



دورة سی و سوم، شماره ۳، بهار ۱۳۹۵

فصل نامه آموزشی، تحلیلی و اطلاع رسانی

نامه‌های رسیده	۷۹	گزارشی از مدرسه کاشی کاری و جورچینی در دانشگاه صنعتی اصفهان
فاطمه حاج عزیزی	۷۱	نامه‌های رسیده
سید جمال الدین محمدی جزبی	۶۸	گزارشی از مدرسه کاشی کاری و جورچینی در دانشگاه صنعتی اصفهان
احسان شعبانی	۶۶	آموزش به روش بازی، راهکاری برای جذاب تر کردن ریاضی
قاسم حسین قنبری	۶۳	ترس از اتحاد
محمد حسام قاسمی	۵۵	چند مفهوم کلیدی ریاضی دوره ابتدایی
حمدیرضا داوی	۵۱	نگاهی به کتاب ریاضی نهم
فاطمه قاسمی، زهرا گویا	۴۳	مشکلات در ک مفهوم تابع
فاطمه قاسمی، زهرا گویا	۲۷	ویژه‌نامه زنده‌یاد میرزا جلیلی
محمد حسام قاسمی، صابر قدیمی	۱۹	آسیب‌شناسی ناشران کمک درسی
زهرا م罕حش	۱۲	تحلیل محتوای ریاضی عمومی سال چهارم تجربی بر اساس تکنیک ویلیام رومی
مانی رضائی، محمدحسین مشتاق	۴	جایگاه اصول موضوع در تدریس ریاضی در دبیرستان
زهرا گویا	۲	سخن سردبیر: هر دم از این باغ بَری (چرتکه) می‌رسد!

- نشانی دفتر مجله: تهران، ابرشهر شمالی، پلاک ۲۶۶. صندوق پستی: ۱۵۷۵۷/۵۰۸۵ ● تلفن: ۰۲۶۱-۱۶۹۱-۸۸۳۱ (داخلی ۳۷۶) ● نمایش: ۸۸۳۰-۱۰۷۸ ● وبگاه: www.roshdmgir.ir
  - نشانی امور مشترکین: تهران، صندوق پستی: ۱۵۶۹۵/۱۱۰ ● تلفن: ۰۲۶۱-۷۷۳۴۶۵۵-۷۷۳۴۶۵۵-۷۷۳۴۶۵۵ ● آدرس: شرکت افتخار (سهامی عام) شمارگان: ۶۰۰۰
  - پیامدگان: ii ● نشانی امور مشترکین: تهران، صندوق پستی: ۱۵۶۹۵/۱۱۰ ● تلفن: ۰۲۶۱-۷۷۳۴۶۵۵-۷۷۳۴۶۵۵-۷۷۳۴۶۵۵ ● آدرس: کمپانی roshdmgir.ir ● پیامدگان: ii
  - کد امور مشترکین: ۱۱۴ ● نشانی امور مشترکین: تهران، صندوق پستی: ۱۵۶۹۵/۱۱۱ ● تلفن: ۰۲۶۱-۷۷۳۴۶۵۵-۷۷۳۴۶۵۵-۷۷۳۴۶۵۵ ● آدرس: شرکت افتخار (سهامی عام) شمارگان: ۶۰۰۰

مجله رشد آموزش ریاضی، نوشتة ها و کارشناس تحقیقات پژوهشگران و متخصصان تعلیم و تربیت، بهویژه معلمان دوره های تحصیلی مختلف را در صورتی که در نشریات عمومی درج نشده و مرتبه بازنشر مواجه شوند، مجاز است. این مجله مقاله های علمی پژوهشی انتشار نمایند.

- متخصصان یک خط در میان و در یک روی کاغذ نوشته و در صورت امکان تایپ شود. شکل قاره کرفت جدول هنوزادها و تضاریف، پیوست و در حاشیه مطلب نیز مشخص شود. نزد معلم، مواعی و اینست و نظرسنجان زبان افراد درست است و انتخاب از واژه های علمی و فنی قدر شود. برای ترجیح مقامات، خواست اصل مقاله و بقیه قریب آن، همراه از جمله یک دندانار آن، بدقت مطلع ارسال شود تا مادر برسی هشت تحریریه قرار گیرد و پس از تسبیب مقاله، شناسنامه ای را که شده باشد، مدارج خواهد شد. غیر از این سوت، مقاله می تواند سفارش ترجیح مقاله ای را در متن های ارسالی تا حد امکان از معاذر ای های فارسی و از همین پس از اصلاحات استفاده شود. پس از تسبیب ها و ماین، کامل و اتمام نام، نام و نویسنده، نام مترجم، مدل نشر، اشاره، مقاله انتشار و شماره صفحه ای را در مقاله ارسال شده باشد. پس از این و مقاله ارسال شده در حداکثر ۲۰٪ کلمه، همراه مطلب ارسال شود. در متن این مقاله های انتشار شده باید از واژه های مجاز است. مطالب متدرج در مجله، ازما مین تظر فرق انتشارات کمک اموزنی نیست و سوابق انتشار شده باید از این مقاله های انتشار شده باشند. در معرفت این مقاله های انتشار شده باید از این مقاله های انتشار شده باشند.



# هر دم از این باغ، بَرِی (چُرتکه) می‌رسد!

شدن و برنامه‌هایی برای افزایش موفقیت تحصیلی دانش‌آموزان - به خصوص در درس ریاضی - تدوین و اجرا نمودند. ولی دیری نگذشت که برنامه‌های آموزشی مبتنی بر روان‌شناسی رفتاری، توسط رقیبان پر قدرت و پر ادعای چالش کشیده شدند. این رقیبان، نظریه‌های روان‌شناسی بودند که ریشه شناختی را با تعریف عمیق‌تر و داشتن و با توجه به نویسندگان این وسیع‌تری که برای یادگیری ارائه دادند، خواهان تحولات آموزشی با توجه به جنبه‌های شناختی کودکان شدند. این تقاضا، با دسترسی آسان برنامه‌های درسی ریاضی در آموزش مدرسه‌ای و بیش از همه، ریاضی دوره ابتدایی شد.

بدین ترتیب و از اوائل دهه ۱۹۷۰ میلادی، ماشین حساب در مغرب زمین، به تدریج جایگاه چشمگیری در ریاضی مدرسه‌های پیدا نمود و ابزارهای ریاضیاتی سنتی مانند «چرتکه» و «خطکش تی»، عملاً از گردونه کلاس‌های درس ریاضی، خارج شدند و تنها در کلاس‌های قبل از خدمت، به عنوان یک وسیله کمک آموزشی تاریخی، به دانشجو-علمای معرفی می‌شدند. در شرق دور اما، چرتکه همیشه از ارزش بالایی برخوردار بوده و هست. البته در این کشورها، چرتکه‌ها

که معروف‌ترین و ماندگارترین آن‌ها، «تکرار و تمرین آ» به منظور تقویت حافظه و افزایش «دقت و سرعت» محاسباتی بود. در چنین فضای اجتماعی و آموزشی، مدرسه را شروع کردم. خوب به یاد دارم که در پایه سوم ابتدایی، چگونه روی کاغذهای موبایل، ده‌ها و زمان شروع و خاتمه را برای هر کدام از ما ثبت می‌کرد و به نسبت پیشرفته که پیدا می‌کردیم - یعنی دقیق‌تر و زمان کوتاه‌تر - به ما جایزه می‌داد! اگرچه برای مدتی کوتاه، از سرعت زیاد به وجود آمدیم و احساس غرور کردیم، اما چون دلیلی برای آن نوع محاسبه‌ها نداشتیم و خوشحال هم نمی‌شدیم که از یکدیگر جلو بزنیم و اوقات خود را تلخ کنیم، انگیزه خود را برای آن «بازی»، از دست دادیم و معلم هم دیگر پیگیری نکرد! این در حالی بود که به خاطر زیبایی و جذابیتی که شعرها و قصه‌های کتاب‌های درسی فارسی داشتند، با صدای بلند و با شور و شوق آن‌ها را می‌خواندیم و از بر می‌شدیم! و اعتماد به نفسمان هم بالاتر می‌رفت.

در هر صورت، سرمایه‌گذاران آموزشی که متوجه احساس نیاز جامعه به پیشرفت سریع فرزندان خود شده بودند و اثربخشی تکنیک‌های رفتاری را در کوتاه‌مدت مشاهده کرده بودند، دست به کار وقتی در اوائل دهه ۱۳۴۰ مدرسه را شروع کردم، دنیای آموزشی، تحت سلطه بی‌رقیب روش‌های رفتاری بود که آموزش مفاهیم درس «حساب» را هم شامل می‌شد. خاطره جنگ جهانی دوم، از ذهن‌های پدران و مادران پاک نشده بود و زخم‌های ناشی از آن جنگ خانمان‌سوز، هنوز التیام نیافته بود. پس باید کاری انجام می‌شد که جهان، به فکر افق‌های نو باشد و چه نویدی بهتر از این که از طریق آموزش درست به فرزندان، می‌توان آینده‌ای بهتر را رقم زد، اعتماد به نفس آینده‌سازان کشورها را افزایش داد و امید به زندگی مردم را بالا برد. در این زمان بود که توجه نظام‌های تصمیم‌گیرنده، به روان‌شناسی‌های تازه ابداع شده، نظریه‌های یادگیری جدید و برنامه‌های درسی «مبتنی بر نتیجه»<sup>۱</sup> یا «صلاحیت مدار»، جلب شد. نظام‌های آموزشی هم که احساس نیاز جامعه را درک می‌کردند، در جستجوی اکسپری بودند که با استفاده از آن، دانش‌آموزان در کوتاه‌ترین زمان، به طور معجزه‌آسا ای ریاضی و سایر درس‌ها را یاد بگیرند. البته طبیعی بود که همه این آرزوها، امکان تحقق نداشت، مگر آن که تعریف بسیطی برای یادگیری ارائه شود. در همین زمان، روان‌شناسی رفتاری، یادگیری را به عنوان تغییر رفتار بیرونی تبیین نمود و بر اساس آن، برای ایجاد تکنیک‌های رفتاری را در کوتاه‌مدت مشاهده کرده بودند، دست به کار

دانلود از سایت ریاضی سرا  
[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

#### بی‌نوشت‌ها

1. Outcome-based Curriculum
2. Competency-based Curriculum
3. Drill & Practice
4. Speed & Accuracy
5. Subaman
6. Kumon
7. Ethnomathematics
8. البته قبل از دادن مجوز به ماشین حساب، ایجاد و توسعه مدارس هوشمند که اجباراً مبتنی بر تکنولوژی‌اند، در دستور کار بود.
9. شاید به این دلیل که ایرانی‌ها برای ورود به مالزی، ویزا لازم ندارند و بنابراین، رفت‌وآمدشان به این کشور آسان است. شاید!
10. Universal Concept of Mental Account System: UCMAS
11. [www.ucmas.com](http://www.ucmas.com)
12. Dino Wong

هستند، چه تخصص‌هایی دارند و چه قدر توانسته‌اند مشتری جلب کنند، احتمالاً احساس مستثولیت می‌کنند که قبل از ثبت‌نام کودکشان، بیشتر کنکاش کنند و آگاهی خود را نسبت به این نوع برنامه‌ها، افزایش دهند. این در حالی است که ناگهان، بعضی از پدر و مادرهای سر از پا نشناخته، آن قدر نسبت به این برنامه اشتباق نشان داده‌اند که تنها تایمیه اول سال ۱۳۹۴ در مناطق ۲۲ گانه شهر تهران، ۱۰۲ شعبه و در شهرستان‌های استان تهران، ۶۲ شعبه، مجری این برنامه دایر شده است. این روند صعودی، با شیب تندی ادامه دارد، همچنان که در ۳۱ استان کشور نیز، مراکز متعددی برای اجرای یوسی‌مس تأسیس شده‌اند.

برای تصمیم‌گیری درست در مورد آموزش کودکان در سطح عمومی، وظیفه داریم که در مورد هر برنامه‌ای، اطلاعات نسبتاً جامعی به دست اوریم و در آرزوها، واقیت را گم نکنیم! به طور نمونه، لازم است بدانیم که سوابق علمی / پژوهشی پروفسور دینو ٹنگ<sup>۱۱</sup>

مبعد یوسی‌مس و مؤسس این سازمان به‌اصطلاح جهانی، در ارتباط با مراحل رشد ذهنی کودک چیست؟ ایشان چه پژوهش‌هایی در زمینه یوسی‌مس انجام داده و آن یافته‌ها، کجا منتشر شده‌اند؟ چرا در انواع سایتهاي انگلیسي و فارسي که در مورد اين برنامه و برنامه‌های مشابه وجود دارد، اشاره به منابع پژوهشی کمتر به چشم می‌خورد؟ چرا به جز چهار کشوری که نام برد، به ندرت کشور پیش‌رفته‌ای از این برنامه‌ها استقبال کرده است؟ نسبت این «سازمان جهانی» با نظام‌های آموزش رسمی در جهان چیست؟ اعتبارنامه‌های صادر شده، تا چه اندازه از موضع حفاظت و حمایت از حقوق کودکان بوده است؟ محققان آموزش ریاضی پیش‌دبستانی و دوره ابتدایی، چه نظری راجع به این نوع برنامه‌ها دارند؟ و دهها سؤال جدی دیگر که امیدوارم پژوهشگران آموزشی در مقابله آن‌ها، خود را پاسخ‌گویانند.

