انتخاب کرده، و آن‌ها را به شـــیوه‌ای منسجم، خلاق و هدفمند مورد استفاده قرار دهند. شیوهٔ تفکری که دانش‌آموزان برای انجام ســـه تکلیف ۱ تا ۳ بـــدان نیازمندند، منعطف‌تر، پیچیده‌تر و تلفیقی‌تر است که بیشـــتر، در مواجهه با مسائل خارج از مدرسه، مورد استفاده قرار می‌گیرد. این نوع مسئله‌ها، معمولاً راه‌حل ثابتی ندارند که بتوان تنها به انتخاب درســـت آن بسنده کرد. ویژگی‌های این نوع تکلیف‌ها، ایجاب می‌کند که آماده‌سازی دانش‌آموزان، همان طوری باشد که برای موفقیت در زندگی خارج از مدرسه، به آن نیاز دارند.

علاوه بر این‌ها، یکی از بحث‌های مطرح در حوزهٔ برنامهٔ درسی، رویکرد تلفیقی است. در برنامهٔ درسی ریاضی، وقتی صحبت از **رویکرد تلفیقی** می‌شـــود، بیشـــتر به معنای اســـتفاده از مضمون‌ها و ترکیب موضوع‌ها و مفاهیم مختلف است. این تلفیق، وقتی نمود پیدا می‌کند که دانش‌آموزان، فرصتی به دست آورند تا مهارت‌های خـــود را خلاقانه و بدیع، با هـــم تلفیق کنند و از آن‌ها، برای رســـیدن به مقصودی خاص، اســـتفاده کنند که انجام تکلیف‌های غنی یادگیری ریاضی، می‌توانند چنین فرصتی را در اختیار دانش‌آموزان قرار دهند.

در مجمـــوع، می‌توان گفت کـــه طراحی تکلیف‌های غنی یادگیری، به گونه‌ای است که به یادگیرنده فرصت می‌دهد تا با فرایند جست‌وجوگری، تحقیق و بررسی و حدس و آزمایش درگیر شـــود تا مسئله را حل کند. از طریق این گونه فرایندهاست که الگوها شناخته می‌شوند، پیوندها ایجاد می‌گردند، ایده‌ها شکل می‌گیرند، معناها ساخته می‌شوند، حســـی به وجود می‌آید و دانش‌آموز، درک و فهم عمیق‌تری از ریاضی به دست می‌آورد.

لازم به تأکید دوباره اســـت که وظیفه اصلی معلمان ریاضی، فراهم نمـــودن فرصت‌های یادگیری به منظور ارتقای درک و فهم ریاضی دانش‌آموزان اســـت. اصرار بر اینکه دانش‌آموزان تنها حقایق و مسلّمات ریاضی را بپذیرند که اساس آن‌ها، **اقتدار** و **اعتبار معلم**، **کتاب درسی**، یا **گروهی که در آن فعالیت می‌کنند**، فرصت ویژه‌ای برای یادگیری ریاضی ایجاد نمی‌کند.

وظیفه اصلی معلمان ریاضی، فراهم نمودن فرصت‌های یادگیری به منظور ارتقای درک و فهم ریاضی دانش‌آموزان است. اصرار بر اینکه دانش‌آموزان تنها حقایق و مسلّمات ریاضی را بپذیرند که اساس آن‌ها، اقتدار و اعتبار معلم، کتاب درسی، یا گروهی که در آن فعالیت می‌کنند، فرصت ویژه‌ای برای یادگیری ریاضی ایجاد نمی‌کند

۵. ارزیابی غنای یک تکلیف یادگیری

فلولینـــگ و هیگنســـون (۲۰۰۰، ص. ۶۵) توصیه می‌کنند که غنای یک تکلیف یادگیری ریاضی، باید بر حسب آنچه که تکلیف به خاطرش طراحی شده و نتایج انجام آن، ارزیابی شود. آنان برای روشن‌تر شدن توصیهٔ خود، فهرستی از جنبه‌های مختلفی که انتظار می‌رود در

طراحی یک تکلیف یادگیری غنی ریاضی رعایت شود، تهیه کرده‌اند. اگرچه این فهرست جامع و مانع نیست و حتی در بعضی موارد همپوشانی بین جنبه‌های مختلف مطرح شـــده در آن دیده می‌شود، با این وجود می‌توان انتظار داشـــت رعایت آنها در طراحی یک تکلیف غنی، سودمند باشد.

- مرتبط بودن با برنامهٔ درسی
- مرتبط بودن با دانش‌آموز
- ساختار
- زمینه
- درگیر کردن دانش‌آموز
- صحت و اعتبار
- سطح ورودیِ انعطاف‌پذیر
- روبریک (راهنمای ارزیابی) عملکرد
- فرصت حل مسئله
- فرصت طرح مسئله
- فرصت تحقیق/جست‌وجو/آزمایش
- فرصت یادگیریِ با درک و فهم
- فرصت تصور و خیال‌پردازی
- فرصت خلاقیت
- فرصت تعامل
- فرصت کشف
- فرصت مدل‌سازی/صورت‌بندی
- فرصت تبدیل/دست‌ورزی
- فرصت نتیجه‌گیری/استنتاج
- فرصت بحث/اثبات
- فرصت برقراری ارتباط
- تعادل بین گام‌های برداشته شده برای انجام تکلیف
- گسترش/غنی‌سازی
- فرصت بازتاب بر یادگیری
- فرصت خود-ارزیابی

هر یک از این جنبه‌ها که در قالبی کوتاه آورده شده، باید با معنایی مناســـب مورد استفاده قرار گیرد. برای مثال، خطاب «تعادل بین گام‌های برداشته شده برای انجام تکلیف»، بیشتر به معلمان یا برنامه‌ریزان درسی اســـت و می‌توانـــد به آنان کمک کند تـــا در طراحی یک تکلیف غنی، مطمئن شـــوند که فرصت کشـــف، مدل‌سازی، دست‌ورزی، اســـتنتاج، اثبات یا برقراری ارتباط که در این فهرســـت آمده، برای دانش‌آموزان ایجـــاد شـــود. ضمـــن آنکه مثـــلاً در یـــک تکلیف، دست‌ورزی بیش از حد مورد تأکید نباشد و در مقابل، روی برقراری ارتباط تأکیدی نشـــده باشد. حال آنکه جنبه‌ای مثل «فرصت یادگیری با درک و فهم»، توجه معلمان و برنامه‌ریزان را به این وجه جلب می‌کند که تکلیف طراحی شـــده تا چه حـــد فرصت یادگیری با درک و فهم را برای دانش‌آموز مهیا می‌کند.

۶. شرایط لازم برای یادگیری

اگرچـــه در کلاس درس ریاضـــی، فراهـــم نمـــودن مجموعه‌ای جامع از تکلیف‌هـــای غنی یادگیری برای دانش‌آموزان لازم است، ولی کافی نیست. معلمان موفق می‌دانند دانش‌آموزان آن‌ها، قبل از آنکه بتوانند درگیر انجام تکلیف‌های یادگیری شده و از آن‌ها بهره‌مند شوند، توانایی‌های زیر را لازم دارند:

- برای تکلیفی که قصد انجامش را دارند، انگیزه داشته باشـــند و با آن به معنای واقعی، درگیر شوند و کلنجار روند، تا به نتیجهٔ مطلوب برسند. چنین نگاهی به انجام تکلیف، در دانش‌آموز نسبت به یادگیری خود، احساس مالکیت ایجاد می‌کند.
- راحت، بی‌پروا و با اعتمادبه‌نفس باشند
- فعال باشند
- روی موضوع متمرکز شوند و تمرکز خود را از دست ندهند
- بتوانند به‌طور مستقل، کار کنند
- بتوانند در گروه، کار کنند
- سازنده و مولد باشند
- بر پیشرفت خود نظارت داشته باشند، بر تجربه‌های یادگیری خود تأمل کنند و بر آن‌ها، بازتاب داشته باشند.

۷. سخن پایانی

مواردی که ذکر شد، تمام شرایط لازم را برای یادگیری، دربر نمی‌گیرد. به‌عنوان نمونه، دسترسی مناسب به منابع انسانی، ســـخت‌افزاری و نرم‌افزاریِ مورد نیاز در کلاس درس نیز، می‌تواند از جمله شرایط لازم یادگیری باشد. ضمن اینکه تک‌تک این مـــوارد، نمی‌توانند در انزوای یکدیگر، وجود معنادار داشته باشند.

در مجموع، می‌توان ادعا کرد جامعه‌ای موفق اســـت که فارغ‌التحصیلان مـــدارس آن، پرانگیزه، خود- ناظر، مســـئولیت‌پذیر، با اخلاق و در طول زندگی، یادگیرنده باشـــند. در این راســـتا، مـــدارس می‌توانند محیطی ایجـــاد کنند که در آن، شـــرایط لازم بـــرای یادگیری ریاضی مهیاســـت، معلمـــان آن آگاه و متعهدند و در آنجا، تکلیف‌های یادگیری ریاضـــیِ غنی طراحی و به دانش‌آموزان عرضه می‌شود.

پی‌نوشت

1. Thomas Kieren

منابع

1. Cai, J.; & Howson, G. (2013). *Toward an International Mathematics Curriculum*. In M. A. (Ken) Clements; A. J. Bishop; C. Keitel; J. Kilpartick & F. K. S. Leung (Eds.); Third International Handbook of Mathematics Education. pp. 949-974. Springer.
2. Flewelling, G. & Higginson, W. (2000). *Realizing a vision of tomorrow's mathematics classroom, a handbook on rich learning tasks.* Centre for Mathematics, Science and Technology Education. Ontario, Canada.

نسخهٔ کوتاه‌تر این مقاله به‌صورت سخنرانی در شانزدهمین کنفرانس آموزش ریاضی ارائه شده است.

تحلیل محتوای کتاب

هندسه ۲

پایهٔ یازدهم

مقالهٔ ارائه شده در شانزدهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران- تابستان ۹۷

صدیقه کنگاوری، دبیر ریاضی دوره متوسطه دوم چالوس
سیما سیمیاری، کارشناس ارشد برنامه‌ریزی درسی و دبیر ریاضی دوره متوسطه دوم چالوس
حمیده عبدالهی لاشکی، دبیر ریاضی دبیرستان‌های چالوس و مدرس ریاضی و آمار دانشگاه طبرستان چالوس و پیام نور نوشهر

چکیده

هدف پژوهش حاضر، تحلیل محتوای کتاب تازه تألیف هندسه ۲ پایهٔ یازدهم دورهٔ دوم متوسطه چاپ سال ۱۳۹۶ براساس تکنیک ویلیام رومی است. یافته‌های تحقیق نمایان ساخت که ضریب درگیری متن[۱]، ۳/۱۷، ضریب درگیری تصویرها، ۵/۶۶ و ضریب درگیری شاخص فعالیت‌محور بودن کتاب، ۲/۶۵ است که نشان می‌دهد متن و تصویر در کتاب هندسه ۲، بیش از حد به فعالیت پرداخته و موجب خستگی و بی‌حوصگی دانش‌آموزان می‌شود. با توجه به اینکه محتوای کتاب هندسه ۲ در قسمت متن، تصویرها و نیز فعالیت‌محور بودن کتاب نتوانسته است آن‌چنان که باید، دانش‌آموزان را به فعالیت، تفکر و تحلیل ترغیب نماید، اصلاح و بهبود در طراحی و تدوین این کتاب درسی، ضروری است.

کلید واژه‌ها: تحلیل محتوا، کتاب تازه‌تألیف هندسه ۲، پایهٔ یازدهم، روش ویلیام رومی، یادگیری فعال، برنامه درسی

۱. مقدمه

کتاب‌های درسی، مهم‌ترین منبع تدریس ریاضی در کلاس هستند (جوهانسون[۲]، ۲۰۰۳). در برنامهٔ درسی ملی ایران نیز ریاضی، به‌عنوان یکی از ۱۱ حوزهٔ تربیت و یادگیری در نظر گرفته شـــده است (موسی‌پور، بتول ۱۳۹۶: ۵۴). هندسه به‌عنوان شاخه‌ای از علم ریاضی که موجب شناخت دنیای پیرامون خود می‌شود، کاربردهای متعددی دارد که مدل‌سازی پدیده‌های طبیعی، استفاده از آن به‌عنوان تمثیلی برای یاد دادن و یاد گرفتنِ استدلال استنتاجی و وسیله‌ای مؤثر و مفید در ارائهٔ کاربردهای بدیع و خلاق، از جمله آن‌هاست. بنابراین، با عنایت به وسعت هندسه و قابلیت‌هایی که می‌تواند در افراد ایجاد کند، شروع آموزش هندسه از دوران کودکی و تداوم آن

به شکلی متناسب در تمام طول برنامهٔ درسی ریاضی، از سوی ریاضی‌دانان و مدرسان ریاضی مورد تأکید قرار گرفته است. لذا برنامه‌ریزی مناسب برای تدوین کتاب هندسه از سوی مؤلفان و برنامه‌ریزان کتاب‌های درسی، ضروری می‌نماید (فرجیان‌پور، ۱۳۹۴: ۱۸.)

۲. پیشینه پژوهش

به گفته باتیستا[۳] (۲۰۰۱، نقش شده در کرمی و همکاران، ۱۳۹۲)، معمولاً برنامهٔ درسی سنتی هندسه، بر یادگیری فهرستی از تعریف‌ها و ویژگی‌های شکل‌ها توسط دانش‌آموزان تأکید دارد. که این امر سبب گمراهی آنان می‌شود. از این‌رو، شایسته است که دانش‌آموزان به جای حفظ کردن تعریف‌ها و ویژگی‌ها، مفاهیم هندسی معنادار و روش‌های استدلالی را در ذهن خود توسعه دهند تا بتوانند مسائل و موقعیت‌های فضایی را تحلیل کرده و سطح تفکرشان را بالا ببرند. از نظر ویلیام رومی[۴] (۱۹۸۰)، فعالیت‌هایی که در برنامهٔ درسی ارائه می‌شوند، باید شامل درک، فهم، مشاهده، تخیل، ارزش‌ها و خلاقیت باشند. بنابراین، با توجه به تأکید کتاب‌های درسی تازه‌تألیف ریاضی بر یادگیری فعال، می‌توان با استفاده از تکنیک تحلیل محتوای ویلیام رومی، میزان فعال بودن محتوای کتاب‌های درسی را مشخص نمود، زیرا تدریس فعال، به محتوای آموزشی فعال نیاز دارد (سرگلزایی‌مقدم و جمالی‌نسب، ۲۰۱۴.)

کتاب درسی به‌عنوان وسیله‌ای برای ارائه محتوا، از بخش‌های مختلفی مانند متن، تصویر، فعالیت و پرسش تشکیل شده که هرچه این بخش‌ها به‌ویژه متن، فعالیت‌ها و تصویرها فعال‌تر باشند، انگیزه و علاقهٔ دانش‌آموزان به درس بیشتر می‌شود. شیوهٔ تدوین فعال محتوا، بر نقش دانش‌آموز در فرایند یاددهی- یادگیری تأکید دارد و دانش‌آموزان را وا می‌دارد تا در پاسخ‌گویی به مسائل، اطلاعات و مفروضاتِ خود را تجزیه و تحلیل کنند، فکر نمایند و نتایج حاصل از کار خود را بیان کنند (دهقانی و پاک‌مهر، ۱۳۹۴). تدریس کتاب‌های درسی تازه‌تألیف در سال اول، خالی از اشکال نیست و آنچه می‌تواند آسیب‌های ناشی از این موضوع را کاهش دهد، کسب آمادگی و آشنا شدن هرچه بیشتر دبیران، با محتوا و برنامه‌های درسی جدید است، زیرا برای بسیاری از دبیران ریاضی، کتاب درسی، اولین راهنما برای اجرای صحیح برنامهٔ درسی است (پورحسن و شیوخی، ۱۳۹۵). به دلیل تازه‌تألیف بودن کتاب درسی هندسه ۲ رشتهٔ ریاضی- فیزیک دورهٔ دوم متوسطه، هنوز تحقیق خاصی صورت نگرفته، اما در رابطه با سایر کتاب‌های درسی تازه‌تألیف در دوره‌های مختلف، پژوهش‌هایی انجام شده که به چند مورد از آن‌ها اشاره می‌شود که مربوط به کتاب‌های درسی ریاضی است.

کاظم‌پور، هدایتی و غفاری (۲۰۱۲) در تحلیل محتوای مقایسه‌ای کتاب ریاضی پایهٔ هفتم ایران و کانادا براساس تکنیک ویلیام رومی نشان دادند که محتوای کتاب درسی ریاضی کانادا غیرفعال است. تصویرها و نمودارهای کتاب درسی ایران غیرفعال هستند، اما تصویرها و نمودارهای کتاب درسی کانادا، فعال هستند. در بخش پرسش‌ها، هر دو کتاب غیرفعال ارزیابی شدند. همچنین، ضریب پژوهش‌محور بودن کتاب درسی ریاضی ایران بالاتر از حد مطلوب و برای کتاب درسی ریاضی کانادا، پایین‌تر از حد مطلوب به‌دست آمده است. العبدل‌کریم[۵] و العبدل‌کریم (۲۰۱۶) در بررسی میزان درگیری دانش‌آموزان در کتاب درسی علوم پایه ششم، قابل قبول بودن سطح درگیری آنان را گزارش نموده‌اند.

همچنین، نتایج پژوهش پورحسن و شیوخی (۱۳۹۵) نشان داد که ضریب درگیری متن کتاب ریاضی پایهٔ نهم دورهٔ متوسطه اول، ۱/۸۱، ضریب درگیری تصویرهای آن، ۱/۸۹ و نیز ضریب فعالیت‌محور بودن این کتاب ۰/۵۷ است که بیانگر فعالیت‌محور بودن کتاب است، هرچند که شاخص درگیری بالا نیست. در پژوهش دیگری که توسط کرمی و همکاران (۱۳۹۲) انجام شد، ضریب درگیری متن کتاب ریاضی اول متوسطه ۰/۵۳، ضریب درگیری تصویرها ۱/۲ و ضریب فعالیت‌محور بودن کتاب ۰/۷۵ تعیین شد که نشان می‌دهد کتاب مذکور، فعالیت‌محور است. همچنین، شاخص درگیری با متن کتاب ریاضی پایه ششم ابتدایی، ۰/۸۵، با پرسش‌ها ۱۳/۲۶ و با تصویرها ۰/۳۰ حاصل شد که نشان‌دهندهٔ آن است که متن این کتاب به شیوهٔ فعال، تصویرهای آن به شیوهٔ غیرفعال و پرسش‌های ارائه شده نیز بیش از اندازه فعال بودند (دهقانی و پاک‌مهر، ۱۳۹۴). در تحلیلی که کاراندیش (۱۳۹۶) انجام داد، مشخص شد که متن، تصویرها و مسائل کتاب هندسه دهم رشتهٔ ریاضی- فیزیک، به شیوهٔ فعال تدوین شده‌اند و متن برخی از درس‌های ارائه شده در آن، بیش از حد فعال بوده و مسائل کتاب نیز از ضریب درگیری بسیار بالایی برخوردار است. علاوه بر این‌ها، تحلیل محتوای کتاب تازه‌تألیف حسابان (۱) پایهٔ یازدهم متوسطهٔ دوم براساس تکنیک

ویلیام رومی نشان داد که ضریب درگیری دانش‌آموزان با متن کتاب ۱/۲۷ است که به معنای فعال بودن متن کتاب است. ضریب درگیری با تصویرها ۳ به‌دست آمد که نمایانگر عدم تناسب و بیش از حد فعال بودن تصویرهاست (موسی‌پور، منصوره، ۱۳۹۶).

با توجه به نتایج پیشینهٔ پژوهش، تهیهٔ برنامه‌ها و کتاب‌های درسی مناسب برای هر دورهٔ آموزشی و هر درس، به ارزشیابی از محتوای آموزشی آن‌ها در راستای مشخص‌سازی نقاط قوت و ضعف نیاز است و باید متناسب با یافته‌های پژوهش‌ها در آن‌ها، تجدیدنظر صورت گیرد (دهقانی و پاک‌مهر، ۱۳۹۴). در حال حاضر، متداول‌ترین شیوهٔ ارائه محتوا در کشور به یادگیرندگان، در قالب کتاب‌های درسی است و این واقعیت، متخصصان برنامهٔ درسی را بر آن داشته است تا محتوای کتاب‌های درسی را با توجه به چالش‌ها و حوزه‌های گوناگون یادگیری، مورد تأمل قرار دهند (حرفتی‌سبحانی‌لیل‌آبادی و پیری، ۱۳۹۶). نگاهی به کتاب‌های درسی دوره‌های تحصیلی مختلف نشان می‌دهد که در سال‌های اخیر، تغییرات وسیعی در محتوای کتاب‌های درسی صورت گرفته است (دهقانی و پاک‌مهر، ۱۳۹۴: ۷۶).

۳. روش تحقیق

با عنایت به پیشینه پژوهش در رابطه با اهمیت کتاب درسی در نظام آموزشی متمرکز، همچنین با توجه به تازه‌تألیف بودن کتاب هندسه ۲ پایهٔ یازدهم دورهٔ دوم متوسطه، پژوهش حاضر با هدف بررسی و تحلیل محتوای این کتاب با استفاده از تکنیک ویلیام رومی صورت گرفت. طراحان و تدوین‌کنندگان کتاب مذکور با استفاده از یافته‌ها و نتایج این پژوهش، می‌توانند این کتاب را در خصوص ضریب درگیری دانش‌آموزان در اجزای گوناگون محتوا اعم از متن، تصویر و فعالیت، ارتقا دهند. این پژوهش، به سه سؤال زیر پرداخت:

۱. آیا متن کتاب درسی هندسه ۲ پایهٔ یازدهم دورهٔ دوم متوسطه براساس تکنیک ویلیام رومی، به شیوهٔ فعالی نوشته شده است؟

۲. آیا تصویرهای کتاب درسی هندسه ۲ پایهٔ یازدهم دورهٔ دوم متوسطه براساس تکنیک ویلیام رومی، دانش‌آموزان را درگیر می‌کند؟

۳. آیا کتاب هندسه ۲ پایهٔ یازدهم دورهٔ دوم متوسطه براساس تکنیک ویلیام رومی، فعالیت‌محور است؟

در این پژوهش، از روش تحلیل محتوا براساس تکنیک ویلیام رومی استفاده شد. در این تکنیک، منظور از واحد تحلیل در بخش تحلیل متن، یک جمله است که یک واحد معنادار واقعی و کوچک‌ترین جزء تحلیل محسوب می‌شود. در بخش تحلیل تصویرها، واحد تحلیل، تصویر و در بخش فعالیت‌محور بودن کتاب، واحد تحلیل، فعالیت‌های کتاب است. کتاب تحلیل شده، کتاب درسی تازه‌تألیف هندسه ۲ پایهٔ یازدهم دورهٔ دوم متوسطه در سال ۱۳۹۶ بود. ویلیام رومی برای ارزشیابی متن، حداقل صفحات انتخاب شده را ۱۰ صفحه و تعداد جملات شمارش شده در هر صفحه را ۲۵ جمله تعیین کرده است. علاوه بر این‌ها، برای ارزشیابی تصویرها، حداقل ۱۰ تصویر از کل کتاب و به منظور تعیین شاخص میزان فعالیت‌های کتاب نیز حداقل ۱۰ صفحه از تمام کتاب را پیشنهاد داده است (کرمی و همکاران، ۱۳۹۲: ۱۷۲). بر این اساس، نمونه انتخاب شده در بخش تحلیل متن کتاب، ۲۴ صفحه از همهٔ فصل‌های کتاب بود. از هر فصل، ۲۵ جمله پشت سر هم مورد تحلیل قرار گرفت و کدگذاری انجام شد. در بخش تصویرها نیز از تمام کتاب و همهٔ فصل‌ها به تصادف، ۲۰ تصویر انتخاب و کدگذاری گردید. در بخش تحلیل فعالیت‌محور بودن کتاب، به تصادف ۲۰ صفحه انتخاب شد و تعداد فعالیت‌ها مورد شمارش قرار گرفت.

برای تجزیه و تحلیل اطلاعات در تکنیک ویلیام رومی، از فرمول ارائه شده توسط وی استفاده و به روش زیر، داده‌ها کدگذاری شدند:

الف) کدگذاری متن درس: کدگذاری متن درس، بدین صورت انجام شد:

- بیان حقایق قطعی: کد (A)
- بیان نتایج یا اصول کلی: کد (B)
- تعریف‌ها: کد (C)
- سؤال‌های پاسخ داده شده: کد (D)
- سؤال‌های تحلیلی: کد (E)
- بیان نتایجِ فعالیت‌های انجام شده توسط دانش‌آموز: کد (F)
- انجام آزمایش و فعالیت یا حل مسائل: کد (G)
- سؤال‌هایی برای جلب توجه: کد (H).

از بین این کدها، A، B، C و D کدهای غیرفعال و کدهای E، F، G و H کدهای فعال محسوب می‌شوند. برای محاسبهٔ ضریب درگیری با متن، باید مجموع کدهای فعال را بر مجموع کدهای غیرفعال، تقسیم کرد.

شایسته است که دانش‌آموزان به جای حفظ کردن تعریف‌ها و ویژگی‌ها، مفاهیم هندسی معنادار و روش‌های استدلالی را در ذهن خود توسعه دهند تا بتوانند مسائل و موقعیت‌های فضایی را تحلیل کرده و سطح تفکرشان را بالا ببرند

ب) کدگـــذاری تصویرها: بـــرای تصویرهایی که دارای تشـــریح موضوعی خاص بودنـــد، کد (A) و تصویرهایـــی که مربوط به انجام فعالیت بودند، کد (B) تعلق گرفت. در اینجا، کـــد A غیرفعال و کد B، فعال محسوب شد. برای محاسبهٔ ضریب درگیری با تصویرها، مجموع کدهـــای فعال بر مجموع کدهـــای غیرفعال، تقسیم می‌شود.

پ) شاخص درگیری فعالیت‌محور بودن کتاب: به‌منظور محاسبهٔ شاخص درگیری فعالیت‌محور بودن کتاب، ابتدا ۲۰ صفحه از محتوای کتاب به‌طور تصادفی انتخاب و تعداد فعالیت‌های صفحه‌های انتخاب شـــده، شمرده شـــد و در نهایت، تعداد فعالیت‌ها بر تعداد کل صفحه‌ها، تقسیم گردید.

ت) تفســـیر نتایج در روش تحلیل محتوای ویلیام رومی: در صورتی‌که ضریب درگیری به‌دســـت آمده بین ۰/۴ تا ۱/۵ باشـــد، خوب و کتاب مورد نظر، کتاب فعالی است. ولی اگر ضریب درگیری کم‌تر از ۰/۴ باشد، کتاب مورد نظر، غیرفعال است و ضریب درگیری بیشتر از ۱/۵ نیز نشان می‌دهد که کتاب مورد نظر، بیش از حد به فعالیت پرداخته و کتاب مناسبی نیست (کرمی و همکاران، ۱۳۹۲.)

۴. یافته‌ها

در این بخش، یافته‌های این پژوهش به تفکیک سه سؤال پژوهش، ارائه می‌شوند.

سؤال اول پژوهش: آیا متن کتاب درسی هندسه ۲ پایهٔ یازدهم دورهٔ دوم متوسطه براساس تکنیک ویلیام رومی به شیوهٔ فعالی نوشته شده است؟

براساس یافته‌های جدول ۱، مقوله‌های فعال متن کتاب ۱۱۱ مورد و مقوله‌هـــای غیرفعال ۳۵ مورد بود که نشان می‌دهد تعداد مقوله‌های فعالِ متن نسبت به مقوله‌های غیرفعال، بیشتر است. بر مبنای فرمول تعیین ضریب درگیری متن در تکنیـــک ویلیام رومی، تعداد مقوله‌های فعال بر تعداد مقوله‌های غیرفعال تقسیم شد و ضریب درگیری ۳/۱۷ به‌دســـت آمد که بیشتر از ۱/۵ است. این ضریب درگیری نشان می‌دهد که متن کتاب تازه‌تألیف هندســـه ۲ پایهٔ یازدهم دورهٔ دوم متوسطه، بیش از حد به فعالیت پرداخته است.(جدول ۱)

سؤال دوم پژوهش: آیا تصویرهای کتاب درسی هندســـه ۲ پایهٔ یازدهم دورهٔ دوم متوســـطه براساس تکنیک ویلیام رومی، دانش‌آموزان را درگیر می‌کند؟

براساس یافته‌های ارائه شـــده در جدول ۲، تعداد تصویرهـــای فعال کتاب ۱۷ مـــورد و تعداد تصویرهای غیرفعال ســـه مورد بود. براساس فرمول تعیین ضریب درگیـــری تصویرهـــا در تکنیک ویلیام رومـــی، تعداد تصویرهای فعال بر تعداد تصویرهای غیرفعال تقسیم شد و ضریب درگیری ۵/۶۶ به‌دســـت آمد که بسیار بیشتر از ۱/۵ اســـت. این ضریب درگیری بیانگر آن است که تصویرهای کتاب تازه‌تألیف هندسه ۲ پایهٔ یازدهم دورهٔ دوم متوســـطه، بیش از حد به فعالیت پرداخته است. **(جدول ۲)**

سؤال سوم پژوهش: آیا کتاب تازه‌تألیف هندسه ۲ پایه یازدهم دوره دوم متوسطه براساس تکنیک ویلیام رومی، فعالیت‌محور است؟

بـــرای تعیین فعالیت‌محـــور بودن کتـــاب، تعداد فعالیت‌ها در صفحه‌های نمونه شمرده شده و بر تعداد کل صفحه‌ها تقسیم شد. در ۲۰ صفحه مورد بررسی، ۵۳ فعالیت وجود داشـــت. یافته‌های جدول شـــماره ۳ نمایانگر آن است که ضریب درگیری به‌دست آمده ۲/۶۵ است که نشان می‌دهد کتاب تازه‌تألیف هندسه ۲ پایهٔ یازدهم دورهٔ دوم متوســـطه، اگرچه فعالیت‌محور است، ولی بیش از حد به فعالیت پرداخته است. **(جدول ۳)**

۵. نتیجه‌گیری و پیشنهاد برای تحقیق‌های آتی

یافته‌هـــای این پژوهش حاکی از آن اســـت که در کتاب تازه‌تألیف هندســـه ۲ پایهٔ یازدهم رشتهٔ ریاضی-فیزیک، شـــاخص درگیری دانش‌آموزان با متن کتاب (۳/۱۷) و با تصویرها (۵/۶۶)، نشان‌دهندهٔ آن است که متن و تصویرهای این کتاب، بیش از حد فعال هستند که این امر، برای تمرکز بر یادگیری معنادار، مناســـب نیست. به‌طور مشخص، از ۲۴ صفحه و ۲۰ تصویر مورد بررســـی، به ترتیب ۱۱۱ جمله و ۱۷ تصویر فعال بودند و نیاز به درگیری ذهنی و انجام فعالیتی روی آن‌ها بود. در واقع، بالا بودن ضریب درگیری متن و تصاویر کتاب هندسه ۲ به این دلیل است که اکثر جملات و تصاویر مورد استفاده در کتاب، نیاز به تفکر داشته و برای انجام فعالیت در کتاب درسی گنجانده شده‌اند. بدین ترتیب، متن و تصاویر ارائه شـــده در کتاب به‌دلیل فعال بودن بیش از اندازه، موجب خستگی و کلافگی دانش‌آموزان می‌شوند و بی‌رغبتی را در یادگیرندگان ایجاد می‌کنند.

در حال حاضر، متداول‌ترین شیوهٔ ارائه محتوا در کشور به یادگیرندگان، در قالب کتاب‌های درسی است و این واقعیت، متخصصان برنامهٔ درسی را بر آن داشته است تا محتوای کتاب‌های درسی را با توجه به چالش‌ها و حوزه‌های گوناگون یادگیری، مورد تأمل قرار دهند

بخشی از نتایج این مطالعه با یافته‌های مطالعهٔ پورحسن و شـــیوخی (۱۳۹۵) و کاراندیش (۱۳۹۶) همسو است. همچنین، نتایج پژوهش موسی‌پور (۱۳۹۶) نشان داد که ضریب درگیری تصویرها در کتاب تازه‌تألیف حسابان (۱) پایهٔ یازدهم دورهٔ متوســطه دوم براساس تکنیک ویلیام رومی، مطلوب نیســت. علاوه بر این، دهقانی و پاک‌مهر (۱۳۹۴)، شاخص درگیری پرسش‌های کتاب ریاضی پایهٔ ششـــم ابتدایی را ۱۳/۲۶ به‌دســت آوردند که نشـــان‌دهندهٔ بیش از اندازه فعال بودن پرسش‌های این کتاب است. با عنایت به یافته‌های حاصل، می‌توان گفت که در کتاب تازه‌تألیف هندسه ۲ پایهٔ یازدهم دورهٔ دوم متوسطه، بیشتر ســعی شده است تا دانش‌آموزان بـــا انجام فعالیت‌ها و کار در کلاس‌ها به محتوای علمی مورد نظر دست یابند که همین موضوع، یکی از دلایل ضریب درگیری بسیار بالای متن و تصویرهای این کتاب اســـت. با وجود این، لازم است به این نکته مهم توجه شود که متن‌ها و تصویرهای سخت و پیچیده، به‌دلیل صرف انرژی و وقت زیادی که از دانش‌آموزان می‌طلبند، موجب نوعی بی‌انگیزگی و دلزدگی آنان می‌شود. سیف (۱۳۹۵) معتقد اســـت که متن و تصویر بیش از اندازه فعال، بالاتر از دامنهٔ تقریبی رشد ذهنی دانش‌آموزان قرار می‌گیرد و فرصت نمی‌دهد که آنان به تنهایی، از عهدهٔ انجام تکلیف‌ها برآیند و همین امر، منجر به بی‌رغبتی در دانش‌آموزان می‌گـــردد. بنابراین، یافته‌های مذکور، طراحی و تدوین مناســـب و فعال و در حد مورد انتظار متن و تصویر را در یک کتاب درســـی ریاضی، توصیه می‌کند.

از این گذشته، یافته‌های مربوط به سؤال سوم این پژوهش نشان داد که ضریب درگیری کتاب تازه‌تألیف هندســـه ۲ از نظر تعـــداد فعالیت‌ها، ۲/۶۵ اســـت که براساس تفســـیر نتایج در تکنیک ویلیام رومی، حاکی از فعالیت‌محور بودن کتاب تازه‌تألیف هندســـه ۲ پایهٔ یازدهم است. ولی ضریب درگیری از میزان تعیین شده توسط ویلیام رومی بالاتر است که این امر، باعث ایجاد خستگی و بی‌رغبتی در دانش‌آموزان شده و تأثیر کمتری بر یادگیرندگان می‌گذارد. نتایج پژوهش حاضر با نتایج پژوهش‌های کاراندیش (۱۳۹۶) و موســـی‌پور (۱۳۹۶) هم‌سو است. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که کتاب‌های هندسهٔ دهم رشتهٔ ریاضی و فیزیک و حسابان (۱) پایهٔ یازدهم متوسطهٔ دوم، بیشتر از میزان تعیین شده توسط ویلیام رومی به فعالیت پرداخته‌اند. از این‌رو، یافته مذکور نیز گنجاندن فعالیت‌هـــا را در حد مورد انتظار، توصیه می‌کند.

با توجـــه به نتایج پژوهش حاضـــر و نظر به نقش تفکـــر و درگیری ذهنـــی در پـــرورش یادگیرندگانی اندیشمند و جستجوگر، به‌ویژه در زمینهٔ آموزش ریاضی، پیشنهادهای زیر ارائه می‌شوند تا محتوای کتاب درسی تازه‌تألیف هندسه ۲ با برقراری توازن در طیفی از انواع جمله‌ها، تصویرها و فعالیت‌ها، مورد بازبینی قرار گیرد.