پایانی را در دو بخش «با استفاده از ماشین حساب» و «بدون استفاده از ماشین حساب»، برگزار نمایند و در تمام این فراز و نشیب‌ها، همیشه از چرتکه غفلت شد و دلیلش مورد تحقیق قرار نگرفت.

اما به ناگهان، سوغاتی‌های متنوعی از مالزی به ایران وارد شد؛ از تمثیل‌های و آنالیس و سایر میوه‌های استوایی گرفته تا پوشک و غیره که چون در این حوزه تخصص ندارم، از آن می‌گذرم. ولی احساس وظیفه می‌کنم که نسبت به سوغات‌اخیر مالزی یعنی «یوسی‌مس<sup>۱۰</sup>» که والدین را به تکاپو انداخته، زمینه بحث و برسی را فراهم کنم. به‌ویژه آن که وعده داده شده که دوره پیش‌دبستانی، زیر پوشش وزارت آموزش و پرورش خواهد رفت و اصلی‌ترین جمعیت هدف یوسی‌مس، نوآموزان این دوره‌اند. بدین سبب، تنها به چند نکته درباره این برنامه اشاره می‌کنم و از خوانندگان محترم استدعا دارم که با استفاده از اینترنت، مختصات این برنامه و نوع گستردگی آن را در جهان، مطالعه کنند.

آن‌چه که برای تبلیغ این برنامه بر آن تأکید می‌شود، وعده‌ایی از قبیل «محاسبه ذهنی، پویایی ذهن، سرعت، دقت، وسعت‌بخشی ذهن» یا «بهبود اعتمادبه‌نفس و در نتیجه عملکرد بهتر» و سرعت و دقت محاسباتی است. از جمله دستاوردهای برنامه، به موفقیت کودکان ایرانی در مسابقات یوسی‌مس

که در مالزی برگزار می‌شود، و «به اهتزاز در آوردن پرچم کشور<sup>۱۱</sup>» توسط آنان، اشاره می‌شود. یا این که گفته شده در بیش از ۵۰ کشور جهان این برنامه اجرا می‌شود، ولی کمتر گفته شده که به‌جز آمریکا، کانادا، انگلستان و استرالیا که کشورهای مهاجرپذیر و چندملیتی هستند، مجموع جمعیت ۵۰ کشور دیگر- به جز ایران- آن قدر اندک است که باعث تعجب است. خانواده‌ها اگر تحقیق کنند که به‌غیر از یک خانواده سه نفری هندی تبار، چه کسان دیگری در ایالات متحده، مجری این برنامه

با هم متفاوت‌اند و در مبنای‌های مختلف هستند. مثلاً چرتکه ژاپنی که به «سویامان<sup>۱۲</sup>» معروف است، در مبنای هشت است و در مدارس «کیومون<sup>۱۳</sup>»، با استفاده از آن‌ها، تلاش می‌کنند که «دقت» و «سرعت» محاسباتی دانش‌آموزان را بالا ببرند.

ولی در ایران، وضعیت آموزش، منحصر به‌فرد بوده و هست! امثلگاهی به نظر می‌رسد که با وجود قابلیت‌های این، از هماهنگ شدن با زمان اجتناب می‌کنیم و بر عکس، گاهی با زاویه ۱۸۰ درجه، آینده را بی‌محابا در آغوش می‌کشیم. برای نمونه، از زمان تأسیس آموزش رسمی در ایران، حداقل در تاریخ مکتب آموزش و پرورش، آموزش حساب و عملیات حسابی، با استفاده از چرتکه توصیه نشده است. در حالی که چرتکه ایرانی بدون اغراق، مناسب‌ترین نوع چرتکه برای یادگیری عملیات حسابی و ارزش مکانی است؛ زیرا از این محاسباتی رایج بین تمام کسانی بوده که کارشان با حساب و کتاب مرتبط بوده است، و در مبنای دهدۀ‌ی اعشاری است که متدالوی ترین مبنای شمارش در جهان است. پس هم صیغه تاریخی دارد، هم با فرهنگ و سنت‌های آموزشی ایران سازگار است- بخشی که «ریاضیات قومی<sup>۱۴</sup>» نسبت به رواج آن، بسیار تأکید دارد، و از همه مهم‌تر این که دقیق و کاراست و پل ارتباطی عمیقی بین کودکان با پدربرزگ‌هایشان است!

از طرف دیگر، در حالی که عملاً اکثر کشورها در مورد استفاده از ماشین حساب در مدرسه به اجماع ناوشته رسیده بودند، تا همین چند سال پیش، این وسیله راحت و ارزان و در دسترس، اجازه ورود به مدارس ایران را نداشت<sup>۱۵</sup> ولی در میان بهت و حیرت همگان، ناگهان زمینه‌های لازم اجرایی برای استفاده از ماشین حساب فراهم شد. حتی مدارس، ابتداملزم به برگزاری دونوع امتحان پایانی- با ماشین حساب و بدون ماشین حساب- شدند و بعد، بخش‌نامه شد که امتحان

# جایگاه اصول فیصله دریسی

## ریاضی دردبیرستان

مانی رضائی، دانشگاه شهید بهشتی

محمدحسین مشتاق، دبیر ریاضی تهران و کارشناس ارشد آموزش ریاضی

کمک می کند. آنان همچنین، روش های اصل موضوع را شرط لازم در ساختارهای آموزش ریاضی دانسته و تنها راه آموزش استدلال و اثبات های ریاضی را از طریق آموزش اصول موضوع می دانستند. در مقابل، عده ای مانند دویلیرز<sup>۱</sup> (۱۹۸۶)، معتقد بودند که این رویکرد، یک انتزاع زود هنگام و بی مورد در آموزش مدرسه های است و برای مثال، آموزش اعداد حقیقی از طریق بیان اصول موضوع آن، برای بسیاری از دانش آموزان بی فایده بوده و در توسعه ریاضیاتی که بعدها بدان نیازمندند، کاربرد جدی ندارد. به همین دلیل وی، اتخاذ چنین رویکردی را به تدریس ریاضی دبیرستانی، باعث اتلاف وقت و سرمایه نظام های آموزشی می دانست.

### چرایی و چیستی اصول موضوع

هر نظریه علمی متشکل از یک رشتۀ متناهی از اشیایی است که مورد بحث قرار می گیرد و شامل مجموعه های از گزاره های درست است که خواص

### چکیده

تدریس اصول موضوع در برخی از مدارس کشور، امری رایج و متداول است، البته این امر همواره با شک و گمان همراه است که آیا چنین رویکردی برای دانش آموزان متوسطه مفید و قابل فهم است؟ آموزش اعداد حقیقی با رویکرد اصول موضوعی یکی از این موارد است که در دوره ریاضیات جدید به آموزش عمومی وارد و بعد از آن طی مراحلی از آموزش حذف شد ولی همچنان در مدارس خاص توسط معلمان تجربه می شود.

**کلیدواژه ها:** رویکرد اصل موضوعی، دوره ریاضیات جدید، ریاضی دبیرستانی

### مقدمه

گروهی همچون سافیس<sup>۱</sup> (۱۹۶۵)، معتقد بودند که آموزش اصول موضوعی اعداد حقیقی، به شناخت دانش آموزان از اعداد و اعمال جبری مربوط به آن،

دانلود از سایت ریاضی سرا  
[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

معینی از این اشیا و یا رابطه بین آن‌ها را بیان می‌کند. مثلاً در هندسه، نقطه و خط و مانند آن، اشیای مورد بحث‌اند و گزاره‌هایی مانند «هر نقطه که بر روی عمود منصف یک پاره خط قرار گیرد، از دو طرف آن به یک فاصله است» گزاره‌هایی درست هستند. حال اگر در یک نظریه علمی بخواهیم اشیای مورد بحث را تعریف کنیم، یا درستی گزاره‌ای را ثابت کنیم، چه باید بکنیم؟ لایی (۱۳۶۳) روش مطلوب را آن می‌داند که هر چه را از آن سخن می‌رود، تعریف کنیم و هر چه را بدان حکم می‌شود، اثبات کنیم. اما این روش در نظریه‌های علمی ممکن نیست. به عنوان مثال، در هندسه، هنگامی که می‌خواهیم نقطه را تعریف کنیم، مجبوریم به اشیای دیگری استناد کنیم و برای تعریف اشیای دیگر به عبارت‌های دیگری متول شویم. همین مشکل، در اثبات درستی یک گزاره وجود دارد. ولی در حین کار به تعداد محدودی شی یا گزاره می‌رسیم که ادامه روش فوق منجر به تسلیل می‌شود که در نهایت تعریف شی مورد نظر، یا درستی گزاره مذکور، غیرممکن می‌شود.

برای احتراز از این مانع، ممکن است چنین عمل شود که بسیاری از عبارت‌ها و یا گزاره‌ها را بر اساس تجربه پذیرفت، و بعضی دیگر را بدیهی پنداشت، با این موضع، وارد آن مبحث ریاضی می‌شویم. ضعف این روش در آن است که همیشه در شک و تردید باقی می‌مانیم و نمی‌دانیم چه اشیایی یا عبارت‌هایی تعریف شده است و در اثبات یک گزاره، به چه اصولی استناد شده است. بنابراین، ممکن است برهان‌ها بر اساس مطالبی مبهم و گزاره‌هایی بی‌پایه استوار شود که این امر مطلوب نیست. برای حل این مشکل لایی (۱۳۶۳) این سؤال را مطرح می‌کند که پس چه باید کرد؟ راه حلی را که اکثر ریاضی‌دانان بدان دست یافته‌اند، آن است که تعداد محدودی از این اشیا را به عنوان عبارت‌های تعریف‌نشدنی (یا حدود اولیه) پذیرند، و اشیای بعدی را به کمک آن به عنوان عبارت‌های تعریف‌شدنی (یا حدود ثانویه) بیان کنند. در مورد گزاره‌ها نیز می‌توان به همین نحو عمل کرد، یعنی درستی تعداد مشخصی از گزاره‌ها را به عنوان اصول اولیه (یا اصول موضوع) پذیرفت و گزاره‌های درستی که نتیجه منطقی اصول اولیه است، به عنوان

قضیه بیان کرد. ولی مشکل اساسی در پذیرش این روش آن است که کدام شی را به عنوان «عبارت تعریف‌نشدنی» و کدام اصل را به عنوان «اصول اولیه» باید پذیرفت؟ خط مشی اساسی آن است که عبارت‌های تعریف‌نشدنی و اصول اولیه نباید منجر به تناقض گردد و لازم است در حدی شفاف باشند که بتوان آن نظریه علمی را تأسیس و گسترش داد. به طور کلی، دیدگاه اصل موضوعی می‌تواند چنین توصیف شود که اثبات یک قضیه در یک نظام استنتاجی، نشان دادن این موضوع است که آن قضیه، نتیجه منطقی و ضروری تعدادی گزاره است که درستی آن‌ها پیش از آن، ثابت شده است. این گزاره‌ها نیز خودشان باید نتیجه گزاره‌های پیش از آن باشند و به همین ترتیب تا به آخر برسیم. در حقیقت، اگر مجاز نبودیم در بازگشت به عقب، در نقطه‌ای توقف کنیم، فرایند اثبات ریاضی کاری ناممکن می‌شود که ورود به یک سیر قهقهایی نامتناهی بود. پس باید چند گزاره، موسوم به «اصل موضوع» یا فرض وجود داشته باشند که بتوانیم درستی آن‌ها را بپذیریم و نیازمند اثبات نباشند. سپس بر اساس این‌ها، می‌شود همه قضیه‌های دیگر را با استدلال منطق محض به دست آورد. اگر حکم‌های یک مبحث علمی از چنان ترتیب منطقی برخوردار شوند که بتوان نشان داد همه آن‌ها از چند گزاره برگزیده – که ترجیحاً کم‌شمار، ساده، و موجه باشند – به دست آیند، گفته می‌شود آن مبحث در قالب اصل موضوع عرضه شده است. ولی برای ثمربخش بودن روش اصل موضوع، باید این گزاره‌ها ساده باشند و تعدادشان خیلی زیاد نباشد. به علاوه این اصول موضوع باید با هم سازگار باشند، به این معنی که دو قضیه متناقض از آن‌ها استنتاج نشود. همچنین، اصول موضوع باید تمام (کامل) باشند یعنی هر قضیه آن مبحث از آن‌ها قابل استنتاج باشد. برای رعایت صرفه‌جویی نیز مطلوب است که اصول موضوع، مستقل از هم باشند، یعنی هیچ‌یک از اصل‌ها نتیجه منطقی دیگر اصول نباشد (کورانت و راینر، ۱۹۹۵).

## اصول موضوع در ریاضی

ساختار اصول موضوع در ریاضی، سابقه دیرینه‌ای دارد، در حدود سی صد سال قبل از میلاد، افلاطون

موضوعی داشت و بر منطق و اثبات، تأکید ویژه‌ای می‌کرد (قدکساز خسروشاهی، ۱۳۸۶).

به گفته کلمننس<sup>۵</sup> و الرتون<sup>۶</sup> (۱۹۹۶)، هر چند که ریاضی‌دانان دانشگاهی نقش مهمی در توسعه این نوع ریاضی در آموزش مدرسه‌ای داشتند، اما به طور کامل از آن برنامه حمایت نمی‌کردند؛ تا جایی که در اوایل دهه ۱۹۶۰، بسیاری از ریاضی‌دانان با نفوذ، اعلام کردند که از تغییرات جدید در ریاضی مدرسه‌ای، حمایت نمی‌کنند.

در مقابل، سافیس (۱۹۶۵) در دفاع از روش‌های اصول موضوعی و در مقابل نهضت تشکیل شده برای حذف ریاضیات جدید از آموزش عمومی، مقاله‌ای تحت عنوان «روش اصول موضوعی در ریاضیات مدرسه‌ای» نوشت. در این مقاله، او مدعی شد که اهمیت دادن به روش‌های اصل موضوعی در آموزش ریاضیات دانشگاهی و ریاضیات تحقیقی، کافی نیست. وی سه دلیل اساسی را برای ضرورت وجود روش اصول موضوعی در آموزش ریاضیات دبیرستانی ارائه کرد:

- انتظار می‌رود دانشآموزان دبیرستانی، به ریاضیاتی مجهر شوند که فراتر از ریاضیات مقدماتی است که بهترین مثال آن، اعداد حقیقی است که باید به آن تسلط کافی داشته باشند و به راحتی بتوانند با آن محاسبه کنند. خواصی که از اعداد حقیقی در روش آموزش اصل موضوعی به دانشآموز داده می‌شود، منحصر بهفرد و پایه‌ای هستند که از روش‌های دیگر، نمی‌توان به آن دست یافت. علاوه بر آن، بسیاری از خواص ابتدایی تعمیمی طبیعی، مربوط به آموخته‌های سال‌های قبل دانشآموزان است. اصول موضوع به دانشآموزان اطمینان می‌دهد که خواصی که باید بدانند، محدود به همان اصول موضوع است و قضیه‌ها باید از این اصول تبعیت کنند و با آن‌ها سازگار باشند.

- تبدیل شهود به اثبات ریاضی اهمیت زیادی دارد.

- یادگیری تفکر در ریاضی مدرن، اهمیت روزافزونی یافته است که به عنوان بدنه اصلی ریاضی، در حال گسترش است (سافیس، ۱۹۶۵).

سافیس (۱۹۶۵) اعتقاد داشت که روش اصول موضوعی برای ریاضیات محض، هیچ تضادی برای

نگارش کتاب «اصول» در هندسه، بنیادی را بنا نهاد که تا قرن‌ها، مستحکم‌ترین بنیاد نظری بشر محسوب می‌شد. ساختار این کتاب به این شکل بود که درستی گزاره‌های ساده و به‌ظاهر بدیهی را، به عنوان اصل می‌پذیرد و به استناد آن بسیاری از گزاره‌های دور از ذهن را ثابت می‌کند. ساختاری که در آن مفاهیم باید ابتدا تعریف شوند و ناگزیر نیازمند وجود مفاهیم تعریف‌نشدنی است، که وجود آن‌ها را نیز باید بی‌دلیل پذیرفت و با استفاده از آن مفاهیم پایه‌ای، مفاهیم دیگر را تعریف کرد. «کتاب اصول» به قدری مورد توجه ریاضی‌دانان قرار گرفت که تا قرن‌ها، هر جا سخن از هندسه بود، منظور هندسه اقلیدسی بود. البته دیوید هیلبرت به سفارش کلاین، در اواخر قرن نوزدهم، با نوشتتن کتاب «مبانی هندسه»<sup>۷</sup> صورت‌بندی دقیق‌تری برای هندسه اقلیدسی ارائه داد. پیش از آن نیز ریاضی‌دانان متعددی با تغییر دادن اصل پنجم از اصول اقلیدس، به هندسه‌های ناقلیدسی متفاوتی دست یافته‌ند.

هر چند به یقین نمی‌توان گفت که ریاضیات یونانی تنها در قالب اصل موضوعی انعطاف‌ناپذیر کتاب اصول پدید آمده یا عرضه شده است، ولی تأثیر این کتاب در نسل‌های بعدی، چنان عظیم بود که اصول به صورت الگوی ثابت دقیق در ریاضیات درآمده تا جایی که گاهی فیلسوفانی در حوزه اخلاق مانند اسپینوزا، کوشیدند که استدلال‌ها را به شکل قضایای حاصل از تعریف‌ها و اصول موضوع مانند «اثبات هندسی»<sup>۸</sup> عرضه کنند. با این وجود در ریاضیات نوین، پیروی از سنت اقلیدسی در قرن‌های هفدهم و هجدهم آغاز شد و از آن پس، روش اصل موضوع در همه شاخه‌های ریاضیات به طور فزاینده رسوخ کرد که یکی از آخرین نتایج آن، ابداع رشتهٔ جدید «منطق ریاضی» بود (کورانت و رابینز، ۱۹۹۵).

## اصول موضوع در آموزش ریاضی

به گفته‌هنا (۱۹۸۳)، در ریاضیات مدرسه‌ای حرکتی با عنوان ریاضیات جدید در اوایل دهه ۱۹۵۰ آغاز شد و بین سال‌های ۱۹۵۵ و ۱۹۵۶، به اوج خود رسید. این حرکت، علاوه بر قرار دادن حوزه‌های بسیار مجردی از ریاضیات مدرن در ریاضیات مدرسه‌ای، تأکید بسیاری بر ریاضیات به عنوان یک ساختار اصل

به دلیل پیچیده  
بودن ساختار تفکر  
بشر، امکان ندارد که  
آن را با یک دستگاه  
اصل موضوعی  
ریاضی‌وار، مدل‌سازی  
کنیم. اصول ذهنی  
افراد، با سازوکارهای  
پیچیده‌ای در حال  
تغییر است و همین  
تغییر است که موجب  
خلاصیت می‌شود

استفاده از رویکرد حل مسئله در ریاضی ندارد. ولی با وجود این نوع جانبداری‌ها از ضرورت حضور ریاضی اصل موضوعی در دبیرستان، در دهه ۱۹۷۰، آموزش ریاضیات جدید مدرسه‌ای در آمریکا زیر سؤال رفت و عملاً از برنامه درسی ریاضی مدرسه‌ای حذف شد. این در حالی است که در بسیاری از کشورها، با این موضع که ریاضیات مدرسه‌ای آن‌ها باید با پیشرفت‌های معاصر در سایر نقاط دنیا برابری کند (کلمتس و التون، ۱۹۹۶). در ایران نیز چنین تحوّلاتی را در عرصه ریاضیات مدرسه‌ای می‌توان با بررسی کتاب‌های مدرسه‌ای مشاهده کرد که تجلی آن، کتاب‌های ریاضی نظام اسبق آموزش متوسطه عمومی در ایران بود که تحت تأثیر برنامه تمام شده دوره ریاضی جدید، تازه از ابتدای دهه ۱۳۵۰ شمسی شروع شد و به تدریج فراگیر شد. این برنامه از سال ۱۳۷۱ به تدریج، با رویکرد دیگری جایگزین شد و در سال ۱۳۷۷، رسماً فراگیر شد. با تغییر رویکرد به برنامه ریاضی مدرسه‌ای، استفاده از شهود و تجربه برای ورود به موضوعات درسی ریاضی، بر استفاده از رویکرد اصل موضوعی غلبه یافت (قدکساز خسروشاهی، ۱۳۸۶).

## نقدهایی بر آموزش ریاضی با رویکرد اصل موضوعی

در حالی که بسیاری از معلمان و آموزشگران سنتی، روش اصل موضوعی آموزش ریاضی را بهترین می‌دانند، دویلیرز (۱۹۸۶) اذعان می‌دارد که بسیاری دیگر از جمله فروتنال<sup>۱</sup>، هرش<sup>۲</sup>، هیمون<sup>۳</sup>، کلاین<sup>۴</sup>، فیشاین<sup>۵</sup>، لاکاتوش<sup>۶</sup>، فن‌هیلی<sup>۷</sup>، نقدهای فلسفی و پدآگوژیکی متعددی را بر این نوع برنامه درسی ریاضی برای آموزش مدرسه‌ای، وارد کردند. در اینجا به طور خلاصه، به برخی از نقدهایی که توسط این افراد بر این رویکرد آموزشی وارد شده است، پرداخته می‌شود.

به عقیده دویلیرز (۱۹۸۶)، برخورد اصل موضوعی با ریاضیات، چهره نادرستی از آن به دانش‌آموزان نشان می‌دهد و بازتاب ماهیت واقعی یک تولید ریاضی نیست. نگاهی به تاریخ ریاضی نشان می‌دهد که دانش جدید در ریاضی، عمولاً با اصول موضوع از قبل تعیین شده و استخراج قضایای جدید، تولید

**با تدریس اصل موضوعی ریاضیات،  
دانش‌آموزان نقشی  
در تولید ریاضی  
نخواهند داشت و  
آن را به طور واقعی  
تجربه نمی‌کنند. در  
واقع، رویکرد اصل  
موضوعی در تدریس  
ریاضی، توانایی  
دانش‌آموزان را برای  
تولید ریاضی، به  
حساب نمی‌آورد که  
این موضوع می‌تواند  
از لحاظ روانی مخرب  
باشد**

نمی‌شود و چنین روندی، بیشتر از آنکه یک قاعده باشد، یک استثنا است. از نقطه‌نظر تاریخی، اصول موضوع، اغلب چیزهای از پیش تعیین شده در یک تولید ریاضی نیستند، بلکه اکثر تولیدات ریاضی، با استفاده از حدس زدن، نظریه‌پردازی، تجزیه و تحلیل، تجرید، تعمیم و غیره صورت می‌پذیرند. وی در توضیح این ادعا، بیان می‌کند که اصول موضوع، عموماً پس از یک تولید ریاضی و برای فرمول‌بندی آن، حذف کردن بحث‌های اضافی، دقیق کردن اثبات‌ها و ارائه این تولید به جامعه ریاضی‌دانان به وجود می‌آیند. دویلیرز به نقل از فیشاین بیان می‌کند که یک ریاضی‌دان حرفه‌ای، با خواندن یک ارائه اصل موضوعی از یک مبحث ریاضی، می‌تواند با شهود خود، تفکر نویسنده را بازسازی کند و نمادها و اصول و مفاهیم اولیه را برای خویش تصور کند؛ اما چنین کاری از یک دانش‌آموز معمولی برنمی‌آید. علاوه بر این، با تدریس اصل موضوعی ریاضیات، دانش‌آموزان نقشی در تولید ریاضی نخواهند داشت و آن را به طور واقعی تجربه نمی‌کنند. در واقع، رویکرد اصل موضوعی در تدریس ریاضی، توانایی دانش‌آموزان را برای تولید ریاضی، به حساب نمی‌آورد که این موضوع می‌تواند از لحاظ روانی مخرب باشد. زیرا طبیعی است که دانش‌آموزان باور کنند که ریاضی، توسط نخبگانی به وجود آمده است که با اصول موضوع شروع می‌کنند و با استدلال مستقیم و بدون اشتباه، به قضیه‌ها می‌رسند. با تصور چنین ذهن‌های دسترسی‌نایپذیری، دانش‌آموز ممکن است احساس ناتوانی کند (دویلیرز، ۱۹۸۶، به نقل از کلاین، ۱۹۷۷).

علاوه بر این‌ها، با رویکرد اصل موضوعی به تدریس ریاضی، ممکن است که دانش‌آموزان، لزوم وجود اصول را احساس نکنند و آن‌ها را موضوعاتی بدانند که اگرچه برای آن‌ها مهم است، اما برای نخبگان ریاضی و معلم‌انسان، بدیهی و روشن است. این در حالی است که در یک دستگاه اصل موضوع، بسیاری از دانش‌آموزان، الزاماً تفاوت بین اصول و قضیه‌های اولیه‌ای را که به نظرشان بدیهی هستند نمی‌دانند. بنابراین، آن‌ها نمی‌دانند که چرا از یک سو، باید گزاره‌هایی بدیهی را به عنوان اصول بپذیرند و از سویی دیگر، قضیه‌های اولیه‌ای هم، که برای آن‌ها به

بهجای این که به دانشآموزان بیاموزیم به چه چیزی فکر کنند، بهتر است به آن‌ها یاد بدھیم چگونه فکر کنند که این به معنای توجه بیشتر به وجه دوم آموزش یعنی روش تفکر در آموزش مدرسه‌ای است. در همین راستا، جونز (۲۰۰۱) اظهار می‌دارد که روش تفکر، تلاش برای درست قضاوت کردن با استفاده از شواهد موجود است و به اعتقاد وی، بسیاری از افراد، باورهایشان همان چیزهایی است که همه قبول دارند. در حالی که یک متفسر، تفکر خاص خود را دارد و حتی اگر قضاوت‌هایش بین بقیه رایج نباشد، با قدرت خطرپذیری که دارد، می‌تواند از آن دفاع کند.