- در کنار متن‌ها و تصویرهایی که دانش‌آموزان را درگیر می‌کنند، به متن‌ها و تصویرهایی که اطلاعات را انتقال می‌دهند، توجه بیشتری شود.
- با توجه به این نتیجه که کتاب تازه‌تألیف هندسه ۲ در مجموع، بیش از اندازه فعال ارزیابی شـــده است، پیشنهاد می‌گردد فعالیت‌های این کتاب واجد اصول و معیارهای مشخص شده در راهنمای برنامهٔ درسی باشند

فصل‌ها	صفحه‌ها	کدها							
		A	B	C	D	E	F	G	H
فصل ۱	۱۰-۱۷	۱	۳	۱۰	۱	۲۰	۸	۱۵	۰
فصل ۲	۳۴-۴۱	۰	۵	۷	۱	۲۵	۷	۵	۰
فصل ۳	۷۰-۷۷	۱	۳	۰	۳	۱۴	۳	۱۴	۰
تعداد کل		۲	۱۱	۱۷	۵	۵۹	۱۸	۳۴	۰

(A+B+C+D)÷(E+F+G+H) =(۵۹+۱۸+۳۴+۰) ÷(۲+۱۱+۱۷+۵) =۱۱۱÷۳۵ =۳/۱۷

جدول ۱. تحلیل متن کتاب تازه‌تألیف هندسه ۲ براساس تکنیک ویلیام رومی

	صفحه‌ها	ص ۱	ص ۱۲	ص ۱۳	ص ۱۴	ص ۱۶	ص ۱۷	ص ۲۱	ص ۲۲	ص ۲۳	ص ۲۵	ص ۲۶	ص ۲۹	ص ۳۰	ص ۳۲	ص ۳۵	ص ۳۸	ص ۴۰	ص ۴۳	ص ۴۴	ص ۴۷	ص ۵۱	ص ۵۹	ص ۶۲	ص ۶۵	ص ۶۸	ص ۷۰	ص ۷۴	ص ۷۶	جمع
ص	A	*																*				*								۳
	B		*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*		*	*	*		*	*	*	*	*	*	*	۱۷

B÷A=۱۷÷۳=۵/۶۶

جدول ۲. تحلیل تصویرهای کتاب تازه‌تألیف هندسه ۲ براساس تکنیک ویلیام رومی

صفحه‌ها	ص ۱۲	ص ۱۴	ص ۱۶	ص ۲۰	ص ۲۳	ص ۲۵	ص ۲۷	ص ۳۰	ص ۳۳	ص ۳۵	ص ۳۹	ص ۴۱	ص ۴۲	ص ۴۹	ص ۵۶	ص ۶۴	ص ۶۷	ص ۶۹	ص ۷۰	ص ۷۳	ص ۷۷	جمع
تعداد فعالیت A	۲	۴	۲	۲	۸	۳	۲	۴	۱	۰	۴	۳	۰	۶	۴	۱	۳	۳	۲	۱	۰	۵۳
A÷N=۵۳÷۲۰=۲/۶۵																						

جدول ۳. تحلیل کتاب تازه‌تألیف هندسه ۲ از نظر شاخص درگیری در فعالیت‌ها براساس تکنیک ویلیام رومی

و از نظر بارِ درگیری ذهنی به‌گونه‌ای طراحی شوند که دانش‌آموزان، احساس سنگین بودن نکنند.

● توصیه می‌شود که تعداد فعالیت‌ها با حجم کتاب و زمان اختصاص یافته به آن تناسب داشته باشد تا انجام فعالیت‌ها، موجب احساس خستگی و بی‌حوصلگی در دانش‌آموزان نگردد.

● به مؤلفان پیشنهاد می‌شود که در تدوین کتاب تازه‌تألیف هندسه ۲ با حفظ ضریب درگیری و رویکرد فعالیت‌محور، دانش‌آموزان را نسبت به یادگیری برانگیزند و زمینهٔ یادگیری فعالانهٔ آنان را فراهم سازند.

● به دبیران ریاضی و پژوهشگران برنامه‌ریزی درسی پیشنهاد می‌شود تا در تحلیل‌های بعدی، برای تعیین ضریب درگیری، تمام کتاب تازه‌تألیف هندسه ۲ پایهٔ یازدهم را مورد بررسی قرار دهند.

● به پژوهشگران توصیه می‌شود که از سایر الگوهای تحلیل محتوا مانند حیطهٔ شناختی بلوم، اندرسون، مارزانو و کندال نیز استفاده نمایند.

● پژوهش‌های مشابهی در سایر کتاب‌های درسی ریاضی تازه‌تألیف در پایه‌های تحصیلی مختلف صورت گیرد تا دبیران ریاضی با اطلاع از نتایج تحلیل محتوای کتاب‌های درسی ریاضی و به‌کارگیری راهبردهای یاددهی-یادگیری مؤثر در کلاس، نقاط ضعف کتاب‌های درسی را جبران کنند.

● نسبت به همکاری، همفکری و تبادل نظر بین چهار گروه برنامه‌ریزان درسی، متخصصان ریاضی، روان‌شناسان رشد و دبیران ریاضی، توجه بیشتری شود تا روند فعال‌سازی و اثربخشی محتوای کتاب درسی تازه‌تألیف هندسه ۲ پایهٔ یازدهم، تسهیل و تسریع شود.

پی‌نوشت‌ها

۱. در روش ویلیام رومی، هر مکتوبی، «متن» نامیده می‌شود و با مفهوم متن درسی در کتاب درسی، فرق دارد (سردبیر).

2. Johansson

3. Batista

4. William Romey

5. Alabdulkareem

منابع

۱. پورحسن، عصمت و شیوخی، عفت. (۱۳۹۵). **بررسی مؤلفه‌های فعال‌محور کتاب جدیدالتألیف ریاضی نهم دورهٔ اول متوسطه**. مقالهٔ ارائه شده در چهاردهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران، بوشهر.

۲. حرفتی‌سبحانی‌لیل‌آبادی، محمد و پیری، موسی. (۱۳۹۶). **تحلیل محتوای کتاب‌های تفکر و سبک زندگی دورهٔ اول متوسطه برحسب میزان توجه به مؤلفه‌های سرمایه فرهنگی**. فصلنامهٔ مطالعات میان فرهنگی، سال ۱۲، شماره ۳۱، ص ۱۱۷-۱۴۲.

۳. دهقانی، مرضیه و پاک‌مهر، حمیده. (۱۳۹۴). **میزان درگیری فعال دانش‌آموزان پایهٔ ششم ابتدایی با محتوای کتب جدیدالتألیف علوم و ریاضی**. پژوهش در برنامه‌ریزی درسی، سال ۱۲، دورهٔ ۲، شمارهٔ ۲۰، پیاپی ۴۶، ص ۷۴-۸۹.

۴. سیف، علی‌اکبر. (۱۳۹۵). **روان‌شناسی پرورشی نوین: روان‌شناسی یادگیری و آموزش**. تهران: دوران.

۵. فرجیان‌پور، فاطمه. (۱۳۹۴). **تحلیل محتوای کتاب‌های درسی هندسه در ایران از زمان تأسیس آموزش متوسطه تاکنون**. پایان‌نامهٔ منتشر نشده کارشناسی ارشد آموزش ریاضی، دانشکدهٔ علوم ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی تهران.

۶. کاراندیش، قمرتاج. (۱۳۹۶). **تحلیل محتوای کتاب هندسهٔ دهم رشته ریاضی و فیزیک چاپ ۱۳۹۵ به روش ویلیام رومی**. پایان‌نامهٔ منتشرنشده کارشناسی ارشد آموزش ریاضی، دانشکدهٔ علوم پایه، دانشگاه آزاد اسلامی واحد مرودشت.

۷. کرمی، زهره؛ اسدبیگی، پژمان و کرمی، مهدی. (۱۳۹۲). **تحلیل محتوای کتاب ریاضی ۱ پایهٔ اول متوسطه براساس تکنیک ویلیام رومی و حیطهٔ شناختی بلوم**. پژوهش در برنامه‌ریزی درسی، سال ۱۰، شمارهٔ ۱۰، پیاپی ۳۷، ص ۱۶۷-۱۷۹.

۸. موسی‌پور، بتول. (۱۳۹۶). **تحلیل محتوای مسائل کتاب‌های ریاضی پایهٔ یازدهم (تجربی- ریاضی) سال ۹۷-۹۶ براساس رویکرد مدل‌سازی**. پویش در آموزش علوم پایه، دورهٔ ۳، شمارهٔ ۲، ص ۵۳-۶۳.

۹. موسی‌پور، منصوره. (۱۳۹۶). **تحلیل محتوای کتاب حسابان (۱) پایهٔ یازدهم متوسطهٔ دوم (رشته ریاضی - فیزیک) براساس تکنیک ویلیام رومی و حیطهٔ شناختی بلوم**. پویش در آموزش علوم پایه، دورهٔ ۳، شمارهٔ ۲، ص ۶۳-۶۵.

10. Alabdulkareem, N. A. A. & Alabdulkareem, S. A. M. (2016). *The level of student involvement in the advanced science textbook for the 6th grade.* Educational Sciences Journal; 28(3), 475-500.

11. Johansson, M. (2003). *Textbooks in mathematics education: A study of textbooks as the potentially implemented curriculum*. Licentiate Thesis, Department of Mathematics, Lulea University of Technology, Sweden.

12. Kazempour, E.; Hedayati, F. & Ghaffari, K. (2012). *A Comparative content analysis of the Iranian and Canadian 7th grade math textbook.* Journal of Basic and Applied Scientific Research, 2(1), 511-520.

13. Romey, W. D. (1980). *Teaching the gifted and talented in the science classroom*. Washington, D.C.: National Education Association.

14. Sargolzaei Moghadam, S. & Jamali Nasab, I. (2014). *The analysis first physics book of secondary education content by William Romey method.* International Journal of Science and Engineering Investigations; 3(27), 28-36.

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

پیوست‌ها و منابع

استانداردهای TPACK: آموزش معلمان و مدل توسعه

(چاپ شده در شمارهٔ ۱۳۰)

ترجمه: فاطمه حاج‌عزیزی، کارشناس ارشد آموزش ریاضی
زهرا گویا، استاد آموزش ریاضی

اشاره

اصل این مقاله با عنوان «استانداردهای TPACK: آموزش معلمان و مدل توسعه»، در شمارهٔ ۱۳۰ مجله صفحه ۴ تا ۱۲ چاپ شده که به علت کمبود جا، از خوانندگان محترم درخواست شد که برای استفاده از پیوست‌ها و منابع مقاله به وبگاه مجلهٔ رشد آموزش ریاضی مراجعه کنند. با وجود این، به دلیل درخواست‌هایی که برای دسترسی مطلوب به این بخش شد این پیوست‌ها و منابع در این شماره چاپ می‌شوند تا به نیازهای متقاضیان این درخواست پاسخ داده شود.

کلید واژه: استانداردهای TPACK، آموزش معلمان ریاضی، مدل توسعه

چکیده

در پیوست الف مقالهٔ «استانداردهای TPACK: آموزش معلمان و مدل توسعه» شاخص‌ها و استانداردهایی برای تکنولوژی، پداگوژی و دانش محتوایی معلمان ریاضی پیشنهاد شده است. این پیوست می‌تواند به درک عمیق‌تر و استفادهٔ عملی از محتوای مقاله کمک مؤثری کند. همچنین در پیوست ب با عنایت به پنج مرحلهٔ شناختن (دانش)، پذیرش (تصمیم)، وفق دادن (ترغیب)، کشف کردن (اجرا) و پیش بردن (تأیید) مدلی برای توسعهٔ شاخص‌ها و استانداردهای پیشنهادی در پیوست الف با تمرکز بر موضوع ارائه شده است. تمرکز این مدل بر موضوع‌ها، سطوح، توصیف‌گرها و مثال‌هاست که می‌تواند راهنمای ارزنده‌ای برای درک عمیق‌تر توصیه‌های این مقاله در رابطه با چگونگی استفاده از مدل TPACK برای آموزش معلمان ریاضی باشد.

پیوست الف

شاخص‌ها و استانداردهای پیشنهادی تکنولوژی، پداگوژی و دانش محتوایی معلمان ریاضی

الف) طراحی و توسعه تجربه‌ها و محیط یادگیری در عصر دیجیتال معلمان با استفاده از منابع و ابزارهای موجود در عصر دیجیتال، به طراحی و توسعهٔ تجربه‌ها در محیط‌های یادگیری واقعی می‌پردازند تا یادگیری ریاضی خود را در زمینه‌های واقعی، به حداکثر برسانند. معلمان ...	
۱	● به شناسایی، تعیین و ارزیابی تجربه‌ها، تکلیف‌ها و محیط‌های ریاضی در برنامهٔ درسی می‌پردازند تا ابزارهای عصر دیجیتال را در راستای تقویت خلاقیت و یادگیری ریاضی فردی و مشارکتی، با آن‌ها تلفیق نمایند. ● به شناسایی، تعیین و ارزیابی ابزارها و منابع تکنولوژی مناسب برای تجربه‌ها، تکلیف‌ها و محیط‌های ریاضی ذکر شده، می‌پردازند.
۲	فرصت‌های یادگیری ریاضی مناسبی را طراحی می‌کنند که براساس پژوهش حاضر، شامل تکلیف‌های ریاضی ارزشمندی هستند و همچنین، تکنولوژی‌های مناسبی را به کار می‌گیرند تا پشتیبان همهٔ دانش‌آموزان، با نیازهای متنوع در یادگیری ریاضی باشند (با در نظر گرفتن سبک‌های متنوع یادگیری، استراتژی‌ها و توانایی‌های به کارگیری منابع و ابزار دیجیتال).
۳	به منظور تسهیل دسترسی عادلانه به منابع تکنولوژی برای همهٔ دانش‌آموزان در یادگیری ریاضی، استراتژی‌هایی را طراحی می‌کنند.
ب) یاددهی، یادگیری و برنامهٔ درسی ریاضی معلمان آن دسته از طرح‌های برنامهٔ درسی را که شامل روش‌ها و استراتژی‌هایی برای به کارگیری تکنولوژی‌های مناسب هستند، به اجرا در می‌آورند تا خلاقیت و یادگیری دانش‌آموزان را به حداکثر برسانند. معلمان ...	
۱	فهم و درک ریاضی دانش‌آموزان را با تکنولوژی، تلفیق می‌کنند.
۲	تجربه‌های ریاضی غنی‌شده با تکنولوژی را قابل دسترس می‌کنند که این امر، موجب پرورش خلاقیت و ترویج گفتمان بین دانش‌آموزان و همچنین معلمان و دانش‌آموزان می‌گردد. این کار، سبب تشویق آن‌ها به توسعهٔ مهارت‌های تفکر مرتبه بالاتر می‌شود.
۳	از تکنولوژی، به منظور پشتیبانی از استراتژی‌های یادگیرنده- محور، استفاده می‌کنند. این استراتژی‌ها به دانش‌آموزان کمک می‌کنند تا مسئولیت‌پذیر بوده و بر یادگیری خویش، بازتاب داشته باشند و همهٔ این‌ها، باعث توجه به نیازهای متنوع همهٔ دانش‌آموزان در یادگیری ریاضی می‌شود.
۴	اطلاعات صفر و یک (دیجیتال) را تأیید و تدریس نموده و آن را به صورت ایمن، قانونی و اخلاقی به کار می‌گیرند و استفاده از تکنولوژی‌هایی که دانش‌آموزان را در یادگیری ریاضی‌شان کمک می‌کند، سرلوحه قرار می‌دهند.

ج) ارزیابی و ارزشیابی معلمان برای تسهیل استفاده از انواع مختلف ارزیابی‌ها و ارزشیابی‌های مؤثر، تکنولوژی را به کار می‌گیرند. معلمان ...	
۱	تکنولوژی‌های مناسبی را برای ارزشیابی یادگیری ریاضی همهٔ دانش‌آموزان به کار می‌گیرند. سپس با تأمل در نتایج ارزشیابی‌ها، و با استفاده از تکنیک‌ها و ابزارهای مختلف، به تبادل آن نتایج می‌پردازند.
۲	استفاده اخلاقی و مناسب دانش‌آموزان را از تکنولوژی‌ها، برای تعامل و یادگیری ریاضی، مورد ارزشیابی قرار می‌دهند.
۳	از ارزشیابی تکوینی مبتنی بر یادگیری ریاضی غنی‌شده با تکنولوژی، استفاده می‌کنند تا یادگیری ریاضی دانش‌آموزان را ارزیابی نموده و استراتژی‌های آموزشی را شکل دهند.
۴	انتظاراتی را که از تکنولوژی دارند با فعالیت‌های ارزشیابی هم‌راستا می‌کنند و فعالیت‌های کلاس درس را، به مرحله اجرا می‌رسانند.
د) کارایی و اجرای حرفه‌ای معلمان از تکنولوژی، به منظور افزایش کارایی و اجرای حرفه‌ای‌شان، استفاده می‌کنند. معلمان ...	
۱	استفادهٔ مؤثر از تکنولوژی‌های موجود و نوظهور را مورد ارزیابی قرار می‌دهند و با بازتاب بر نتایج ارزیابی، یادگیری ریاضی همهٔ دانش‌آموزان را ارتقا می‌دهند.
۲	با ارائه دیدگاهی مبتنی بر پژوهش در باب تلفیق تکنولوژی با تدریس در کلاس درس ریاضی، نقش خود را به عنوان راهنما، ایفا می‌کنند.
۳	استفادهٔ ایمن، قانونی و اخلاقی از تکنولوژی را به منظور یادگیری و کشف و خلق ریاضی به همراهی دانش‌آموزان، والدین و معلمان همکار خود، به نمایش در می‌آورند و همه را تشویق به چنین استفاده‌ای می‌کنند.
۴	به منظور پرورش یادگیری ریاضی دانش‌آموزان، از تکنولوژی برای برقراری ارتباط و همکاری با والدین، همکاران و جامعه بزرگ‌تر، استفاده می‌کنند.
۵	به‌طور منظم، در فعالیت‌های حرفه‌ای شرکت نموده و با مجریان آن، همکاری می‌کنند تا با بهره‌مندی از منابع ارتباطی جدید و نوظهور در عصر دیجیتال، دانش تکنولوژیکی، پداگوژیکی و محتوایی خویش را بهبود بخشند و بتوانند خلاقیت و یادگیری ریاضی دانش‌آموزان را ارتقا دهند.

پیوست ب

مدل توسعهٔ تکنولوژی، پداگوژی و دانش محتواییِ معلمان ریاضی: موضوع‌ها، سطوح، توصیف‌گرها، مثال‌ها

برنامه درسی و ارزشیابی

شناختن (دانش)

توصیف‌گر برنامهٔ درسی: اذعان دارد که ایده‌های ریاضی که توسط تکنولوژی به نمایش در می‌آیند، می‌توانند برای درک موضوعاتی که در برنامهٔ درسی مورد بحث قرار می‌گیرند، مفید باشند.

مثال: می‌توان با استفاده از ماشین‌حساب‌های گرافیکی، نمودار توابع خطی چندگانه را رسم نمود تا در دانش‌آموزان، یک بازنمایی بصری (دیداری) از شیب‌های متغیر، ایجاد کند. این تصویرها، برای درک ایدهٔ شیب در نظر گرفته می‌شود، در حالی که مطمئن نیستیم چطور می‌توانند به دانش‌آموزان، در یادگیری مفاهیم پایه آن، کمک کند.

توصیف‌گر ارزشیابی: چون تکنولوژی در درک و فهم ریاضی دانش‌آموزان مداخله منفی می‌کند، با ایدهٔ استفاده از تکنولوژی در ارزشیابی مخالفت می‌کند.

مثال: هنگام ارزشیابیِ میزان درک دانش‌آموزان از حل معادلات خطی، به آن‌ها اجازه استفاده از ماشین‌حساب را نمی‌دهد.

پذیرش (تصمیم)

توصیف‌گر برنامهٔ درسی: هر چند معلم، در به کارگیری تکنولوژی در تدریس خود ابراز تمایل می‌کند، اما برای او، شناسایی موضوع‌های درسی ریاضی که از تکنولوژی، به عنوان ابزاری برای یادگیری استفاده کنند، دشوار است.

مثال: در کارگاه‌های هندسه پویا شرکت کنید تا ایده‌های برنامهٔ درسی را در راستای به خدمت گرفتن تکنولوژی به عنوان ابزارهای یادگیری، شناسایی کنید. از ایدهٔ هندسهٔ پویا در کارگاه، الهام بگیرید تا اندازه‌گیری مجموع زاویه‌های داخلی یک مثلث را نشان دهید تا دانش‌آموزان یاد بگیرند که با تغییر زاویه‌های مختلف، مجموع زاویه‌های داخلی یک مثلث، همیشه برابر ۱۸۰ درجه است.

توصیف‌گر ارزشیابی: قبول دارد که استفاده از تکنولوژی به عنوان قسمتی از فرآیند ارزشیابی، ممکن است مناسب باشد، اما در مورد میزان استفاده از آن، دارای دید محدودی هست (به عنوان مثال در یک بخش از آزمون، تکنولوژی را به کارگیرد).

مثال: در یک برنامهٔ توسعه حرفه‌ای، برای آموزش ارزشیابی ریاضی شرکت کنید تا ایده‌های جدیدی برای ارزشیابیِ درک دانش‌آموزان از حل دستگاه توابع خطی که از تکنولوژی به عنوان یک ابزار استفاده می‌کنند، به دست آورید. از ایده ارزشیابی الهام بگیرید تا استفاده از تکنولوژی را برای حل دستگاه توابع خطی از طریق تابع اثر[1] (تریس)، توضیح دهید و اشتراک آن‌ها را بیابید. اغلب پرسش‌های تکنولوژی را با پرسش‌های قلم- کاغذی امتحان کنید تا به این اطمینان برسید که این مفهوم، به درستی توسط دانش‌آموزان، آموخته شده است.

وفق دادن (ترغیب)

توصیف‌گر برنامه درسی: بعضی از مزایای به خدمت گرفتن تکنولوژی‌های مناسب را به عنوان ابزارهایی برای یاددهی و یادگیری برنامه درسی ریاضی، درک می‌کند.

مثال: بر موضوع‌های کلیدی و اصلی متمرکز شوید که دانش‌آموزان با کمک تکنولوژی، آن‌ها را کشف کرده‌اند. آن‌گاه درس‌ها را به منظور بازنمایی و توسعه مفاهیم ریاضی و ارتقای فعالیت‌های ریاضی برای دانش‌آموزان طراحی کنید و از تکنولوژی، در جهت تأیید یا تقویت آن مفاهیم، استفاده کنید. پس از آن که دانش‌آموزان یاد گرفتند که نمودارهای توابع خطی مشخصی را رسم کنند، نرم افزار صفحه‌های گسترده را برای نمایش بازنمایی گرافیکی زوج‌های مرتب، به آن‌ها معرفی کنید.

توصیف‌گر ارزشیابی: معلم می‌داند که اگر تکنولوژی در طول ارزشیابی مجاز باشد، چه سؤال‌ها یا مواردی، باید مطرح شوند (به عنوان مثال درک مفهومی در مقابل درک رویه‌ای).

مثال: اجازه دهید از تکنولوژی در ارزشیابی استفاده شود. اما ارزشیابی را به گونه‌ای طراحی کنید که در کنار درک رویه‌ای، دانش‌آموزان از حل دستگاه توابع خطی، بر درک مفهومی آن‌ها نیز تمرکز داشته باشد.

کشف کردن (اجرا)

توصیف‌گر برنامهٔ درسی: معلم، موضوعاتی را در برنامهٔ درسی خود بررسی می‌کند که بتواند در تدریس آن‌ها، از تکنولوژی به عنوان ابزاری برای یادگیری، استفاده کند. وی به دنبال ایده‌ها و استراتژی‌هایی می‌گردد که به کمک آن‌ها، تکنولوژی می‌تواند نقش اصلی‌تری را برای توسعهٔ ریاضیاتی که دانش‌آموزان در حال آموختن هستند، ایفا نماید.

مثال: درس ریاضی پیشین خود را به گونه‌ای تغییر دهید که تکنولوژی را نیز در برگیرد.

مثال:معلم ایده‌های خویش را پیرامون استفاده از تکنولوژی توسعه می‌دهد تا به ارتقای برنامهٔ درسی موجود، کمک کند. بنابراین، معلم شروع به تغییر دادن فعالیت‌های پیشین می‌کند، یا فعالیت‌های جدیدی را برای برنامهٔ درسی موجود، طراحی می‌کند.

توصیف‌گر ارزشیابی: استفاده فعال از انواع مختلف ابزارها و پرسش‌های ارزشیابیِ مبتنی بر تکنولوژی را مورد بررسی قرار می‌دهد.

مثال: ارزشیابی‌هایی را طراحی نمایید که در آن‌ها، انتظار می‌رود که دانش‌آموزان درک خود را از ایده‌های ریاضی، با استفاده از تکنولوژی مناسب نشان دهند. چنین ارزشیابی‌هایی، فراتر از پرسش‌های مداد- کاغذی هستند.

پیش‌بردن (تأیید)

توصیف‌گر برنامهٔ درسی: معلم می‌داند که برای تلفیق کارامد و مؤثرتر از تکنولوژی به عنوان ابزار یاددهی و یادگیری، وجود یک نوآوریِ پایدار در جرح و تعدیل برنامهٔ درسی خویش، امری ضروری است.

مثال: روش‌های نوآورانه‌ای برای به کارگیری تکنولوژی ابداع نمایید تا تفکر ریاضی را در دانش‌آموزان توسعه دهید. به عنوان مثال، از «کاشی‌های جبر مجازی[۲]» برای گسترش ایده‌های دست‌ورزی در تمرکز بر متغیرهای موجود در عبارات جبری، استفاده کنید.

مثال: به اصلاح و پیشبرد برنامهٔ درسی بپردازید و از مزایای تکنولوژی به عنوان ابزاری برای یاددهی و یادگیری ریاضی، بهره ببرید. به عنوان مثال، استفاده از سیستم‌های جبر کامپیوتری (CAS) به منظور کشف عبارات جبری پیچیده‌تر، مفید است.

توصیف‌گر ارزشیابی: بازتابی بر فعالیت‌های ارزشیابی داشته باشید که درک مفهومی دانش‌آموزان را از موضوع‌های درسی می‌آزماید که تا حدودی، نیازمند استفاده از تکنولوژی هستند. سپس آن فعالیت‌ها را جرح و تعدیل کنید.

مثال: ارزشیابی‌های نوآورانه‌ای را طراحی کنید تا بتوانید درک دانش‌آموزان را از ریاضیاتی که در یک

تکنولوژی خاص قرار گرفته است، بشناسید.

یادگیری

شناختن (دانش)

توصیف‌گر یادگیری ریاضی: معلم، اغلب ریاضی را به این صورت که فقط به روش‌های مشخصی یادگرفته می‌شود، در نظر می‌گیرد و بعد، تکنولوژی را با آن پیوند می‌زند.

مثال: کشف ریاضی‌وار به وسیلهٔ تکنولوژی به ندرت دیده می‌شود.

توصیف‌گر مفهوم تفکر دانش‌آموز: تکنولوژی، بیشتر به عنوان ابزاری برای تدریس، نه برای یادگیری پذیرفته می‌شود.

مثال: تکنولوژی فقط در فعالیت‌های خارج از کلاس درس مورد استفاده قرار می‌گیرد که برای نمونه، می‌توان به وارسی کردن تکلیف‌ها و محاسبه اعداد بزرگ، اشاره نمود.

پذیرفتن (تصمیم)

توصیف‌گر یادگیری ریاضی: معلم نگران است که توجه دانش‌آموز، از یادگیری مؤثر ریاضی به تمرکز بر تکنولوژی در فعالیت‌ها، معطوف نشود.

مثال: معلم، به کارگیری تکنولوژی را توسط دانش‌آموزان، مخصوصاً هنگام معرفی موضوع‌های پایه‌ای ریاضی، محدود می‌کند.

توصیف‌گر مفهوم تفکر دانش‌آموز: معلم از این نگران است که هنگام استفاده از تکنولوژی، دانش‌آموزان نتوانند مهارت‌های تفکر ریاضی مناسبی کسب کنند تا از آن‌ها، به عنوان ابزاری برای تأیید کشف خود، استفاده کنند.

مثال: معلم برای اطمینان از یادگیری ریاضی دانش‌آموزان، فعالیت‌های درسی را یک بار با استفاده از تکنولوژی و بار دیگر بدون تکنولوژی انجام می‌دهد.

وفق دادن (ترغیب)

توصیف‌گر یادگیری ریاضی: تکنولوژی به عنوان ابزار یادگیری ریاضی، با تدریس تلفیق می‌شود تا راه کشف، آزمایش و تمرین را برای دانش‌آموزان، تسهیل کند.

مثال: دانش‌آموزان با به کارگیری تکنولوژی، بعضی از موضوع‌های ریاضی را کشف می‌کنند.

توصیف‌گر مفهوم تفکر دانش‌آموز: هنگامی‌که دانش‌آموز از تکنولوژی به عنوان ابزاری برای یادگیری استفاده می‌کند، شروع به توسعهٔ مهارت‌های تفکر ریاضی می‌کند.

مثال: اگرچه دانش‌آموزان برای بیشتر موضوع‌ها از تکنولوژی استفاده می‌کنند، ولی ارزشیابی تفکر دانش‌آموز، عمدتاً بدون حضور تکنولوژی صورت می‌پذیرد.

کشف کردن (اجرا)

توصیف‌گر یادگیری ریاضی: از تکنولوژی‌ها به عنوان ابزارهایی برای تسهیل یادگیری موضوع‌های مشخص در برنامهٔ درسی ریاضی، استفاده می‌شود.

مثال: دانش‌آموزان، موضوع‌های متعددی را با به کارگیری تکنولوژی کشف می‌کنند. گاهی اوقات نیز، به کشف موضوع‌هایی فراتر از آنچه که هدف برنامه است، دست می‌یابند.

توصیف‌گر مفهوم تفکر دانش‌آموز: معلم با هدف کمک به درک و فهم دانش‌آموزان، به طراحی، اجرا و بازتاب بر فرآیند یاددهی و یادگیری می‌پردازد.

مثال: فعالیت‌های تکنولوژی برای ارتقای یادگیری ریاضی دانش‌آموزان اجرا می‌شود و بعد، نگرش آن‌ها نسبت به ریاضی، ارزیابی می‌گردد.

مثال: معلم بر فعالیت‌های غنی‌شده با تکنولوژی و در راستای هدایت دانش‌آموزان، به تعامل با دانش‌آموزان و ایجاد مهارت‌های خودراهبری در آن‌ها می‌پردازد و بر فرایند یادگیری ریاضی آنان، مدیریت می‌کند.

پیش‌بردن (تأیید)

توصیف‌گر یادگیری ریاضی: معلم با هدف و باور به اینکه تفکر و درک دانش‌آموزان از ریاضی، از طریق تلفیق تکنولوژی‌های مختلف با تدریس، ارتقا می‌یابد، به طراحی، اجرا و بازتاب بر فرآیند یاددهی و یادگیری می‌پردازد.

مثال: دانش‌آموزان با تلفیق تکنولوژی‌های مختلف، برای یادگیری عمیق‌تر مفاهیم ریاضی تلاش می‌کنند و به کشف موضوع‌های ریاضی می‌پردازند.

توصیف‌گر مفهوم تفکر دانش‌آموز: تلفیق تکنولوژی برای توسعهٔ ریاضیاتی که دانش‌آموزان در حال یادگیری هستند، امری ضروری است.

مثال: دانش‌آموزان را در فعالیت‌های تفکر مرتبه بالاتر (مانند فعالیت‌های تصمیم‌گیری، حل مسئله و پروژه محور) برای یادگیری ریاضی، با استفاده از تکنولوژی به عنوان ابزار یادگیری، شرکت دهید.

مثال: تکنولوژی به منظور توسعهٔ سطوح پیشرفتهٔ درک مفاهیم ریاضی، مورد استفاده قرار می‌گیرد.

یاددهی

شناختن (دانش)

توصیف‌گر یادگیری ریاضی: معلم این نکته را در نظر می‌گیرد که نیاز به تدریس راجع به خود تکنولوژی، از زمان تدریس ریاضی می‌کاهد.

مثال: دانش‌آموزان به تنهایی از تکنولوژی استفاده می‌کنند و آموزش کمی در مورد تکنولوژی وجود دارد یا اصلاً آموزشی در کار نیست.

توصیف‌گر آموزشی: معلم از تکنولوژی، برای توسعهٔ مفاهیم ریاضی استفاده نمی‌کند.

مثال: اگر تکنولوژی در کلاس استفاده شود، برای فعالیت‌های سطح پایین و طوطی‌وار به کار می‌رود.

توصیف‌گر محیط آموزشی: معلم از تکنولوژی، برای تقویت مفاهیمی که بدون حضور تکنولوژی تدریس شده‌اند، استفاده می‌کند.

مثال: بر توابع خطی که دانش‌آموزان آن‌ها را به صورت دستی رسم کرده‌اند تا توابع مختلفی را بررسی کنند، تمرکز نمایید.پس از اینکه دانش‌آموزان قابلیت‌های خود را پیرامون توابع خطی به نمایش گذاشتند، دانش حاصل شده را به وسیلهٔ مثالی با استفاده از نرم‌افزار صفحه‌های گسترده یا ماشین‌حساب‌های گرافیکی، به‌طور خلاصه، ارائه کنید.

توصیف‌گر توسعه حرفه‌ای: معلم، در برنامه‌های توسعه حرفه‌ای که در ناحیهٔ آموزشی خود برگزار می‌شود، شرکت می‌کند تا اطلاعات بیشتری پیرامون انواع تکنولوژی‌های مفید برای تدریس ریاضی، کسب نماید.

مثال: در کارگاه‌های محلی که بر کسب مهارت‌هایی به وسیلهٔ تکنولوژی تمرکز دارند و زمینهٔ این فعالیت‌های یادگیری بر ریاضی است، شرکت کنید.

پذیرفتن (تصمیم)

توصیف‌گر یادگیری ریاضی: معلم از فعالیت‌های تکنولوژی در پایان درس، روزهای تعطیل یا برای فعالیت‌های جانبی آموزش کلاسی، استفاده می‌کند.

مثال: فعالیت‌هایی که توسط تکنولوژی غنی‌تر شده‌اند، برای موضوع‌های ریاضی که نیاز به مهارت‌های تکنولوژیکی تخصصی دارند، مورد استفاده واقع نمی‌شوند.

توصیف‌گر آموزشی: معلم، تنها از ساده‌ترین ایده‌های برنامهٔ درسی ریاضی توسعهٔ حرفه‌ای برای تلفیق تکنولوژی الگوبرداری می‌کند.

مثال: قضیه فیثاغورس را الگوریتم‌وار معرفی می‌کند. از هندسهٔ پویا برای تحقیق راجع به درستی قضیهٔ فیثاغورس استفاده می‌کند و دانش‌آموزان، راه‌حل‌هایی را برای حل مسائل با استفاده از قلم و کاغذ، می‌یابند.

توصیف‌گر محیط آموزشی: معلم، با جدیت به مدیریت و ساماندهی آموزش از طریق تکنولوژی، می‌پردازد.

مثال: تکنولوژی در فرآیندی دقیق، متوالی و مرحله به مرحله هدایت می‌شود. این نوع استفاده از تکنولوژی، مبتنی بر مهارت است و هیچ گونه کشفی اتفاق نمی‌افتد.

توصیف‌گر توسعه حرفه‌ای: معلم، لزوم شرکت در برنامهٔ توسعهٔ حرفه‌ای را برای یادگرفتن تکنولوژی‌های مرتبط به موضوع‌های تدریسی خود، تشخیص می‌دهد.

مثال: به دنبال برنامه‌های توسعهٔ حرفه‌ای و کارگاه‌هایی باشید که تکنولوژی‌های مرتبط با توسعهٔ یادگیری ریاضی را آموزش می‌دهند.

وفق دادن (ترغیب)

توصیف‌گر یادگیری ریاضی: معلم به منظور تقویت و ارتقای ایده‌های ریاضی که دانش‌آموزان قبلاً آموخته‌اند، از تکنولوژی استفاده می‌کند.

مثال:دانش‌آموزان از تکنولوژی، برای تقویت مفاهیمی که معلم قبلاً تدریس کرده است، استفاده می‌کنند.

توصیف‌گر آموزشی: از ساده‌ترین فعالیت‌های توسعهٔ حرفه‌ای به همراه تکنولوژی، الگوبرداری می‌کند و تلاش می‌کند برنامهٔ تدریس خود را جرح و تعدیل کند تا بتواند آن را با تکنولوژی، تلفیق کند.

مثال: درس‌هایی که مبتنی بر تکنولوژی در نظر گرفته می‌شوند، مناسب نیازهای دانش‌آموزان باشند.

توصیف‌گر محیط آموزشی: استراتژی‌های آموزش از طریق تکنولوژی، عمدتاً معلم- محور و استنتاجی هستند تا روند پیشرفت فعالیت را کنترل کنند.

مثال: دست به ایجاد رویکردهای آموزشی جدیدی بزنید که از طریق تکنولوژی، به دانش‌آموزان فرصت کشف کردن را برای بخشی از درس، فراهم کند.

توصیف‌گر توسعه حرفه‌ای: معلم همچنان، به یادگیری و کشف ایده‌هایی برای یاددهی و یادگیری ریاضی با استفاده از یک نوع تکنولوژی (مثلاً صفحه‌های گسترده)، ادامه می‌دهد.

مثال: ایده‌های خود را از برنامهٔ توسعهٔ حرفه‌ای با سایر معلمان ریاضی به اشتراک بگذارید.

کشف کردن (اجرا)

توصیف‌گر یادگیری ریاضی: دانش‌آموزان را در فعالیت‌های مرتبه بالاتر تفکر (مانند فعالیت‌های تصمیم‌گیری، حل مسئله و پروژه محور) به منظور یادگیری ریاضی با استفاده از تکنولوژی به عنوان ابزار یادگیری، شرکت دهید.

مثال: معلمان موفقیت‌ها، ایده‌ها و درس‌های مبتنی بر تکنولوژی را که در کلاس درس امتحان شده‌اند، با دانش‌آموزان به اشتراک بگذارند.

توصیف‌گر آموزشی: معلم، دانش‌آموزان را درگیر کشف ریاضی از طریق تکنولوژی می‌کند و در این سفر اکتشافی، به جای هدایت‌کننده، بیشتر نقش راهنما را ایفا می‌کند.

مثال: دانش‌آموزان برای کشف مفاهیم جدید، از تکنولوژی استفاده می‌کنند و معلم نقش راهنما را برایشان ایفا می‌کند.

توصیف‌گر محیط آموزشی: معلم، استراتژی‌های متعدد آموزش از طریق تکنولوژی را مورد بررسی قرار می‌دهد (شامل استراتژی‌های استقرایی و استنتاجی) تا دانش‌آموزان را درگیر تفکر ریاضی نماید.

مثال: معلم تکنولوژی‌های متنوعی را برای موضوع‌های متعدد، به خدمت می‌گیرد.

توصیف‌گر توسعه حرفه‌ای: معلم به دنبال افرادی می‌گردد که درتلاش هستند تا از تکنولوژی در ریاضی استفاده کنند و با آن‌ها شروع به همکاری می‌کند.

مثال: گروهی متشکل از معلمانی با سطح ریاضی تقریباً یکسان و از یک پایهٔ تحصیلی تشکیل می‌شود تا برنامهٔ درسی ریاضی موجود را برای تلفیق با تکنولوژی مناسب، دوباره سازماندهی کنند.

پیش‌بردن (تأیید)

توصیف‌گر یادگیری ریاضی: پذیرش فعالانه و پایدار تکنولوژی‌ها به عنوان ابزارهایی برای یادگیری و یاددهی ریاضی به گونه‌ای که فرایندها و مفاهیم ریاضی را به درستی به شکل‌هایی ملموس و قابل درک برای دانش‌آموزان در بیاورد.

مثال: معلم به عنوان منبعی از ایده‌های جدید برای کمک به دانش‌آموزان در نظر گرفته می‌شود تا ریاضی را با کمک تکنولوژی، به آن‌ها یاد دهد.

توصیف‌گر آموزشی: معلم، طیف گسترده‌ای از استراتژی‌های آموزش از طریق تکنولوژی (شامل استراتژی‌های استقرایی و استنتاجی) را ایجاد نموده تا دانش‌آموزان را به تفکر پیرامون ریاضی وادارد.

مثال: معلم به دانش‌آموزان کمک می‌کند تا درحالی که تمرکز و لذت خویش را از درک عمیق موضوع‌های ریاضی به نمایش می‌گذارند، بتوانند به راحتی از ابزارهای مختلف تکنولوژی استفاده کنند.

توصیف‌گر محیط آموزشی: معلم، فعالیت‌های غنی‌شده با تکنولوژی را به گونه‌ای مدیریت می‌کند که تعامل و خودراهبری دانش‌آموزان را در یادگیری ریاضی، حفظ نماید.

مثال: معلم به تشکیل و شکل‌دهی مجدد گروه‌های یادگیری می‌پردازد که در آن‌ها، یادگیری گروهی و فردی ارزشمند تلقی شده و مورد تشویق قرار می‌گیرد.

توصیف‌گر توسعه حرفه‌ای: معلم، در جست‌وجوی توسعهٔ حرفه‌ای مستمر است تا بتواند همچنان به یادگیری چگونگی تلفیق تکنولوژی‌های نوظهور با تدریس ریاضی خود، ادامه دهد و به یادگیری و کشف ایده‌هایی برای یاددهی و یادگیری ریاضی از طریق تکنولوژی‌های متعدد ادامه می‌دهد تا دسترسی دانش‌آموزان را به ریاضی، ارتقا بخشد.

مثال: معلمان ناحیهٔ خود را در ارزیابی و بازنگری برنامهٔ درسی شرکت دهید تا تکنولوژی را کاملاً بی‌عیب و نقص و در جهت بهبود و تغییر برنامهٔ درسی فعلی، و به سوی یک برنامهٔ درسی ریاضی قرن بیست و یکم با تکنولوژی‌های مناسب و در تمام پایه‌ها، تلفیق نمایید.

دسترسی

شناختن (دانش)

توصیف‌گر کاربرد: معلم به دانش‌آموزان اجازه می‌دهد که از تکنولوژی، فقط بعد از تسلط یافتن بر مفاهیم مشخص، استفاده نمایند.

مثال: کشف ریاضی از طریق ابزارهای تکنولوژی، توسط باورهایی پیرامون چگونگی نیازمندی دانش‌آموزان به یادگیری ریاضی، به چالش کشیده می‌شود.

توصیف‌گر موانع: معلم در مقابل تغییرات محتوای تدریس شده، مخالفت خود را ابراز می‌دارد، حتی اگر به واسطهٔ تکنولوژی، برای بیشتر دانش‌آموزان قابل دسترس‌تر باشد.

مثال: دسترسی دانش‌آموزان به تکنولوژی، محدود است و بعد از اینکه با استفاده از روش‌های قلم-کاغذی، مفاهیم داده شده را آموختند، اجازه استفاده دارند. امکان دسترسی، فقط برای فعالیت‌های محاسباتی که به طور معمول انجام می‌شود، مهیاست و نیازی به اجازه معلم ندارد.

توصیف‌گر دسترس‌پذیری: معلم اشاره می‌کند که به احتمال زیاد، مسائل واقعی شامل اعداد غیر سر راست و زمخت هم هستند و اگر دانش‌آموزان ماشین‌حساب داشته باشند، به راحتی قابل حل خواهند بود.

مثال: با استفاده از داده‌های مدرسه، تعدادی مسئله ریاضی تعیین کنید. اما اگر دانش‌آموزان ماشین‌حساب داشتند، آن‌ها را به عنوان کار امتیازی، در نظر بگیرید.

پذیرفتن (تصمیم)

توصیف‌گر کاربرد: دانش‌آموزان در طول دوره‌های آموزشی متداول، از تکنولوژی به شکل محدودی

استفاده می‌کنند.

مثال: فعالیت‌های دانش‌آموزان در اســـتفاده از تکنولوژی، به مجموعه‌ای کوچک از موقعیت‌های به شـــدت کنترل شده، محدود می‌شود.

توصیف‌گر موانع: معلم پیرامون مسائل مدیریتی و دسترسی مرتبط با تلفیق تکنولوژی در کلاس درس، ابراز نگرانی می‌کند.

مثال: دانش‌آموزان تنها می‌توانند در موقعیت‌های مجزا یا فاقد اهمیت یادگیری، از تکنولوژی استفاده کنند.

توصیف‌گر دســـترس‌پذیری: ماشین‌حساب‌ها کمک می‌کنند تا تعداد زیادتری از مثال‌ها، در کلاس بررسی شوند.

مثال: دانش‌آموزان از تکنولوژی، برای بررسی الگوها و توابع استفاده می‌کنند.

وفق دادن (ترغیب)

توصیف‌گر کاربرد: معلم به دانش‌آموزان اجازه می‌دهد تا از تکنولوژی، در واحدهایی که به طور خاص طراحی شده‌اند، استفاده کنند.

مثال: امکان دسترســـی و اســـتفاده از تکنولوژی برای بررسی موضوع‌های جدید ریاضی، معمولاً با توضیح و نمایش معلم فراهم می‌شود.

توصیف‌گـــر موانع: معلم از تکنولوژی، به عنوان ابزاری برای ارتقای درس‌های ریاضی و ارائه رویکردی جدید به ریاضی، استفاده می‌کند.

مثال: مفاهیمی که توسط تکنولوژی آموخته می‌شوند، توسط تکنولوژی مورد ارزشیابی قرار نمی‌گیرند.

توصیف‌گر دسترس‌پذیری: از آنجایی که تکنولوژی امکان دسترسی به ارتباطاتی را که قبلاً خارج از دسترس بودند فراهم می‌کند، مفاهیم به صورت‌های مختلفی تدریس می‌شوند.

مثال: دانش‌آموزان از نرم‌افزارهای هندســـهٔ پویا برای بررســـی و ایجاد ارتباط بین توابع مثلثاتی اســـتفاده می‌کنند.

کشف کردن (اجرا)

توصیف‌گر کاربرد: معلم به دانش‌آموزان اجازه می‌دهد تا برای بررسی موضوعات ریاضی مشخص، از تکنولوژی استفاده نمایند.

مثال: امکان دسترسی و به کارگیری تکنولوژی برای کشف ریاضی، در تمام طول کلاس مهیا و مورد ترغیب واقع شده است.

توصیف‌گر موانع: معلم، چالش‌های تدریس ریاضی از طریق تکنولوژی را تشـــخیص می‌دهد و به بررســـی استراتژی‌ها و ایده‌هایی که اثر این چالش‌ها را به حداقل می‌رساند، می‌پردازد.

مثال: تکنولوژی به طور وسیعی در ارزشیابی به کار گرفته می‌شود. به دنبال راه‌هایی باشید که از تکنولوژی برای کار کلاسی استفاده کنید و روش‌هایی را برای مسائل مدیریت بر تکنولوژی، ابداع کنید.

توصیف‌گر دســـترس‌پذیری: از طریق به خدمت گرفتن تکنولوژی، بازنمایی‌های متعدد مفاهیم و رابطه‌های بین آن‌ها، با موضوع‌های اصلی تلفیق شده و مورد بررسی، اجرا و ارزشیابی قرار می‌گیرند.

مثال: معادلات چند مجهولی از یک موقعیت واقعی ایجاد می‌شوند، سپس جواب آن‌ها پیدا شده و از طریق داده‌ها، نمادها، جدول‌ها و نمودارها مورد تفسیر قرار می‌گیرند.

پیش‌بردن (تأیید)

توصیف‌گر کاربرد: معلم به دانش‌آموزان اجازه می‌دهد در هر قسمت از تدریس کلاسی، تکنولوژی را به کار گیرند.

مثال: تکنولوژی به عنوان فرصتی برای به چالش کشیدن باورهایی پیرامون چیستی ریاضیاتی که دانش‌آموزان می‌توانند در آن به سطح تسلط (چیرگی) برسند، در نظر گرفته می‌شود.

توصیف‌گر موانع: معلم، چالش‌های موجود در تدریس ریاضی را از طریق تکنولوژی، تشخیص می‌دهد و این چالش‌ها را از طریق برنامه‌ریزی در سطح وسیع و آماده‌سازی برای به حداکثر رساندن استفاده از ابزارها و منابع در دسترس، حل می‌کند.

مثال: تکنولوژی به منظور توسعه مفاهیم ریاضی که توسط دانش‌آموران قابل دسترسی است، به کار گرفته می‌شود.

توصیف‌گر دسترس‌پذیری: به دانش‌آموزان آموزش و اجازه داده می‌شود موضوعات و ارتباطات ریاضی پیچیده‌تری را به عنوان قسمتی از تجربهٔ یادگیری طبیعی ریاضی خود، بررسی و کشف کنند.

مثال: دانش‌آموزان با استفاده از اینترنت، مسائل ریاضی جالبی پیدا می‌کنند و نقشی را که تکنولوژی در یافتن پاسخ این مسائل می‌توانند ایفا کند، مورد بررسی قرار می‌دهند.

پی‌نوشت‌ها

1. Trace Function
2. Virtual Algebra Tiles

منابع

در این مقاله ۳۶ منبع توسط نویسندگان مورد استفاده قرار گرفته است که به خودی خود مجموعهٔ نفیسی از مطالعات به روز حوزهٔ آموزش معلمان ریاضی است و امید است که مورد استفادهٔ معلمان ریاضی، دانشجو- معلمان رشتهٔ ریاضی، برنامه‌ریزان برنامهٔ درسی ریاضی و کارشناسان ریاضی، قرار گیرد.

1. AACTE Committee on Innovation and Technology (Eds.), (2008). Handbook of technological pedagogical content knowledge (TPCK) for educators. New York: Rutledge Association of Mathematics Teacher Educators. (2006). Preparing teachers to use technology to enhance the learning of mathematics. Retrieved from http://www.amte.net/
2. Ball, D. L. (1988). Knowledge and reasoning in mathematical pedagogy: Examining what prospective teachers bring to teacher education. Unpublished doctoral dissertation, Michigan State University, East Lansing.
3. Borko, H., & Putnam, T. (1996). Learning to teach. In D. C. Berliner & R. C. Calfee (Eds.), Handbook of educational psychology (pp. 673-708), New York: Simon & Schuster Macmillan.
4. Civil, M. (1992, April). Prospective elementary teachers' thinking about mathematics. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, San Francisco, CA.
5. Earle, R.S. (2002). The integration of instructional technology into public education: Promises and challenges. ET Magazine, 42(1), 5-13.
6. Ferrini-Mundy, J., & Breaux, G. A. (2008). Perspectives on research, policy, and the use of technology in mathematics teaching and learning in the United States. In G. W. Blume & M. K. Heid (Eds.), Research on technology and the teaching and learning of mathematics: Volume 2. Cases and perspectives (pp. 427-448). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
7. Grossman, P. L. (1989). A study in contrast: Sources of pedagogical content knowledge for secondary English. Journal of Teacher Education, 40(5), 24-31.
8. Grossman, P. L. (1990). The making of a teacher: Teacher knowledge and teacher education. New York: Teachers College Press.
9. Grossman, P. L. (1991). Overcoming the apprenticeship of observation in teacher education coursework. Teaching and Teacher Education, 7, 245-257.
10. International Society for Technology in Education. (2000). National educational technology standards for students: Connecting curriculum and technology. Eugene, OR: International Society for Technology in Education.
11. International Society for Technology in Education. (2002). National educational technology standards for teachers: Preparing teachers to use technology. Eugene, OR: International Society for Technology in Education.
12. International Society for Technology in Education. (2007). National educational technology standards and performance indicators for students. Eugene, OR: International Society for Technology in Education.
13. International Society for Technology in Education. (2008). National educational technology standards and performance indicators for teachers. Eugene, OR: International Society for Technology in Education.
14. Kaput, J. (1992). Technology and mathematics education. In. D. Grouws (Ed.), Handbook of research

on mathematics teaching and learning (pp. 515-556). New York: MacMillan Publishing.
15. Kastberg, S., & Leatham, K. (2005). Research on graphing calculators at the secondary level: Implications for mathematics teacher education. Contemporary Issues in Technology and Teacher Education, 5(1). Retrieved from http://www.citejournal.org/vol5/iss1/mathematics/article1.cfm
16. Koehler, M. J. & Mishra, P. (2008). Introducing technological pedagogical content knowledge. In AACTE Committee on Innovation and Technology (Eds). Handbook of technological pedagogical content knowledge (TPCK) for educators (pp. 3-29). New York: Routledge.
17. Margerum-Leys, J., & Marx, R. W. (2002). Teacher knowledge of educational technology: A study of student teacher/mentor teacher pairs. Journal of Educational Computing Research, 26(4), 427-462.
18. McDiarmid, G. W. (1990). Challenging prospective teachers' beliefs during early field experience: A quixotic undertaking? Journal of Teacher Education, 41(3), 12-20.
19. Mishra, P., & Koehler, M. J. (2006). Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge. Teachers College Record, 108(6), 1017-1054.
20. National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: Author.
21. National Council of Teachers of Mathematics. (2007). Mathematics teaching today: Improving practice, improving student learning (2nd ed.). Reston, VA: Author.
22. Niess, M. L. (2001). Research into practice: A model for integrating technology in pre-service science and mathematics content-specific teacher preparation. School Science and Mathematics, 101(2), 102-109.
23. Niess, M. L. (2005). Preparing teachers to teach science and mathematics with technology: Developing a technology pedagogical content knowledge. Teaching and Teacher Education, 21, 509-523.
24. Niess, M. L. (2007, June). Mathematics teachers developing technological pedagogical content knowledge (TPCK). Paper presented at IMICT2007, Boston, MA.
25. Niess, M. L. (2008). Knowledge needed for teaching with technologies – Call it TPACK. AMTE Connections, 17(2), 9-10.
26. Niess, M. L., Sadri, P., & Lee, K. (2007, April). Dynamic spreadsheets as learning technology tools: Developing teachers' technology pedagogical content knowledge (TPCK). Paper presented at the meeting of the American Educational Research Association Annual Conference, Chicago, IL.
27. Pierson, M. E. (2001). Technology integration practices as a function of pedagogical expertise. Journal of Research on Computing in Education, 33(4), 413-429.
28. Rogers, E. M. (1995). Diffusion of innovations. New York, Free Press. Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. Educational Researcher, 15, 4-14.
29. Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. Harvard Educational Review, 57, 1-22.
30. Simon, M. A., & Brobeck, S. (1993, March). Changing views of mathematics learning: A case study of a prospective elementary teacher. Paper presented at the annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME-NW), Monterey, CA.
31. Simon, M. A., & Mazza, W. (1993, October). From learning mathematics to teaching mathematics: A case study of a prospective teacher in a reform-oriented program. Paper presented at the annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME-NA), Monterey, CA.
32. Thompson, A. D., & Mishra, P. (2007). Breaking news: TPCK becomes TPACK! Journal of Computing in Teacher Education, 24(2), 38, 64.
33. Walen, S. B., Williams, S. R., & Garner, B. E. (2003). Pre-service teachers learning mathematics using calculators: A failure to connect current and future practice. Teaching and Teacher Education, 19, 445-462.
34. Wilcox, S., Schram, P., Lappan, G., & Lanier, P., et al. (1990, April). The role of a learning community in changing pre-service teachers' knowledge and beliefs about mathematics education. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, Boston, MA.
35. Wilson, S. M., Shulman, L. S., & Richert, A. E. (1987). '150 different ways' of knowing: Representation of knowledge in teaching. In J. Calderhead (Ed.), Exploring teachers' thinking (pp. 104-124). London: Cassell.
36. Yoder, A. J. (2000, October). The relationship between graphing calculator use and teachers' beliefs about learning algebra. Paper presented at the annual meeting of the Mid-Western Educational Research Association, Chicago, IL.

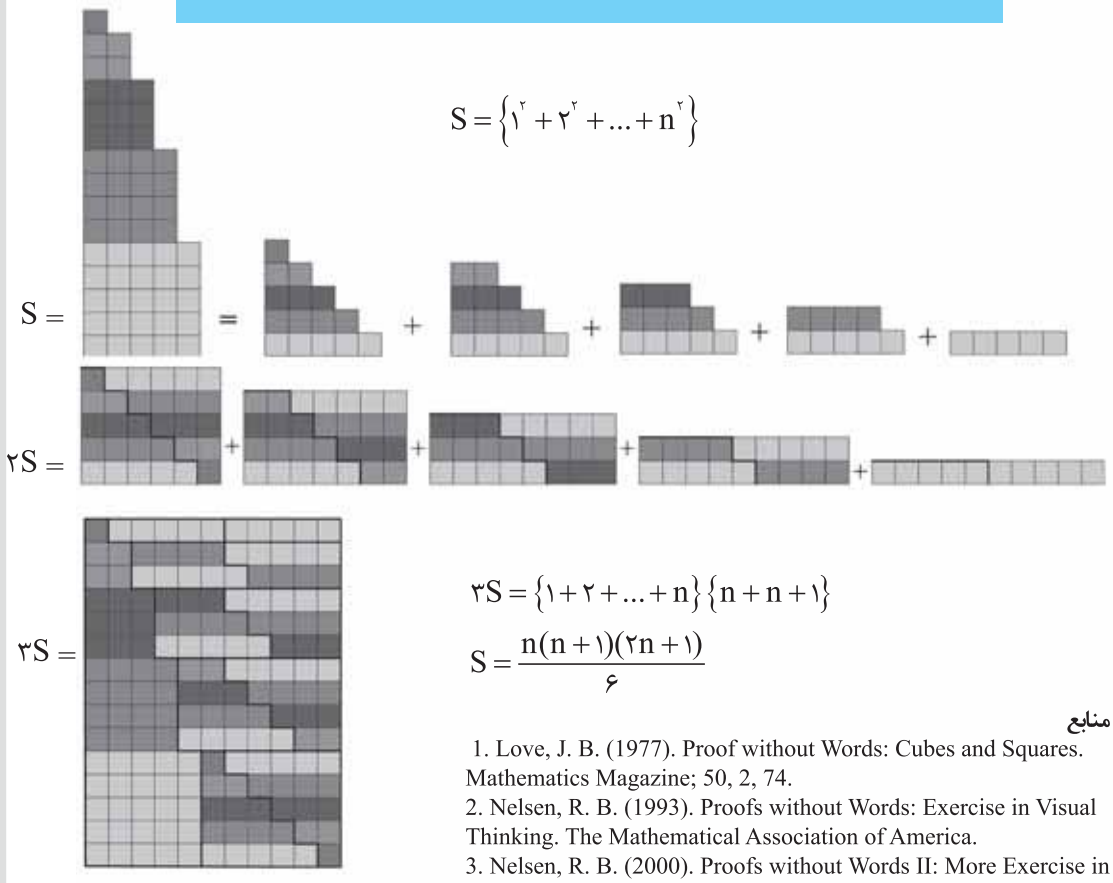
اثبات بدون کلام: مجموع مربع‌ها

نویسنده: بیکاش چاکرابورتی
آدرس تماس با نویسنده:

Bikash Chakraborty
Department of Mathematics University of Kalyani
Kalyani, West Bengal 741235 India
Department of Mathematics
Ramakrishna Mission Vivekananda Centenary College Rahara
West Bengal 700118 India
e-mail: bikashchakraborty.math@yahoo.com;
bikashchakrabortyy@gmail.com

در این اثبات بدون کلام، ما اتحاد $۱^۲+۲^۲+\ldots+n^۲=\frac{n(n+۱)(۲n+۱)}{۶}$ را ثابت می‌کنیم.

$$S=\left\{۱^۲+۲^۲+\ldots+n^۲\right\}$$



$$۳S=\left\{۱+۲+\ldots+n\right\}\left\{n+n+۱\right\}$$

$$S=\frac{n(n+۱)(۲n+۱)}{۶}$$

منابع

1. Love, J. B. (1977). Proof without Words: Cubes and Squares. Mathematics Magazine; 50, 2, 74.
2. Nelsen, R. B. (1993). Proofs without Words: Exercise in Visual Thinking. The Mathematical Association of America.
3. Nelsen, R. B. (2000). Proofs without Words II: More Exercise in Visual Thinking. The Mathematical Association of America.

منبع اصلی:

Chakraborty, B. (2017). The Mathematics Intelligencer; 20. Springer. https://doi.org/10.1007/s00283-017-9727-9

راه سواد مالی، از سواد ریاضی می‌گذرد!

اطهر فیروزیان، دانشجوی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی- دانشگاه شهید بهشتی
زهرا گویا، دانشگاه شهید بهشتی

چکیده

در سال ۲۰۱۲، برای اولین بار سواد مالی دانش‌آموزان ۱۸ کشور توسط «سازمان همکاری‌های توسعهٔ اقتصادی[1]» از طریق «برنامهٔ ارزیابی بین‌المللی دانش‌آموزان[2]» (پیزا) در ریاضی و علوم، انجام شد و در سال ۲۰۱۵، پانزده کشور در این ارزیابی شرکت کردند. بخشی از این آزمون، در رابطه با طیف وسیعی از مفاهیم مالی طراحی شده و در آن، میزان دانش و درک دانش‌آموزان از مفاهیم مالی، ریسک و همچنین مهارت، انگیزه و اعتماد به نفسِ به‌کارگیری این دانش برای تصمیم‌گیری‌های صحیح، مورد سنجش قرار گرفت. یکی از هدف‌های گنجاندن مفاهیم سواد مالی در آزمون ریاضی پیزا، توجه دادن نظام‌های آموزشی و برنامه‌ریزان درسی ریاضی، به اهمیت سواد مالی در ارتقای رفاه مالی شهروندان هر جامعه و توانمندسازی آنان است تا بتوانند در زندگی اقتصادی خود، مشارکت داشته و تصمیم‌های درست بگیرند (سؤال‌ها و جواب‌های آزمون سنجش سواد مالی پیزا[3]، ۲۰۱۷).

کلید واژه‌ها: سواد مالی، برنامهٔ درسی ریاضی، سواد ریاضی، تصمیم‌گیری

۱. مقدمه

در تعریفی که «پیزا» برای سواد ریاضی ارائه داده، سواد مالی یکی از اجزای اصلی آن شمرده شده است. «پیزا»، سواد ریاضی را چنین تعریف کرده است:

«سواد ریاضی، توانایی فرد در شناسایی و درک نقشی است که ریاضی در این دنیا، ایفا می‌کند تا وی بتواند قضاوت‌های درست انجام دهد و ریاضی را به گونه‌ای به‌کار گیرد که جواب‌گوی نیازهای زندگی واقعی وی، به‌عنوان شهروندی سازنده، پردغدغه و متفکر باشد» (سازمان همکاری و توسعهٔ اقتصادی اروپا، ۲۰۰۳، ص.۱۵).

از این تعریف، چنین استنباط می‌شود که ریاضی، یکی از دانش‌های ضروری و موردنیاز در تصمیم‌گیری‌های روزمره به شمار می‌آید. در برنامهٔ درسی ملی جمهوری اسلامی ایران نیز که در سال ۱۳۹۰ منتشر شده است، اهداف اساسی آموزش ریاضی را توانمندسازی انسان برای توصیف دقیق موقعیت‌های پیچیده، پیش‌بینی و کنترل وضعیت‌های ممکن مادی-طبیعی، اقتصادی و اجتماعی دانسته است. یکی از مصداق‌های چنین موقعیت‌های پیچیده‌ای، زمانی است که فرد با تصمیم‌گیری‌های مالی و اقتصادی، مواجه می‌شود.

در زمان‌های مختلف و همراه با هر تغییری در کتاب‌های درسی ریاضی دوره ابتدایی، از «پول» که نماد اصلی امور مالی است، به‌عنوان ابزاری برای آموزش مفاهیم ریاضی استفاده شده است. در آموزش رسمی مدرسه‌ای در ایران نیز، دانش‌آموزان اولین بار در کتاب‌های درسی ریاضی، با پول و کاربردهای آن آشنا می‌شوند. چنان‌که بخش قابل توجهی از فعالیت‌ها و مسائل کتاب‌های درسی ریاضی، به کمک مفاهیم مالی مانند پول، سود و زیان، مالیات و نظایر آن، طراحی شده‌اند. بنابراین برای آموزش‌های مالی به دانش‌آموزان، می‌توان از ظرفیت‌های ریاضی مدرسه‌ای، به‌عنوان بستر مناسبی برای ایجاد و ارتقای سواد مالی و آموزش تصمیم‌گیری‌های مالی به افراد، کمک گرفت.

در تغییرات جدید کتاب‌های درسی ریاضی دورهٔ ابتدایی در ایران نیز، به نظر می‌رسید مؤلفان این کتاب‌ها، به «سواد مالی» اهمیت ویژه‌ای داده‌اند؛ تا جایی که در چاپ اول کتاب درسی ریاضی ششم ابتدایی در سال ۱۳۹۵، فصلی با عنوان «ریاضیات مالی» آمده بود. البته این عنوان به دلایلی که توضیح داده نشده، در چاپ جدید تغییر کرده و به «نسبت، تناسب و ریاضیات مالی» تبدیل شده است.

۲. اهمیت و ضرورت مسئله

ریاضی یک طرز تلقی و راهی برای تسلط شناختی، عملی و احساسی بر جهان واقعی است (فرودنتال، ۱۹۷۹). انسان‌ها در زندگی روزمره خود، بیش از هرچیزی با پول، خرید و فروش، سود و زیان و مسائل مالی و اقتصادی مواجه هستند و همواره در شرایطی قرار می‌گیرند که لازم است تصمیم‌های درست و منطقی بگیرند؛ تصمیم‌هایی که می‌توانند نقش به‌سزایی در آیندهٔ فرد داشته باشند. این در حالی است که بدون داشتن دانش ریاضیِ مناسب و مهارت استفاده از ابزارهای محاسباتی و استدلالی ریاضی، نمی‌توان در این مورد، عملکرد مناسبی داشت. یعنی در رابطه با کسب مهارت‌های مالی و اقتصادی و همچنین توانایی‌های تصمیم‌گیری درست و به موقع، ریاضی نقش برجسته‌ای دارد. در همین راستا، سول[۴] (۲۰۱۴، به نقل از «شورای ملی معلمان ریاضی[۵]»، ۲۰۱۱)، استفاده از مسائل مالیِ دنیای واقعی را در برنامهٔ درسی ریاضی مدرسه‌ای مهم دانسته و بر ایجاد ارتباط بین ریاضی، سواد عددی و سواد مالی، تأکید کرده است.

از این گذشته، از نظر «سازمان همکاری‌های توسعهٔ اقتصادی» اروپا، آموزش مالی یک فرآیند طولانی مدت است که گنجاندن آن در برنامهٔ درسی از پیش‌دبستانی و دبستان تا پایان پایهٔ ۱۲، به کودکان اجازه می‌دهد تا دانش و مهارت‌های لازم را برای شکل‌گیری رفتار مسئولیت‌پذیرِ مالی در هر مرحله از آموزش، کسب کنند. این موضوع به‌خصوص زمانی اهمیت می‌یابد که والدین به اندازهٔ کافی، برای آموزش‌های مربوط به پول آمادگی ندارند و سواد مالیِ اکثر افراد در جهان، پایین است.

طبق گزارش این سازمان، در آزمون اخیر «پیزا» (۲۰۱۵) که ۴۸۰۰۰ دانش‌آموز ۱۵ ساله از ۱۵ کشور در آن شرکت کردند، دانش و مهارت‌های نوجوانان در مورد مسائل پولی و امور مالیِ شخصی، مانند کار با حساب‌های بانکی و کارت‌های اعتباری، یا درک نرخ سود یک وام یا قبضِ پرداخت تلفن همراه، مورد ارزیابی قرار گرفت. نتایج این آزمون نشان داد که حدود $\frac{۱}{۴}$ این دانش‌آموزان، در تصمیم‌سازی‌های سادهٔ مخارج روزانه خود، ناتوانند و تنها $\frac{۱}{۱۰}$ آن‌ها قادرند مسائل پیچیده‌ای مانند «مالیات بر درآمد» را درک کنند.

هرچند که تاکنون در ایران چنین ارزیابی‌هایی صورت نگرفته، ولی با توجه به عدم وجود آموزش‌های مالی در برنامهٔ درسی مدرسه‌ای و جدی نبودن این موضوع از نظر سیاست‌گذاران، می‌توان پیش‌بینی کرد که عملکرد بالقوه دانش‌آموزان ایرانی در آزمون‌های مشابه، بالا نباشد. اگر این پیش‌بینی محقق شود، جا دارد که از ظرفیت‌های موجود در برنامهٔ درسی ریاضی مدرسه‌ای، جهت ارتقای توانمندی‌های مالی افراد به‌عنوان شهروندان جامعه، بهره برده شده و این جنبهٔ مغفولِ برنامهٔ درسی ریاضی، مورد بازبینی قرار گیرد و برای ایجاد سواد مالی در دانش‌آموزان دورهٔ ابتدایی، برنامه‌ریزی شود. در این صورت، می‌توان انتظار داشت که دانش‌آموزان از نظر سواد مالی، افرادی خواهند شد که توانایی رویارویی با مسائل مالی دنیای واقعی خود را دارند.

۳. سواد مالی

بر اساس تعریفی که «شبکهٔ بین‌المللی آموزش مالی[۶]» وابسته به «سازمان همکاری‌های توسعهٔ اقتصادی» ارائه داده، سواد مالی ترکیبی از آگاهی، دانش، نگرش و رفتار(های) ضروری، به‌منظور تصمیم‌گیری‌های درست مالی است تا در نهایت، منجر به رفاه مالی فرد شود. همچنین به گفتهٔ «انجمن ملی آموزشگران مالی[۷]»، سواد مالی به معنای «داشتن مهارت‌ها و دانشِ مسائل مالی به‌گونه‌ای است که فرد، با اعتماد به نفس اقدام مؤثری انجام دهد که به بهترین شکل، به اهداف شخصی، خانوادگی و جامعهِ جهانی، تحقق بخشد». این تعریف‌ها اگرچه با هم تفاوت‌هایی دارند، ولی فصل مشترک همهٔ آن‌ها این است که می‌توان سواد مالی را، توانایی فرد در به‌کارگیری آگاهانه دانش خود، برای اتخاذ تصمیم‌های درست مالی دانست.