نکته مهم در این بحث این است که بسیاری از محققان از جمله شافرسمن (۱۹۹۱)، اد弗 و تورنکویست (۱۹۹۳)، جونز (۲۰۰۱)، دوبونو (۱۹۹۲) و شیروانی (۱۳۸۳)، روش تفکر را قابل یادگیری و قابل توسعه می‌دانند و بعضی از آنان، به وجود برنامه‌های متنوعی که برای آموزش روش تفکر در نظامهای آموزشی مختلف طراحی شده‌اند، اشاره کرده‌اند.

در این مقاله، با پذیرفتن این موضوع که روش تفکر قابل آموزش است، به رابطه بین فهم ساختارهای اصل موضوعی و توسعه توانایی روش تفکر می‌پردازم.

### فهم ساختارهای اصل موضوعی

هنا (۱۹۸۳) هر ساختار اصل موضوعی را متشکل از چهار مؤلفه «مفاهیم اولیه یا تعریف نشدنی»، «تعريف‌ها»، «اصول» و «قواعد استنتاج» می‌داند که هر کدام در تقویت تفکر منطقی، نقشی عمده دارند.

#### الف) مؤلفه اول: مفاهیم اولیه یا تعریف نشدنی

به گفته جونز (۲۰۰۱)، یک تعریف، بیانی از معنی یا معانی یک کلمه است که محدوده کاربرد آن کلمه را به طور دقیق، مشخص می‌کند. تعریف یکی از مؤلفه‌های اصلی تفکر علمی، منطقی و نقادانه است و لزوم وجود آن در تمامی علوم، از علوم ریاضی گرفته تا علوم تجربی و علوم انسانی، احساس می‌شود. قدکساز خسروشاهی (۱۳۸۶)، یکی از ضعفهایی را

همان اندازه بدیهی به نظر می‌رسند، باید اثبات شوند. همچنین، در رویکرد اصل موضوعی، برای رسیدن به قضایای جالب که به اندازه لازم غیربدیهی بوده و نیاز به اثباتشان توسط دانشآموزان احساس می‌شود، معمولاً راههایی طولانی وجود دارد که پیمودن آن‌ها، برای تعداد زیادی از دانشآموزان خسته کننده است. یکی دیگر از نقدهای آموزشی که بر این رویکرد وارد شده، این است که چون دانشآموزان نقشی در انتخاب اصول موضوع و تعریف‌های اولیه نداشته و آن را موضوعی تمام شده می‌بینند، ریاضیات را موضوعی خشن و انعطاف‌ناپذیر می‌یابند که خلاقیت در آن، نقشی ندارد. با چنین احساسی نسبت به ریاضی، ممکن است این دانشآموزان بدون درک و فهم کافی، به یادگیری طوطی‌وار و حفظ کردن اصل‌ها، تعریف‌ها، قضیه‌ها، گزاره‌ها و اثبات‌ها بپردازند. البته لازم به یادآوری است که این نقدها، بر طراحی برنامه درسی ریاضیات مدرسه‌ای و تدریس ریاضی با رویکرد اصل موضوعی مطرح شدند. در غیر این صورت، دستگاه‌های اصل موضوعی به عنوان یک دست‌آورد عالی تفکر بشری، به منظور نظام‌مند کردن تفکر است. به همین دلیل، به نظر می‌رسد که رویکرد اصل موضوعی، نه تنها به عنوان روشی برای رائمه ریاضی، بلکه به عنوان موضوعی برای آموزش روش تفکر نظام‌مند، مفید و حتی ضروری است (قدکساز خسروشاهی، ۱۳۸۶).

### روش تفکر

شافرسمن (۱۹۹۱) معتقد است هر آموزشی دو وجه دارد که شامل «موضوع تفکر» و «روش تفکر» است. از نظر وی، به چه چیز فکر کردن، همان موضوع تفکر است که به طور مرسوم و به عنوان اولین هدف آموزش، به آن توجه ویژه‌ای می‌شود و نظامهای آموزشی، تأکید زیادی بر آن نداشته و بسیاری از معلمان و یادگیرندگان، بیشتر تلاش و انرژی خود را صرف آن می‌کنند. در حالی که در دنیای امروز که حجم اطلاعات با سرعت زیادی در حال افزایش است، چنین آموزشی - یعنی دادن اطلاعات تازه و طبقه‌بندی شده در شرایطی که در آینده، به سرعت اطلاعات دیگری جایگزینشان خواهند شد - خطاست. به این دلیل، شافرسمن (۱۹۹۱) توصیه می‌کند که

که در توانایی روش تفکر افراد جامعه دیده می‌شود، مربوط به عدم دقت در تعریف واژه‌ها می‌داند و آن را از دوچندین بررسی کرده است؛ یکی این که از یک متکر انتظار می‌رود نسبت به تعریف دقیق واژه‌ها حساس باشد و مورد دیگری که باید در هر تعریفی رعایت شود، اجتناب از «تعریف دوری<sup>۱۴</sup>» به این معناست که مفهوم الف را توسط ب و مفهوم ب را توسط الف تعریف نکنیم. مثلاً اگر بگوییم شجاعت یعنی دلیری و دلیری یعنی شجاعت، در یک دوری حاصل افتاده‌ایم. برای رفع این مشکل، به مفاهیم اولیه یا تعریف‌نشدنی نیازمندیم تا بتوانیم بقیه مفاهیم را با استفاده از آن‌ها تعریف کنیم. بنابراین، یک متکر نقاد، علاوه بر این که نسبت به تعریف واژه‌ها و مفاهیم حساس است، لزوم وجود مفاهیم اولیه و تعریف‌نشدنی را نیز درک می‌کند.

### ب) مؤلفه دوم: تعریف‌ها

بنایه اظهار لین<sup>۱۵</sup> (۲۰۰۴)، در مطالعه‌ای که فاوست (۱۹۳۸) برای شناخت تأثیر یک روش جدید تدریس هندسه در دبیرستان انجام داد، موفق شد مهارت‌های تفکر نقادانه و توانایی تجزیه و تحلیل دانش‌آموزان را حتی در زمینه‌های غیر ریاضی، ارتقا دهد. یکی از کارهایی که وی انجام داد، حساس کردن دانش‌آموزان نسبت به تعریف‌های دقیق، با شروع از زمینه‌های غیر ریاضی بود. به طور مثال، فاوست آن‌ها خواست تا واژه‌هایی مثل «مدرسه»، «نتیجه عالی» و «رستوران» را که در زندگی روزمره از آن‌ها استفاده می‌کنند، تعریف کنند تا به این ترتیب، با مفهوم تعریف، ملزمات و کارکردهای آن آشنا شوند.

### پ) مؤلفه سوم: اصول موضوع

هنا (۱۹۸۳) یکی از چهار مؤلفه هر ساختار اصل موضوعی را مجموعه‌ای از اصول می‌داند و ابراز می‌دارد که این مؤلفه، مهم‌ترین آن‌هاست. برخی دستگاه‌های اصل موضوعی ممکن است فاقد یک یا چند تا این مؤلفه‌ها باشند، ولی هر ساختار اصل موضوعی، با وجود اصول، معنی دار است. همچنین، یکی از مهم‌ترین مؤلفه‌های تفکر نقادانه، توانایی استدلال استنتاجی است، اما استنتاج روی «هیچ

چیز» انجام نمی‌شود. برای استنتاج حکم  $A_1$  از حکم  $A_n$  لازم است که حکم  $A_p$  قبل از اثبات رسیده باشد. پس باید  $A_p$  ای وجود داشته باشد که از  $A_p$  آن نتیجه شده باشد و ... این روند، همین گونه ادامه می‌یابد. به این ترتیب با زنجیری از گزاره‌ها مانند:

$$A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow A_3 \rightarrow \dots \rightarrow A_i \rightarrow A_{i+1} \rightarrow \dots$$

سروکار داریم که در آن،  $A_i$  از  $A_{i+1}$  استنتاج شده است. اما این زنجیر تا کجا ادامه دارد؟ نامتناهی بودن این زنجیر به این معناست که نمی‌توان درستی هیچ گزاره‌ای را ثابت کرد. بنابراین،  $A_i$ ها باید جایی تمام شوند. متناهی بودن  $A_i$ ها به دو شکل مختلف امکان‌پذیر است. یکی اینکه در این دنباله، یکی از گزاره‌ها مثل  $A_p$  تکرار شوند که در این حالت، یک دور باطل در استدلال وجود دارد. یعنی برای اثبات درستی  $A_p$  از درستی  $A_q$  استفاده شده است:

$$A_p \rightarrow A_q \rightarrow A_r \rightarrow A_s \rightarrow A_t \rightarrow A_u$$

حالت دیگر این است که این زنجیر به  $A_i$  منتهی شود که درستی آن را بدون اثبات پذیرفته‌ایم. چنین گزاره‌ای، «اصل» نام دارد که اثبات بدون وجود آن، امکان‌پذیر نیست. هر دستگاه ریاضی، اصول موضوع خاص خود را دارد. اصولی که با تغییر آن‌ها، ماهیت دستگاه ریاضی تغییر می‌کند و قضیه‌های تولید شده در آن، با قبل متفاوت خواهد بود.

مثلاً به گفته دوبونو (۱۹۹۲)، «شخصی که از پنجره‌ای با شیشه معمولی به بیرون نگاه می‌کند، نمی‌تواند شخصی را که از درون شیشه‌ای به رنگ صورتی به بیرون می‌نگرد متقدعاً کند که جهان صورتی نیست» و منشأ بسیاری از سوء تفاهمنامه را تفاوت باورها، تفاوت چارچوب فکر افراد با یکدیگر یا متفاوت بودن اصول پذیرفته شده توسط آن‌ها می‌داند. دوبونو (۱۹۹۱) به این جمع‌بندی می‌رسد که اگر شخصی که از پنجره‌ای با شیشه معمولی بیرون را نگاه می‌کند، بداند دیگری جهان را در چه چارچوبی می‌بیند، او را بهتر در ک کرده و برای متقدعاً کردن او، از راه حل‌های هوشمندانه‌تری بهره خواهد برداشت.

در هر صورت، ضروری است که به این نکته مهم توجه شود که به دلیل پیچیده بودن ساختار تفکر بشر، امکان ندارد که آن را با یک دستگاه اصل

دوبونو (۱۹۹۲) با تأکید بر تفکر خلاق، اعتقاد دارد که تفکر نباید به وسیله اصول هدایت شود. زیرا هرگاه از اصل شروع کنیم، تنها از طریق آن اصل، موقعیت را درک می‌کنیم و این مسئله، باعث نادیده انگاشتن حالت‌های ممکن دیگر می‌شود و خلاقیت را از بین می‌برد. اما هرگاه پس از عمیق کردن تفکر به اصل بازگردیم، برای رسیدن به ادراکی گسترده‌تر، فرصت بیشتری پیدا می‌کنیم

و تبدیل مسئله به زبان ریاضی، ضروری است.

## مدل‌سازی و نمادگذاری

برای حل مسائل روزمره با استفاده از رویکردهای اصل موضوعی، ابتدا باید مسئله را از صورت اصلی خارج کرده و با مدل کردن آن و نمادگذاری روی پارامترهای مختلف موضوع، آن را به شکلی تبدیل کرد که بتوان با استفاده از منطق اصل موضوعی، به بررسی و تجزیه و تحلیلش پرداخت. مقوله مدل‌سازی و نحوه نمادگذاری اگر دقیق و مناسب بباشد خود باعث سردرگمی و ناتوانی در حل مسئله خواهد شد. در دنیای مدرن و با تکنولوژی پیشرفته جدید، زبان ریاضی نسبت به زبان عادی نقش بیشتری در پیدا کردن راه حل برای رفع مشکلات روزمره ایفا می‌کند. برنامه‌نویسی و رمزگشایی اطلاعات، کلمات اختصاری و نمایندگی و تجزیه و تحلیل داده‌ها، همگی فرآیندهایی هستند که در آن‌ها، از علائم ریاضی استفاده می‌شود. ریاضی نیز زبانی با نگارش خاص خود و واژگان شناخته شده جهانی دارد (استی<sup>۱۶</sup>، ۲۰۱۱).