۳-۱. سواد مالی و برنامهٔ درسی ریاضی

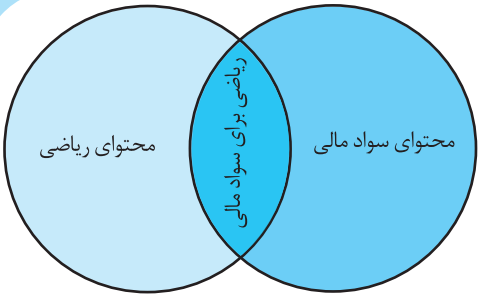
چگونگی رویارویی با مسائل دنیای واقعی، همواره از دغدغه‌های مهم انسان‌ها بوده است و بسیاری از آن‌ها، مدرسه را مهم‌ترین و گاهی تنها مرجع یادگیری در این زمینه دانسته و می‌دانند. به‌طور کلی، انتظار می‌رود کودکان از بدو ورود به مدرسه و شروع آموزش رسمی،

بتوانند رفتاری درست و متناسب، با موقعیت‌های مختلف داشته و تصمیم‌گیری‌های درست داشته باشند. به‌علاوه، دانش‌آموزان پس از اتمام دورهٔ آموزش رسمی مدرسه‌ای به‌عنوان شهروندان جامعه، نقش فعال‌تر و مؤثرتری را در محیط پیرامون خود، ایفا می‌کنند. با وجود این، چگونگی لحاظ کردن مهارت‌های ضروری شـــهروندی از جمله آمادگی افراد برای تصمیم‌گیری‌های مالی در برنامه‌های درسی مختلف از جمله ریاضی، یک سؤال کلیدی است که لازم اســـت به آن پرداخته شود. به گفتهٔ پیغامی و تورانـــی (۱۳۹۰)، مهارت‌های مورد نیـــاز هر فرد برای کسب مهارت‌های مالی و اقتصادی که تقریباً می‌توان آن را معادل سواد مالی دانست، ابعادی فراتر از چند موضوع اقتصادی دارد و شامل مهارت‌های زیر است:

- تفکر انتقادی و عمل نقادانه؛
- حل مسئله؛
- تصمیم‌گیری؛
- تفکر و استدلال تحلیلی.

در برنامهٔ درســـی ملی جمهوری اسلامی ایران نیز، انتظار می‌رود دانش‌آموزان در حوزه یادگیری ریاضی، با فرآیندهای ریاضی نظیر حل مسئله، مدل‌سازی، استدلال کردن، تفکر نقاد، اســـتدلال منطقی و تصمیم‌گیری و تصمیم‌سازی آشنا شده و در آن‌ها، مهارت یابند (برنامهٔ درسی ملی، ۱۳۹۰).

وجه مشـــترک بین مهارت‌های لازم برای کســـب «ســـواد مالی و اقتصادی» و درک و فهم «ریاضی» به حدی اســـت که می‌توان آن‌ها را در یک حوزه قرار داد (جنیفر، ویلیامز، بوش، پیترز و مک‌گاتها، ۲۰۱۵). بدین سبب آنان در کتاب «در مورد پول: فعالیت‌های ریاضی برای ایجاد سواد مالی»، به این مهم پرداخته‌اند. زیرا بستر مناسب برای آموزش‌های مالی را از طریق برنامهٔ درسی ریاضی، کارآمدتر می‌دانند، به‌خصوص مسائل مالی که



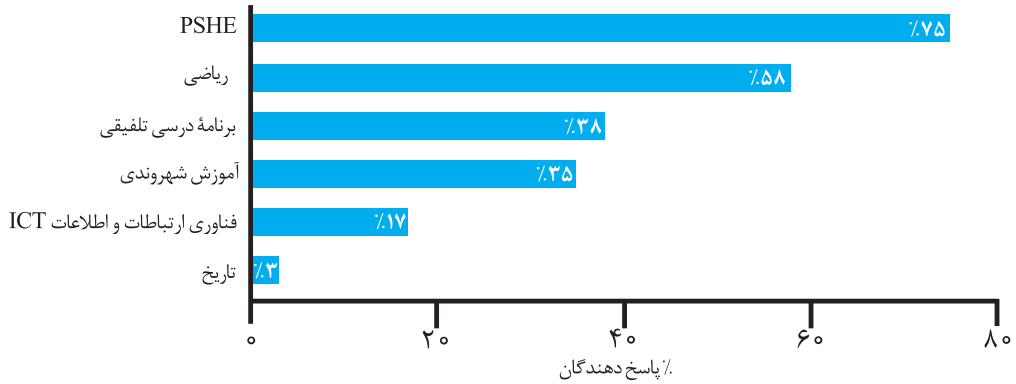
شکل ۱. ریاضی برای سواد مالی (FLC): فصل مشترک محتوای ریاضی و محتوای سواد ریاضی

در زندگی واقعی، افـــراد دائم به آن‌ها برخورد می‌کنند و برای تصمیم‌گیری‌های درست، به سواد ریاضی کافی برای حلشـــان، نیازمندند. علاوه بر این، برنامهٔ درســـی ریاضی رسمی کمک می‌کند تا دانش‌آموزان، از نعمت حضور معلم در موقع مواجه شدن با مشکلات ریاضی، بهره ببرند و مسئلهٔ خود را حل کنند.

در ایـــن کتاب همچنین، چهـــارده درس «ریاضی برای سواد مالی[۸]» شامل تلفیق موضوع‌هایی از ریاضی و سواد مالی، تدوین شده است تا مدلی از نحوه گنجاندن آموزش‌های مالی در برنامهٔ درسی ریاضی، ارائه دهد.

۳-۱-۱. آموزش مالی و برنامه درسی

در سال ۲۰۱۱، یک گروه پارلمانی چند حزبی[۹] در انگلستان، اقدام به تحقیقی در مورد سطح آموزش‌های مالـــی در مدارس ابتدایـــی و راهنمایی آن کشـــور، با عنوان «آموزش مالی و برنامهٔ درســـی» نمود تا سطح آموزش‌های مالی در مدارس انگلستان را ارزیابی کرده و نظر معلمان را در مورد نحوه گنجاندن آموزش مالی در برنامهٔ درسی، بررسی کند. در بین تمام معلمانی که در این پیمایش شرکت کردند، ۴۵٪ اعلام کردند که چنین آموزشی در مدارس آن‌ها اجرا می‌شود. معلمان در مورد جایگاه آموزش مالی در مدارس (سال ۲۰۱۱)، نظرشان



شکل ۲. موضوع‌های درسی که از طریق آن‌ها، آموزش مالی انجام می‌شود

این بود که ۷۵٪ آموزش مالی از طریق درس «شخصی، اجتماعی، سلامت و اقتصاد[10]» و ۵۸٪ از طریق برنامهٔ درسی ریاضی اجرا می‌شود (شکل ۲)

۳-۲. زمان مناسب برای شروع آموزش‌های مالی

پیغامی و تورانی (۱۳۹۰) بر این باورند که انسان، از سنین خردسالی شروع به تصمیم‌گیری‌هایی می‌کند که ماهیت اقتصادی دارند. ایشان در ادامه، ابراز می‌کنند که قدرت تفکر و استدلال اقتصادی، چارچوبی برای این تصمیم‌گیری‌هاست و تفکر انتقادیِ حاصل از آن، فرد را به نحوی تربیت می‌کند که در فرایند تصمیم‌گیری، غیر از توجه به اثرات کوتاه مدت تصمیم خود، اثرات بلندمدت و نتایج احتمالیِ غیرقابل پیش‌بینی و ناخواسته را نیز در نظر بگیرد. ایجاد این توانایی‌ها، فرصت آموزشی طولانی و مناسب را می‌طلبد که تنها چند سالِ دورهٔ متوسطه، برای آن کافی نیست. نتایج پیمایش‌های «جامپ استارت[11]» هم نشان داده که عملکرد ضعیف دانش‌آموزان دبیرستانی در آزمون‌های دانشِ امور مالی شخصی، حاکی از این واقعیت است که موکول کردن آموزش مفاهیم مدیریت پول به دوران دبیرستان، خیلی دیر است و لازم است که این آموزش، از دورهٔ ابتدایی شروع شود. حتی به نقل از شرادن و همکاران(۲۰۱۰)، بعضی پژوهشگران از جمله هارا و فریدمن (۱۹۹۰)، هولدن و همکاران (۲۰۰۹)، لائو (۱۹۹۸) و روس و همکاران (۲۰۰۵) تأکید کرده‌اند که اگرچه درک کودکان از مسائل مالی، پیش پا افتاده است، ولی مهم این است که توانایی درک مسائل مالی مختلف را در سنین خیلی پایین حتی از چهار سالگی نیز، دارند.

به گفتهٔ آنان، کودکان در شش سالگی، قادر به درک ابتدایی از مفهوم بانک، سپرده، برداشت و کنترل هزینه‌ها هستند؛ مفاهیمی که همگی به دانش و درک ریاضی، بستگی دارد (اوتو ۲۰۰۹). از این گذشته، شرادن و همکاران (۲۰۱۰، به نقل از فرنهام و آرگیل، ۱۹۹۸؛ هولدن، ۲۰۰۹ و رونالد- لوی، ۱۹۹۰)، اظهار نمودند که تحقیقات بین فرهنگی در کشورهای متعددی که انجام شده، نشان می‌دهند کودکانی که در زندگی اقتصادی مشارکت دارند و آموزش بیشتری دریافت می‌کنند، از همان اوان کودکی، نسبت به مفاهیم مالی، باهوش‌تر می‌شوند.

از این‌ها گذشته، در سیاست‌های مربوط به «سازمان همکاری‌ها و توسعه اقتصادی» (۲۰۰۶)، بر اهمیت آموزش مالی تحت عنوان «توصیه‌هایی در مورد اصول و شیوه‌های مناسب آموزش مالی و هوشمندی مالی» تأکید و توصیه شده است که آموزش مالی، از مدرسه شروع شده و تفاوت آن با مشاوره‌های تجاری، به‌صورت واضحی برای دانش‌آموزان، مشخص شود. در همین راستا، سویتر و مزاروس (۲۰۰۵) نیز از آموزش مالی به‌طور وسیع و از پیش‌دبستانی تا پایهٔ دوازدهم، دفاع کرده‌اند. آنان معتقدند که هرچقدر آموزش سواد مالی به تأخیر افتد، معلمان مجبورند که زمان بیشتری را صرف اصلاح اطلاعات نادرست دانش‌آموزان کنند. ایشان همچنین، ابراز نگرانی کرده‌اند که چون ممکن است تعداد زیادی از دانش‌آموزان تا قبل از اتمام دورهٔ دوم متوسطه، مدرسه را رها کنند، بهتر است این آموزش‌ها از دورهٔ ابتدایی شروع شوند تا آنان نیز بتوانند از آموزش‌های مالی، بهره‌مند شوند؛ آموزش‌هایی که برای هر نوع اشتغال و هر نوع تصمیم‌گیری شخصی مالی، بدان نیازمندند.

۳-۳. استانداردهای «آموزش مالی» در برنامهٔ درسی ریاضی مدرسه‌ای

نتایج مطالعات و فعالیت‌های گسترده‌ای که در حوزهٔ آموزش سواد مالی و اقتصادی در دنیا انجام شده، به تبیین استانداردهای متفاوتی برای آموزش سواد مالی و اقتصادی منجر شده است که اشتراک آن‌ها، زیاد بوده و اکثراً در یک راستا هستند. «سازمان همکاری و توسعه اقتصادی» به‌عنوان سازمانی پیشرو در تلاش برای آموزش امور اقتصادی، اقدام به انجام یک مطالعهٔ بین‌المللی در رابطه با آموزش مالی، با عنوان «بهبود سواد مالی[11]» نمود. خروجی این مطالعه، تهیهٔ اولین راهنمای عملی از فعالیت‌های مناسب، جهت آگاهی‌بخشی و آموزش امور مالی و چند پیشنهاد مشخص به دولت‌ها، شامل موارد زیر بود:

- دولت‌ها و تمام کسانی که دغدغهٔ آموزش عمومی را دارند، نسبت به ترویج آموزش مالیِ بی‌طرفانه، عادلانه و هماهنگ، تلاش کنند.
- زمان مناسب برای شروع آموزش مالی، سال‌های ابتدایی مدرسه است.
- ضروری است که آموزش مالی و توصیه‌های تجاری، از یکدیگر متمایز شوند و برای کارکنان مؤسسات مالی، دستورالعمل‌های اجرایی[12] تولید شده و توسعه یابند.
- لازم است برنامه‌های آموزش مالی، به‌طور

مشخص بر جنبه‌های مهم برنامه‌ریزی‌های زندگی مانند پس‌اندازهای معمولی[13]، بدهی، بیمه و بازنشستگی، متمرکز شود.

● سمت و سوی برنامه‌های آموزش مالی، ظرفیت‌سازی مالی در افراد بوده و روی آن‌ها، هدف‌گذاری شود.

۳-۳-۱. استانداردهای آموزش مالی توسط جامپ‌استارت

«جامپ استارت[14]»، یک مؤسسهٔ غیرانتفاعی و ائتلافی از چندین شرکت و مؤسسهٔ خصوصی و دولتی و دانشگاهی است که در سال ۱۹۹۷ در واشنگتن‌دی‌سی، با هدف آموزش امور مالی، بنیان‌گذاری شده است. این مؤسسه برای ایجاد سواد مالی، تلاش‌های علمی-آموزشی زیادی کرده و مجموعه‌ای از استانداردها را برای برنامهٔ درسی آن، تدوین نموده است. از نظر این مؤسسه، منظور از سواد مالی، توانایی فرد در به‌کارگیری مؤثر دانش و مهارت‌ها جهت مدیریت مؤثرِ منابع مالی برای داشتن امنیت مالی در طول عمر است. این مؤسسه در راستای دست‌یابی به اهداف آموزشی خود، اقدام به تدوین استانداردهای آموزش مالی از پیش‌دبستانی تا پایهٔ دوازدهم نموده است. از نظر «جامپ‌استارت»، «امور مالی شخصی» یک حوزهٔ چندرشته‌ای است و استانداردهای ارائه شده به این منظور، از حوزه‌های مختلفی از جمله ریاضی، اقتصاد، تجارت و علم مصرف‌کننده[15]، استخراج شده‌است (جامپ استارت، ۲۰۱۷). ولی با توجه به ارتباط نزدیک و وابستگی علوم دیگر به ریاضی، برنامهٔ درسی ریاضی یکی از بهترین بسترها برای آموزش سواد مالی در مدرسه است.

استانداردهای آموزش مالی که توسط «جامپ‌استارت» تدوین شده، در شش حوزه دسته‌بندی شده‌اند. این شش حوزه شامل «هزینه و پس‌انداز[16]»، «اعتبار و بدهی[17]»،

شرح دانش پیش‌دبستانی	شرح دانش تکمیلی پایهٔ چهارم	شرح دانش تکمیلی پایهٔ هشتم	شرح دانش تکمیلی پایهٔ دوازدهم
● افراد، پول محدودی برای هزینه کردن در اختیار دارند. ● گاهی پول خرج نکردن می‌تواند تصمیم درستی باشد. ● افراد، نیازهای متفاوتی دارند. ● نیازهای هر فرد، بسته به شرایط و موقعیت‌ها می‌تواند تغییر کند. ● پول، تنها یک بار می‌تواند خرج شود- بعد از خرید هر چیزی، فرد به پول بیشتری برای خرید چیزهای دیگر نیاز دارد. ● (گاهی) مردم بدون هزینه، برای یکدیگر کارهایی انجام می‌دهند.	● انتخاب‌های مالی که افراد انجام می‌دهند، دارای سود، هزینه و پی‌آمدهای آتی است. ● اولین گام برای دستیابی به اهداف مالی، شناسایی نیازها و رتبه‌بندی آن‌ها بر اساس اهمیت‌شان است. ● تصمیم‌گیری متفکرانه، می‌تواند به فرد کمک کند تا انتخاب‌هایی داشته باشد که بعدها از آن، پشیمان نشود. ● فرد می‌تواند قبل از تصمیم‌گیری، مزایا و معایب گزینه‌های جایگزین را مقایسه کند. ● اطلاعات در مورد کالاها و خدمات، از منابع مختلفی به دست می‌آید. ● تبلیغات، علاوه بر ارائهٔ اطلاعاتی در مورد کالا یا خدمات، شامل تلاش‌هایی به‌منظور متقاعد کردن مردم برای خرید آن نیز، هست.	● یک نمونه تصمیم‌گیری نظام‌مند شامل موارد زیر است: ○ شناخت موضوع و نتیجهٔ مطلوب؛ ○ مقایسهٔ جایگزین‌ها و نتایج (آن‌ها)؛ ○ انتخاب یک جایگزین؛ ○ اقدام؛ و ○ ارزیابی نتایج. ● هر تصمیمی برای خرج‌کردن، فرصتی برای هزینه کردن است. ● نگرش‌ها و ارزش‌ها، بر تصمیم‌گیری‌های مالی تأثیرگذارند. ● نکتهٔ کلیدی در رسیدن به رفاه مالی این است که کمتر از آنچه به دست می‌آورید، هزینه کنید. ● خریداران نباید به ادعاهای تبلیغاتی به‌عنوان تنها منبع اطلاعاتی در مورد کالاها و خدمات، تکیه کنند ● مصرف‌کننده‌های زیرک و باهوش، قبل از خرید، با استفاده از روش‌های مقایسه‌ای مانند جمع‌آوری قیمت‌ها و اطلاعات در مورد کیفیت جنسی که می‌خواهند بخرند، تصمیم می‌گیرند؛ علاوه بر اینکه در موقع خرید هم این کار را می‌کنند. ● اگر خریداران موقع خرید، با کالاها و خدمات مشکل پیدا کردند، ممکن است که از طریق شکایت رسمی، موضوع را پیگیری کنند.	● افرادی که از لحاظ مالی مسئولیت‌پذیرند، خود را در مقابل آیندهٔ مالی خویش، پاسخگو می‌دانند. ● شرایطی مانند بیماری، طلاق، تصادف و سایر حوادث زندگی، می‌توانند بر شرایط مالی فرد، تأثیرگذار باشند. ● به‌منظور مدیریت مالی کارامد، حفظ منظم مدارک، مهم است. ● زمانی که شرایط زندگی تغییر می‌کند، بازبینی دوره‌ایِ اقدامات و اهداف مالی، ضروری است. ● آگاهی مالی از طریق منابع متنوعی مانند کتابخانه‌ها، اینترنت، دوستان و مشاوران مالی حرفه‌ای، قابل دسترسی است. ● قراردادی که به درستی تدوین شده باشد، از (حقوق) هردو طرف قرارداد، حمایت می‌کند. ● وصیت‌نامه، یک اظهارنامه رسمی از چگونگی توزیع دارایی‌های فرد براساس خواستهٔ نهایی اوست. ● یک برنامهٔ جامع امور مالی شخصی شامل مؤلفه‌های زیر است: ○ اهداف مالی؛ ○ برنامهٔ هزینه و پس‌انداز (بودجه)؛ ○ برنامه‌ریزی برای مدیریت نقدینگی (گردش وجوه)؛ ○ برنامه‌ریزی برای سرمایه‌گذاری؛ ○ برنامه‌ریزی برای بیمه؛ ○ وضعیت نقدینگی، و ○ برنامه‌ریزی دارایی و وصیت‌نامه.

«اســـتخدام و درآمد[18]»، «سرمایه‌گذاری[19]»، «مدیریت ریسک[20] و بیمه» و «تصمیم‌گیری مالی[21]» هستند.

در صفحهٔ قبل و برای نمونه، استانداردهای تبیین شده در حوزهٔ «تصمیم‌گیری مالی»، در قالب جدولی شامل استانداردهای دانشـــی که اساس استانداردها و معیارهای آموزش این حوزه را تشکیل می‌دهد، با عنوان «بیانیهٔ دانش[22]»، ارائه می‌شود (جامپ‌استارت، ۲۰۱۷، چاپ چهارم، ص. ۳۴). البته باید توجه داشـــت که این نمونه، در ارتباط با روابط و قوانین مالی کشور دیگری تدوین شده است و هدف از عرضه آن، الگوبرداری نیست. هدف نشان دادن این است که منظور از سواد مالی در هر کشوری، ایجاد مهارت‌هایی در مردم آن است تا بر اســـاس روابط موجود، بتوانند تصمیم‌گیری‌های مالیِ قابل دفاعی بکنند تا هم به کســـی ضرر نرسانند و هم خود، متضرر نشوند.

پی‌نوشت‌ها

1. Organization for Economic Co-operation and Development: OECD
2. Program for International Student Assessment: PISA
3. Pisa Financial Literacy Questions and Answers
4. Sole
5. National Council of Teachers of Mathematics: NCTM
6. International Network on Financial Education: INFE
7. National Financial Educators Council: NFEC
8. Financial Literacy Mathematics: FLM
9. All-Party Parliamentary Group: APPG
10. Personal, Social, Health and Economic: PSHE
11. Improving Financial Literacy
12. Codes of Conduct
13. Basic Savings
14. Coalition for Personal Financial Literacy

جامپ‌اســـتارت، یک کتابخانهٔ آنلاین و گسترده در شهر واشنگتن دی‌سی اســـت که در واقع، مخزنی غنی (Clearning House) جهت جمع‌آوری و نگهداری منابع مربوط به «ســـواد مالی» برای آموزشگران، والدین، دانش‌آموزان و همهٔ مراجعان از اقشار مختلف اســـت. افراد می‌توانند منابع مورد نیاز خود را در ارتباط با «ســـواد مالی» شامل کتاب، بازی، طرح تدریس و موارد دیگر، در این مخزن بیابند.

15. Consumer Science
16. Spending and Saving
17. Credit and Debt
18. Employment and Income
19. Investing
20. Risk Management and Insurance
21. Financial Decision Making
22. Knowledge Statement

منابع

1. Jennifer, M.; Williams, B.; Bush, S. B.; Peters, S. A. & McGatha, M. B. (2015). On the money: Math activities to build financial literacy (eBook). NCTM.
2. National Standards for K-12 Personal Finance Education. 4th Edition (2nd Printing, 2017). Washington DC: Jump$tart Coalition for Personal Financial Literacy.
3. OECD. (2017). PISA Financial Literacy Questions and Answers; PISA. OECD Publishing.
4. OECD. (2003). The PISA 2003 Assessment Framework-Mathematics, Reading, Science and Problem Solving; Knowledge and Skills. Paris: OECD Publications.
5. Organization for Economic Cooperation and Development (OECD). (2006). The importance of financial education .Policy brief. Retrieved on 13 august 2018 from www.oecd.org/finance/financial-education/37087833.pdf
6. Otto, A, M. C. (2009). The Economic Psychology of Adolescent Saving. Doctoral thesis. Exeter, England: University of Exeter.
7. Sherraden, M. S.; Johnson, L.; Guo, B. et al.; Econ, J. F. I. (2011). Retrieved from https://doi.org/10.1007/s10834-010-9220-5. 32: 385.
8. Sole, M. A. (2014). Financial literacy: An essential component of mathematics literacy and numeracy. Journal of Mathematics Education; 5(2), 55-62. Teachers' College.
9. Suiter, M. & Meszaros, B. (2005). Teaching about saving and investing in the elementary and middle school grades. Social Education; 69(2), 92-95.
10. http://www.oecd.org/finance/financial-education-and-youth.htm
11. http://www.oecd.org/pisa/many-teenagers-struggle-to-understand-money-matters.htm
12. https://www.financialeducatorscouncil.org.
۱۳. فرودنتـــال، هانـــس. (۱۳۸۱). **ریاضی جدید یا آموزش جدید؟** مجلهٔ رشد آموزش ریاضی. شمارهٔ ۷۰، دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش‌وپرورش.
۱۴. پیغامـــی، عادل و تورانی، حیـــدر. (۱۳۹۰). **نقش برنامهٔ درسی اقتصاد در برنامهٔ تعلیم و تربیت رسمی و عمومی دنیا، ارائهٔ یک برنامهٔ عمل برای یک برنامهٔ درسی مغفول**. فصلنامهٔ نوآوری‌های آموزشی؛ شمارهٔ ۳۷، سال نهم.
۱۵. برنامهٔ درســـی ملی جمهوری اســـلامی ایـــران (۱۳۹۰)، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی.

تدریس توابع مثلثاتی؛ درس‌های برگرفته از تحقیق

کیت وبر، استادیار آموزش ریاضی دانشگاه راتگرز، نیوبرانزویک، نیوجرسی و عضو مرکز مرتبط کردن یافته‌های پژوهشی و تدریس
مترجمان: فرید حسینی، دبیر ریاضی مریوان
حمید فرهادی، دبیر ریاضی شهرستان سرواباد

اشاره

این بخش، شامل مقاله‌هایی است که یافته‌های پژوهشی را به گوش مخاطب معلم و آموزشگر ریاضی می‌رساند. مقاله‌هایی که در این بخش چاپ می‌شوند، باید ارتباط روشنی بین پژوهش و تدریس برقرار کنند. تصور ما از پژوهش، وسیع است؛ این پژوهش‌ها شامل یادگیری دانش‌آموزان، تفکر معلمان، نقش زبان در کلاس درس ریاضی، سیاست‌گذاری و اجرا در آموزش ریاضی، تکنولوژی در کلاس درس ریاضی، مطالعه‌های تطبیقیِ بین‌المللی و بیشتر از این‌هاست. مقاله‌های این بخش، بر ایده‌های مهمی متمرکز است و دربرگیرندهٔ متن‌های دقیق و روشن است تا بتوان از این طریق، یافته‌های پژوهشی برای معلمان در کلاس درس، معنا و مفهوم پیدا کند. هدف ما این است که این مقاله‌ها، بهانه‌ای برای بحث و گفتگو در دپارتمان و بین معلمان ریاضی دورهٔ متوسطه در گردهمایی‌های ایشان است. برای اطلاعات بیشتر، با افراد زیر تماس بگیرید.

Libby Knott, knott@mso.umt.edu
University of Montana, Missoula, MT 59812
Thomas A. Evitts, taevit@ship.edu
Shippensburg University, Shippensburg, PA 17257

مثلثات موضوع مهمی در برنامهٔ درسی ریاضیات دبیرستان است، به‌طوری‌که از همان ابتدا، یکی از موضوع‌های برنامهٔ درسی ریاضیات دبیرستانی بوده و به صورت معناداری، استدلال‌های نموداری، هندسی و جبری را به هم پیوند می‌دهد. بدین سبب، مثلثات می‌تواند یک موضوع مهم قبل از آموزش حسابان در مدرسه باشد، همچنین می‌تواند پیش‌نیاز مناسبی برای درس‌های سال اول دانشگاه در ارتباط با فیزیک نیوتنی، معماری، نقشه‌برداری و مهندسی باشد. ولی متأسفانه، بسیاری از دانش‌آموزان دبیرستانی، با این نوع استدلال‌ها، مأنوس نیستند (بلَکت و تال[1]، ۱۹۹۱) و برای آن‌ها از همان ابتدا، یادگیری توابع مثلثاتی توأم با دشواری‌هایی است.

مثلثات دانش‌آموزان را با چالش‌هایی مواجه می‌کند که قبلاً تجربه نکرده بودند: آن‌ها باید نمودارهای مثلث‌ها را با روابط عددی مرتبط کنند و با نمادهای موجود در این روابط، دست‌ورزی کنند. علاوه بر این‌ها به‌طور معمول، توابع مثلثاتی جزو اولین توابعی هستند که دانش‌آموزان، نمی‌توانند مقادیر آن‌ها را مستقیماً با انجام اعمال حسابی، به‌دست آورند. با وجود اهمیت مثلثات و دشواری‌های بالقوه‌ای که دانش‌آموزان در یادگیری آن دارند، تحقیقات نسبتاً اندکی در این حوزه، انجام شده است. این مقاله، درس‌های برگرفته شده از تحقیق‌هایی است که به بررسی یادگیری و تدریس توابع مثلثاتی پرداخته‌اند (وبر، ۲۰۰۵). این تحقیق، مشکلاتی را که

دانش‌آموزان در درک توابع مثلثاتی دارند، ارائه می‌دهد و راهبردهای امتحان شـــده‌ای را برای تدریس مثلثات پیشـــنهاد می‌کند تا به دانش‌آموزان، در رفع مشکلات یادگیری مثلثات، کمک کند.

کلید واژه‌ها: توابع مثلثاتی، تدریس مثلثات

توابع مثلثاتی به‌عنوان «نسبت» و «تابع»

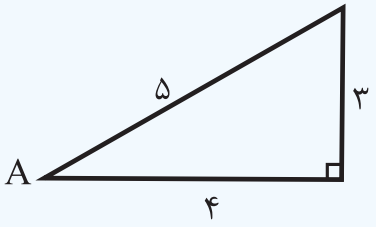
منظور از درک یک تابع مثلثاتی چیســـت؟ دقیقاً مانند عملیات «محاسبهٔ جذر یک عدد یا محاسبهٔ مکعب آن» که می‌توان آن‌ها را اعمالی تصور کرد که روی اعداد اعمال می‌شوند، واژه‌های «سینوس، کسینوس و تانژانت» را نیز می‌توان اعمالی تصور کرد که روی زاویه‌ها اعمال می‌شوند.

توابع مثلثاتی را می‌توان از دو جنبه مورد بررســـی قرار داد. اول به‌عنوان نســـبت‌هایی که می‌توان از یک مثلث قائم‌الزاویه برچسب‌گذاری شده یافت.

مثلاً، دانش‌آموزان می‌توانند از «درک- نســـبت» توابع مثلثاتی، برای یافتن $\sin(A)=\frac{3}{5}$ استفاده کنند (شکل ۱).

دانش‌آموزان به کمک «درک- نسبت» از سینوس و کسینوس و با استفاده از ماشین‌حساب، قادرند طول‌های مجهول (a,b) از مثلث داده شـــده را بیابند (شکل ۲). واضح است که چنین درکی از مثلثات، مفید و کاربردی است. چه بسا برای حل مسائل کلامی گوناگون و انجام تکلیف‌های دیگر، کافی باشـــد. به‌عنـــوان مثال، یافتن مجموع بردارها در فیزیک به این نوع استدلال مثلثاتی نیازمند است. با این حال، «درک- نسبت» نیز محدود اســـت. «اصول و استانداردهای ریاضیات مدرسه‌ای» بر این نکته تأکید دارد که درک یک عمل، شامل توانایی تخمین نتیجه‌ای از آن عمل نیز هســـت (شورای ملی معلمـــان ریاضی آمریـــکا، ۲۰۰۰، صـــص. ۳۲ و ۳۳). به‌عنوان نمونه، درک کسرها مستلزم دانستن این است که $\frac{7}{8}+\frac{13}{12}$، تقریباً برابر دو است. زیرا هر کسر، تقریباً برابر یک است.

«درک- نســـبت» به خودی خود، دانش‌آموزان را قادر نمی‌کند $\sin 15$ را تقریب بزنند. زیرا با این رویکرد، تنهـــا زمانی می‌توان آن را یافت که دو ضلع یک مثلث قائم‌الزاویه با زاویهٔ ۱۵، داده شده باشد. همچنین درک سینوس به‌عنوان نسبت، دانش‌آموزان را قادر نمی‌کند که تعیین کنند در کدام ربع، ســـینوس صعودی است یـــا بتوانند نمودار $\sin 2x$ را رســـم کنند. در حقیقت، بســـیاری از مسائل مربوط به حســـابان مانند تعیین مشتق $\sin x$، با تنها درک نسبیتی از مثلثات، چندان بامعنی نیستند.



شکل ۱: یک مثلث قائم‌الزاویه نام‌گذاری شده

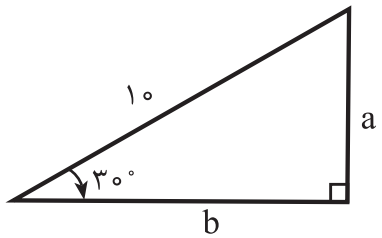
به‌خصـــوص دانش‌آمـــوزان برای انجـــام بعضی از تکلیف‌های مثلثات، به درک تابعی از مثلثات، نیاز دارند (وبـــر، ۲۰۰۵). به این معنا که بـــرای فهمیدن اعمال مثلثاتی مانند سینوس، باید آن را فرایندی تصور کنند که هر زاویه به‌عنوان یک ورودی در نظر گرفته شـــده و نگاشت آن، یک عدد حقیقی می‌شود.

دانش‌آموزان برای درک یک عمل مثلثاتی به‌عنوان تابع، نیازمند درک فرایندی هســـتند کـــه از آن، برای محاســـبهٔ مقدار تابع هر زاویه داده شده، استفاده کنند. آن‌ها باید قادر باشند نتیجهٔ تقریبی آن روش را تخمین بزنند و در مورد ویژگی‌های نتیجه عمل استدلال کنند، بدون اینکه در واقع، گام‌های فرایند را انجام دهند.

تدریس سنتی عملیات مثلثاتی

اغلب در آموزش رویه‌ای مثلثات، مهارت‌های مداد- کاغذی به مثابهٔ درک عمیق آن تصور شده است (هرش، وِینهولـــد و نیکولز[۲]، ۱۹۹۱). بررســـی از چندین کتاب درســـی جبر، مثلثات و هندسه پر استفاده دبیرستانی نشـــان داد که اعمال مثلثاتی، ابتدا به‌عنوان «نسبت» تدریس می‌شود (به‌عنوان نمونه در یک مثلث نامگذاری شده، $\sin\alpha$ به‌صورت $\frac{y}{r}$ یا به‌صورت «مقابل» بر «وتر» تعریف می‌شود. سپس از دانش‌آموزان خواسته می‌شود تا به کمک نسبت‌ها، تکلیف‌هایی مانند مسائل پیشنهادی در شـــکل‌های (۱) و (۲) را انجام دهند و بعد، مســـائل کلامی را حل کنند (هالووِل، شولتز و الِیس[۳]، ۱۹۹۷).

در ایـــن کتاب‌ها، بعد از اینکه بخش‌های زیادی به این امر اختصاص داده شده، آن‌گاه مدل دایرهٔ واحد توابع مثلثاتی، معرفی می‌شود. در این مرحله، از دانش‌آموزان خواســـته شـــده که اعمال یک فرایند را بـــرای یافتن سینوس و کسینوس یک زاویهٔ خاص، «تجسم کنند» (ماننـــد دوران به اندازهٔ r واحد روی دایرهٔ واحد و یافتن عرض و طول نقطهٔ توقف.)



شکل ۲: یک مثلث قائم‌الزاویه با یک زاویه و یک ضلع داده شده و دو ضلع مجهول

بـــا این حال، به دانش‌آمـــوزان فرصت به کار بردن فرایند داده نشده است.

تمرین‌های این کتاب‌ها، به ندرت نیازمند فرایندی همراه با درک عملیات مثلثاتی است و در عوض، بیشتر آن‌ها نیازمند درک مفهوم «نسبت» از اعمال مثلثاتی، یا به کار بردن تکنیک‌های جبری هستند. بدین سبب بعضی محققان خاطرنشان ساخته‌اند که تدریس مثلثات مبتنی بر مفهوم «نسبت»، بر درک توابع مثلثاتی به‌عنوان نسبت، تأکید می‌کند و دانش‌آموزان را قادر نمی‌سازد تا آن‌ها عملیات مثلثاتی را به‌عنوان تابع درک کنند (کِندال و استیسی[۴]، ۱۹۹۷).

تأثیر تدریس سنتی بر درک دانش‌آموزان از عملیات مثلثاتی

برای بررسی فهم دانش‌آموزان از عملیات مثلثاتی، مطالعه‌ای در یک کلاس با ۳۱ دانش‌آموز انجام دادم که در حال اتمام یک درس پیش‌نیاز در یک مؤسسهٔ آموزش عالی بودند. من از دانشـــجویان خواستم که بدون استفاده از ماشین‌حساب، در یک آزمون شرکت کنند. سپس چهار نفر از آن‌ها را برای مصاحبه دعوت کردم. معلم کلاس که در مطالعه دخیل نبود، تدریس خود را سنتی توصیف کرد و اظهار نمود که بخش‌های زیادی از کتاب درســـی را به صورت ســـخنرانی و با تأکید بر گســـترش توانایی‌های رویه‌ای دانشجویان- همان‌طور که کتاب درســـی بر آن روال تنظیم شده- تدریس کرده اســـت. منبع تدریس مدرس این درس، توسط لِیال، هورنزبی و اشنایدر[۵] (۲۰۰۱) تألیف شده و ساختارش مشابه کتاب‌های متداولی بود که به آن‌ها اشاره شد.

نتایـــج کامـــل و روش انجام این مطالعـــه، در وبر (۲۰۰۵) آمده است. هدف این مقاله، نشان دادن فهم محدود دانش‌آموزان از توابع مثلثاتی، پس از اتمام یک نیم سال درس پیش‌نیاز مثلثات است.

دو سؤال از آن‌هایی که پرسیده شد چنین بود:

۱. $\cos 340$ را تقریب بزنید.

۲. برای کدام مقادیر x، $\sin x$ نزولی است؟ چرا؟

تنها شش نفر از ۳۱ دانشجوی این کلاس، توانستند $\cos 340$ را عددی بین نیم و یک برآورد کنند. نه نفر نیز به درستی بیان کردند که $\sin x$ برای $90 < x < 270$، نزولی اســـت و شش نفر هم توضیح قانع‌کننده‌ای برای درستی این مطلب ارائه دادند. نتایج این مطالعه نشان داد که این دانشجویان، در درک توابع مثلثاتی با مشکل مواجه بودند.

مصاحبه با زیرمجموعه‌ای از دانشجویان، برخی از دلایل این مشکل را آشـــکار نمود. در زیر، بخش‌هایی از متن‌های پیاده شده مصاحبه‌ها را ملاحظه می‌کنید (اسامی همهٔ دانشجویان، مستعار است).

مصاحبه‌کننده: به بیان خودتان، مفهوم $\sin x$ را توضیح دهید.

استیو: یافتن سینوس، بستگی به مسئله‌ای دارد که به من داده شـــده است. مثلاً اگر یک مثلث به من داده شده باشد، y را بر r تقسیم می‌کنم. اگر یکی از زاویه‌های خاص مانند ۳۰، ۴۵ یا ۶۰ به من داده شـــده باشـــد، مقدار ســـینوس را حفظ می‌کنم. اگر با مسائل دیگری مواجه شـــوم، با زاویه‌های مرجـــع یا فرمول‌هایی نظیر $\sin\alpha + \cos\alpha = 1$ [نادرســـت]، آن را حـــل می‌کنم. یعنی پیدا کردن جواب، بستگی به این دارد که مسئله چگونه بیان شده است.

مصاحبه‌کننده : در مـــورد $\sin 170$ چه چیزی می‌توانی بگویی؟ می‌توانی یک عدد تقریبی به من بدی؟

استیو: نه ... من به مثلث نیاز دارم. شاید اگر برخی از مقادیر ســـینوس زاویه‌های دیگر یا مثلاً $\cos 170$ را به من بدهید، بتوانم مقدار سینوس را بیابم. در غیر این صورت، نیاز به ماشین‌حساب دارم.

پاســـخ‌های اســـتیو، نمونه‌ای معرف از پاسخ‌های چهار دانشجویی بود که با آن‌ها مصاحبه کردم. به نظر می‌رسید که استیو، سینوس و کسینوس را به عنوان الگوریتمی (بر مبنای نسبت‌ها یا مهارت‌های جبری) با داشتن اطلاعاتی مانند مثلث قائم‌الزاویه نام‌گذاری شده، تصور می‌کند. بدون چنین اطلاعاتی، استیو جز در موارد خاص، نمی‌توانســـت تصـــور کند که چگونه عملیات محاسبهٔ سینوس و کسینوس را بر روی یک زاویـــه، انجام دهد. (به دلیل اینکه نمونه مورد مطالعه به یک کلاس محدود می‌شـــد، نتایج آن، نباید به‌طور نامناسب، تعمیم داده شود.)

رویکردی جایگزین به تدریس مثلثات

رویکرد پیشنهادی به آموزش مثلثات، بر این ایده استوار است که اعمال مثلثاتی مانند سینوس، به‌عنوان فرایندی هندسی آموخته شود. یک فرایند برای محاسبهٔ سینوس عبارت است از رسم کردن یک دایرهٔ مثلثاتی به کمک نقاله در صفحهٔ مختصات دکارتی به مرکز مبدأ (محل تقاطع محورها) و شعاع واحد، به گونه‌ای که زاویهٔ مورد نظر، بین نیمه مثبتِ محور x و شعاع دایره است. با مشخص کردن محل برخورد شعاع و دایره، عرض یا بلندی محل تقاطع، مشخص می‌گردد. تحقیقات اخیر در آموزش ریاضی بر این نکته تأکید دارد که دانش‌آموزان/ دانشجویان، بدون تجربهٔ به‌کار بردن واقعی یک فرایند در عمل، به سختی می‌توانند آن را تصور کنند. در عوض، دانش‌آموزان ممکن است پس از به کار بردن یک فرایند و بازتاب بر عملِ انجام شده - یعنی به‌کارگیری آن فرایند- فهمشان را از این فرایندها، عمیق‌تر کنند (تال و همکاران، ۲۰۰۰).

در اینجا، تدریسی را شرح می‌دهم که برای آموزش مثلثات در یک درس پیش‌نیاز دانشگاهی طراحی و اجرا کردم (یک نمونه از این طراحی، در پیوست آمده است). برای اینکه دانشجویان را درگیر فعالیت محاسبهٔ سینوس و کسینوس کنم، به هر کدام، یک نقاله و یک دایرهٔ مثلثاتی واحد دادم که روی کاغذ شطرنجی رسم شده بود که در صفحهٔ مختصات دکارتی مدرج، هر ده نقطهٔ علامت زده شده، یک واحد را تشکیل می‌داد. سپس روشی را برای محاسبهٔ سینوس و کسینوس توضیح دادم که با استفاده از نقاله و رسم یک زاویه که رأس آن در مبدأ مختصات، یک ضلع آن در امتداد محور xها و ضلع دیگر آن، جایی باشد که دایره را قطع می‌کند. آن‌گاه به کمک نشانه‌گذاری، طول و عرض نقطهٔ تقاطع تخمین زده شد. این روش در برگه‌هایی که قبل از تدریس به آن‌ها داده بودم، به‌طور کامل توضیح داده شده بود.

دانشجویان به‌صورت گروهی، روی فعالیت‌هایی که به آن‌ها داده بودم کار می‌کردند. در این فعالیت‌ها، آنان مقدار سینوس و کسینوس زاویهٔ داده شده را به کمک این روش، محاسبه نمودند. هنگام انجام فعالیت، بین دانشجویان حرکت می‌کردم تا به سؤال‌های آن‌ها پاسخ دهم و مطمئن شوم که این روش را، درست به کار می‌برند.

بعد از انجام این فعالیت، از دانشجویان خواستم تا مقدار سینوس و کسینوس برخی زاویه‌ها را به کمک این روش، اما بدون به کار بردن آن، تخمین بزنند. به‌طور مثال، آن‌ها توانستند $\sin 270$ را با دریافتن اینکه قسمت پایین محور yها در چه نقطه‌ای دایره واحد را قطع کرده است، محاسبه نمایند. همچنین از دانش‌آموزان خواستم در مورد خروجیِ این روش، بدون به‌کارگیری آن، قضاوت کنند. به‌عنوان نمونه، از آن‌ها خواستم تا تعیین کنند که کدام یک از مقادیر $\sin 23$ و $\sin 37$، بزرگ‌تر است. این فعالیت‌ها به آنان کمک کرد که بتوانند در مورد فرایندها استدلال کرده و در مورد مقادیر سینوس و کسینوس، بدون طی کردن تمام گام‌ها، قضاوت کنند.

در طول کلاس، از چنین درس‌هایی حین تدریس استفاده کردم. به‌طور مثال، دانشجویان یاد گرفتند که سینوس، کسینوس و تانژانت زاویه‌ها را با ساختن یک مثلث قائم‌الزاویه روی صفحهٔ دکارتی، اندازه‌گیری طول اضلاع آن و محاسبهٔ نسبت‌ها، محاسبه کنند. زمانی‌که دانشجویان این روش را فهمیدند، آن‌ها می‌توانند فعالیت‌هایی نظیرآنچه که در شکل (۱) آمده را، انجام دهند.

اما درک دانشجویان از توابع، محدود به استدلال به کمک نمودارها نبود. زیرا آن‌ها هر زمان که لازم بود، خودشان می‌توانستند این نمودارها را بسازند، طوری که گویی، شخصی مثلث را برایشان ساخته و اندازهٔ ضلع‌ها را به آن‌ها داده است. هنگام مطالعهٔ زاویه‌های مرجع، از دانشجویان خواسته شد تا زاویهٔ مطلوب را رسم نموده، زاویهٔ مرجع مناسب را پیدا کرده و سپس سینوس و کسینوس زاویه را با نگاه کردن به آن، محاسبه کنند. زاویهٔ مرجع به زاویه‌ای گفته می‌شود که زاویهٔ داده شده با محور xها می‌سازد و همواره از 90° کمتر است. توصیف بیشتر این استدلال در وبر (۲۰۰۵) آمده است.

در پایان این کلاس جدید نیز مانند همان کلاسی که روش تدریس مثلثات، مبتنی بر آموزش سنتی و سخنرانی- محور بود که قبلاً توضیح دادم، یک آزمون قلم- کاغذی مشابه از دانشجویان گرفتم. در این آزمون، از ۴۰ نفر که در کلاس بودند، خواستم که $\cos 340$ را تخمین بزنند. نکتهٔ جالب این بود که ۳۷ نفر از ۴۰ نفر، تخمینشان عددی بین ۰/۵ و ۱ بود. وقتی هم که سؤال را برای مقادیری که $\sin x$ نزولی بود پرسیدم، ۳۴ نفر پاسخی دقیق و ۳۲ نفر توجیه قابل قبولی ارائه دادند.

بر مبنای مقایسهٔ پاسخ‌های دانش‌آموزان، با چهار دانش‌آموزی که از توانایی‌های متنوعی برخوردار بودند (یکی بسیارخوب، دو نفر متوسط و یکی که در یادگیری

مثلثات مشـــکل داشـــت) و پاسخ‌هایشـــان، معرفی از پاسخ‌های سایر دانشجویان بود مصاحبه کردم. هر چهار مصاحبه‌شونده، قادر بودند خصوصیات تابع سینوس را با استدلال، در مورد فرایند محاسبهٔ سینوس توضیح دهند. دو گزیده از این مصاحبه‌ها، در زیر آمده است.

مصاحبه‌کننده: چرا $\sin x$ تابع است ؟

جان: زیرا برای ... هـــر زاویه ... برمی‌گردد به دایره واحد، اگر شما برای سینوس هر مقداری بگذارید، فقط در یک نقطه قطع می‌کند. هر زاویه، فقط به یک زاویه مربوط می‌شود، دایرهٔ واحد را در یک نقطه قطع می‌کند. آن نقطه هم یک مقدار بر روی محور yها دارد. آن نقطه، یک و فقط یک مقدار برای y خواهد داشت.

لازم است توجه شود که جان، برای توجیه اینکه چرا سینوس یک خاصیت مشخص دارد، به فرایند محاسبهٔ ســـینوس رجوع کرد. سه نفر مصاحبه‌شونده دیگر نیز، پاسخ‌های مشابهی داشتند. نکته ارزشمند دیگر این بود که هیچ کدام از چهار مصاحبه‌شونده کلاسی که به روش سنتی مثلثات تدریس شد، نتوانستند دلیلی برای تابع بـــودن $\sin x$ بیاورند. حتی بعد از اینکه به آن‌ها گفته شد که عملی تابع است که به ازای هر ورودی، فقط یک خروجی داشته باشد.

در گزیدهٔ زیر، اریکا قادر بود که با برداشـــتی که از فرایند محاســـبهٔ سینوس داشـــت، مقدار $\sin ۱۷۰$ را تخمین بزند.

مصاحبه کننده: در مـــورد مقدار $\sin ۱۷۰$ چه چیزی می‌توانی بگویی؟ آیا می‌توانی تقریبی از این مقدار بدهی؟

اریکا: جواب باید ... ۰/۱ باشه.

مصاحبه‌کننده: حدس خوبیـــه. چطوری به این جواب رسیدی؟

اریکا: به کمک نقاله، زاویه ۱۷۰° را تصویر کردم تا ببینم کجا، دایره را قطع می‌کند.

مصاحبه‌کننده: فهمیدم. چطوری فهمیدی که در ۰/۱ قطع می‌کند؟

اریکا: [نموداری رســـم کرد]: درســـت اینجا قطع می‌کنه [نقطهٔ برخورد را مشخص کرد.]

در اینجا، اریکا توانســـت نشـــان دهد که چگونه از دانســـته‌هایش در مورد فرایندِ به کارگرفته در محاسبهٔ ســـینوس ایده گرفت تا مقدار $\sin ۱۷۰^\circ$ و سینوس هر زاویهٔ دلخواه دیگری را، به دقت و سرعت، تقریب بزند.

این نتایج، تنها برگرفته از کلاســـی است که خودم تدریـــس کـــردم و از ایـــن رو، این امر مهم اســـت که تعمیم‌های نامناسبی از آن‌ها، داده نشود. اما این نتایج، نشان می‌دهد که رویکرد هندسی به مثلثات، می‌تواند در توســـعهٔ فهم یادگیرندگان از عملیات مثلثاتی، مؤثر باشد و پیشنهاد استفاده از این رویکرد در سایر کلاس‌ها می‌شود.

بحث

یافته‌های این تحقیق نشـــان می‌دهد که رویکرد هندسی به تدریس مثلثات بر خلاف رویکردهای سنتی، می‌توانـــد دانش‌آموزان را به فهم و درک اعمال مثلثاتی به مثابه یک تابع، هدایت کند. در این مقاله، وجوه تمایز این رویکرد را از روش‌های متداولی که در بســـیاری از کتاب‌های درسی دبیرستان رایج است، توضیح دادم. اول، تأکید این رویکرد جایگزین، بر انجام دادن فرایند هندسی برای محاسبهٔ سینوس، کســـینوس و تانژانت، به‌صورت عملی اســـت. در حالی‌که بررسی من از روش‌های ارائه شده در چندین کتاب درسی دبیرستانی و دانشگاهی، معلوم نمود که بیشتر آن‌ها، بر فرایند (استفاده از دایرهٔ مثلثاتی)، تنها به‌صورت گذرا اشـــاره کـــرده بودند. در آن کتاب‌ها، بیشـــتر پرســـش‌هایی که از دانش‌آموزان/ دانشجویان خواسته شـــده بود تا آن‌ها را کامل کنند، تقریباً همیشه به شرطی قابل تکمیل هستند که اعمال مثلثاتی، به‌عنوان نسبت در نظر گرفته شوند. دوم اینکه در این رویکرد جایگزین، از دانش‌آموزان/ دانشـــجویان خواسته می‌شود که ابتدا، فرایندها را به صورت فیزیکی انجام دهند و بر عملی که انجام داده‌اند، بازتاب داشـــته باشند. درحالی که کتاب‌های درسی بررسی شده، هیچ کدام از این دو وجه را ارائه نداده‌اند.

یافته‌های این مطالعه، تمایل زیادی در پژوهشـــگر ایجاد نمود که دایرهٔ واحد/ مثلثاتی، نقش برجســـته‌ای در درک بهتر دانش‌آموزان/ دانشـــجویان داشته و دلیل عملکرد خوب آنـــان در رویکردی اســـت که به‌عنوان جایگزین معرفی شد. اما در یک مطالعه که در مقیاس کلان و توسط کندال و استیسی (۱۹۹۷) انجام شد، دو گروه دانش‌آمـــوزان که با مدل مثلث قائم‌الزاویه و مدل دایرهٔ واحد/ مثلثاتی آموزش دیده بودند، با هم مقایسه شـــدند. پژوهشـــگران دریافتند که عملکرد گروه اول، به‌طور چشـــمگیری بهتر از گروه دوم بود. این یافته به وضوح، بیانگر این اســـت که تدریس اعمال مثلثاتی به کمک دایرهٔ مثلثاتی به تنهایی، تضمین‌کنندهٔ یادگیری اصولی مثلثات نیست. در هر حال در مدل استفاده شده

برای تدریـــس این اعمال، دادن فرصت به دانش‌آموزان که سینوس و کسینوس را به‌صورت فرایند درک کنند، بسیار مهم است.

اگر به دانش‌آموزان این فرصت داده شـــود تا به‌طور عملی، فرایند هندســـی را بـــه کار ببرنـــد و روی آن تأمل کنند، می‌فهمند که این اعمال، بســـیار مؤثرتر از آن اســـت که فقط به کمک مثلث قائم‌الزاویه، آموزش داده شـــود. جنبهٔ جذاب رویکرد هندسی این است که اجرای آن، نیازمند تغییـــر افراطی در فرایند تدریس و کلاس را ندارد. به عبارت دیگر، اســـتفاده از این رویکردِ جایگزین، تکنولوژی خاص یا تدریس با کارورزی خاصی را نمی‌طلبد. اجرای ایده‌های توضیح داده شـــده در این مقاله، به معلمان شاغل، فرصتی برای ایجاد یک محیط یادگیری فعال، مشارکتی و عملی می‌دهد و دارای یک توان بالقوه اســـت که به دانش‌آموزان در درک مفاهیم مثلثاتی، کمک کند.

پی‌نوشت‌ها

1. Blackett & Tall
2. Hirsch, Weinhold & Nicholas
3. Hollowell, Shoultz & Ellis
4. Kendal & Stacy
5. Lial, Hornsby & Schneider

منابع

1. (NCTM), N. C. (2005). *Principles and standards for school Mathematics*. Reston: VA: NCTM.
2. 1. (NCTM), (2000). *Principles and standards for school Mathematics*. Reston: VA: NCTM.
3. Blackett, N. D. & Tall, D. O. (1991). Gender and the versatile Learning of Trigonometry Using Computer Software. *In Proceedings of the 15th Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education 1*, (pp. 51-144). Assisi,Italy.
4. Hirsch, C. R., Weinhold, M. & Nichols, C. (1991). Trigonometry Today. *Mathematics Teacher* 84,No. 2, 98-106.
5. Hollowell, K. A., Schoultz, J. E. & Ellis, W. (1997). *HRW Geometry*. Austin, TX:Holt, Rinehart , and Winston.
6. Kendal, M. & Stacey k. (1997). Teaching Trigonometry. *Vinculum* 34, No. 2, 4-8.
7. Lial, M. L., Hornsby, J. & Schneider, D. I. (2001). *College Algebra and Trigonometry*. Menlo Park, CA: Addision Welesley.
8. Tall, D. O., Thomas, M., Davis. G., Gray, E. & Simpson, A. (2000). What Is the Object of the Encapsulation of a Process? *Journal of Mathematical Behavior* 18, No. 2, 1-19.
9. Weber, k. (2005). Students'Understanding of Trigonometric Functions. *Mathematic Education Reseach Journal* 17, No. 3, 94-115.

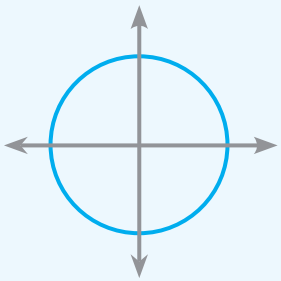
منبعی که ترجمهٔ آن ارائه شده، مقاله زیر است:

Weber, Keith. (2008). Teaching Trigonometric Functions: lessons Learned from Research. Mathematics Teacher; Vol. 102, No. 2; 144- 155. National Council of Teachers of Mathematics: NCTM.

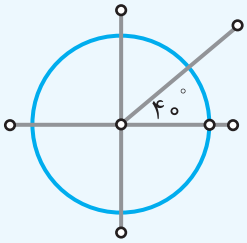
پیوست

محاسبهٔ سینوس و کســـینوس با استفاده از دایرهٔ واحد (مثلثاتی)

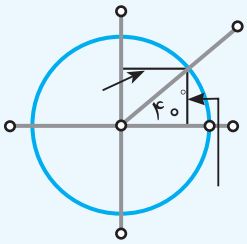
۱. یک دایرهٔ واحد در یک صفحهٔ مختصات دکارتی، رســـم کنید. شـــعاع دایرهٔ واحد ۱ و مرکـــز آن، مبدأ مختصات است.



۲. با استفاده از پرگار، یک زاویه در ربع اول بسازید که یک ضلعش، محور xها باشد. در این شکل، یک زاویهٔ ۴۰ درجه نشان داده شده است.



۳. نقطهٔ تقاطع شـــعاع را با زاویه‌ای که الان رســـم کردید، مشخص کنید تا دایرهٔ واحد و زاویه، کامل شوند. با استفاده از خط‌کش یا کاغذ شطرنجی، مختصات نقطهٔ تقاطع را پیدا کنید. طول نقطه (مقدار x)، کســـینوس زاویه‌ای است که رسم کردید و عرض نقطه (مقدار y)، سینوس آن زاویه است. در این حالت، سینوس زاویهٔ ۴۰ درجه حدود ۰/۶۵ و کسینوس زاویه ۴۰ درجه، حدود ۰/۷۵ است.



تمرین‌های کلاسی

۱. مقدار سینوس و کسینوس زاویه‌های زیر را با استفاده از خط‌کش و پرگار، به دست آورید.

الف) سینوس و کسینوس زاویهٔ ۳۰ درجه

ب) سینوس و کسینوس زاویهٔ ۱۷۰ درجه

پ) سینوس و کسینوس زاویهٔ ۱۲۰ درجه

ت) سینوس و کسینوس زاویهٔ ۲۶۰ درجه

ث) سینوس و کسینوس زاویهٔ ۸۰ درجه

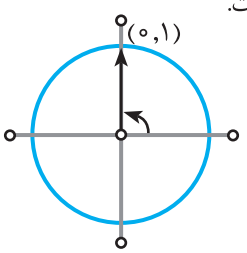
ج) سینوس و کسینوس زاویهٔ ۳۲۵ درجه

۲. بدون محاسبهٔ دقیق (یعنی بدون استفاده از خط‌کش و پرگار)، مقدار سینوس و کسینوس زاویه‌های زیر را به دست آورید.

برای شروع، اولین را خودم انجام می‌دهم.

الف) سینوس و کسینوس زاویهٔ ۹۰ درجه (نمودار زیر را نگاه کنید.)

توضیح: یک زاویهٔ ۹۰ درجه، زاویهٔ قائمه است. من یک زاویهٔ ۹۰ درجه داخل یک دایرهٔ واحد رسم می‌کنم. این زاویه، دایرهٔ واحد را در بالای دایره قطع می‌کند. مختصات نقطهٔ تقاطع، (۰,۱) است. پس $\sin 90 = 1$ و $\cos 90 = 0$ است.



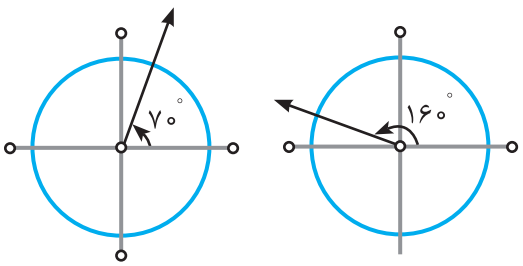
ب) سینوس و کسینوس ۰ درجه

پ) سینوس و کسینوس ۱۸۰ درجه

ت) سینوس و کسینوس ۲۷۰ درجه

ث) سینوس و کسینوس ۳۶۰ درجه

۳. مقدار سینوس و کسینوس زاویه‌هایی را که در نمودار زیر رسم شده‌اند، تقریب بزنید.



۴. بدون انجام محاسبات، به سؤال‌های زیر پاسخ دهید و برای آن‌ها، دلیل بیاورید.

الف) مقدار سینوس ۱۴۰ درجه، مثبت است یا منفی؟ (راهنمایی: یک دایرهٔ واحد رسم کنید و یک زاویهٔ ۱۴۰ درجه را به طور تقریبی، رسم کنید.)

ب) مقدار کسینوس ۲۰۰ درجه، مثبت است یا منفی؟

پ) سینوس ۲۳ درجه بزرگ‌تر است یا سینوس ۳۷ درجه؟

ت) کسینوس ۳۰۰ درجه بزرگ‌تر است یا کسینوس ۳۳۰ درجه؟

سؤال‌هایی برای تکلیف منزل

۱. با استفاده از دایرهٔ واحد و پرگار، مقدار سینوس و کسینوس زاویه‌های زیر را محاسبه کنید:

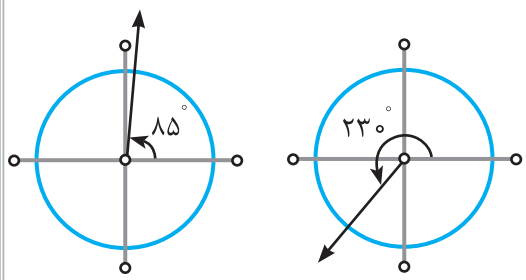
الف) سینوس و کسینوس ۵۰ درجه

ب) سینوس و کسینوس ۱۲۷ درجه

پ) سینوس و کسینوس ۲۰۰ درجه

ت) سینوس و کسینوس ۳۰۰ درجه

۲. مقدار سینوس و کسینوس زاویه‌های رسم شده در نمودار زیر را تقریب بزنید.



۳. بدون انجام محاسبه، به سؤال‌های زیر پاسخ دهید. برای پاسخ‌های خود، دلیل بیاورید.

الف) سینوس ۲۴۰ درجه، مثبت است یا منفی؟ (راهنمایی: یک دایرهٔ واحد رسم کنید و زاویهٔ ۲۴۰ درجه را به طور تقریبی، رسم کنید.)

ب) کسینوس ۳۰۰ درجه مثبت است یا منفی؟

پ) سینوس ۱۳۰ درجه بزرگ‌تر است یا سینوس ۱۴۷ درجه؟

ت) کسینوس ۳۰ درجه بزرگ‌تر است یا کسینوس ۲۳۰ درجه؟

۴. در کدام ربع صفحهٔ مختصات، مقدار $\sin x$ مثبت است؟ در کدام ربع صفحهٔ مختصات، مقدار $\cos x$ مثبت است؟

۵. می‌توانید زاویه‌ای پیدا کنید که $\sin x = 2$؟ اگر جواب مثبت است، آن درجه کدام است؟ اگر نتوانستید چنین زاویه‌ای پیدا کنید، علتش چه بوده است؟

شنیدن کی بُود مانند دیدن!

ایرج زمانی، دبیر ریاضی لُردگان و کارشناس ارشد آموزش ریاضی
مجتبی نیک‌سرشت، دکترای برنامه‌ریزی درسی و دبیر ریاضی دهاقان

چکیده

در فرایند حل مسئله، در صورت امکان، رسم شکل می‌تواند کلیدی برای راه‌حل و درک آن باشد. راهبرد رسم شکل، اولین راهبردی است که در دورهٔ اولِ متوسطه برای حل مسئله آموزش داده می‌شود. رسم یک شکلِ نامناسب، برای دانش‌آموزی که دنبال کشف و خلق ریاضیات است بدفهمی ایجاد می‌کند و به جای کمک به حل مسئله، باعث سردرگُمی بیشترِ وی می‌شود. دانش‌آموزان اعتماد بیشتری به کتاب درسی دارند تا گفته‌های معلم. از این رو، بررسی، بازخورد و اصلاح کتاب‌های درسی بسیار ضروری می‌باشد. نگارنده در این مقاله، یکی از شکل‌های مربوط به راهبرد رسم شکل در کتاب ریاضی پایهٔ هشتم را بررسی و ایراد آن را گزارش کرده است.

کلید واژه‌ها: حل مسئله، راهبردِ رسم شکل، بررسی کتاب

مقدمه

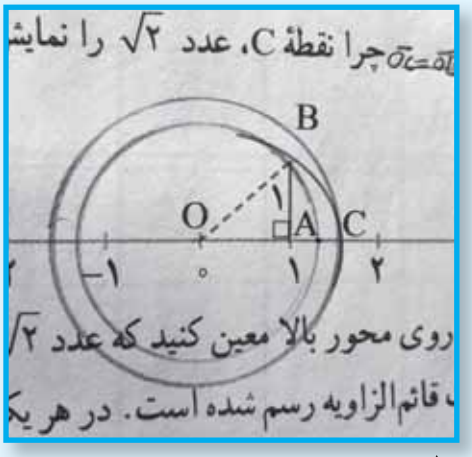
برای اینکه دانش‌آموز، مسئله حل‌کن ماهری باشد، باید توانایی به خدمت گرفتن راهبردهای متنوع و متناسب با فرایند حل مسئله را کسب نماید. عامل مهم‌تر، درگیر شدن در حل مسئله و حل کردن تعداد زیادی مسئله است. اگر فرایند حل مسئله در کلاسِ درس، به صورت بحث و بررسی در مورد راه‌حل‌ها- گفتمان ریاضی- انجام پذیرد، می‌تواند باعث تقویت و تثبیت توانایی حل مسئله در دانش‌آموزان شود (تابش، حاجی‌بابایی، رستگار، ۱۳۷۹). چنانچه دانش‌آموز، آگاهانه و هدفمند، وارد فرایند حل مسئله شود، نوعی تفکر فراشناختی ایجاد می‌شود. فراشناخت[1] به معنی دانستنِ دانستن است (علم‌الهدائی، ۱۳۸۸). تفکر فراشناختی، برای بازبینی فرایندهای شناختی مورد استفاده قرار می‌گیرد (فلاول[2]، ۱۹۸۸). دانش‌آموزی که تفکر فراشناختی دارد به گفته‌های معلم در کلاسِ درس و حتی نوشته‌های کتاب درسی اعتماد نمی‌کند و درستی آن‌ها را آزمایش می‌نماید.

رسم شکل، اولین راهبردِ حل مسئله می‌باشد که در کتاب‌های ریاضی دورهٔ اول متوسطه آموزش داده شده است. حجم قابل توجهی از مسئله‌های کتاب‌های این دوره به نوعی با هندسه درگیر است و راهبرد رسم شکل در حل این‌گونه مسائل هندسی از کارایی بسیار بالایی برخوردار می‌باشد. مفاهیم و شکل‌هایی که برای تقویت توانایی دانش‌آموز در به خدمت گرفتن این راهبرد، در کتاب درسی استفاده شده است، باید به گونه‌ای طراحی و انتخاب شود که هم بر شهود دانش‌آموز منطبق باشد هم با عقلِ سلیم و اثبات و استدلالِ منطقیِ او. از قدیم معروف است که شنیدن کی بود مانند دیدن[3]! یک تصویر یا شکل ساده، باارزش‌تر از هزار کلمه است. در راهبردِ رسم شکل نیازی به استفاده از ابزار و ترسیم‌های دقیقِ هندسی نیست، اما باید مفاهیمی را که شکلِ رسم شده القا می‌کند مد نظر داشت. یک شکلِ اشتباه در کتابِ درسی[4] با نظام آموزشی محتوا محورِ یک‌پارچه، ممکن است منتج به بدفهمی طیف بسیار گسترده‌ای از دانش‌آموزان گردد یا پیام آموزشی مناسبی را به آن‌ها

انتقال ندهد. فاجعه وقتی است که این شکلِ اشتباه در مدتِ چند سال در بعضی مدارس کشور تدریس می‌شود و بازخورد و اصلاح اتفاق نمی‌افتد! اگرچه بهبود آموزش امری فرهنگی و طولانی مدت است (گالیمور[5]، ۱۹۹۶) اما وقتی محققان از معلمان کلاس متمایز شده‌اند، سیستم آموزش نیز فاقد مکانیزمی است که بتواند از تجربیات خود بیاموزد و معلمان هم انگیزه برای بازبینی و بررسی درس ندارند، نباید انتظار بیشتری داشته باشیم.

درسِ نمایش اعداد رادیکالی روی محور اعداد

در کلاس درس ریاضی پایهٔ هشتم، دورهٔ اول متوسطه[6]، پس از تدریس درسِ نمایش اعداد رادیکالی روی محور اعداد، از دانش‌آموزان خواستم با استفاده از رسم شکل، عدد اصم $\sqrt{2}$ را روی محور اعداد، در دفتر خود نمایش دهند. یکی از دانش‌آموزان[7] به انجام این فعالیت اکتفا نکرد و به راستی‌آزمایی ادعای معلم در مورد استفاده از مثلث قائم‌الزاویه و رسم کمان، برای نمایش $\sqrt{2}$ بر روی شکلِ رسم شده در صفحهٔ ۱۱۴ کتاب[8] پرداخت (تصویر ۱) و با لبخندی شیطنت‌آمیز گفت: «آقا روشی که شما توضیح دادی که اشتباهه! با این شکلِ کتاب جور درنمیاد. دو دایره کشیدم که هیچ‌کدوم روی کمان قرمز (BC) منطبق نمیشه. اصلاً $\sqrt{2}$ را نمیشه اینجور نمایش داد! کمان را چطور باید رسم کنم. گیج شدم!» ترسیم‌های دانش‌آموز را بررسی کردم؛ کمان BC قطاعی از یک دایره به مرکز O نبود پس پاره‌خط OB با OC برابر نیست (تصویر ۲).



▲ تصویر ۲. قسمتی از صفحهٔ ۱۱۴ کتاب ریاضی پایهٔ هشتم، چاپ ۱۳۹۶

دانش‌آموز درست کشف کرده بود. من هم گیج شدم! وقتی پولیا[9] (۱۳۸۲) معتقد است، شکلِ کمکی نقش کلید راه‌حل را به عهده دارد و پیدا کردنِ این شکلِ کمکی را باید نقطهٔ اوج جریان حل دانست و همواره سفارش می‌کند؛ شکل آن را بکشید- نگاه کنید به اشکال، چون اشکال و نمادها ارتباط نزدیکی با تفکر ریاضی دارند (پولیا، ۱۳۸۸) چگونه می‌توانستم دانش‌آموز را قانع کنم که در این مورد به شکل نگاه نکند! با تشریح این موضوع که اشتباه موجود در شکلِ کتاب، در فرایند چاپ رخ می‌دهد، توانستم دانش‌آموز را اندکی قانع کنم و از او خواستم برای بقیهٔ دانش‌آموزان نیز این موضوع را روی تابلوی کلاس شرح دهد (تصویر ۳).

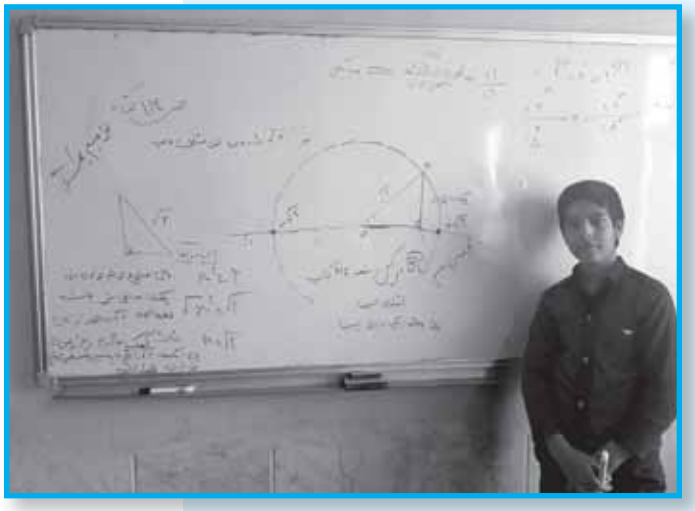
دانش‌آموزان در نظامِ آموزشِ محتوا محور، اعتماد بیشتری به کتاب درسی دارند تا گفته‌های معلم. چگونه است که پس از تغییرِ نظام آموزش و کتب ریاضی و متعاقب آن برگزاری دوره‌های ضمنِ خدمتِ بررسی و تحلیل کتب درسی ریاضی، و الزامِ معلمان به حضور در این کلاس‌ها و صرف هزینه و وقت و همچنین تدریس این کتاب در سراسر کشور بعد از چند سال، هنوز هم این چنین اشتباهاتی در کتابِ درسی وجود دارد. با بررسی اجمالی کتاب‌های ریاضی متوسطهٔ اول متوجه شدم که؛ از قضا سرکنجبین صفرا فزود، روغن بادام خشکی می نمود[10]! تنها درسی که در آن راهبردِ رسمِ شکل باید با کمک ابزار و اندازه‌گیری دقیق به‌کار گرفته شود، همین درس نمایش اعداد رادیکالی است.