به گفته بل، کاستلو و کوچمان<sup>۱۷</sup> (۱۹۸۳) یافته‌های عمومی حاکی از آن است که یادگیری زبان ریاضی، در یک کلاس معلم محور، بهتر صورت می‌گیرد، درحالی که در یک کلاس دانش‌آموز محور، ارائه این زبان، خود به بروز مشکلات جدیدی می‌انجامد. البته آن‌ها، این مشکل را در نقص موجود در کتاب‌های درسی می‌دانند و استدلال می‌کنند که اگر توضیح مفاهیم، روش‌ها، واژگان، قواعد و نمادها در تمام کتاب‌های درسی ریاضی، واضح و روشن باشد، این مشکل پیش نمی‌آید. همچنان که روبنشتاین و تامپسون (۲۰۰۱) هم تأکید کرده‌اند که اگر دانش‌آموزان در ک درستی از علائم و نمادهای ریاضی و ارتباط بین آن‌ها پیدا کنند، ممکن است مفاهیم کسب شده در بحث را بهمود بخشنده و در آن صورت، کلاس می‌تواند از معلم محوری، به سوی دانش‌آموز محوری تغییر یابد.

## جمع‌بندی

رویکرد اصل موضوعی نه تنها در ریاضیات بلکه در اکثر نظریه‌های علمی، از جایگاه خاصی برخوردار است، با این وجود، ورود این رویکرد به آموزش ریاضی

موضوعی ریاضی‌وار، مدل‌سازی کنیم. اصول ذهنی افراد، با سازوکارهای پیچیده‌ای در حال تغییر است و همین تغییر است که موجب خلاقیت می‌شود. دوبونو (۱۹۹۲) با تأکید بر تفکر خلاق، اعتقاد دارد که تفکر نباید به وسیله اصول هدایت شود. زیرا هرگاه از اصل شروع کنیم، تنها از طریق آن اصل، موقعیت را درک می‌کنیم و این مسئله، باعث نادیده انگاشتن حالت‌های ممکن دیگر می‌شود و خلاقیت را از بین می‌برد. اما هرگاه پس از عمیق کردن تفکر به اصل بازگردید، برای رسیدن به ادراکی گسترشده‌تر، فرصت بیشتری پیدا می‌کنیم.

## ت) مؤلفه چهارم: قوانین استنتاج

در دستگاه‌های اصل موضوعی ریاضی، معمولاً از قواعد منطق مرتبه اول کلاسیک برای استنتاج استفاده می‌شود که مدت‌ها، به عنوان یک ماده درسی مستقل در مدارس تدریس می‌شد. با وجودی که قوانین استنتاج در تفکر نقادانه نیز کاربرد وسیعی دارند، اما به گفته اد弗 و تورنکویست (۱۹۹۳)، بعضی یافته‌های تحقیقاتی نشان می‌دهند که دانش‌آموزان نمی‌توانند این قوانین را در زندگی روزمره خود به کار ببرند و برای ایجاد این توانایی، باید از موقعیت‌های واقعی در زندگی استفاده کنند. جونز (۲۰۰۱) در کتاب خود با عنوان «پایه و اساس تفکر نقادانه» علاوه بر این که بخش‌هایی را به آموزش منطق ریاضی اختصاص داده است، مثال‌ها و تمرین‌های فراوانی را از کاربرد این قوانین در زندگی واقعی بیان می‌کند و اشتباهات رایج در این زمینه را مطرح می‌نماید.

آشنازی با قواعد استنتاج و توانایی به کارگیری آن‌ها، تنها یک وجه توانایی استدلال استنتاجی است و دانش‌آموزانی که با آن‌ها آشنازی داشته باشند، می‌توانند در زمینه‌های مجردتر، به خوبی با آن‌ها دستورزی کنند. اما مشکل وقتی دیده می‌شود که شخص می‌خواهد برای تفکر نظاممند روی یک مسئله واقعی زندگی، آن را به زبان منطق ریاضی تبدیل کند، یعنی کاری که یک متفسر نقاد بهطور پیوسته با آن سروکار دارد. این مشکل حتی در تبدیل مسائل ریاضی که به زبان دقیق ریاضی بیان نشده‌اند، نیز وجود دارد.

همه این‌ها نشان می‌دهد که برای تقویت تفکر در رویکرد اصول موضوعی، یادگیری مدل‌سازی، نمادگذاری

دوره متوسطه، در دوره ریاضیات جدید، واکنش‌های تندی در بی داشت. به دنبال این واکنش‌ها در اغلب کشورهای جهان، رویکرد اصل موضوعی به سرعت از آموزش متوسطه حذف گردید، ولی جنجال‌های زیادی را به دنبال خود داشت، و طرفداران و منتقدان آن همچنان در عرصه آموزش فعال هستند. با وجود چالش‌ها و نظرات منتقدانه نسبت آموزش ریاضی با رویکرد اصل موضوعی، آموزش تفکر اصل موضوعی با ارزش و به عنوان یکی از جوهر گران‌بهای ریاضی، همیشه مورد توجه بوده است. آنچه که در این مقاله بدان پرداخته شد، می‌تواند هشداری برای علاقمندان به این رویکرد باشد که وجودی از رویکرد اصل موضوعی، نه به عنوان شاکله برنامه درسی ریاضی و بستر آموزش مدرسه‌ای، بلکه به عنوان ظرفیتی برای تقویت پژوهش تفکر نقادانه در دانش آموزان سال‌های آخر دبیرستان، در نظر گرفته شود.

#### پی‌نوشت‌ها

1. Axiomatisation in Mathematics Teaching. Originally Published in 1986 Research Unit for Mathematics Education (RUMEUS) University of Stellenbosch, South Africa.
2. Esty, W., (2011). **The Language of Mathematics**. Retrieved on 06/12/11 from: <http://www.augustusmath.hypermath.net>
3. Hanna,Gila. (1983). **Rigorous Proof in Mathematics Education**. The Ontario Institute for Studies in Education. Printed in Canada.
4. Kristen N. Bieda, (2010), Enacting Proof-Related Tasks in Middle School Mathematics: Challenges and Opportunities. Michigan State University. **Journal for Research in Mathematics Education** 2010, Vol. 41, No. 4, 351–382.
5. Jones,Royce P. (2001). **Foundations of Critical Thinking**. Harcourt College Publishers.Printed in the United States of America.
6. Lane, Erica. (2004). The Nature of Proof in Today's Classroom. **The Montana Mathematics Enthusiast (TMME)**. vol. 1, No. 2 (October 2004). pp. 58.
7. Rubenstein, R.N. & Thompson, D.R., (2001). Learning Mathematical Symbolism: Challenges and Instructional Strategies. **Mathematics Teacher** (94), 4, Reston, VA: NCTM.
8. Suppes, P. (1965). The axiomatic method in high school mathematics. In **The Conference Board of The Mathematical Sciences, The role of axiomatics and problem solving in mathematics** (pp.69-76). Boston: Ginn.
9. ادفر، فاراز، ج و تورنکوبست، بروس. (۱۹۹۳). **تفکر انتقادی، استدلال ریاضی و اثبات**. ترجمه: جواد حاجی‌بابایی. گروه ریاضی، دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتب درسی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.
10. دوبونو، ادوارد. (۱۹۹۲). **من درست می‌گویم، تو غلط**. ترجمه: پوراندخت مجلسی (۱۳۸۲). انتشارات سپیده سحر.
11. شافرسمن، استیون دی. (۱۹۹۱). **مقدمه‌ای بر تفکر انتقادی**. ترجمه و تلخیص: پروانه زاهدی‌فر. مجله رشد آموزش علوم اجتماعی. دوره نهم، شماره ۱، دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.
12. قدکساز خسروشاهی، لیلا. (۱۳۸۶). **ریاضیات اصل موضوعی؛ قالبی نامناسب، اما موضوعی مناسب برای آموزش**. مجله رشد آموزش ریاضی. دوره بیست و چهارم، شماره ۳. دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.
13. کورانت، ریچارد و رابینز، هربرت. (۱۹۹۵). **ریاضیات چیست؟** ویراست دوم؛ یان استیوارت. ترجمه: سیامک کاظمی (۱۳۷۹). نشر نی.
14. لالی، جواد. (۱۳۶۳). **اصول موضوعه اعداد طبیعی و بحثی در اصل استقراء ریاضی**. مجله رشد آموزش ریاضی. شماره ۱. دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتب درسی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

#### منابع

1. Bell, A.W., Costello, J. & Kuchemann, D.E., (1983). **A Review of Research in Mathematical Education; Part A: Research on Learning and Teaching**. Windsor, Berks: NFER-Nelson Publishing Coy Ltd.
2. Clements, M. A. & Ellerton, Nerida F. (1996). **Mathematics Education Research: Past, Present and Future**. Unesco Principal Office for Asia and Pacific, Bangkok, Thailand.
3. De Villiers, Micheal. (1986). **The Role of**

# تکنیک ویلیام رومی

## تحلیل محتوای ریاضی عمومی سال چهارم تجربی براساس

زهرا محتشم

دیپر ریاضی بوشهر و کارشناس ارشد آموزش ریاضی

### چکیده

هدف پژوهش حاضر، تحلیل محتوای متن، مسائل، تمرین‌ها و تصاویر کتاب ریاضی عمومی چهارم تجربی دوره متوسطه سال ۱۳۹۰، براساس تکنیک ویلیام رومی و همچنین تحلیل مسائل درس و تمرین‌ها براساس حیطه شناختی بلوم و روش مورد استفاده در این پژوهش، تحلیل محتواست. جامعه آماری پژوهش کتاب ریاضی چهارم متوسطه رشته تجربی سال ۱۳۹۰ بود. یافته‌های تحقیق نشان می‌دهد ضریب درگیری متن کتاب و تصاویر به ترتیب، ۵۰/۰ و ۵۰/۰ به دست آمد که نشان می‌دهد محتوای کتاب در بخش متن و تصاویر از حد مطلوب (فاصله بین ۱/۵ تا ۰/۰) فاصله زیادی دارد و به شیوهٔ فعال نوشته نشده است لذا دانش‌آموzan را با فرایند یادگیری و تفکر درگیر نمی‌کند. ضریب درگیری سؤال‌ها به دست آمده است که بیش از حد مطلوب است. دیدگاه ویلیام رومی در این زمینه بیانگر آن است که سؤال‌ها دانش‌آموzan را بیش از تحلیل می‌کشاند بنابراین محتوای این بخش نیز به صورت غیرفعال ارائه شده است. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که هماهنگی مناسبی بین متن و مسائل این کتاب که نتیجهٔ تجدید نظر و اصلاح کتاب قبلی است، وجود ندارد. اگر هدف از تجدیدنظر کردن و بازنگری، فعال کردن فرایند یادگیری است، این هدف محقق نشده است. لذا تجدید نظر مجدد ضروری به نظر می‌رسد.

**کلید واژه‌ها:** تحلیل محتوا، تکنیک ویلیام رومی، کتاب ریاضی عمومی

دانلود از سایت ریاضی سرا  
[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

## مقدمه

محتوای کتاب ریاضی عمومی چهارم متوسطه رشته تجربی براساس تکنیک ویلیام رومی پرداخته شده است. در این پژوهش، مفاهیم تحلیل محتوا و تکنیک ویلیام رومی به کار رفته است که در ادامه توضیح داده می‌شوند.

### تحلیل محتوا

فن پژوهش عینی، اصولی و احتمالاً کمی در محتوا به منظور تفسیر آن را تحلیل محتوا می‌نامند. تحلیل محتوا شاخصی است که به‌وسیله آن می‌توان فرایندهایی که به تولید پیام منجر شده است و فرایندهایی را که پس از مصرف پیام اتفاق می‌افتد ارزیابی کرد. هدف از تحلیل محتوا یافتن نسبتی (مثلاً نسبت بین اهداف و محتوا) برای بهبود محتوای موجود است. به عبارت دیگر تحلیل محتوا نوعی آسیب شناسی به منظور بهبود وضعیت محتوا و اطمینان از عملکرد صحیح آن خواهد بود. تعیین هدف، نمونه‌گیری، رمزگذاری و طبقه‌بندی مقوله‌ها، ارزیابی عینی طبقه‌ها مراحل اصلی تحلیل محتوا محسوب می‌شوند. تکنیک ویلیام رومی از جمله روش‌های تحلیل محتوای کیفی محسوب می‌شود.