نتیجه‌گیری

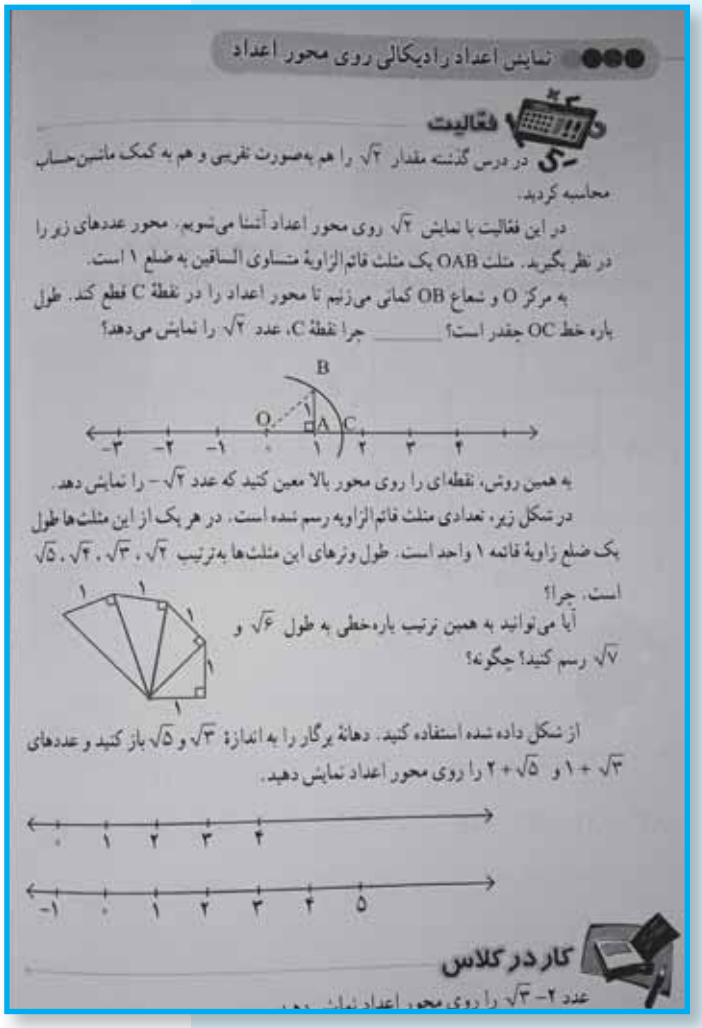
رفع نشدن ایرادهایی این چنین در کتاب‌های درسی، بعد از چند سال تدریسِ کتاب، ضعف نظامِ آموزشِ ضمن خدمتِ معلمان را نشان می‌دهد. اگر می‌خواهیم تلاش‌هایی که برای بهبودِ تدریس صورت می‌گیرد، تنها به صدور گواهی‌های ضمنِ خدمت و اصلاح موقت، منجر نشود، پیدا کردن روشی برای گردآوریِ دانشِ مرتبط با آموزش و ارتباط این دانش با کسانی که تدریس را به عهده دارند امری ضروری است.

برای این منظور باید نظامی ایجاد کنیم که دارای حافظه باشد (استیگلر و هیبرت[11]، ۱۳۸۳). نظامی که ابزار انباشتن تجربه‌ها و بینش معلمان را فراهم نماید. بدون چنین نظامی هیچ روشی برای بهبود بلند مدت آموزش وجود ندارد.

تصویر ۳



تصویر ۱



پی‌نوشت‌ها

1. Cognitive
2. Flavell

۳. زلیخا گفتن و یوسف شنیدن شنیدن کی بُود مانند دیدن (فریدالدین عطار نیشابوری)

۴. در زمان ویرایش و چاپ کتاب درسی برای اینکه تصویر با متن و کل صفحه، هماهنگی بیشتری داشته باشد، ممکن است اندازهٔ شکل تغییر کند. گاهی تغییر دادن اندازه، از بین رفتن تناسب موجود در شکل را در پی خواهد داشت. در تصاویر کتاب ریاضی این تغییر تناسب، منجر به القاء مفاهیم نادرست خواهد شد. بعد از چاپ کتاب، بازنگری و بررسی تمام قسمت‌های آن امری ضروری و حیاتی می‌باشد. برای بازبینی، بررسی و گزارش اشتباه‌های موجود در کتاب درسی، معلمان بهترین گزینه خواهند بود.

5. Gallimore

۶. دبیرستان سیزده آبان آورگان

۷. ابراهیم چهرازی

۸. کتاب ریاضی پایهٔ هشتم دورهٔ اول متوسطه، چاپ ۱۳۹۶

9. Polya

۱۰. مولوی

11. Stigler & Hiebert

مراجع

1. Flavell, J.H. (1998). The development of children's knowledge about the mind: From cognitive connections to mental representations. *Developing theories of mind*, 224- 267.

2. Gallimore, R. G. Classrooms are just another cultural activity. In D. L. Speece & B. K. Keough (Eds.), Research on classroom ecologies: Implications for inclusion of children with learning disabilities (pp. 229-250).

۳. استیگلر، جیمز؛ هیبرت، جیمز. (۱۹۹۹). **شکاف آموزشی: بهترین ایده‌ها از معلمان جهان برای بهبود آموزش در کلاس درس**، ترجمهٔ سرکارآرانی، محمدرضا و مقدم، علی، چاپ اول، ۱۳۸۳، تهران، انتشارات بُرهان، نشر اثر اصلی، ۲۰۰۹.

۴. پولیا، جرج. (۱۳۸۲). **خلاقیت ریاضی**، ترجمهٔ پرویز شهریاری، چاپ هفتم، نشر اثر اصلی ۱۹۶۲، ۱۹۶۵، فاطمی، تهران.

۵. پولیا، جرج. (۱۳۸۸). **چگونه مسئله را حل کنیم**، ترجمهٔ احمد آرام، چاپ نهم، نشر اثر اصلی ۱۹۴۵، کیهان، تهران.

۶. تابش، یحیی؛ حاجی‌بابایی، جواد؛ رستگار، آرش. (۱۳۷۹). **آموزش هنر حل مسئله**، چاپ و توزیع کتاب‌های درسی.

۷. علم‌الهدائی، سیدحسن. (۱۳۸۸). **اصول آموزش ریاضی**، چاپ اول، جهان فردا، مشهد.

طعم شیرین حل مسئله در تابستان

حمید دافعی
دبیر ریاضی ناحیه ۲ زنجان و آموزشگر ریاضی دانشگاه فرهنگیان

اشاره

به دلیل اهمیت نقش معلم، برنامه‌های آموزش معلمان از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. مجلهٔ رشد آموزش ریاضی در نظر دارد که این مهم را به‌عنوان یکی از وظایف اصلی خویش بداند. به‌همین منظور، ستونی در مجله با عنوان روایت‌های معلمان ریاضی بازشده‌است تا از طریق آن، بتوانیم رابطهٔ نزدیک‌تری با معلمان ریاضی برقرار کنیم. این روایت‌ها برای محققان و معلمان محقق فرصت ارزنده‌ای به‌وجود می‌آورد تا به تبیین نظریه‌های آموزشی و تدریس که از دل کلاس درس و عمل معلم می‌جوشد، بپردازند. آن‌گاه نظریه‌ها به عمل درمی‌آیند و مجدداً عمل به نظریه کشانده می‌شود و این فرآیند هم‌چنان ادامه پیدا می‌کند.

از همکاران گرامی انتظار می‌رود که روایت‌های خود را برای ما بفرستند. علم زمانی ارزشمند است که در اختیار عموم قرار گیرد، زیرا که زکات علم نشر آن است. معلمان عزیز باید به اهمیت تجربه‌های خود واقف شوند و با پویایی به غنی‌تر کردن آن‌ها بپردازند.

در ضمن، گاهی هم به‌جای شنیدن روایت از زبان معلم، می‌توان کلاس وی را مورد مشاهده قرار داده و پس از تأیید همان معلم، روایت را از زبان مشاهده‌گر شنید.

رشد آموزش ریاضی

اوایل مرداد ماه امسال بود که مدیر دبیرستان متوسطهٔ اولی که سه سال است در آنجا تدریس می‌کنم، با من تماس گرفت و پیشنهاد برگزاری کلاس تقویتی ریاضی برای برخی از دانش‌آموزانی را که برای سال تحصیلی ۹۸-۹۷ در پایهٔ هفتم آن دبیرستان ثبت نام کرده بودند، داد. مدیر توضیح داد که این کلاس برای کسانی برگزار خواهد شد که نمرات ریاضی پایهٔ ششم آن‌ها در حد «خیلی خوب» یا «خوب» نیست و صرفاً برای تقویت پایهٔ ریاضی دانش‌آموزانی است که از دورهٔ ابتدایی وارد دورهٔ متوسطهٔ اول می‌شوند و برگزاری امتحان هم در پایان دوره اجباری نیست.

به دلیل اینکه سابقهٔ تدریس به معلمان و دانشجو معلمان دورهٔ ابتدایی را در دانشگاه فرهنگیان داشتم و با مباحث و موضوعات ریاضیات دورهٔ ابتدایی و شیوهٔ تدریس آن‌ها آشنایی کامل داشتم، پیشنهاد مدیر را پذیرفتم. با توجه به اینکه در تابستان سال‌های گذشته نیز چند مورد تجربهٔ تدریس در کلاس‌های به ظاهر تقویتی را به دانش‌آموزان متوسطهٔ دورهٔ اول و دوم که در درس ریاضی تجدید شده بودند داشتم و در این گونه کلاس‌ها شاهد بی‌انگیزگی و حضور اجباری دانش‌آموزان- آن هم فقط برای گرفتن نمرهٔ قبولی- و نه برای یادگیری و تقویت پایهٔ ریاضی! بودم، تصمیم گرفتم از فرصت پیش آمده استفاده کنم و برای اولین بار هم که شده!- در طول ۱۸ سال سابقهٔ تدریسم- از قالب کلیشه‌ای (درس- امتحان- نمره) فاصله بگیرم و

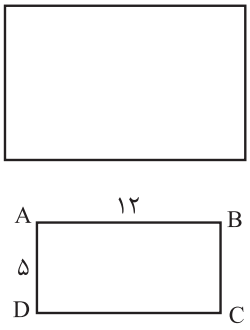
کلاســی متفاوت با آنچه تاکنون داشته‌ام، تجربه کنم. متأسفانه نگرانی تمام کردن محتوای کتاب‌های درسی در زمان‌های معمولاً ناکافی برای درس‌های ریاضی در همهٔ سال‌هایی که تدریس کرده‌ام، به‌عنوان معلم کلاس، همیشه همراه من بوده است. از طرفی اضطراب و ترس ناشی از امتحان و نمره به‌عنوان یک عامل اضطراب‌آور برای بیشتر دانش‌آموزان در کلاس‌های ریاضی محسوب می‌شود. چون هیچ سابقهٔ تدریس رسمی به دانش‌آموزان دورهٔ ابتدایی را نداشتم، لذا برای شروع کار و ایجاد انگیزه در دانش‌آموزان آن هم در وسط تابستان، تصمیم گرفتم از رویکرد آموزشی «حل مسئله» در این دوره استفاده کنم. برای این منظور، به دنبال مسئله‌هایی بودم که علاوه بر ملموس، جذاب و چالش برانگیز بودن برای دانش‌آموزان، با مفاهیم و موضوع‌های ریاضی دورهٔ ابتدایی مرتبط بوده و حداقل با یکی از راهبردهای حل مسئله، حل شوند. برخی از راهبردهای حل مسئله که در ریاضیات دورهٔ ابتدایی مورد استفاده قرار می‌گیرند عبارتند از:

- حدس و آزمایش؛
- الگویابی؛
- رسم شکل؛
- الگوسازی؛
- حذف حالت‌های نامطلوب؛
- روش نمادین؛
- زیر مسئله نویسی؛
- استفاده از مسئله مشابه و ساده‌تر.

رویکرد آموزشی «حل مسئله» را به دو دلیل برای این دوره انتخاب کردم: دلیل اول این بود که یکی از ضعف‌های اساسی دانش‌آموزانی که در مدارس متوسطهٔ اول و دوم به آن‌ها تدریس کرده بودم، مربوط به حل مسئله و استفاده از راهبردهای حل مسئله می‌شد. دلیل دوم اهمیت و ضرورت رویکرد آموزشی حل مسئله در برنامهٔ درسی ریاضی دورهٔ ابتدایی و دوره‌های بالاتر بود. مثلاً فصل اول کتاب درسی ریاضی پایهٔ هفتم به آموزش راهبردهای حل مسئله اختصاص یافته است.

برای ایجاد تنوع و تفاوت در دوره‌ای که می‌خواستم برگزار کنم، در اولین جلسهٔ شروع کلاس، به دانش‌آموزان گفتم در این کلاس، برای حل مسئله‌ها نمره‌ای داده نخواهد شد و در پایان دوره نیز هیچ امتحانی از آن‌ها گرفته نمی‌شود ولی دانش‌آموزان باید مسئله‌های مطرح شده را به صورت گروهی حل کنند و هر گروهی که بتواند مسئله‌ای را درست حل کند و روش حل خود را خوب توضیح دهد، توسط گروه‌های دیگر تشویق خواهد شد. با شنیدن این حرف‌ها، همهٔ دانش‌آموزان به وجد آمده و موافقت خود را با گفتن کلماتی مانند چشم آقا... حتماً... اینجوری خیلی خوبه و ... بیان نمودند. لازم به ذکر است که این دوره به مدت ۱۰ جلسهٔ ۹۰ دقیقه‌ای در طول دو هفته برگزار شد و تعداد دانش‌آموزان شرکت‌کننده در آن، ۲۴ نفر بودند. همچنین در هر جلسه، دو یا سه مسئله مورد بحث و بررسی قرار می‌گرفت و بقیهٔ زمانِ کلاس، صرف بازی‌های آموزشی ریاضی (مانند بازی هوپ- شمارش اعداد به صورت برعکس از ۵۰ تا ۱ و گفتن کلمهٔ هوپ به‌جای مضارب ۳) و مرور برخی از مفاهیم اساسی ریاضی دورهٔ ابتدایی مانند مساحت و محیط شکل‌های هندسی، عملیات با کسرها و ... به صورت مفهومی با استفاده از دست‌سازه‌ها و نرم‌افزار، اختصاص یافت. در ادامه به چند نمونه از مسئله‌هایی که در طول دوره برای دانش‌آموزان مطرح شدند، اشاره می‌شود:

مسئلهٔ ۱. مستطیل ABCD، ۱۲ سانتی‌متر طول و ۵ سانتی‌متر عرض دارد (شکل ۱). ابعاد مستطیل دیگری را پیدا کنید که محیط آن دو برابر محیط مستطیل ABCD و مساحت آن نیز دو برابر مساحت مستطیل ABCD باشد (توکلی صابری، ۱۳۶۸).



شکل ۱

با توجه به اینکه دانش‌آموزان در دورهٔ ابتدایی با مفهوم محیط و مساحت و روش محاسبهٔ آن‌ها آشنایی داشتند، بیشتر آن‌ها برای حل این مسئله، ابتدا با رسم یک مستطیل و نوشتن طول و عرض آن، سعی در یافتن ابعاد مستطیل مورد نظر را داشتند، خیلی از گروه‌ها بدون اینکه از روش گروه‌های دیگر مطلع باشند، برای

حل این مسئله از راهبرد «حدس و آزمایش» استفاده کردند و در نهایت، به جواب مسئله رسیدند. در واقع برای حل این مسئله، دانش‌آموزان از طریق حدس زدن و آزمایش کردن اعداد، به دنبال دو عدد بودند که ضرب آن‌ها ۱۲۰ و جمع آن‌ها ۳۴ شود.

مسئلهٔ ۲. بدون استفاده از ماشین‌حساب یا ضرب مستقیم و با توجه به ضرب‌های زیر، حاصل ۹۹×۹۹ را به‌دست آورده و روش خود را توضیح دهید (جِی. اِل. مارتین و همکاران، ۲۰۰۹.)

۲×۲ =۴	۱×۳ =۳
۳×۳ =۹	۲×۴ =۸
۴×۴ =۱۶	۳×۵ =۱۵
...	...

وقتی روش حل گروه‌هایی را که به این مسئله پاسخ درست داده بودند بررسی کردم، آن‌ها از روش «الگویابی» برای یافتن پاسخ ۹۹×۹۹ استفاده کرده بودند. در واقع با کشف الگوهای موجود در ضرب‌های بالا و جواب آن‌ها، دانش‌آموزان توانستند جواب ۹۹×۹۹ را به‌دست آورند.

مسئلهٔ ۳. کوچک‌ترین عدد چهار رقمی فرد را که رقم‌های آن با هم متفاوت است، از بزرگ‌ترین عدد سه رقمی زوج که رقم‌های آن نیز متفاوت است، کم می‌کنیم. حاصل برابر چه عددی است؟ (مسابقهٔ ریاضی کانگورو، ۲۰۰۲).

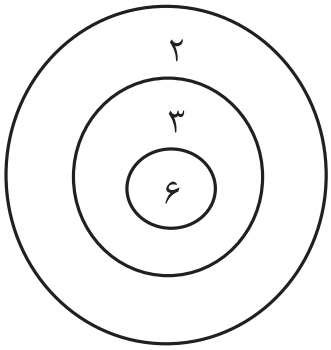
چون دانش‌آموزان عدد نویسی و الگوریتم تفریق اعداد را بلد بودند، لذا بیشتر گروه‌ها برای حل این مسئله از راهبرد «حذف حالت‌های نامطلوب» برای یافتن اعداد مورد نظر و تفریق اعداد به‌دست آمده، استفاده کردند.

مسئلهٔ ۴. ویدا مربعی را که محیط آن ۲۰ سانتی‌متر بود برید. دو تا مستطیل ایجاد شد. محیط یکی از مستطیل‌ها ۱۶ سانتی‌متر بود. محیط مستطیل دیگر چقدر است؟ (مسابقهٔ ریاضی کانگورو،۲۰۰۷).

بیشتر دانش‌آموزان برای حل این مسئله، از راهبرد «رسم شکل» و یا دست‌ورزی با کاغذ استفاده کردند و توانستند محیط مستطیل خواسته شده را پیدا کنند.

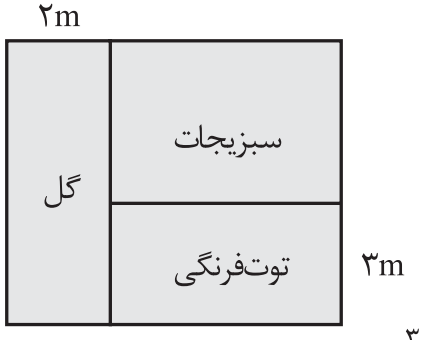
مسئلهٔ ۵. با پرتاب یک پیکان، می‌توانیم در صورت اصابت به هدف،۲ ،۳ یا ۶ امتیاز کسب کنیم (شکل ۲). در صورتی‌که پیکان به هدف نخورد، امتیاز ۰ خواهد بود. با پرتاب دو پیکان، چند امتیاز مختلف، ممکن است کسب کنیم؟ (مسابقهٔ ریاضی کانگورو، ۲۰۰۸).

برای حل این مسئله نیز دانش‌آموزان از راهبرد «الگوسازی» استفاده کردند. بیشتر آن‌ها از امتیاز (۶،۶) با فرض اینکه پیکان‌ها به مرکز هدف برخورد کنند، شروع کرده و سپس امتیاز(۶،۳) و(۶،۲) و ... در نهایت، به کمترین امتیاز یعنی (۰،۰)، رسیدند با فرض اینکه هیچ کدام از پیکان‌ها به هدف برخورد نکنند.



شکل ۲

مسئلهٔ ۶. یک باغ مستطیل شکل به مساحت $۳۰m^۲$ به سه قسمت برای کاشت گل، سبزیجات و توت‌فرنگی تقسیم شده است (شکل ۳)، برخی ابعاد در شکل ۳ نشان داده شده است. می‌دانیم مساحت قسمت کاشت گل $۱۰m^۲$ است. مساحت قسمت کاشت سبزیجات چقدر است؟ (مسابقهٔ ریاضی کانگورو، ۲۰۰۵).



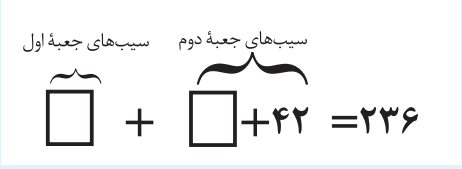
شکل ۳

حل مسئلهٔ ۶، مستلزم تبدیل کردن آن به چند مسئلهٔ کوچک‌تر است؛ به‌طوری‌که با حل مسئله‌های کوچک که همان «زیر مسئله‌ها» هستند؛ مسئلهٔ اصلی حل شود. بیشتر مسئله‌ها در ریاضی یا در دنیای واقعی،

شامل چندین زیرمسئله‌اند. قبل از شروع کار روی این نوع مسائل، تشخیص زیر مسئله‌ها و ترتیب حل آن‌ها بسیار مهم است.

مسئلهٔ ۷. در دو جعبه، ۲۳۶ عدد سیب وجود دارد. جعبهٔ دوم ۴۲ عدد بیشتر از جعبهٔ اول سیب دارد. در هر کدام از جعبه‌ها، چند سیب وجود دارد؟ (دافعی و محمدی،۱۳۹۳.)

با توجه به اینکه اگر اعداد به کار رفته در مسئله بزرگ باشند، استفاده از روش‌های رسم شکل یا حدس و آزمایش به راحتی امکان‌پذیر نیست، لذا برخی از گروه‌ها مسئلهٔ زیر را از طریق نوشتن معادله یا همان «روش نمادین» حل کردند.



مسئلهٔ ۸. برای تهیهٔ یک روزنامهٔ ۶۰ صفحه‌ای، به ۱۵ برگ کاغذ نیاز داریم که روی هم قرار گرفته و از وسط تا شده باشند. این صفحه‌ها پشت سر هم شماره‌گذاری می‌شوند. صفحهٔ ۷ گم شده است. چه صفحه‌های دیگری در این روزنامه گم شده است؟ (مسابقهٔ ریاضی کانگورو، ۲۰۱۰.)

برای حل این مسئله، بیشتر گروه‌ها با روش «حل مسئله مشابه و ساده‌تر»، اقدام به حل مسئله نمودند. مثلاً برخی از دانش‌آموزان با روی هم قرار دادن ۳ یا ۴ برگه روی هم و حذف یکی از شماره صفحه‌ها، به دنبال یافتن صفحه‌های حذف شده و رابطهٔ آن‌ها با شماره صفحه‌های دیگر بودند.

نتیجه‌گیری

یکی از تجربه‌های ارزشمندی که در طول برگزاری این دوره برایم حاصل شد، این بود که با وجود اینکه دانش‌آموزان شرکت‌کننده در این دوره، تقریباً جزو دانش‌آموزان متوسط در دورهٔ ابتدایی بودند، ولی انگیزه، تلاش، پشتکار و ارائهٔ راه‌حل‌های مختلف برای مسئله‌هایی که برای آن‌ها مطرح می‌شد، ستودنی و قابل تحسین بود. البته برای حل برخی از مسئله‌ها، آن‌ها را کمک و راهنمایی می‌کردم. برگزاری کلاس‌های ریاضی با رویکرد آموزشی «حل مسئله» به دور از اضطراب نمره و امتحان، می‌تواند فضایی شاد و جذاب برای یادگیری واقعی ایجاد کند تا دانش‌آموزان، طعم شیرین حل مسئله را احساس کنند. البته مسئله‌هایی که در چنین دوره‌هایی برای دانش‌آموزان مطرح می‌شود، باید متناسب با توان و علاقهٔ آن‌ها باشد. نکته‌ای که در پایان دوره برایم خیلی جالب بود، برخی از سؤال‌های معنادار و تأمل برانگیز دانش‌آموزان بود که به چند مورد از آن‌ها اشاره می‌شود:

- اجازه آقا ... ! ریاضی هفتم هم همین جوری هستش ...!؟
- می‌شه زنگ‌های ریاضی، همیشه از این مسئله‌ها حل کنیم ...!؟
- می‌شه باز هم از این مسئله‌ها بگین تا تو خونه حل کنیم ...!؟
- سال بعد هم شما معلم ریاضی ما هستین ...!؟

و ...

سپاسگزاری

از عوامل اجرایی دبیرستان دورهٔ متوسطهٔ اول نبوّت ناحیه ۲ زنجان، به‌ویژه آقای جواد ثبوتی، مدیر محترم دبیرستان که فرصت برگزاری این دورهٔ ارزشمند را برای بنده فراهم نمودند، تقدیر و تشکر می‌شود.

منابع

۱. توکلی صابری، علی‌رضا. (۱۳۶۸). **از ریاضیات خود مطمئن شوید** (جلد دوم). دفتر امور کمک آموزشی و کتابخانه‌ها، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی. وزارت آموزش‌وپرورش، چاپ دوم.

۲. دافعی، حمید؛ محمدی، شبنم. (۱۳۹۳). **مسئله‌های باز ـ پاسخ و چالش‌برانگیز در ریاضیات دورهٔ ابتدایی**. سیزدهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران. تهران: دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی.

۳. مارتین، جِی. اِل. و همکاران. (۱۳۸۹). **ریاضیات برای معلمان** (نسخهٔ دانشجو- معلم). ترجمهٔ شهرناز بخشعلی‌زاده. تهران: مدرسه، چاپ اول.

۴. سؤال‌ها و پاسخ تشریحی مسابقهٔ ریاضی کانگورو (۲۰۱۴ـ۲۰۰۲). (۱۳۹۵). **ریاضیات کانگورو ۵ و ۶**. ترجمهٔ زهره پندی. تهران: فاطمی. چاپ ششم.

آشنایی با نمونه‌هایی از مسائل جالب تاریخ ریاضیات اسلامی

نویسنده: نرگس عصارزادگان، دبیر ریاضی اصفهان
مترجم: نرگس عصارزادگان

مقدمه

چرا توجه به تاریخ ریاضی در آموزش ریاضی اهمیت دارد؟ شاید این پرسش بسیاری از معلمان ریاضی باشد.

استفاده از تاریخ ریاضی در آموزش می‌تواند به چند دلیل اهمیت داشته باشد که در زیر، به تعدادی از آن‌ها اشاره می‌شود:

۱. به افراد اجازه می‌دهد تا فرایندهای ریاضیِ حل مسئله و ساختن برهان‌ها را تجربه کنند؛

۲. درک ماهیت ریاضی یعنی این مطلب را که ریاضی هیچ‌گاه پایان نمی‌یابد و همیشه ایده‌هایی برای بسط وجود دارد، گسترش می‌دهد؛

۳. افراد مشاهده می‌کنند که پایان یک تولید ریاضی توسط یک ریاضی‌دان می‌تواند نقطهٔ آغاز مطالعات بعدی در ریاضی باشد، یعنی به روند توسعه‌ای ریاضیات پی می‌برند؛

۴. بررسی کارهای ریاضی‌دانان ایرانی باعث افزایش اعتمادبه‌نفس یادگیرندگان می‌شود؛

۵. انگیزه و شوق مطالعه در ریاضیات در افراد افزایش می‌یابد.

اشاره به تاریخ ریاضی در کتاب‌های درسیِ دوره‌ها و پایه‌های مختلف در کشور ما منحصر به معرفی یک ریاضی‌دان و یا چاپ عکس ریاضیدان‌ها پشت جلد کتاب‌های درسی است. از این رو، علی‌رغم داشتن پیشینهٔ غنی در ریاضیات اسلامی و ایرانی، فارغ‌التحصیلان مدارس ما اطلاعات محدودی در رابطه با روند شکل‌گیری و پیشرفت ریاضیات در ایران و جهان دارند. بنابراین ضروری است جهت آشنا کردن معلمان و دانش‌آموزان با زمینه‌هایی که می‌تواند در ارتباط با استفاده از تاریخ ریاضی در آموزش مؤثر باشد، اقداماتی صورت پذیرد. این اقدامات می‌تواند در حوزه‌های زیر انجام شود:

۱. کار کردن با منابع اصلی تاریخی (که می‌تواند شامل تصاویر یا کپی متن اصلی کتاب‌ها باشد)؛

۲. کاربرد روش‌ها یا الگوریتم‌های قدیمی (برای مثال الگوریتم یافتن اعداد تام، متحابه و ...)؛

۳. استفاده از ریاضیات مفرح یا سرگرم‌کننده (Recreational Mathematics)؛

۴. استفاده از ریاضیات قومی؛

۵. اجرای بازی‌های ریاضی، معماها و ریاضیات سرگرم‌کننده که در تاریخ ریاضی یافت می‌شود؛

۶. ریشه‌یابی نام‌گذاری مفاهیم ریاضی (برای مثال ریشهٔ نام‌گذاری log لگاریتم)؛

۷. بررسی روند کشف و شکل‌گیری مفاهیم ریاضی (برای مثال انتگرال)؛

۸. بررسی ارتباط‌های تاریخی ریاضی با سایر علوم؛

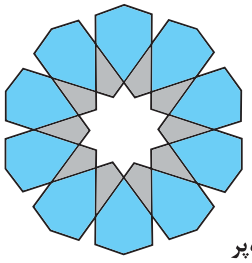
۹. بررسی رابطهٔ هنرهای اسلامی به‌ویژه کاشی‌کاری با هندسه؛

در نوشته‌ای که پیش رو دارید به دو نمونه مسئلهٔ جالب توجه از تاریخ ریاضی ایرانی/اسلامی اشاره شده است.

الف) تقسیم یک زاویهٔ قائمه به پنج زاویهٔ مساوی تنها با استفاده از پرگار و خط‌کش غیرمدرج

تقسیم یک زاویهٔ قائمه به پنج زاویهٔ ۱۸ درجه با استفاده از خط‌کش غیرمدرج و پرگار که در گذشته برای رسم گره‌های مربوط به الگوهای کاشی‌کاری و هنرهای اسلامی به کار می‌رفته است. یکی از آن الگوها که «رز

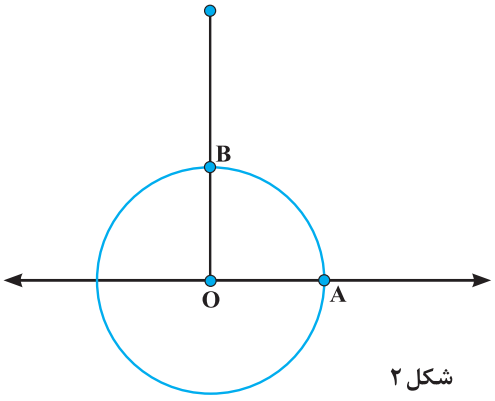
ده‌پر» نام دارد در شکل ۱ عرضه شده است. روش رسم و ایده‌هـــای مربوط به حل این مســـئلهٔ جالب از تاریخ ریاضیات ایرانی/اسلامی گرفته شده است. تمام شکل‌ها توســـط نویسنده به‌وســـیلهٔ نرم‌افزار هندسی جئومترز اســـکچ‌پد Geometer's Sketchpad (GSP) رسم شده است.



شکل ۱. گرهٔ رز ده‌پر

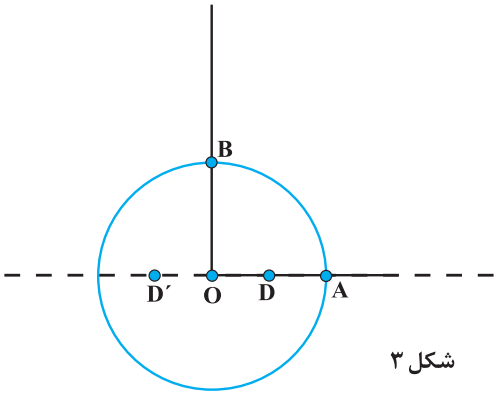
برای این کار مراحل زیر را انجام دهید:

۱. کمان دلخواه OAB را رسم کنید (شکل ۲).



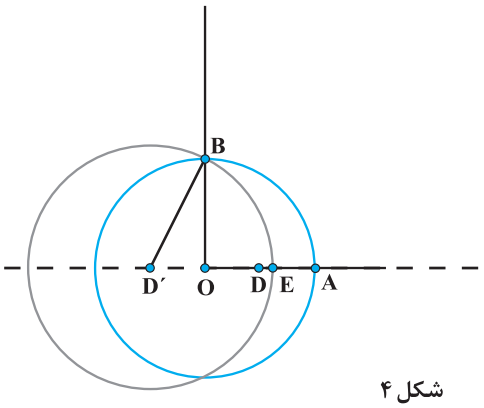
شکل ۲

۲. نقطهٔ D وسط OA را بیابید و سپس نقطهٔ D′ را طوری بیابید که OD=OD′ (شکل ۳).



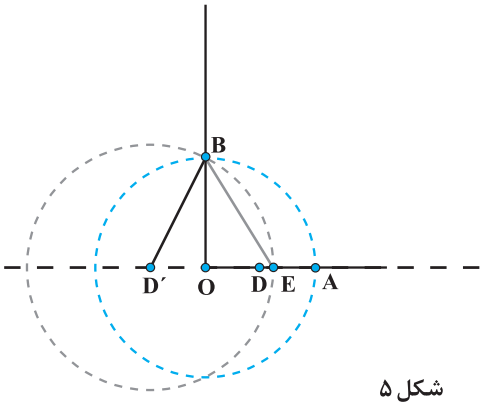
شکل ۳

۳. دایره‌ای به مرکز D′ و شعاع D′B رسم کنید. این دایره OA را در نقطهٔ E قطع می‌کند (شکل ۴).



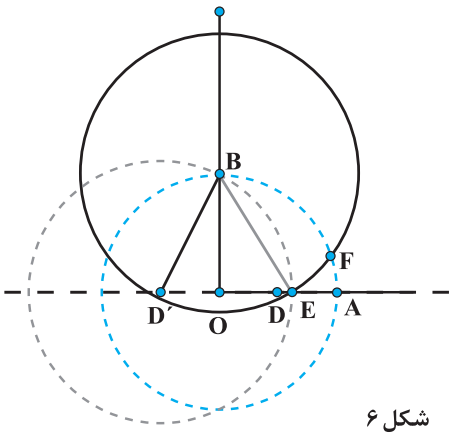
شکل ۴

۴. اکنون پاره‌خط BE را رسم کنید (شکل ۵).



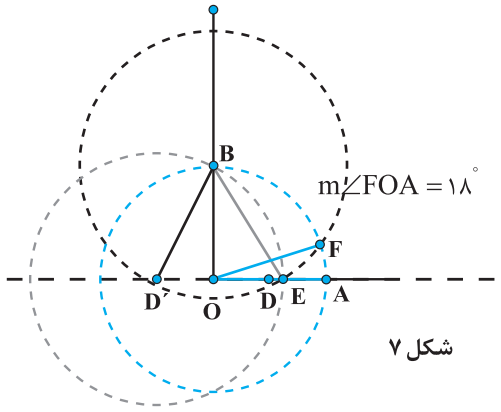
شکل ۵

۵. در نهایت، دایره‌ای به مرکز B و شعاع BE رسم کنید، نقطهٔ برخورد دایرهٔ رنگی و دایرهٔ جدید را F بنامید (شکل ۶).



شکل ۶

۶. پاره‌خط OF را رسم کنید، آن‌گاه $\widehat{FOA} = ۱۸^\circ$ (شکل ۷). آیا می‌توانید آن را اثبات کنید؟

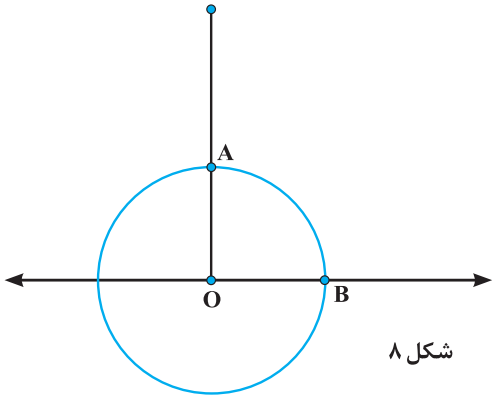


شکل ۷

۷. اکنون $\overset{\frown}{BOF}$ را به چهار زاویهٔ مساوی تقسیم کنید (چگونگی کار خود را شرح دهید).

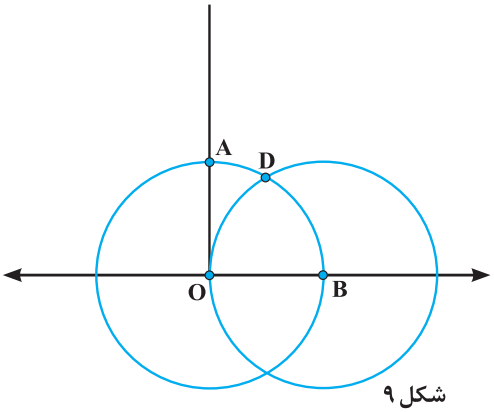
ب) تقسیم یک زاویهٔ قائمه به شش زاویهٔ مساوی تنها با استفاده از پرگار و خط‌کش غیرمدرج

۱. کمان دلخواه OAB را رسم کنید (شکل ۸.)



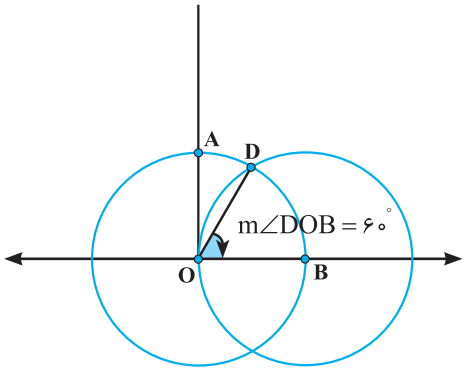
شکل ۸

۲. دایره‌ای به مرکز B، و شعاع BO رسم کنید. محل برخورد دو دایره را D بنامید (شکل۹).



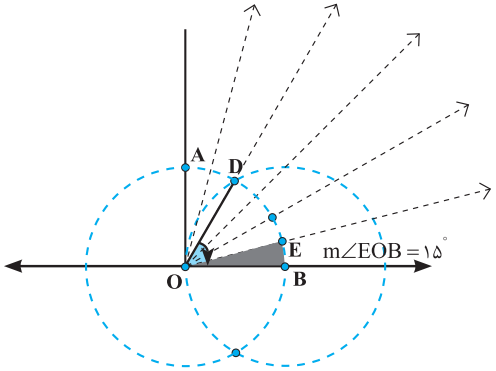
شکل ۹

۳. پاره‌خط OD را رسم کنید، پس $\overset{\frown}{DOB} = ۶۰^\circ$ چرا؟ (شکل ۱۰).



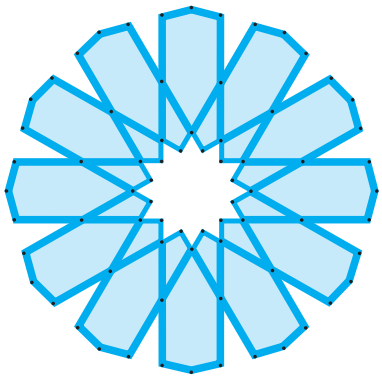
شکل ۱۰

۴. نیمساز زاویهٔ $\overset{\frown}{DOB}$ را رسم کنید و نیمسازهای زاویه‌هایی که ایجاد می‌شود را نیز رسم کنید. نیمساز $\overset{\frown}{AOD}$ را رسم کنید، اکنون شما شش زاویهٔ پانزده درجه دارید (شکل۱۱).



شکل ۱۱. تقسیم یک زاویه به شش زاویهٔ پانزده درجه

تقسیم یک زاویهٔ قائمه به شش زاویهٔ مساوی برای ساخت برخی الگوهای هندسی مثل الگوی زیر به کار می‌رود (شکل۱۲).



شکل۱۲. الگوی رز ۱۲ پر

منابع:

۱. جذبی، سید علیرضا. **هندسه ایرانی کاربرد هندسه در عمل ابوالوفا بوزجانی**، انتشارات سروش، چاپ سوم، تهران، ۱۳۸۴.

۲. ماهرالنقش، محمود. **طرح و اجرای نقش در کاشی‌کاری ایران: دورهٔ اسلامی**، انتشارات موزهٔ رضا عباسی، ج ۵، تهران، ۱۳۶۱-۱۳۶۲.

گزارشی از برگزاری
پنجاه‌ونهمین المپیاد
بین‌المللی ریاضی
سوم تا چهاردهم جولای ۲۰۱۸ (۱۲ تا ۲۳ تیر ۱۳۹۷)، رومانی

هوشنگ شرقی
دبیر ریاضی تهران

رومانی مهـــد المپیاد بین‌المللی ریاضی اســـت و نخستین رقابت‌های این آوردگاه ذهن‌های زیبای جوان در سال ۱۹۵۹ در پایتخت این کشور برگزار شد. تا پیش از آن المپیادها و مسابقه‌های ریاضی در سطح ملی در چند کشور (از جمله شوروی، مجارستان، رومانی و ...) و از سال‌های پایانی قرن نوزدهم به بعد برگزار می‌شد. اما نخستین المپیاد بین‌المللی ریاضی، البته تنها با شرکت هفت کشور بلوک شرق آن زمان (شوروی، آلمان شرقی، بلغارستان، رومانی، مجارستان، چکسلواکی، و لهستان) در سال ۱۹۵۹و در این کشور برگزار گردید. گویا عدد ۵۹ با ریاضیات رومانی تقارن داشـــت! چرا که پنجاه و نهمین المپیاد نیز در آنجا برگزار شد؛ البته تفاوت‌ها نیز بسیار بود. در نخستین المپیاد تنها هفت کشور حضور داشتند، در صورتی‌که در پنجاه و نهمین المپیاد، ۱۰۷ کشـــور حاضر بودند. اگر در نخستین المپیاد ریاضی، کشـــور میزبان به مقام نخست دست یافت، در پنجاه و نهمین دوره مقامی بالاتر از رتبهٔ ســـی و سوم نصیبش نشد! اگرچه این کشور پیشینهٔ درخشانی در المپیادهای ریاضی داشـــته و این ششمین بار بود که میزبانی این رقابت‌ها را به عهده داشت و پنج بار به مقام نخست این رقابت‌ها (در سال‌های ۱۹۵۹، ۱۹۷۸، ۱۹۸۵، ۱۹۸۷، ۱۹۹۶) دســـت یافته و بارها به مقام‌های دوم تا چهارم رسیده بود. اما افول المپیاد ریاضی در رومانی از بعد از آخرین قهرمانی آغازیده بود و در این بیست و دو سال اخیر سیر نزولی آن ادامه داشت، ولی این بدترین نتیجه در تاریخ المپیاد ریاضی این کشور بود و ظاهراً میزبانی برایشان خوش یمن نبود!

رومانی در شرق قارهٔ اروپا و در همسایگی کشورهای مجارستان، صربستان، مولداوی، اوکراین و بلغارستان واقع اســـت و رود معـــروف و تاریخی دانوب در جنوب این کشور در مرز با بلغارستان جاری است. این کشور حدود ۲۳۸۰۰۰ کیلومتر مربع وسعت و حدود بیست میلیون نفر جمعیت دارد و از ســـال ۲۰۰۷ (نه ســـال پس از فروپاشی کمونیسم و جدا شدن از بلوک شرق) به اتحادیهٔ اروپا پیوســـته است و زبان رسمی مردم آن رومانیایی است. شـــهر کوچک کُلُوژ ناپوکا (یا به زبان

محلی به اختصـــار کُلُوژ) میزبان این دوره رقابت‌ها، در شمال غرب این کشور واقع است و تقریباً از سه پایتخت اروپایی بخارست (میزبان نخستین المپیاد)، بوداپست و بلگراد، هم فاصله است. این شهر حدود ۴۵۰۰۰۰ نفر جمعیت دارد و جاذبه‌های توریستی- تاریخی بسیاری همچون کلیســای تاریخی میشل، اپرای ملی رومانی، موزهٔ تاریخ ترانســیلوانیا و باغ گیاه‌شناسی را در خود جای داده است.

مقدمات برگزاری پنجاه و نهمین المپیاد بین‌المللی ریاضی، از حدود شـــش ماه قبل از برگزاری (۱۵ فوریه ۲۰۱۸) با اعـــلام آخرین مهلت برای ارســـال تأییدیه شـــرکت در آزمون توسط کشورها، آغاز شد و تا روز ۱۵ ژوئن (۲۳ خرداد ۱۳۹۷) که آخرین روز ثبت نام آنلاین اعضای تیم و همراهان کشـــورها بود، مرحله به مرحله ادامه یافت. اما ورود رسمی اعضای تیم‌ها و همراهانشان در روزهای ســـوم و چهارم جولای (دوازدهم و سیزدهم تیـــر ماه) انجام گرفت و از روز پنجم تا هفتم جولای در سه روز متوالی لیدرهای تیم‌ها جلسهٔ نهایی هیئت ژوری انتخاب سؤالات را در قرنطینه برگزار کردند. توضیح آنکه در هر المپیاد همهٔ شرکت‌کنندگان، مجموعه سؤالات پیشنهادی خود را برای آزمون، به کمیته اجرایی ارسال می‌کنند و کمیتهٔ اجرایی قبـــل از ورود اعضای تیم‌ها، یک غربالگری ابتدایی انجام داده و ســـی سؤال برتر را دست‌چین می‌کند. در جلسهٔ نهایی لیدرهای تیم‌های شـــرکت‌کننده (هر تیم دو لیدر برای انتخاب سؤالات و دو همراه برای هدایت و سرپرســـتی دانش‌آموزان اعزام می‌کند) در یک جلسهٔ مشـــترک و طی سه روز شش ســـؤال نهایی آزمون را به اتفاق تعیین می‌کنند. در این جلسات سه روزه بیش از دویست نفر شرکت داشتند و در نهایت شش سؤال اصلی به‌صورت زیر انتخاب شد و آزمون در طی دو روز متوالی (صبح روزهای نهم و دهم جولای) و با شرکت ۵۱۳ دانش‌آموز (برخی کشورها تیم کامل شـــش نفره اعزام نکرده بودند- شایان ذکر است که کشـــور ما از نخستین بار که در سال ۱۹۸۷ در این رقابت‌ها شـــرکت کرده است، هر سال تیم کامل شش نفره‌ای را به این مسابقات اعزام کرده است) برگزار شد.

سؤال‌های پنجاه و نهمین المپیاد بین‌المللی ریاضی

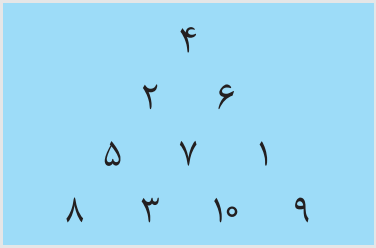
هر ســـال، المپیاد شـــامل پنج مسئله است که به ترتیب، ارائه می‌شوند.

روز اول: دوشنبه ۹ جولای ۲۰۱۸، زمان: ۴ ساعت و ۳۰ دقیقه، هر سؤال: ۷ امتیاز

مســـئلهٔ ۱. فرض کنید Γ دایرهٔ محیطی مثلث حاده‌الزوایـــای ABC باشـــد. نقـــاط D و E به ترتیب روی پاره‌خط‌های AB و AC قـــرار دارند، به‌طوری‌که AD=AE. عمـــود منصف‌هـــای BD و CE، کمان‌های کوچک‌تر $\overset{\frown}{AB}$ و $\overset{\frown}{AC}$ از Γ را به ترتیب در نقاط F و G قطع می‌کنند. ثابت کنید خطوط DE و FG موازیند (یا روی یک خط هستند)

مسئلهٔ ۲. همهٔ عددهای صحیح $n \geq ۳$ را بیابید به‌طوری‌کـــه اعـــداد حقیقـــی $a_۱, a_۲, \ldots, a_{n+۲}$ وجود داشـــته باشـــند کـــه $a_{n+۱} = a_۱$ و $a_{n+۲} = a_۲$ و برای $i = ۱, ۲, \ldots, n$ ، $a_i . a_{i+۱} = a_{i+۲}$

مسئلهٔ ۳. یک مثلث پاد پاسکال[۱]، یک آرایش از اعداد به شکل مثلثی متساوی‌الاضلاع است که، به جز اعداد ردیف زیرین، هر عدد، قدر مطلق تفاضل دو عددِ بلافاصله بالایی آن باشد. به‌عنوان مثال آرایهٔ عددی زیر، یک مثلث پاد پاســـکال با چهار ردیف که شامل همهٔ اعداد صحیح از ۱ تا ۱۰ می‌باشند، است.



آیا مثلث پادپاسکالی با ۲۰۱۸ ردیف، شامل همهٔ اعداد صحیح از ۱ تا ۲۰۱۸+ ... + ۲+۱ وجود دارد؟

روز دوم: سه‌شنبه ۱۰ جولای ۲۰۱۸، زمان: ۴ ساعت و ۳۰ دقیقه، هر سؤال: ۷ امتیاز

مسئلهٔ ۴. یک پایگاه[۲]، نقطه‌ای به مختصات (x,y) در صفحه اســـت به‌طوری‌که x و y هـــر دو عددهای صحیح مثبت کوچکتر یا مســـاوی ۲۰ باشند. در ابتدا هر یک از ۴۰۰ پایگاه، اشـــغال نشده‌اند. اِمی و بن، هر کدام در نوبت خودشان، یک سنگ در یک پایگاه قرار می‌دهند و شروع‌کننده، اِمی است. اِمی در نوبت خودش هر بار یک سنگ قرمز جدید در یک پایگاه اشغال نشده قرار می‌دهد، طوری‌که فاصلهٔ بین هر دو پایگاه اشغال

شده با سنگ‌های قرمز مساوی $\sqrt{5}$ نشود. بن در نوبت خودش یک سنگ آبی جدید در هر پایگاه اشغال نشده قرار می‌دهد (پایگاهی که با یک سنگ آبی اشغال شده، مجاز است که با هر پایگاه اشغال شده، هر فاصله‌ای داشته باشد). آن‌ها وقتی کارشان را متوقف می‌کنند که یک بازیگر نتواند سنگی را در پایگاه قرار دهد.

بزرگترین عدد K را بیابید که، امی بتواند مطمئن باشد که لااقل می‌تواند K سنگ قرمز را (فارغ از اینکه بن سنگ‌های آبی‌اش را چگونه جایگذاری می‌کند) جایگذاری کند.

مسئلهٔ ۵. فرض کنید: $a_1, a_2, \ldots$ یک دنبالهٔ نامتناهی از اعداد صحیح مثبت باشد. فرض کنید که یک عدد صحیح $N > 1$ وجود دارد که برای هر $n \geq N$، عدد $\frac{a_1}{a_2} + \frac{a_2}{a_3} + \ldots + \frac{a_{n-1}}{a_n} + \frac{a_n}{a_1}$ یک عدد صحیح است. ثابت کنید عدد صحیح مثبت M وجود دارد به‌طوری‌که برای هر $m \geq M$، $a_m = a_{m+1}$

مسئلهٔ ۶. چهارضلعی محدب ABCD، مفروض است، به‌طوری‌که $AB.CD = BC.DA$. نقطهٔ X درون ABCD چنان واقع است که:
$\angle XAB = \angle XCD$ و $\angle XBC = \angle XDA$ ثابت کنید: $\angle BXA + \angle DXC = 180^\circ$

نکتهٔ حائز اهمیت اینکه سؤال سوم آزمون، از سؤالات پیشنهادی ایران بود و از آن مهم‌تر اینکه به‌عنوان زیباترین مسئلهٔ پیشنهادی (که هر ساله انتخاب می‌شود) نیز برگزیده شد ولیدرهای تیم‌ها از این بابت به لیدرهای تیم ما تبریک گفتند.

اعضای تیم ملی المپیاد ایران در این دوره عبارت بودند از: محمد شریف کیاسری (از مازندران- ساری)، عرفان معینی (از اصفهان)، احمد رمضان‌پور (از مازندران- آمل)، محمد شاهوردی کندری (از تهران- ملارد)، محمد امین شریفی چاروری (از تهران)، ابوالفضل شیر محله‌ای (از مازندران- بابل) و سرپرستان همراه دانش‌آموزان، آقایان سید حسام فیروزی و مجتبی زارع بیدکی و لیدرهای تیم که در هیئت ژوری حضور داشتند و پس از مسابقه به تیم ملحق شدند، آقایان امید حاتمی ورزنه و مرتضی ثقفیان بودند.

اعلام نتایج:

پس از پایان مسابقه، تصحیح ورقه‌ها آغاز گردید. شایان ذکر است که در جلسات انتخاب سؤالات که قبل از آزمون برگزار می‌گردد، بارم بندی سؤالات نیز به‌طور بسیار دقیق انجام می‌گیرد. راه‌حل‌های گوناگون حل هر مسئله دقیقاً بررسی شده و مشخص می‌گردد که هر راه‌حل، تا هر مرحله پیشرفت، دقیقاً چند امتیاز دارد و بر همین اساس ورقه‌ها به دقت تصحیح می‌شوند. در روز ۱۳ جولای جلسهٔ نهایی اعلام نتایج و اهدای جوایز و مدال‌ها برگزار شد. تیم ایالات متحده آمریکا با کسب پنج مدال طلا و یک مدال نقره مقام نخست را به‌دست آورد و به دنبال آن کشورهای روسیه، چین، اوکراین، تایلند، تایوان، کره جنوبی، سنگاپور و لهستان مقام‌های دوم تا دهم را کسب نمودند. تیم کشورمان که در دورهٔ قبل (المپیاد پنجاه و هشتم- ۲۰۱۷) به مقام پنجم رسیده بود، در این دوره با ۱۴ پله نزول به مقام نوزدهم رسید. جدول نتایج تیم المپیاد ریاضی ایران در پی می‌آید:

چهاردهم جولای روز خداحافظی و پایان رقابت‌ها بود.

پی‌نوشت‌ها

1. Anti- Pascal triangle
2. Site

	سؤال ۱	سؤال ۲	سؤال ۳	سؤال ۴	سؤال ۵	سؤال ۶	مجموع	رتبه	مدال
محمد شریفی کیاسری	۷	۷	۳	۷	۷	۱	۳۲	۲۷	طلا
عرفان معینی	۷	۷	۰	۷	۷	۰	۲۸	۸۷	نقره
احمد رمضان‌پور	۷	۷	۰	۷	۱	۶	۲۸	۸۷	نقره
محمد شاهوردی کندری	۷	۷	۳	۷	۱	۰	۲۵	۱۳۱	نقره
محمد امین شریفی چاروری	۷	۷	۰	۷	۱	۰	۲۲	۱۷۴	برنز
ابوالفضل شیر محله‌ای	۷	۲	۰	۴	۱	۱	۱۵	۲۹۰	دیپلم افتخار
نتایج تیمی	۴۲	۳۷	۶	۳۹	۱۸	۸	۱۵۰	۱۹	

گزارشی از
شانزدهمین کنفرانس
آموزش ریاضی ایران
۹ تا ۱۲ مرداد ۱۳۹۷- بابلسر

پری حاجی‌خانی

اشاره

در افتتاحیهٔ پانزدهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران (۳ بهمن ۱۳۹۶) در بوشـــهر، استان مازندران میزبانی خود را برای برگزاری کنفرانس بعدی با ارائهٔ محورهای کنفرانس اعلام کـــرد. این محورها عبارت بودند از:

- معیارهای انتخاب معلمان برای آموزش ریاضی و ارتقای دانش حرفه‌ای آنان؛
- شـــیوه‌های مؤثر در فرایند یاددهی- یادگیری ریاضیات؛
- چالش‌های آموزش ریاضی مدرسه‌ای؛
- بررســـی محتوای کتاب‌های درسی ریاضی در پایه‌های مختلف؛
- جایگاه سنجش و ارزشیابی در آموزش ریاضی؛
- نقش گروه‌های آموزشی؛ انجمن علمی معلمان ریاضی؛ خانه‌های ریاضیات و دانشـــگاه‌ها در آموزش ریاضی مدرسه‌ای؛
- آموزش ریاضـــی ابتدایی به‌عنوان پایهٔ آموزش ریاضی؛
- فرصت‌ها و تهدیدهای آموزش غیررسمی و کتاب‌های کمک درسی در آموزش ریاضی؛
- بررسی جنبه‌های گرایش دانش‌آموزان به ریاضیات و رشتهٔ ریاضی.

مراسم افتتاحیه

افتتاحیهٔ کنفرانس بعد از ظهر سه‌شـــنبه ۹۷/۵/۹ ســـاعت ۱۶:۰۰ در ســـالن همایش مجتمع تفریحی و توریســـتی میزبان با تلاوت آیاتی از کلام‌الله مجید و پخش سرود ملی آغاز شـــد. مجری برنامه پس از خیر مقدم به شرکت‌کنندگان کنفرانس، علیرضا شاطری را که از اســـتان مازندران، موفق به کسب رتبهٔ اول کنکور

سراسری سال ۹۷ شده است، معرفی کرد و گزارشی که از منزل وی پس از اطلاع از خبر تهیه شـــده بود، پخش شـــد و مورد اســـتقبال حاضران قرار گرفت. همچنین اعلام شد که امسال (۱۳۹۷)، از تیم شش نفری المپیاد بین‌المللی ریاضی، سه نفر از استان مازندران بوده‌اند. در ادامه، نمایش کوتاهی از فعالیت‌های دبیرخانهٔ کنفرانس شانزدهم از زمان شروع به کار تا زمان برگزاری، نمایش داده شد.

پس از آن، مدیر کل آموزش‌وپروش استان مازندران و رئیس ستاد برگزاری کنفرانس **آقای عسگری نیکزاد** ضمن خوشـــامدگویی به حاضران، اظهار داشت هدف کلی کنفرانس، گردهمایی معلمان ریاضی، دانشجویان، اســـتادان و پژوهشگران آموزش ریاضی از سراسر کشور و تبادل ایده‌ها، دستاوردها و کارهای تحقیقاتی جدید و ایجاد بستری برای توسعهٔ متوازن رشتهٔ ریاضی و نمایش ظرفیت‌های این رشـــته بوده است. وی در ادامه از تمام کسانی که برای برگزاری این رویداد علمی تلاش و کمک کرده بودند، تشکر کرد.

ســـپس امـــام جمعهٔ بابلســـر **حجت‌الاســـلام محمداسماعیل قلی‌پور** بیان کرد که «بشر امروز، بیش از هر زمان دیگری نیازمند علم ریاضی اســـت و کاربرد ریاضی را در همهٔ عرصه‌هـــا داریم. آموزش ریاضی باید جذاب باشـــد؛ زیرا در تمام رشته‌ها به علم ریاضی نیاز داریم از علوم فقهی برای تعیین آب کر و ارث، تا نانو برای انجام محاسبات دقیق.»

پس از نمایش کوتاه دیگری از فعالیت‌های دبیرخانه، دکتر **عنایت‌الله سازگار** دبیر کمیتهٔ علمی کنفرانس، سخنرانی کرد و اطلاعاتی در مورد تعداد شرکت‌کنندگان و نحوهٔ داوری مقاله‌ها، ارائه داد. وی در سخنان خود اظهار داشت که «آموزش در ابتدایی، سنگ زیرین و باارزش و گرانقدر در تعلیم و تربیت اســـت که خشت اول، با آن گذاشته می‌شود». وی در ادامه، راجع به اهمیت کنفرانس افزودکه «اگر می‌خواهید بدانید کشوری توسعه می‌یابد یا نه، اصلاً نگاه به فناوری و کارخانه‌ها و ابزار نکنید، زیرا آن‌ها را می‌توان خرید و یا کپی کرد. برای دیدن توسعه به پیش‌دبستان‌ها و دبستان‌ها بروید و ببینید آنجا چگونه بچه‌ها را آموزش می‌دهند، شاید چه آموزش می‌دهند هم مهم نباشد اما اینکه چگونه آموزش می‌دهند مهم است. اگر کودکان شما را پرسشگر، خلاق، دارای روحیهٔ گفت‌وگو، کار تیمی و تعامل و مشارکت بار آورند آن‌ها انسان‌هایی می‌شوند که باعث توسعه می‌شوند». سپس وی گزارش داد که در شانزدهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران، ۷۵۰ نفر شـــرکت کرده‌اند و تعداد شرکت‌کنندگان زن تقریباً ۲۰ درصد بیشتر از مردان است.

عکاس: محسن غلامی

برنامه‌های علمی کنفرانس

طبق آماری که آقای دکتر سازگار اعلام نمود، در مجموع ۴۵۰ مقاله و درخواست برگزاری کارگاه به دبیرخانه ارسال شد که بیشترین تعداد، مربوط به محور «چالش‌های آموزش ریاضی مدرسه‌ای» بوده است. پس از مراحل داوری مقاله‌ها که به صورت حضوری در بابلســـر انجام شد، ۱۰۲ مقاله به صورت سخنرانی ۲۰ دقیقه‌ای و ۱۶۷ مقاله به صورت پوستر و ۱۷ کارگاه پذیرفته شدند، همچنین شش کارگاه آموزش ریاضی نیز برای سه دورهٔ ابتدایی، متوسطهٔ اول و دوم با حضور مؤلفان کتاب‌های درســـی و معلمان برجستهٔ سراسر کشور برگزار گردید. در خاتمه ایشان پیشنهاد دادند که دبیرخانهٔ کنفرانس تا کنفرانس بعدی در بابلســـر دایر باشد تا نتایج و دستاوردهای کنفرانس برای نخســـتین بار جمع‌آوری و به تفکیک زمینه‌های ترویجی و تحقیقی و تجربه‌های معلمان، به مسئولین وزارت آموزش‌وپرورش ارائه شود.

پس از دکتر ســـازگار، معاون متوسطهٔ آموزش‌وپرورش مازندران، **اسفندیار نظری** ســـخنرانی کرد و اظهار داشت که «تحول اساســـی و پایـــدار در هر جامعه، در گرو متحول شـــدن نظام تعلیم و تربیت آن جامعه اســـت و محور اصلی توســـعهٔ تعلیم و تربیت، کیفیت کار معلم اســـت. معلمان به‌عنوان پایه‌گذاران اندیشـــه‌های علمی، مبلغان ارزش‌ها و مسئولیت‌های اجتماعی به کودکان ما می‌باشند و حرف اول را در تربیت نیروی انسانی می‌زنند و هیچ حرفه‌ای همچون شغل معلمی، تأثیر مؤثری در جوامع ندارد». وی در ادامه در خصوص هدایت تحصیلی دانش‌آموزان به رشتهٔ ریاضی افزود که «متأسفانه در سال گذشته، از ۱۰۰٪ دانش‌آموزان ۱۱٪ به رشتهٔ ریاضی هدایت شدند و در مازندران هم که قرار بود ۲۵ ٪ باشد به ۱۷/۵٪ رسید.»

ایشـــان در ادامه، تصریح کرد که ریاضیـــات، امروزه از

جنبه‌های زیر مورد توجه قرار می‌گیرد:

- ابزار؛
- زبان و وسیله‌ای برای نمایش دانش، توصیف،تجزیه و تحلیل و انتقال؛
- زمینهٔ تربیتی به منظور پرورش و نظم فکری؛
- بالا بردن قدرت اندیشه و استدلال فکری.

آقای **دکتر عباس سلطانیان** مدیر کل دفتر آموزش متوسطهٔ نظری وزارت آموزش‌وپرورش نیز بر نقش ریاضی و اهمیت آن در برنامهٔ درسی مدرسه‌ای تأکید نمودند.

گروه موسیقی سنتی پایه چند قطعه موسیقی محلی مازندران را نواختند و پس از آن سخنرانی دکتر **امیدعلی شهنی کرمزاده** با عنوان «تفاوت یادگیری ریاضی با فهم آن» پایان‌بخش برنامه‌های افتتاحیه بود.

سخنرانی‌های عمومی

این کنفرانس، مهمان خارجی برای سخنرانی نداشت و اعلام نشد که آیا از کسی دعوت شده و نتوانسته شرکت کند یا چنان دعوتی صورت نگرفته است. در این کنفرانس، نُه سخنرانی عمومی در روزهای چهارشنبه و پنج‌شنبه در ساعت‌های ۸:۰۰ تا ۹:۰۰ و ۱۰:۳۰ تا ۱۱:۳۰، به ترتیب زیر و به‌طور موازی، ارائه شدند.

- دکتر ابوالفضل رفیع‌پور گتابی، عضو هیئت علمی آموزش ریاضی، دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر- دانشگاه شهید باهنر کرمان با عنوان «فناوری و آموزش ریاضی»؛
- دکتر ابراهیم ریحانی، عضو هیئت علمی آموزش ریاضی، گروه ریاضی دانشگاه تربیت دبیر فنی دانشگاه شهید رجایی و رئیس مرکز تحقیق و آموزش ریاضی دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌های درسی با عنوان «کتاب‌های جدیدالتألیف و چالش‌های پیش‌رو»؛
- مهدی ایزدی، عضو گروه ریاضی دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌های درسی با عنوان «نقش و جایگاه طرح مسئله در آموزش ریاضی»؛
- دکتر علی تقوی، عضو هیئت علمی دانشگاه مازندارن و یوسف احمدی، دبیر ریاضی متوسطه استان مازندران با عنوان «نتایج خلاف شهود در ریاضیات و تأثیر آن در درک عمیق مفاهیم ریاضی»؛
- دکتر جواد وحیدی، عضو هیئت علمی ریاضی دانشگاه علم و صنعت ایران با عنوان «دگرگون شمردن، راهی برای اثبات»؛
- دکتر سید احمد حسن‌پور، عضو هیئت علمی دانشگاه آزاد بابل با عنوان «تکنولوژی، تبدیلات، ابزار دست معلم متخصص در حل مسئله»؛
- دکتر سهیلا غلام‌آزاد، عضو هیئت علمی آموزش ریاضی و مدیر گروه پژوهشی علوم پایه پژوهشگاه مطالعات آموزش‌وپرورش با عنوان «تکالیف غنی یادگیری کدامند؟»؛
- دکتر فرزاد رادمهر، عضو هیئت علمی آموزش ریاضی، گروه ریاضی دانشگاه فردوسی مشهد با عنوان «ارتقای ارزیابی (سنجش) عملکرد ریاضی با استفاده از طبقه‌بندی اصلاح شده بلوم»؛

● دکترفهیمه کلاهدوز، دکترای آموزش ریاضی با عنوان «ارزیابی در خدمت آموزش».

کارگاه‌های آموزشی ریاضی

۱۲ کارگاه در روز چهارشنبه، در سه نوبت ۹:۰۵ تا ۱۰:۳۰، ۱۰:۵۰تا ۱۲:۱۵ و ۱۵:۰۵ تا ۱۶:۳۰به صورت موازی، برگزار شدند در هر نوبت، چهار کارگاه تشکیل شد. برگزارکننده(ها) و عنوان کارگاه‌ها به شرح زیر بود:

۱. اژدر سلیمانپور باکفایت: «حل مسائلِ مشکل و تدریس مفهومی ریاضی توسط نرم‌افزارها (با تأکید بر نرم‌افزار جئوجبرا و میپل)»؛

۲. مرتضی صادقی، فاطمه سلیمانیان و شکوفه منجم: «از من تا ما (طراحی تکالیف گروهی به منظور پرورش مهارت‌های اجتماعی با محوریت ارتقا دانش و مهارت‌های ریاضی)»؛

۳. هاجر کاکا سلطانی و سجاد محمدزاده: «تبدیلات هندسی (انتقال- تقارن- دوران)»؛

۴. شبنم مومیوند، حسین رحمانیان، شاهد مشهودی و مبیناسادات شمس‌الضحی «آموزش عملی هندسه دورهٔ متوسطهٔ اول فقط به کمک کاغذ و تا»؛

۵. نسیبه انجم شعاع، اعظم کریمیان‌زاده و حسین کاظم‌زاده: «نقش داستان‌گویی در آموزش ریاضی»؛

۶. مزبان حبیبی، ارمغان اسدپویان و محمد رمضانپور: «آموزش ساخت و تولید دست‌سازه‌هایی جهت تدریس اثربخش مباحث کتب ریاضی نونگاشت»؛

۷. قاسم شعبانی و منصوره قاسم‌زاده: «هندسه تاکسی و آموزش آن در مدرسه»؛

۸. ام‌البنین فتحی، نرجس آذرپراه: «بازی با اعداد اول و شمارنده‌های اعداد»؛

۹. اعظم کریمیان‌زاده، نسیبه انجم شعاع و رضا جهان‌آرا: «تأثیر بازی در آموزش ریاضی با تأکید بر مباحث ریاضی کتب ابتدایی در دورهٔ اول»؛

۱۰. صفورا آذری: «تدریس، تثبیت و یادگیری ریاضی همراه با بازی برای دانش‌آموزان ابتدایی»؛

۱۱. نرگس عصارزادگان: «آشنایی با روش‌های حل مسئله»؛

۱۲. سیدجمال بخشایش، قربانعلی منصوری و رضا منصوری: «حل مسائل با جئوجبرا».

پنج کارگاه هم در روز پنج‌شنبه در یک نوبت ۹:۰۵ تا ۱۰:۳۰ و به صورت موازی، برگزار شدند:

۱. بهزاد کفاش با همکاری روح‌اله علوی‌زاده: «تجربهٔ تدریس ریاضیات با نرم‌افزار میپل»؛

۲. علی جعفری: «رویکرد آموزش ریاضی با حل مسئله در دورهٔ ابتدایی»؛

۳. علی رمضانی «حل یک مسئله به روش مستقیم و قهقرایی»؛

۴. یوسف امیریان با همکاری شراره شکرالهی: «یادگیری مشارکتی در کلاس درس ریاضی (تدریس جذاب و بسیار کارآمد)»؛

۵. ولی‌الله خان‌پور، نعمت‌الله عبدی و حسین سلطانی‌مقدم: «کارگاه آموزش مقاله‌نویسی ریاضی، تألیف و پژوهش توسط اتحادیه انجمن‌های علمی آموزشی معلمان ریاضی ایران».