### تکنیک ویلیام رومی

تکنیک ویلیام رومی یکی از روش‌های تحلیل متن، تصاویر و سؤال‌های کتاب‌های درسی است که می‌تواند میزان درگیری فعال یادگیرنده را در جریان آموزش تعیین نماید. هدف آن بررسی این موضوع است که آیا کتاب یا محتوای موردنظر، مخاطبان را به طور فعال با آموزش و یادگیری درگیر می‌کند یا خیر؟ اگر جامعه آماری وسیع باشد برای انجام پژوهش می‌توان نمونه‌گیری کرد در غیر این صورت پژوهش روی تمام جامعه انجام می‌شود. ویلیام رومی برای تحلیل محتوای کتاب‌های درسی، محتوای آن‌ها را به سه قسمت متن، پرسش و تصاویر تقسیم و برای هر قسمت مقوله‌هایی تعریف می‌کند. برای متن کتاب درسی ده مقوله و برای تصاویر و پرسش‌ها هر کدام چهار مقوله تعریف می‌کند و برای طبقه‌بندی مقوله‌ها، مقوله را به سه طبقهٔ فعال،

کتاب‌های درسی، یکی از مهم‌ترین منابع یادگیری در نظام‌های آموزشی و عمده‌ترین منبع یادگیری در نظام‌های آموزشی متمرکز محسوب می‌شوند و مواد اصلی برنامه درسی مدارس را تشکیل می‌دهند. اگر از منظر و دیدگاه برنامه درسی به کتاب‌های درسی بهویژه محتوا و فعالیت‌های یادگیری دانش‌آموزان نگاه کنیم، اهمیت و ضرورت یک محتوا خوب و پویا در فرایند آموزش و پرورش بیش از پیش نمایان می‌شود (رضاپور، ۱۳۷۸). محتوا از عنصر برنامه درسی است که به عنوان مجموعه فعالیت‌ها و تجارب یادگیری از اهمیت خاصی برخوردار است در صورتی که روش آموزش مبتنی بر فعالیت فرآیند یادگیری باشد محتوا آموزشی مبتنی بر این رویکرد، باید به صورت فعل تدوین شود. بنابراین با توجه به متمرکز بودن نظام آموزشی (کتاب محور بودن برنامه درسی) در ایران، می‌توان گفت نوع محتوای ارائه شده به صورت فعل یا غیرفعال در کتاب‌های درسی حائز اهمیت زیادی است و تحقق یا عدم تحقق مطلوب اهداف آموزشی را به دنبال دارد. در این راستا، بررسی محتوا کتاب درسی می‌تواند نقاط قوت و ضعف احتمالی را برای اصلاح و تغییر محتوا، متناسب با اهداف تعیین شده و اصول علمی در اختیار آموزشگران و مؤلفان کتاب‌های درسی قرار دهد (کوهی فائق و شاه‌محمدی اردبیلی، ۱۳۹۲).

مبتنی بر تجربهٔ تدریس محقق و با توجه به مشکلاتی که بسیاری از دانش‌آموزان سال چهارم رشته تجربی برای درک صحیح مفاهیم مطرح شده در کتاب ریاضی عمومی مانند مقاطع مخروطی، توابع جزء صحیح و مجانب‌ها با آن مواجهند و از آنجا که بیشتر وقت کلاس و در نتیجهٔ فرایند آموزش (توسط معلم) و یادگیری (دانش‌آموز) به کتاب درسی اختصاص می‌یابد (کرمی، اسدیگی و کرمی، ۱۳۹۲)، به لحاظ این اهمیت و با توجه به نقش محتوا کتاب‌های درسی در برانگیختن، هدایت فعالیت‌های مناسب، تسهیل یادگیری دانش‌آموزان و تعیین روش تدریس معلم، در این پژوهش به تحلیل

با توجه به متمرکز بودن نظام آموزشی  
کتاب محور بودن برنامه درسی)  
بر این، می‌توان گفت نوع محتوای ارائه شده به صورت فعل یا غیرفعال در کتاب‌های درسی حائز اهمیت زیادی است و تحقق یا عدم تحقق مطلوب اهداف آموزشی را به دنبال دارد. در این راستا، بررسی محتوا کتاب درسی می‌تواند نقاط قوت و ضعف احتمالی را برای اصلاح و تغییر محتوا، متناسب با اهداف تعیین شده و اصول علمی در اختیار آموزشگران و مؤلفان کتاب‌های درسی قرار دهد (کوهی فائق و شاه‌محمدی اردبیلی، ۱۳۹۲).

- مقوله‌هایی که نقش مهمی در ارزشیابی و تحلیل کمی کتب و متون درسی ندارند و لذا در ارزشیابی می‌توان از آن‌ها صرف‌نظر کرد.

### روش تحقیق

در این پژوهش از روش تحلیل محتوا براساس تکنیک ویلیام رومی استفاده شد. جامعه آماری پژوهش، کتاب ریاضی عمومی چهارم تجربی سال ۱۳۹۰ است. حدود ۴۰ درصد از کتاب شامل ۷۰ صفحه (متن درس، مسئله و تمرین، شکل) به شیوه نمونه‌گیری تصادفی ساده انتخاب و مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت. از هر صفحه جمله یا تصویری انتخاب شده و مورد بررسی قرار گرفت و کدگذاری شد.

### تحلیل متن درس

واحد مطالعه درس‌های کتاب است. به منظور تحلیل متن، جملات انتخاب شده مطالعه و هر کدام در یکی از مقوله‌های زیر قرار داده شد.

a. بیان حقیقت: عبارتست از مفروضات و یا مشاهداتی که توسط فرد دیگری غیر از دانش‌آموز انجام پذیرفته است.

b. بیان نتایج یا اصول کلی: منظور از بیان نتایج یا اصول کلی عبارت است از: نظرات ارائه شده توسط نویسنده‌گان کتاب درباره ارتباط بین مفروضات و موضوعات مختلف

c. تعاریف: منظور جملاتی است که برای توصیف و تشریح یک واژه یا اصطلاح آورده می‌شود.

d. سؤال‌هایی که در متن مطرح شده و جواب آن‌ها بلافصله بوسیله نویسنده داده شده است.

e. سؤال‌هایی که ایجاب می‌کند دانش‌آموز برای پاسخ به آن‌ها مفروضات داده شده را تجزیه و تحلیل کند.

f. سؤال‌هایی که به منظور جلب توجه دانش‌آموز ارائه شده است و جواب آن‌ها بلافصله بوسیله نویسنده در متن نیامده است.

g. جملاتی که در هیچ یک از مقوله‌های فوق نگنجد در این مقوله جای می‌گیرد.

غیرفعال و خنثی تقسیم می‌کند(کوهی فائق و شاه‌محمدی اردبیلی، ۱۳۹۲)

- در طبقهٔ فعال دانش‌آموز با فعالیت‌های علمی و به طور کلی با یادگیری و آموزش درگیر است.

- در طبقهٔ غیر فعال دانش‌آموز به طور واقعی درگیر فعالیت‌های علمی نیست. کتاب‌هایی که روی این مقوله تأکید کنند غیر پژوهشی محسوب می‌شوند.

جدول ۱- نمونه‌هایی از جملات و مقوله‌های کتاب درسی

فصل	صفحات	نمونه متن انتخاب شده	f e d c b a
۱	۴۶، ۱۲، ۱۶	ص۱۲: پس اگر پسر بودن فرزند را با $E_x$ و دختر بودن فرزند را با $E_y$ نشان دهیم، آنگاه $E_x$ ناسازگارند و حتماً یکی از آن درخ خواهد داد.	*
۲	۲۴، ۲۶، ۲۸، ۲۹، ۳۳، ۳۷ ۴۲، ۴۵، ۴۷، ۴۸، ۴۹، ۵۱ ۵۳، ۵۴، ۵۵، ۵۷	ص۳۳: نمودار تابع $y = \frac{1}{x}$ نشان می‌دهد که این تابع روی بازدهای $(-\infty, 0)$ و $(0, \infty)$ اکیداً نزولی است، اما روی $\{0\}$ نه صعودی است و نه نزولی	*
۳	۶۷، ۷۱، ۷۳، ۸۰	ص۶۷: علامت مشتق نشان‌دهنده آن است که تابع در اطراف آن نقطه در حال افزایش است یا کاهش. ص۸۰: در این مثال دیده می‌شود که برای محاسبه $y(x)$ تقریبی بر $x$ پیش می‌آید.	*
۴	۸۳، ۸۵، ۸۸، ۸۹، ۹۰، ۹۴ ۹۸، ۱۰۲، ۱۰۳، ۱۰۵ ۱۰۶، ۱۰۷	ص۹۰: تعریف ۲: می‌گویند تغیر منحنی نمایش تابع $y=f(x)$ یعنی نقطه $(c, f(c))$ رو به پایین است. هرگاه $(c)$ موجود باشد و بازه بازی مانند $I$ شامل $C$ یافت شود که به ازای هر $x \in I$ نقطه $B(x, f(x))$ روی منحنی پایین خط مماس بر منحنی در نقطه $A(c, f(c))$ باشد.	*
۵	۱۱۰، ۱۱۱، ۱۱۶، ۱۱۷، ۱۱۸ ۱۲۲، ۱۲۶، ۱۲۸، ۱۳۱، ۱۳۳ ۱۴۱، ۱۴۳، ۱۴۵، ۱۴۶، ۱۴۸	ص۱۲۶: رأس سهمی $= py^x$ بر مبدأ مختصات واقع است.	*
۶	۱۴۹، ۱۵۲، ۱۵۳، ۱۵۴ ۱۵۷، ۱۵۹، ۱۶۰، ۱۶۱ ۱۶۳، ۱۶۵، ۱۶۸، ۱۷۰ ۱۷۲، ۱۷۳	ص۱۵۷: این سؤال قابل طرح است که چنانچه تابع مورد نظر در باره انتگرال گیری پیوسته نباشد آیا می‌توانیم باز هم برای آن انتگرال معین تعریف کنیم؟	*

## جدول ۲- سوالاتی بررسی شده

d	c	b	a	سؤال	صفحة	فصل																																								
		*		مسئله صفحه ۴: خانوادهای دارای ۴ فرزند است: الف) فضای نمونه ای مربوط به جنسیت فرزندان ب) احتمال آن که این خانواده دو پسر و دو دختر داشته باشند. ج) احتمال آن که تعداد پسرها بیش از تعداد دخترها باشد.	۴، ۵	اول																																								
*	*	*		مسئله ۳ صفحه ۲۶: مقدار a را چنان تعیین کنید که جواب های معادله $5X + a = 0 - 2X^2$ ممکن نباشد. مسئله ۲ صفحه ۲۸: اگر $ X  > a$ نشان دهید $a < X$ یا $X < -a$ و بر عکس. مسئله ۴ صفحه ۲۹: می توان نشان داد رابطه نامساوی مثلثی برای هر تعداد عدد حقیقی برقرار است. برای سه عدد حقیقی $X_1, X_2, X_3$ نشان دهید. $ X_1 + X_2 + X_3  \leq  X_1  +  X_2  +  X_3 $	۲۴، ۲۶، ۲۸ ۲۹، ۳۳، ۴۵ ۴۷، ۵۱، ۶۴ ۵۷، ۵۸	دوم																																								
*	*	*		مسئله ۷ صفحه ۴۵: برای محافظت از تابش های مضر مواد رادیواکتیو لایه های محافظتی ساخته شده است که شدت تابشها پس از عبور از آن ها نصف می شود. حداقل از چند لایه باید استفاده کنیم تا شدت تابش ۹۷ درصد کاهش یابد؟ مسئله ۳ صفحه ۵۷: جمعیت شهری $100000$ نفر است و با آهنگی متناسب با تعداد جمعیت افزایش می یابد. اگر این آهنگ در رشد و جمعیت بعد از $t$ سال $p(t)$ باشد، $p(t) = 10000 e^{0.06t}$ آنگاه $45000$ نفر بررسد؟ تمرین ۶ صفحه ۵۱: ابتدا جدول را کامل کنید و سپس نمودارهای توابع زیر را در دستگاه مختصات رسم کنید. $y = 2^x, y = \log_2 x$ $y = (\frac{1}{2})^x, y = \log_{\frac{1}{2}} x$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>-۳</td> <td>-۲</td> <td>-۱</td> <td>۰</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>۳</td> </tr> <tr> <td><math>2^x</math></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td><math>\log_2 x</math></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td><math>(\frac{1}{2})^x</math></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td><math>\log_{\frac{1}{2}} x</math></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	x	-۳	-۲	-۱	۰	۱	۲	۳	$2^x$								$\log_2 x$								$(\frac{1}{2})^x$								$\log_{\frac{1}{2}} x$									
x	-۳	-۲	-۱	۰	۱	۲	۳																																							
$2^x$																																														
$\log_2 x$																																														
$(\frac{1}{2})^x$																																														
$\log_{\frac{1}{2}} x$																																														
*				مسئله صفحه ۶۴ قسمت ۷: معادلات زیر را حل کرده و جواب های کلی آن ها را بیابید. $\sin^2 x \cos x - \cos^2 x \sin x = 1$																																										
*				مسئله ۳: آیا می توان خطی از نقطه (۰ و ۳) گذراند که بر سهمی $y = x^3$ عمود شود؟ چند خط با این ویژگی وجود دارد؟	۷۳	سوم																																								
*				مسئله ۷ صفحه ۸۹: در تابع $y = 2X^3 - 9X^2 + 12X + 30$ ثابت کنید پاره خطی که نقاط ماکزیمم و مینیمم روی نمودار تابع را به هم وصل می کند توسط منحنی نمایش تابع به دو قسمت مساوی تقسیم می شود.	۸۹، ۱۰۷	چهارم																																								

از مقوله های فوق، مقوله های d,c,b,a غیرفعال و مقوله های f,e مفعال محسوب می شوند. مقوله آخر یعنی g از مقوله های خنثی است که نقش مهمی در ارزیابی کتاب ندارد و بنابراین می توان هنگام ارزشیابی و تحلیل از آن صرف نظر کرد. برخی از جملات کتاب و مقوله بندی آن ها در جدول (۱) نشان داده شده است.

### تجزیه و تحلیل پرسش ها

واحد تحلیل پرسش ها، مسائل یا تمرین هایی است که در انتهای هر مبحث یا آخر هر فصل ذکر شده است. از صفحات نمونه تعداد ۲۱ مسئله و تمرین به صورت تصادفی انتخاب شد و هر کدام در یکی از مقوله های زیر جای گرفت.

a. سؤالی که جواب آن را به طور مستقیم در کتاب می توان یافت.  
b. سؤالی که جواب آن مربوط به نقل تعاریف است.

c. سؤالی که برای پاسخ به آن دانش آموز باید از آموخته های خود در درس جدید استفاده کند.

d. سؤالی که در آن از دانش آموز خواسته شده تا مسئله خاصی را حل کند (سوالات منجر به حل مسئله).

e. سؤالی که در هیچ یک از مقوله های فوق نگنجد در این مقوله جای می گیرد.  
در طبقه بندی بالا مقوله های a, b غیرفعال و مقوله های c, d خنثی محسوب می شوند.  
تعدادی از سوالاتی بررسی شده در جدول (۲) آورده شده است.

### ۲-۳ تجزیه و تحلیل تصویرها

واحد تحلیل تصویرها، نمودارها و شکل های کتاب درسی است که در دو مورد بررسی می شود.  
از صفحات نمونه تعداد ۲۱ تصویر به صورت تصادفی انتخاب و بررسی شد. طبقه بندی تصاویر به صورت زیر بوده است:

(a) تصویری که صرفاً جنبه توضیحی و توصیفی دارد و نیازمند هیچ فعالیت فکری پیچیده نیست.

	*		مسئله صفحه ۱۳۳: معادله سهی را بنویسید که کانون آن $F(3, 5)$ و معادله خط هادی آن $X = -3$ باشد.	۱۴۸، ۱۳۳	پنجم
	*		مسئله ۲۹ صفحه ۱۷۳ را محاسبه کنید. $\int_1^{\Delta} \frac{dx}{x}$	۱۷۲، ۱۵۹ ۱۷۳	ششم

جدول ۳ - نمونه تصاویر بررسی شده

b	a	تصاویر	صفحات	فصل
	*		۱۲	اول
	*		۲۴	دوم
	*		۶۶	سوم
	*		۱۲۲، ۱۲۸، ۱۳۳، ۱۳۶ ۱۴۵	چهارم
	*		۱۶۳، ۱۵۳	ششم

جدول ۴- فراوانی متن در مقوله‌های مختلف

مقوله خنثی	مقوله فعال	مقوله‌های غیرفعال				
g	f	e	d	c	b	a
۰	۱	۰	۱۵	۶	۳۰	۷
$\frac{e+f}{a+b+c+d+g} = \frac{1}{7+30+6+15+0} = ۰/۰۱$					ضریب درگیری	

طبق نظر پیازه، دانستن اطلاعات بیشتر، تفکر کودک را پیشرفت‌تر نمی‌سازد، بلکه پیشرفت از نظر کیفی متفاوت است

- (b) تصاویری که نیازمند نوع تجزیه و تحلیل از سوی فرآگیر است.  
(c) تصاویری که در مقوله‌های بالا قرار نگیرند در این مقوله جای می‌گیرند.

در طبقه‌بندی بالا مقوله a غیرفعال، مقوله b فعال و c خنثی محسوب می‌شود. برخی از تصاویر در جدول ۳ نشان داده شده است.

فرمول ضریب درگیری دانش‌آموز با متن، پرسش یا تصویر در روش تحلیل ویلیام رومی

$$\text{ضریب درگیری} = \frac{\text{مجموع مقوله‌های فعال}}{\text{مجموع مقوله‌های غیرفعال}}$$

جدول ۵- فراوانی سؤال‌ها در مقوله‌های مختلف

مقوله خنثی	مقوله فعال	مقوله‌های غیرفعال		
e	d	c	b	a
۰	۱۰	۷	۱	۳
$\frac{c+d}{a+b} = \frac{7+10}{3+1} = \frac{17}{4} = ۴/۲۵$				

جدول ۶- فراوانی سؤال‌ها در مقوله‌های مختلف

مقوله خنثی	مقوله فعال	مقوله‌های غیرفعال
c	b	a
۰	۱	۲۰
$\frac{b}{a+c} = \frac{1}{20} = ۰/۰۵$		

جدول ۷. فراوانی مقوله‌های فعال و غیرفعال در بخش‌های مختلف

مقوله‌های غیرفعال	مقوله‌های فعال	
۵۸	۱	متن
۴	۱۷	مسائل و تمرین‌ها
۲۰	۱	نماوراهای شکل‌ها
۸۲	۱۹	جمع
$\frac{۱۹}{۸۲} = ۰/۲۳$		ضریب درگیری

### یافته‌های پژوهش

۱. پس از دسته‌بندی متن کتاب درسی در مقوله‌های یاد شده نتایج نشان داده شده در جدول (۴) بدست آمد.

ضریب درگیری دانش‌آموز با متن، عددی است که نشان‌دهنده میزان فعال بودن متن کتاب درسی است. به‌نظر ویلیام رومی زمانی متن کتاب درسی فعال است که ضریب درگیری آن عددی بین ۰/۴ تا ۱/۵ باشد. براساس یافته‌های جدول شماره (۴) ضریب درگیری متن ۰/۰۱ است که کمتر از ۰/۴

پژوهش در دانشآموز ندارد. یکی از دلایل ضریب درگیری پایین این است که حقایق، مطالب و مفاهیم زیادی در متن ارائه شده است که در بیان آن‌ها از روش‌های انتقال مستقیم استفاده شده است و تعداد مقوله‌های غیرفعال متن را افزایش داده است (میرزائی، ۱۳۹۲). فعالیت‌های متعدد و متنوعی می‌توان در کتاب‌های درسی قرار داد تا از طریق آن‌ها، مهارت‌های فکری و حل مسئله که امروزه بیش از پیش در حوزه آموزش ریاضی مورد توجه قرار گرفته است، پرورش یابد. یکی دیگر از مشکلاتی که در ارتباط با کتاب درسی مطرح می‌شود، عدم تناسب حجم کتاب با زمان در نظر گرفته شده برای تدریس است. طبق نظر پیاژه، دانستن اطلاعات بیشتر، تفکر کودک را پیش‌رفته تر نمی‌سازد، بلکه پیش‌رفت از نظر کیفی متفاوت است (کرمی و همکاران، ۱۳۹۲). بنابراین، ضمن در نظر گرفتن محدودیت زمانی برای تدریس، محتوای این کتاب باید مناسب با رویکردهای جدید آموزشی از جمله تدریس از طریق حل مسئله، تدوین شود.

#### منابع

۱. رضاپور، یوسف. (۱۳۷۸). شیوه‌های تجزیه و تحلیل کتب درسی، چگرافیا و برنامه‌ریزی، نشریه دانشکده علوم انسانی و اجتماعی دانشگاه تبریز؛ شماره هفتم، بهار و تابستان و پاییز و زمستان ۱۳۷۸.
۲. کوهی فاق، امرالله و شاه محمدی اردبیلی، معصومه (۱۳۹۲). ارزشیابی محتوای کتاب درسی شیمی (۲) و آزمایشگاه با استفاده از روش ویلیام رومی؛ هشتمین سمینار آموزش شیمی ایران، دانشگاه سمنان.
۳. کرمی، زهره؛ اسدیگی، پژمان و کرمی، مهدی (تابتستان ۱۳۹۲). تحلیل محتوای ریاضی ۱ پایه اول متوسطه براساس تکیک ویلیام رومی و حیطه شناختی بلوم، پژوهش در برنامه‌ریزی درسی، سال دهم، دوره دوم، شماره ۱۰، صص ۱۶۷-۱۷۹.
۴. عبدالله میرزاپور، رسول و مهندی، احسان (شهریور ۱۳۹۲). تحلیل محتوای کتاب درسی شیمی سال دوم دبیرستان در مفاهیم ترکیبات یونی و کوالانسی با استفاده از روش ویلیام رومی؛ هشتمین سمینار آموزش شیمی ایران، دانشگاه سمنان.

می‌باشد. لذا متن کتاب بدون در نظر گرفتن تصاویر و مسائل بیشتر به ارائه اطلاعات علمی می‌پردازد. و محتوای غیر فعال محسوب می‌شود.

۲. نتایج حاصل از بررسی مسائل و تمرین‌ها در جدول (۵) آورده شده است.

ضریب درگیری برای سؤال‌های کتاب ۴/۲۵ به دست آمد که بر مبنای دیدگاه ویلیام رومی از حد مطلوب (بین ۰/۴ تا ۰/۵) بیشتر است. و چون دانشآموزان را بیش از اندازه به تجزیه و تحلیل می‌کشاند از نوع محتوای غیر فعال محسوب می‌شود.

۳. همچنین تصاویر و نمودارهای کتاب مورد تحلیل قرار گرفت و به صورتی که در جدول (۶) آورده شده است طبقه‌بندی شد.

با توجه به اینکه ضریب درگیری به دست آمده برای تصاویر (۰/۰۵) کمتر از حد مطلوب (بین ۰/۴ تا ۰/۵) است. این بخش نیز فقط به ارائه مطالب علمی می‌پردازد و غیر فعال است.

۴. به منظور نتیجه‌گیری کلی در مورد میزان درگیر شدن دانشآموزان با محتوای این کتاب، میزان مقوله‌های فعل و غیر فعل در قسمت‌های مختلف را جمع کرده و ضریب درگیری را محاسبه می‌کنیم.

#### نتیجه‌گیری

هدف از انجام این پژوهش، تحلیل محتوای کتاب ریاضی عمومی چهارم رشته تجربی برای بررسی برخی از مشکلاتی است که دانشآموزان در یادگیری این کتاب با آن مواجهند. بررسی انجام شده نشان می‌دهد شاخص درگیری دانشآموزان با محتوای کتاب ریاضی عمومی پایه چهارم تجربی در بخش‌های مختلف متن، مسائل و تصاویر نامناسب بوده و نیازمند توجه جدی مؤلفان این کتاب درسی است. محتوای این کتاب، براساس دیدگاه ویلیام رومی، با ضریب درگیری ۰/۲۳ و کمتر از ۰/۴ غیرفعال است. در نتیجه این کتاب یک محتوای غیر پژوهشی محسوب می‌شود که دانشآموز، نقش فعلی در یادگیری به عهده ندارد و لذا تأثیری در ایجاد روحیه



دانلود از سایت ریاضی سرا  
[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

کمک درسی

# آموزش ریاضی ناشران

آیا ناشران اهداف آموزش ریاضی رسمی را به چالش کشیده‌اند؟

محمد حسام قاسمی، دبیر ریاضی شهریار و کارشناس ارشد ریاضی  
صابر قدمی، دبیر ریاضی تکاب، آذربایجان غربی و کارشناس ارشد آموزش ریاضی

## چکیده

با وجود نظارتِ نهادهای قانونی مسئول در حوزهٔ تولید و نشر منابع کمک درسی ریاضی، هم‌چنان شاهد وسیع تر شدن دایرهٔ نفوذ و تأثیرگذاری ناشران غیرمسئول در صنعت نشر منابع کمک درسی، در نظام آموزشی کشور هستیم. این تأثیر در حوزهٔ آموزش ریاضی به بهانهٔ برخی دلایل، از نمود بیشتری برخوردار است. در این مقاله، با اشاره به انتظارات برنامهٔ درسی ریاضی و اهداف والای آموزش و یادگیری ریاضی، به بررسی و علت‌یابی برخی از آسیب‌های ناشی از عدم نظارت دقیق و تخصصی بر محتوای این منابع و توزیع فraigیر، پر جنم و بدون قید و منع این منابع در بین جامعهٔ دانش‌آموزی و معلمان ریاضی کشور، می‌پردازیم. در نهایت، به ارائه راهکارهایی می‌پردازیم که می‌توانند برای نظارت و هماهنگی بیشتر بین نهادهای مسئول و در جهت کاهشِ اثرات این نوع آسیب‌ها، کارساز باشند!

**کلیدواژه‌ها:** ناشران منابع کمک درسی، آموزش ریاضی رسمی، اهداف آموزش ریاضی

## مقدمه

آموزش غیررسمی ریاضی در کنار آموزش ریاضی به شکل رسمی و مدرسه‌ای آن، می‌تواند تکمیل فرآیند یادگیری از آن مسیر تأکید می‌کند.

نمود که «فقط ۵۰ درصد از کتاب‌های کمکدرسی موجود در بازار، مطابق استانداردها هستند» و «وزارت ارشاد، دقت و حساسیت لازم را در اعطای مجوز به کتاب‌های کمک‌آموزشی ندارد». ایشان در ادامه اضافه کرد که «ناشری را سراغ دارم که ۵۰۰ میلیون تومان برای تبلیغات به صدا و سیما پرداخته است<sup>۲</sup>» که این‌ها، تنها گوشاهی از دغدغه‌های مسئولان مربوط به این بخش را نشان می‌دهد.