مراسم اختتامیهٔ کنفرانس

مراسم اختتامیه روز جمعه ۹۶/۰۵/۱۲ ساعت ۱۰:۰۰ صبح در سالن شماره ۱ پردیس دانشگاه مازندران برگزار شد. در این مراسم، پس از تلاوت قرآن و پخش سرود به ترتیب احمدرضا مهاجری‌نژاد مدیر آموزش‌وپرورش شهرستان بابلسر و مسئول کمیتهٔ اجرایی کنفرانس و سردار نامدار کناری نمایندهٔ مجلس شورای اسلامی شهر بابلسر و فریدون‌کنار به شرکت‌کنندگان خیر مقدم گفته و از مسئولین و برگزارکننده‌ها تشکر کردند. سپس آقای حسن عظیمی معاون آموزشی ادارهٔ آموزش‌وپروش بابلسر و ولی‌الله خانپور سخنرانی کردند. در ادامه آقای نظری معاون آموزشی سازمان آموزش‌وپرورش که قائم مقام ستاد برگزاری کنفرانس بود، در مورد آموزش ریاضیات صحبت کردند و با مثال زدن آقای فریدون درخشانی که برندهٔ جایزهٔ فیلدز در سال ۲۰۱۸شد، بزرگان علمی ایران را ستود.

در انتهای مراسم، آقای رزمی مسئول انجمن علمی معلمان ریاضی تبریز، آمادگی استان آذربایجان شرقی را برای برگزاری هفدهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران در تابستان سال ۱۳۹۸ در شهر تبریز اعلام نمود.

این کنفرانس با صحبت‌های آقای سلطانی‌مقدم نمایندهٔ اتحادیه انجمن‌های علمی معلمان ریاضی ایران در مورد کنفرانس بابلسر به پایان رسید که ابراز داشت «در اینجا همه همدل بودند، فرماندار، شهردار و امام جمعه همه دست به دست هم داده بودند و مسئولین شهر همه با هم متحد بودند.»

گزارشی اجمالی از هجدهمین کنگرهٔ بین‌المللی ریاضی‌دانان

۳۱ جولای تا ۹ آگوست ۲۰۱۸- ریودوژانیرو، برزیل

زهرا گویا
دانشگاه شهید بهشتی

روز اول آگوست ۲۰۱۸، هجدهمین «کنگرهٔ بین‌المللی ریاضی‌دانان[۱]» در شهر ریودوژانیرو، توسط شیگوفِمی موری رئیس «اتحادیهٔ بین‌المللی ریاضی[۲]»، هلگه هولدن- معاون یا دبیر اول اتحادیه و مارسِلو ویانا[۳] دبیر کمیتهٔ علمی کنگره و رئیس مؤسسهٔ تحقیقی ایمپا، رسماً افتتاح شد. طبق سنت همیشگی این کنگره، برندگان جایزه فیلدز در مراسم افتتاحیه معرفی می‌شوند. در میان بهت و حیرت همهٔ ایرانیان، برای بار دوم نیز یک ریاضی‌دان ایرانی برندهٔ جایزهٔ فیلدز شد. وی کوچر بیرکار از مریوان و استاد دانشگاه کمبریج، بود. با شنیدن نام ایران و نام این فرزند ایران، اشک شوق بر گونه‌های خیلی‌ها روان شد، چه آن‌هایی که حضور داشتند و چه آن‌هایی که به‌صورت مجازی و به‌طور هم‌زمان، مراسم را می‌دیدند. باز هم نام ایران در بالاترین مرتبهٔ ریاضیات جهان، درخشید و پرآوازه شد. در ضمن، اتفاق عجیب و نادری هم رخ داد که بیشتر از معمول، نام کوچر شنیده شد! اتفاق این بود که وقتی یکی از استادان دانشگاه کردستان که از قبل کوچر بیرکار را می‌شناخت، برای تبریک گفتن به او رفت

و مشـــغول روبوسی بودند، کیف کوچر که جایزه در آن بود، در کسری از ثانیه ربوده شد! کسی باور نمی‌کرد که راســـت باشد. اما وقتی شب در شبکهٔ سراسری خبر در برزیل شنیدیم، دیگر شکی باقی نماند!

چهار برندهٔ مدال فیلدز سال ۲۰۱۸

چهار نفر برندهٔ جایزهٔ فیلدز که توســـط «اتحادیهٔ بین‌المللـــی ریاضی» انتخاب شـــده بودنـــد، در روز افتتاحیهٔ «کنگرهٔ بین‌المللی ریاضی‌دانان» در ســـال ۲۰۱۸، جایـــزه خود را از رئیس این اتحادیه، دریافت کردنـــد که در این گزارش، به معرفی اجمالی هر یک پرداخته می‌شود.

کوچَر بیرکار[۴] (فریدون درخشانی)؛ در سال ۱۹۷۸ (۱۳۵۷)، در روســـتای نِی از توابع شهر مریوان در ایران به دنیا آمد. خانواده کوچر، کشـــاورز هستند. او تا پایان دورهٔ راهنمایی تحصیلی (پایه هشتم فعلی) به مدرسهٔ روستایی رفت و چون آن روستا دبیرستان نداشت، برای ادامه تحصیل تا اخذ دیپلم، به مریوان رفت. برادرش و کوهستان، هر دو در ریاضی‌دان شدن او نقش برجسته‌ای ایفا کردند؛ برادرش او را با کتاب‌های عمومی ریاضی و مسائل ریاضی آشنا کرد و کوهستان، آرامش فکر کردن و تعمـــق را بـــه وی آموخت. کوچر پـــس از قبولی در کنکور، وارد رشتهٔ ریاضیِ دانشگاه تهران شد و در دورهٔ کارشناسی، به‌عنوان عضو تیم مسابقه ریاضی دانشگاه تهران که در ایران مدال آورده بودند، برای مسابقهٔ جهانی عازم انگلستان شد و تصمیم گرفت تا عشق به ریاضی‌اش را در آنجا دنبال کند. وی پس از دریافت مدرک دکترای ریاضی خود از دانشگاه ناتینگهام، در دانشگاه کمبریج اســـتخدام شد و استاد تمام آن دانشگاه است. به باور او، «ریاضی‌دانِ بدونِ رویا، ریاضی‌دان نیست.»

پیتر شولز[۵] متولـــد ۱۹۸۷ (۱۳۶۶)، دو سال قبل از فرو ریختن دیوار برلین، در آلمان شرقی آن زمان به دنیا آمد. او از جمله جوان‌ترین برندگان جایزهٔ فیلدز در تاریخ آن است. پدر و مادر شولز، هر دو دارای تحصیلات بالا بوده و خودش نیز در «المپیاد بین‌المللی ریاضی[۶]» که مخصوص دانش‌آموزان است، سه بار مدال طلا و یک بار مدال نقره گرفت. به نظر می‌رســـد که پیتر، در همهٔ زندگی‌اش شتاب داشته و به این دلیل، دورهٔ کارشناسی خود را طی ســـه نیم‌سال تحصیلی (یک سال و نیم) و دورهٔ کارشناسی ارشدش را در دو نیم‌سال تحصیلی (یک سال) به اتمام رساند و در سن ۲۴ سالگی در دانشگاه بُن در آلمان، به مرتبهٔ اســـتاد تمامی رسید. از سال ۲۰۱۸

نیز رئیس مؤسسهٔ ماکس پلانک شده است.

آلِسیو فیگالی[۷]؛ متولد سال ۱۹۸۴ (۱۳۶۳) در ایتالیا است. او هم، پدرش استاد دانشگاه و مادرش دبیر دبیرستان اســـت. فیگالی پس از شرکت در المپیاد بین‌المللی ریاضی، بیش از قبل نسبت به ریاضی شور و شوق پیدا کرد. فیگالی مدرک کارشناسی خود را طی دو سال تحصیلی، از دانشگاه پیزا در ایتالیا گرفت. سپس عازم فرانسه شد و دورهٔ دکتری

خود را در آنجا گذراند. فیگالی در ۲۳ سالگی، در پاریس دکتری خود را گرفت و در سال ۲۰۱۱، هم‌زمان در «انستیتو تکنولوژی فدرال زوریخ[8]» و دانشگاه تگزاس در آستین، استخدام شد و در ۲۵ سالگی، استاد تمام شد.

سدریک ویلانی[9]- برندهٔ جایزهٔ فیلدز در سال ۲۰۱۰ و استاد راهنمای مشترک فیگالی، وی را ریاضی‌دانی توصیف نمود که در ریاضیاتی که تولید می‌کند، تلفیق شاخه‌های گوناگون ریاضیات حول محور آنالیز ریاضی، به وضوح دیده می‌شود و یادآور شد که وی، سرعت خیره‌کننده‌ای در جذب و هضم حجم وسیعی از مباحث را با هم دارد و به این دلیل، وی را سزاوار لقب «اسفنج ریاضی[10]» دانسته است.

اَکشای وِنکاتِش[11]؛ در خانواده‌ای که از اقلیت «تامیل» هستند، در سال ۱۹۸۱ (۱۳۶۰) در دهلی‌نو در هندوستان به دنیا آمد و در دو سالگی، همراه خانواده به استرالیا مهاجرت کردند. مادر وی استاد علوم کامپیوتر در دانشگاه دیکینز و پدرش مهندس تحصیل‌کرده است. او نبوغ خود را چنان بروز داد که در ۱۱ سالگی در المپیاد بین‌المللی فیزیک و در ۱۲ سالگی، در المپیاد بین‌المللی ریاضی شرکت کرده و در هر دو، موفق به کسب مدال شد. ونکاتِش در ۱۳ سالگی دیپلم، در ۱۶ سالگی مدرک کارشناسی ریاضی و در ۲۰ سالگی از دانشگاه پرینستون، دکترای ریاضی خود را گرفت. او تا تابستان ۲۰۱۸، استاد دانشگاه استانفورد بود و از آن به بعد، در دانشگاه پرینستون فعالیت‌های پژوهشی ریاضیِ خود را ادامه داده است.

ادای احترام به «چراغ تابان» مریم میرزاخانی[12]

به درخواست کمیتهٔ بانوان انجمن ریاضی ایران و اجماع اعضای «نشست جهانی برای زنان در ریاضی[13]» توسط کمیتهٔ زنان «اتحادیهٔ بین‌المللی ریاضی»، سال روز تولد زنده‌یاد مریم میرزاخانی، به‌عنوان «روز زنان و ریاضی» نام‌گذاری شد. همچنین در این کنگره، نمایشگاه زیبایی برای ادای احترام به وی، بر پا شده بود و دفتر یادبودی هم برای بازدیدکنندگان آماده شده بود تا احساس خود را نسبت به وی و کارهایش، بنویسند.

برنامهٔ حمایت مالی «آغوش گشوده[14]» از شرکت‌کنندگان

در این کنگره، با حمایت مالی «اتحادیهٔ بین‌المللی ریاضی» و «مؤسسه تحقیقات ریاضی محض و کاربردی برزیل[15]» که برگزارکننده آن بود، تعداد زیادی از شرکت‌کنندگان، بورس کامل سفر دریافت نمودند که در بین آنان، به بیش از ۳۰ نفر از ایران، این بورس داده شد.

کنگره پس از نُه روز سرشار از فعالیت‌های متنوع ریاضی، روز ۹ آگوست ۲۰۱۸ به پایان رسید. در این کنگره، بیش از ۳۰۰۰ شرکت‌کننده از ۱۱۴ کشور حضور داشتند. به گفتهٔ برگزارکنندگان، بیش از ۱۵۰۰ نفر پشت صحنه تلاش کردند تا این اتفاق مهم بیفتد. شهر سن‌پترزبورگ در سال ۲۰۲۲، میزبان کنگره بین‌المللی ریاضی‌دانان، خواهد بود.

پی‌نوشت‌ها

1. International Congress of Mathematicians: ICM
2. International Mathematics Union: IMU
3. Marcelo Viana
4. Caucher Birkar
5. Peter Scholze
6. International Mathematics Union: IMU
7. Alessio Figalli
8. Swiss Federal Institute of Technology Zurich: ETH
9. Cedric Villani
10. Mathematics Sponge
11. Akshay Venkatesh
12. Tributes Paid to “Shining Light” Maryam Mirzakhani
13. World Meeting for Women in Mathematics
14. Open Arm
15. IMPA – Instituto de Matemática Pura e Aplicada and SBM – Sociedade Brasileira de Matemática

رسم توابع ریاضی و اشکال هندسی

به کمک نرم‌افزار

(معرفی دو نرم‌افزار کاربردی ریاضی)
(رسم توابع و نوشتن و ویرایش علائم وفرمول‌های متنوع ریاضی)

مصطفی سهرابلو
دبیر علوم تجربی متوسطه اول پیرتاج، شهرستان بیجار

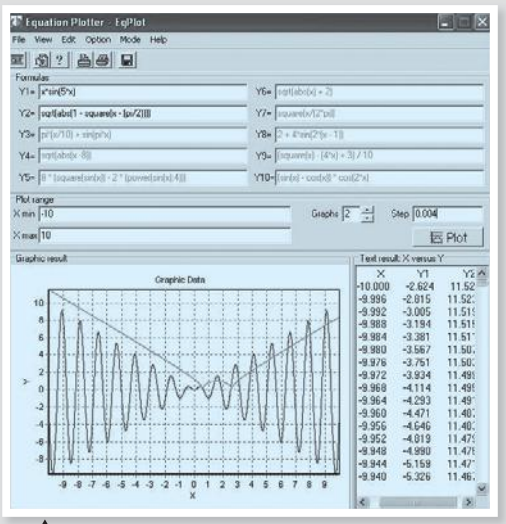
اشاره

ریاضیات و کاربردهای آن، بخشی از زندگی روزانه و در جهت حل مشکلات زندگی در حوزه‌های مختلف به شمار می‌آید که دارای کاربردهای وسیعی در فعالیت‌های متنوع انسانی است. توانایی به‌کارگیری ریاضی در حل مسائل روزمره و انتزاعی، از اهداف اساسی آموزش ریاضی می‌باشد (سند برنامهٔ درسی ملی، ص ۳۳). فناوری در ریاضی و کاربردهای آن (حسابگرها و رایانه‌ها، نرم‌افزارهای رایانه‌ای) از نکات مورد تأکید در استفاده از فناوری‌های نوین در ریاضیات است (همان، ۳۴) و با توجه به اهمیت نرم‌افزارهای آموزشی و با عنایت به مبانی سند تحول بنیادین از جمله راهبرد کلان بهره‌مندی هوشمندانه از فناوری‌های نوین در نظام تعلیم و تربیت رسمی عمومی مبتنی بر نظام معیار اسلامی (هدف‌های کلان ۳، ۲، ۱، ۵ و ۷)، در این مقاله به معرفی دو نرم‌افزار مفید و کاربردی ریاضی یعنی «MathSol EqPlot» - برای رسم توابع جبری، مثلثاتی، توابع هذلولی و غیرجبری- و دیگری نرم‌افزار«MathMagic Pro Edition» - برای نوشتن و ویرایش علائم و نمادها و فرمول‌های ریاضی- پرداخته می‌شود. هریک از این نرم‌افزارها دارای امکانات و ابزارهای متنوعی هستند که در رسم و طراحی اشکال هندسی و توابع مختلف ریاضی به کمک معلم و دانش‌آموزان می‌آیند و آموزش مفاهیم ریاضی را جذاب‌تر می‌کنند.

کلید واژه‌ها: نرم‌افزار ریاضی، طراحی و رسم اشکال هندسی، رسم توابع ریاضی، فرمول‌های ریاضی

۱. نرم‌افزار MathSol EqPlot

این نرم‌افزار می‌تواند توابع جبری، مثلثاتی، توابع هذلولی و غیر جبری را رسم نماید، و نتیجهٔ حاصل از رگرسیون خطی را تحلیل نماید. توابع مورد نظر در جاهای مناسب نوشته شده و سپس با مشخص کردن محدوده‌های رسم و دیگر تنظیمات، با انتخاب دکمهٔ Plot، توابعِ مشخص شده در پایین صفحه، رسم می‌شوند (تصویر ۱).



▲ تصویر ۱

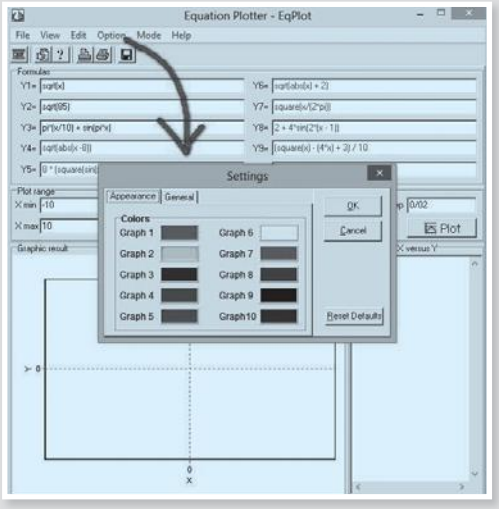
برای هر یک از گراف‌ها می‌توان در بخش تنظیمات رنگ معینی را انتخاب کرد (تصویر ۲).

توابع رسم شده را می‌توان برای استفاده چاپ کرده و یا کپی نموده و در برنامه‌های دیگر استفاده کرد.

۲. نرم‌افزار MathMagic Pro Edition

این نرم‌افزار هم، برای نوشتن و ویرایش علائم و فرمول‌های ریاضی به کار می‌رود و ابزارهای مختلفی

▼ تصویر ۲



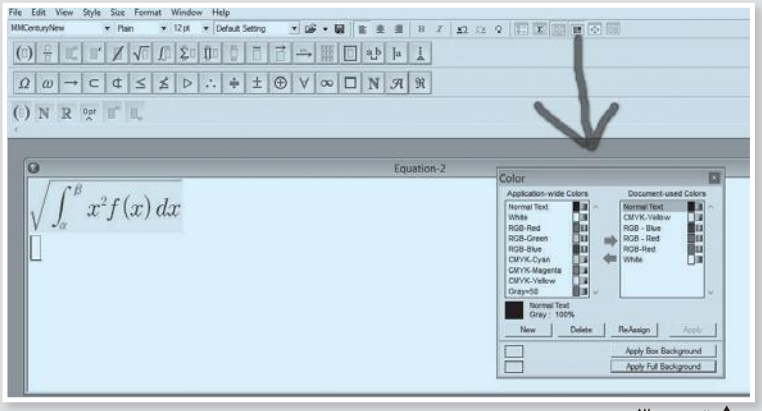
برای ویرایش و نوشتن فرمول‌ها دارد که برای نمونه، می‌توان به تنظیمـــات رنگ زمینه صفحه و فرمول‌ها اشاره نمود. (تصویر ۳)

این نرم‌افـــزار، دارای فرمول‌ها وقالب‌های آماده‌ای است که قابلیت تغییر به شکل دلخواه را دارند. (تصویر ۴)

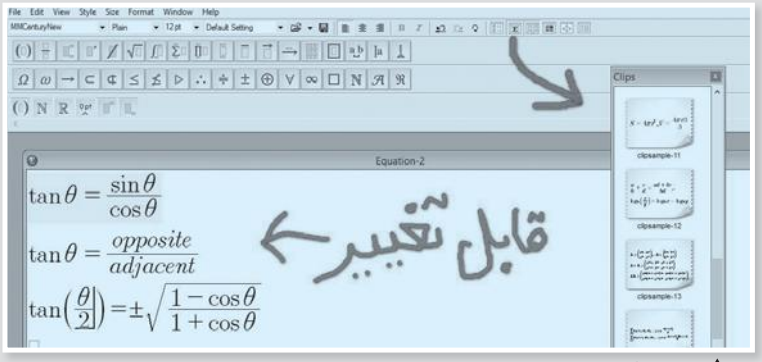
بخش مهم دیگری نیز مربوط به تنظیمات شکل فرمول‌ها، اندازهٔ اجزا و فاصلهٔ اجزای فرمول اســـت که کمک می‌کند تا فرمول‌های متنوع نوشته و یا ویرایش شـــده و برای معلم و دانش‌آموز، قابل اســـتفاده شود. (تصویر ۵)

این نرم‌افزار بخش‌های دیگری هم دارد که دارای نمادها و قالب‌های مختلف برای نوشـــتن فرمول‌های متنوع و دلخواه هستند. (تصویر ۶)

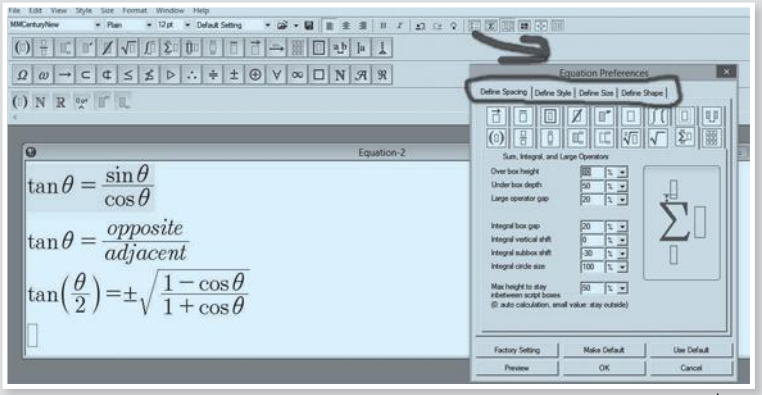
فرمول‌های نوشته یا ویرایش شده، قابل ذخیره در قالب‌های مختلف مانند pdf و تصویر، برای استفاده در نرم‌افزارها و موقعیت‌های آموزشی مختلف و براساس نیاز معلمان و دانش‌آموزان هستند.



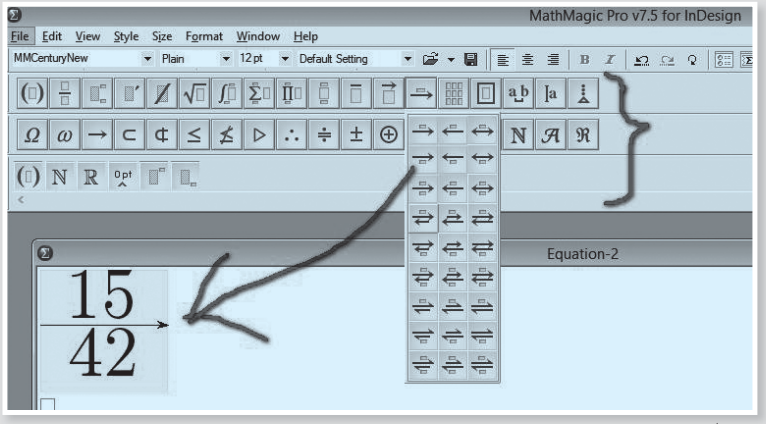
▲ تصویر ۳



▲ تصویر ۴



▲ تصویر ۵



▲ تصویر ۶

منابع

۱. سند تحول بنیادین آموزش‌وپرورش مصوب شورای عالی انقلاب فرهنگی آذر ماه ۱۳۹۰

۲. سند برنامهٔ درسی ملی جمهوری اسلامی ایران

نامه‌های رسیده

مجلهٔ رشد آموزش ریاضی با دریافت مقاله‌ها، روایت معلمان، دیدگاه‌ها، نقد و بررسی کتاب از سوی خوانندگان گرامی، پربارتر خواهد شد. تا پایان مهر ۱۳۹۷، نامه‌ها و مطالب دوستان زیر، به‌دست ما رسیده است. ضمن تشکر از همگی آن‌ها، منتظر دریافت نامه‌های شما هستیم!

- حسن واشیان، از قم؛
- امین کشاورز، از شیراز؛
- مریم حسینی، از تهران؛
- نرگس یافتیان، از تهران؛
- مریم شایان، از تهران؛
- قاسم شعبانی، از آمل؛
- ایوب توکلی، از یزد؛
- زهرا علیلو، از آذربایجان غربی؛
- شیرین داوری، از تهران؛
- محمد علی‌پور فتحکوهی، از تهران؛
- مقصود اختری، از تهران.

خوانندگان محترم برای مطالعهٔ متن کامل مقالهٔ «استانداردهای TPACK: آموزش معلمان و مدل توسعه» همراه با پیوست و منابع، به وبگاه مجلات رشد مراجعه کنید.

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات کمک‌آموزشی

با مجله‌های رشد آشنا شوید

مجله‌های دانش‌آموزی

به صورت ماهنامه و نه شماره در سال تحصیلی منتشر می‌شود:

- رشد کودک برای دانش‌آموزان پیش‌دبستانی و پایهٔ اول دورهٔ آموزش ابتدایی
- رشد نوآموز برای دانش‌آموزان پایه‌های دوم و سوم دورهٔ آموزش ابتدایی
- رشد دانش‌آموز برای دانش‌آموزان پایه‌های چهارم، پنجم و ششم دورهٔ آموزش ابتدایی

مجله‌های دانش‌آموزی

به‌صورت ماهنامه و هشت شماره در سال تحصیلی منتشر می‌شود:

- رشد نوجوان برای دانش‌آموزان دورهٔ آموزش متوسطه اول
- رشد برهان برای دانش‌آموزان دورهٔ آموزش متوسطه اول
- رشد جوان برای دانش‌آموزان دورهٔ آموزش متوسطه دوم

مجله‌های بزرگسال عمومی

(به صورت ماهنامه و هشت شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شود):

◆ رشد آموزش ابتدایی ◆ رشد تکنولوژی آموزشی
◆ رشد مدرسه فردا ◆ رشد معلم

مجله‌های بزرگسال تخصصی:

به صورت فصلنامه و سه شماره در سال تحصیلی منتشر می‌شود:

◆ رشد آموزش قرآن و معارف اسلامی ◆ رشد آموزش زبان و ادب فارسی
◆ رشد آموزش هنر ◆ رشد آموزش مشاور مدرسه ◆ رشد آموزش تربیت‌بدنی
◆ رشد آموزش علوم اجتماعی ◆ رشد آموزش تاریخ ◆ رشد آموزش جغرافیا
◆ رشد آموزش زبان‌های خارجی ◆ رشد آموزش ریاضی ◆ رشد آموزش فیزیک
◆ رشد آموزش شیمی ◆ رشد آموزش زیست‌شناسی ◆ رشد مدیریت مدرسه
◆ رشد آموزش فنی‌وحرفه‌ای و کاردانش ◆ رشد آموزش پیش دبستانی
◆ رشد برهان متوسطه دوم

مجله‌های رشد عمومی و تخصصی، برای معلمان، مدیران، مربیان، مشاوران و کارکنان اجرایی مدارس، دانش‌جویان دانشگاه فرهنگیان و کارشناسان گروه‌های آموزشی و...، تهیه و منتشر می‌شود.

◆ **نشانی:** تهران، خیابان ایرانشهر شمالی، ساختمان شمارهٔ ۴ آموزش‌وپرورش، پلاک ۲۶۶.
◆ **تلفن و نمابر:** ۸۸۳۰۱۴۷۸ ـ ۰۲۱
◆ **وبگاه:** www.roshdmag.ir

IN THE NAME OF ALLAH

Ministry of Education
Organization of Research & Educational Planning
Publications & Teaching Technology Office

131 Roshd Mathematics Education Journal

رشد آموزش ریاضی

vol.36 no.2 2018 ISSN:1606-9188

2. Editors' Note by: Z. Gooya

4. Developing & Assessing Rich Activities for Math Learning
by: S. Gholamazad

9. Content Analysis of the Grade 11 Geometry2 Textbook
by: S.Kangavari; S. Simiari & H. Abdollahi Lashaki

15. Mathematics Teacher TPACK Standards and Development Model
Trans by:F. Hajazizi & Z. Gooya

27. Proof Without Words: The Sum of Squares
by: B. Chakraborty

28. Financial Literacy via Mathematics Literacy
by: A. Firoozian & Z. Gooya

34. Teaching Trigonometric Functions: Lessons Learned from Research
by: K. Weber; Trans. by: F. Hoseini & H. Farhadi

41. Hearing is Different from Seeing!
by: I. Zamani & M. Nikseresht

44. Sweet Taste of Problem Solving in Summer!
by: H. Dafeie

48. Familiarity with examples of interesting issues in the history of Islamic mathematics
by: N. Assarzadegan

51. Report: 59th IMO's Report
by: H. Sharghi

54. Report: 16th Iranian Mathematics Education Conference
by: P. Hajikhani

58. A Glimpse of the ICM 2018
by: Z. Gooya

61. Drawing Mathematics Functions & Geometric Shapes Using Software
by: M. Sohrabloo

63. Letters

Managing Editor: Mohammad Naseri
Editor: Zahra Gooya
Editorial Board:
Tahereh Asadi, Hamidreza Amiri, Esmaiel Babolian, Mohammad Reza Fadaie, Soheila Gholamazad, Mehdi Radjabalipour, Mani Rezaie, Shiva Zamani, Bijan Zangeneh.
Executive Director: Pari Hajikhani
Graphic Designer: Mehdi Karimkhani
www.roshdmag.ir
e-mail: riyazi@roshdmag.ir
P. O. Box: Tehran 15875 - 6585

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی

حمایت از کالای ایرانی

رشد برای رشد

نحوهٔ اشتراک مجلات رشد به دو روش زیر:

الف. مراجعه به وبگاه مجلات رشد به نشانی www.roshdmag.ir و ثبت‌نام در سایت و سفارش و خرید از طریق درگاه الکترونیکی بانکی.

ب. واریز مبلغ اشتراک به شماره حساب ۳۹۶۶۲۰۰۰ بانک تجارت، شعبهٔ سه‌راه آزمایش کد ۳۹۵ در وجه شرکت افست و ارسال فیش بانکی به همراه برگ تکمیل‌شدهٔ اشتراک با پست سفارشی یا از طریق دورنگار به شمارهٔ ۸۸۴۹۰۲۳۳.

◆ عنوان مجلات درخواستی:

◆ نام و نام خانوادگی:

◆ تاریخ تولد: ◆ میزان تحصیلات:

◆ تلفن:

◆ نشانی کامل پستی:

استان: شهرستان:

خیابان:

پلاک: شمارهٔ پستی:

شمارهٔ فیش بانکی:

مبلغ پرداختی:

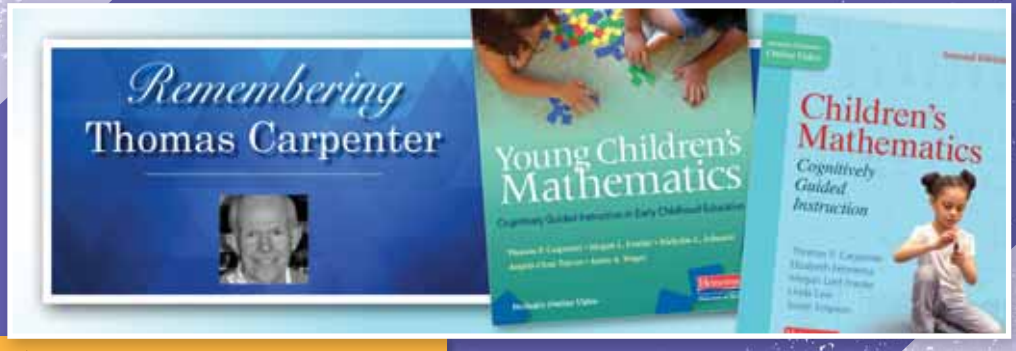
◆ اگر قبلاً مشترک مجله رشد بوده‌اید، شمارهٔ اشتراک خود را بنویسید:

امضا:

● نشانی: تهران، صندوق پستی امور مشترکین: ۳۳۳۱-۱۵۸۷۵
● تلفن بازرگانی: ۸۸۸۶۷۳۰۸-۰۲۱
● Email: Eshterak@roshdmag.ir

◆ هزینهٔ اشتراک سالانه مجلات عمومی رشد (هشت شماره): ۴۵۰/۰۰۰ ریال
◆ هزینهٔ اشتراک سالانه مجلات تخصصی رشد (سه شماره): ۲۲۰/۰۰۰ ریال

به مناسبت درگذشت
توماس کارپنتر، مبتکر
«تدریس شناختیِ هدایت‌شده»



نویسندگان: رندی فیلیپ و لیندا لِوی[1]

در هفتهٔ اول آگوست سال ۲۰۱۸، توماس کارپنتر، یکی از بزرگان آموزش ریاضی جهان، درگذشت. او بیشتر عمر خود را به‌عنوان استاد تمام رشتهٔ آموزش ریاضی، در گروه «برنامهٔ درسی و روش‌ها»ی دانشگاه ویسکانسین در مَدیسون گذراند. کارپنتر پژوهش‌های زیادی انجام داد که هر یک در نوع خود، به‌گونه‌ای اثربخش و ماندگار هستند. علاوه بر این، تعداد بسیاری دانشجوی دکتری تربیت کرد که هر کدام، سهم قابل توجهی در اعتلای این رشته داشته و دارند. اهمیت پژوهش‌های کارپنتر، توجه ویژه‌اش به مدرسی و معلمی بود و آثار بی‌بدیلی برای معلمان ریاضی، به ارث گذاشـــته است. کارپنتر تقریباً در تمام بخش‌های آموزش ریاضی، فعالیت‌های اثرگذار انجام داد که سردبیری معروف‌ترین مجلهٔ آموزش ریاضی با عنوان «مجله برای پژوهش در آموزش ریاضی[2]» از انتشارات «شورای ملی معلمان ریاضی» در آمریکا و کانادا، یکی از آن‌هاست. بیش از یک دهه، جزو کمیتهٔ تدوین محتوای آموزشی برای «ارزیابی ملی از پیشرفت آموزشی[3]» و تفسیر نتایج آن‌ها بود. علاوه بر این‌ها، مدتی مســـئول مرکز «گوناگونی در آموزش ریاضی[4]» بود. «شورای ملی معلمان ریاضی» در سال ۲۰۰۴، جایزهٔ ویژه خود را به پاس تلاش‌های متنوع و تأثیرگذار توماس کارپنتر که در طـــول عمر خود[5] برای اعتلای آموزش ریاضی و آموزش معلمان ریاضی انجام داد، به وی اعطا نمود. وی همچنین، ابداع‌کنندهٔ «تدریس شناختیِ هدایت‌شده[6]» است که مبتنی بر این ایده است که بداند چگونه کودکان به‌طور شهودی، راجع به مفاهیم ریاضی فکر می‌کنند. طی ۳۰ سال گذشته، این رویکرد باعث ایجاد تحول در روش تدریس ده‌ها هزار معلم و صدها هزار دانش‌آموز شده است و به آن‌ها کمک کرده که از حل مسئلهٔ ریاضی، لذت ببرند. تام کارپنتر معتقد بود که درک و فهم ریاضی، جزو حقوق اولیهٔ انسان‌هاست و بدین سبب، خستگی‌ناپذیر تلاش کرد تا دسترسی به ریاضی سطح بالا را برای همه دانش‌آموزان، افزایش دهد؛ به‌خصوص دانش‌آموزانی که در مدارس ایالات متحده، به دلیل وضعیت اقتصادی، زبان و پیشـــینهٔ نژادی‌شـــان، مورد بی‌مهری واقع شده‌اند و به آن‌ها، خدمات کمتری ارائه می‌شود. به باور کارپنتر، معلمان افرادی حرفه‌ای و بسیار با مهارت هستند. به این دلیل، با مقرراتی که برای چگونگی تدریس وضع می‌شود و توانایی‌های تصمیم‌گیری معلمان را محدود می‌کند، همیشـــه می‌جنگید. توماس کارپنتر، به‌خاطر تعهد عمیقش به ریاضی، معلمان، کودکان، مساوات و حمایت از توسعهٔ رشتهٔ آموزش ریاضی، در یادها خواهد ماند.

پی‌نوشت‌ها

1. Randy Philipp and Linda Levi
2. Journal for Research in Mathematics Education: JRME
3. National Assessment of Education Progress: NAEP
4. Diversity in Mathematics Education: DIME
5. National Council of Teachers of Mathematics Lifetime Achievement Award
6. Cognitively Guided Instruction: CGI

۵ دی

روز ملی ایمنی در برابر زلزله و کاهش اثرات بلایای طبیعی

سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درســـنامه ها و جـــزوه های ریاضـــی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)

https://t.me/riazisara

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)

https://www.instagram.com/riazisara.ir