در چنین آشفته بازاری، سؤال‌هایی جدی قابل طرح‌اند که برای پاسخ دادن به هر یک، انجام مطالعات عمیق، ضروری است. برای نمونه، مثلاً این کنجدکاوی وجود دارد که «ناشران فعال در حوزه تولید کتاب‌های به اصطلاح کمک‌درسی ریاضی، چقدر با اصول و اهداف آموزش ریاضی، چه به صورت رسمی و چه غیررسمی، آشنایی دارند؟»، یا این که «تا چه اندازه، مسئولان آموزشی، این مسئله را به چشم یک چالش بزرگ پیش‌روی نظام آموزشی کشور می‌بینند؟»، و آیا «مسئولان آموزشی، شناسایی آسیب‌های ناشی از کمیت و کیفیت این تولیدات را جزو اولویت‌های پژوهشی آموزش‌پرورش می‌دانند یا خیر؟» و بالاخره، «آیا یافته‌های پژوهشی اصیل در این حوزه، می‌تواند به ارائه راهکارهایی برای بروز رفت از وضعیت موجود، کمک کند؟» این‌ها تنها چند نمونه از سؤال‌هایی هستند که در این مقاله، به استناد آمار و ارقام موجود، تلاش شده تا پشتونه مطمئنی برای پاسخ دادن به این سؤال‌ها ایجاد کنیم.

## جایگاه ناشران کتاب‌های کمک درسی در آموزش مدرسه‌ای

چند سالی است که مطابق با سند چشم‌انداز توسعه کشور، مراکز دانشگاهی بسیاری در سرتاسر کشور راه اندازی شده و با حداکثر توان خود (یا حتی بیش از توان تعریف شده) به جذب و تربیت دانشجو مشغولند. انتظار این بود که با وجود شتاب در توسعه کمی دانشگاهها و مراکز آموزش عالی کشور، شاهد تغییر شکل کنکور و کاهش ترس و اضطراب دانش‌آموزان و خانواده‌هایشان از مواجهه با آن باشیم. ولی این توسعه کمی نه تنها از هیجان کنکور کم نکرد، بلکه جامعه همچنان شاهد تداوم

یکی از مهم‌ترین ویژگی‌ها، گستردگی آموزش‌های غیررسمی و محدود نشدن آن در قید مکان و زمان است. بهخصوص در عصر فناوری‌های نوین، این نوع آموزش قادر است از ظرفیت‌های متعدد تکنولوژی استفاده کند و جوابگوی نیازهای بشر باشد. همچنین، آموزش‌های غیررسمی دارای زمینه‌ها و نمودهای مختلفی خارج از مدرسه و کلاس درس است که انتشارات کمک‌آموزشی، کتاب‌های کمک‌آموزشی را به شش دسته کتاب‌های دانش‌افزایی معلمان، دانش‌افزایی دانش‌آموزان، سنجش و ارزشیابی پیشرفت تحصیلی، کمک‌درسی، فرهنگ و دایرة المعارف و جنبی و سرگرمی تقسیم کرده است. بنا به تعریف این دفتر، کتاب‌های کمک‌درسی، کتاب‌هایی هستند که در چارچوب برنامه درسی مصوب، به تکمیل، تسهیل، تسریع و تثبیت یادگیری محتوا درسی می‌انجامد. در حال حاضر در ایران، آنچه که به عنوان کتاب‌های کمک‌درسی ریاضی شناخته می‌شود، در اصل همان کتاب‌های «تسنیت و کنکور»، «حل المسائل» و کتاب «نمونه سؤال» هستند که به طور گسترده‌ای در نظام آموزشی فعلی ایران، مورد استفاده قرار می‌گیرند. هر چند این کتاب‌ها به اشتباه به نام کمک‌درسی شناخته می‌شوند ولی در حقیقت نمی‌توان با تعریف بالا، آن‌ها را کتاب‌های کمک‌درسی نامید. یک کتاب باید در صورتی «کمک‌درسی» نامیده شود که هدفش ایجاد انگیزه و توسعه یادگیری، افزایش دانش، پرورش مهارت‌های ذهنی و عملی باشد. علاوه بر این، اگر منطبق بر اهداف عالی یادگیری ریاضی مانند پرورش تفکر و اگر، استدلال کردن، حل مسئله، جستجوگری، پرسش‌گری، خلاقیت و آفرینندگی باشد، می‌تواند سازنده و مفید باشد. موضوع دیگر، باز بودن راه ناشران در تولید کتاب‌های غیراستاندارد و مشتری پسند است که به جز صافی نظارت عمومی وزارت فرهنگ و ارشاد اسلامی، به کس دیگری پاسخگو نیستند. این ناشران، به دور از نظارت‌های تخصصی معنی دار وزارت آموزش‌پرورش، آموزش‌گران ریاضی، متخصصان دانشگاهی و معلمان با تجربه، دست به تولید و نشر می‌زنند. به طور مشخص، در نشست خبری دهمین دوره جشنواره کتاب‌های آموزشی رشد، مدیر کل دفتر انتشارات کمک‌آموزشی وزارت آموزش‌پرورش<sup>۳</sup> عنوان

۱۳۹۰ تا تیرماه ۱۳۹۳، تعداد ۵۹۸۸ ناشر در حوزه نشر کتاب فعال بوده‌اند. از این تعداد، ۱۵ ناشر کمکدرسی و آموزشی بسیار فعال بوده و به طور معناداری در صدر پرفروش‌ترین ناشران ایران قرار دارند. جدول ۱ که فقط برحسب تعداد عنوان کتاب‌های چاپ شده در حوزه کتاب‌های «کمک‌آموزشی» و دارای مجوز از وزارت فرهنگ و ارشاد اسلامی است، گویای حضور پرزنگ این ناشران در نظام آموزشی کشور است که رتبه بالای آن‌ها بر حسب تعداد عنوان کتاب‌های چاپ شده، الزاماً نشان دهنده میزان خدمتشان به جامعه و پاسخ به نیازهای آموزشی آن نیست.

جدول ۱. تعداد عنوان کتاب‌های چاپ شده در حوزه کتاب‌های «کمک‌آموزشی» و دارای مجوز از وزارت فرهنگ و ارشاد اسلامی

ردیف	نام ناشر <sup>۵</sup>	تعداد عنوان کتاب‌ها	چاپ نخست	تجدید چاپ
۱	الف	۳۲۳۴	۲۷۵۴	۴۸۰
۲	ب	۲۸۷۷	۳۴۴	۲۵۳۳
۳	پ	۲۶۴۳	۴۲۲	۲۲۲۱
۴	ت	۱۹۹۵	۱۱۶	۱۸۷۹
۵	ث	۱۱۵۷	۲۵۸	۸۹۹
۶	ج	۸۹۷	۸۹۶	۱
۷	ج	۸۸۱	۸۸۰	۱
۸	ح	۷۶۳	۹۸	۶۶۵
۹	خ	۶۵۵	۵۶۷	۸۸
۱۰	د	۵۶۲	۳۵۵	۲۰۷
۱۱	ذ	۵۴۸	۵۶	۴۹۲
۱۲	ر	۳۸۷	۶۴	۳۲۳
۱۳	ز	۳۶۶	۲۹۲	۷۴
۱۴	ژ	۲۷۵	۱۶	۲۵۹
۱۵	س	۲۱۵	۴۳	۱۷۲

هرچند آمار دقیقی از نسبت و سهم کتاب‌های کمکدرسی ریاضی وجود ندارد و این جدول هم مشخص نمی‌کند که چه تیرازی از کتاب‌ها در زمینه درس‌های ریاضی به چاپ رسیده‌اند اما با این وجود و با توجه به تنوع موجود در موضوعات درسی کتاب‌های ریاضی بهویژه در مقطع متوسطه، می‌توان حدس زد که کتاب‌های کمک‌درسی ریاضی

رونق بازار ناشران «کمک درسی» و تبلیغات گسترده و پر زرق و برق آن‌ها با هزینه‌های میلیاردی است. در این میان، این ناشران برای توجیه ورود گسترده خود به این حوزه، دلایل آموزشی و فرهنگی را عنوان نموده و حتی گاهی رسالت‌شان را در راستای جبران کمبودهای موجود در برنامه‌های درسی و محتوای کتاب‌های درسی بیان می‌کنند. از عمدۀ ترین دلایل ناشران کمک‌درسی که اعداً دارند باعث ترغیب دانش‌آموزان به تهیۀ کتاب‌های آن‌هاست، می‌توان به موارد زیر اشاره کرد که می‌توانند برای مسئولان و صاحب‌نظران، قابل تأمل باشد:

۱. کم محتوا و مبهم بودن کتاب‌های درسی بهویژه دشوار بودن متون رسمی ریاضی؛
  ۲. عدم تناسب بین انتظارات مؤلفان کتاب‌های درسی و نظام سنجش و ارزیابی که به شدت رویکردی رقابتی دارد (كنكور سراسری و امتحانات نهایی)؛
  ۳. قائل بودن حقی برای دانش‌آموزان به نام حق دانستن و فهمیدن بیشتر؛
  ۴. نبود تنوع در منابع رسمی، یکنواخت و خسته‌کننده بودن کتاب‌های درسی بهویژه درس ریاضی؛
  ۵. کافی نبودن زمان کلاس‌های رسمی برای پرداختن به جزئیات و پاسخگویی به همه سؤالات دانش‌آموزان؛
  ۶. یکسان نبودن توانایی حرفه‌ای معلمان و توزیع ناعادلانه امکانات آموزشی در همه مناطق کشور؛
  ۷. یکسان نبودن عملکرد و یادگیری هر دانش‌آموز در میان کتاب‌های متعدد ریاضی (هندسه، جبر و احتمال، ریاضی، ریاضی پایه، حسابان، حساب دیفرانسیل، هندسه تحلیلی و جبر خطی، ریاضی گسسته، آمار، ریاضی عمومی، ریاضی پایه و ...) و لزوم تدریس هر درس به شیوه‌ای خاص. البته بعضی از این دلایل، بیشتر توجیه‌هایی برای توسعه کسب‌وکار ناشران کتاب‌های کمک درسی هستند. ولی در عین حال، برخی از دلایل ناشی از حقیقتی آزاردهنده‌اند که جای تأمل و چاره‌اندیشی بیشتری دارد. یکی از این تأملات، بررسی کمی نشر در این حوزه، به روایت آمار است.
- بنابر آمار موسسه خانه کتاب<sup>۴</sup>، از ابتدای سال

و فروش سالیانه تقریباً ۱۰ میلیون جلد کتاب که جمیعت جامعه خریداران آن‌ها نیز حدود ۵ میلیون دانش‌آموز است<sup>۶</sup> (البته در این آمار، تعداد ۲ میلیون کتابی که به دانش‌آموزان مناطق محروم و کتاب‌هایی که هر سال به معلمان تحت عنوانی مختلف اهدا می‌شود و ظاهراً بیشتر با مقاصد تبلیغاتی و نفوذ در مدارس است، لحاظ نشده است)، در منطقه خاورمیانه نیز بی‌نظیر است.

۴. تعداد عنوانین کتاب‌های ناشران رده‌های ۱ تا ۵، رقمی بالای ۱۰۰۰ و بعضاً ۲۰۰۰ عنوان کتاب است. این آمار، از آن جهت تأمل برانگیز است که این ناشران، بیشتر در حوزه آموزش‌وپرورش فعال هستند و نه دانشگاه! به این معنا که با وجود این که تعداد عنوان کتاب‌های رسمی مدارس، عددی محدود و مشخص است و انتظار می‌رود که آمار تعداد عنوانین کتاب‌های این ناشران نیز به همین تعداد محدود و یا تنها کمی بیشتر از این باشد، اما چنین نیست. سؤال اصلی نیز همین جاست: وجود این اختلاف بیانگر چیست؟ پاسخ بسیار روشن است؛ چاپ کتاب‌هایی با عنوانین متعدد که فقط برای یک موضوع درسی تهیه شده‌اند! کتاب‌هایی که مزین به اسمی عجیب و غریب و آشته به زنگ‌ها و ترفندهای گوناگون، چاپ و توزیع می‌شوند.

### آسیب‌ها

هر چند که می‌توان به رفتارهای زیادی اشاره کرد که جامعه ریاضی کشور بهویژه آموزش‌وپرورش رسمی از ناحیه ناشران بسیاری از کتاب‌های کمک‌آموزشی، دچار آسیب شده است، در این بخش، به چند آسیب عمده اشاره می‌شود که از طریق توسعه بی‌رویه کتاب‌های کمک‌آموزشی، بر جامعه و آموزش رسمی وارد شده و می‌شود.

### آسیب رسیدن به اعتماد خانواده‌ها و دانش‌آموزان نسبت به آموزش رسمی ریاضی

بسیاری از خانواده‌های ایرانی، تفاوتی بین هدف‌های مورد نظر نظام سنجش و ارزشیابی‌های سراسری مانند کنکور سراسری و فلسفه و هدف‌های تدریس و یادگیری ریاضی در کلاس درس، قائل نمی‌شوند. هم‌چنین طبیعی است که خانواده‌ها، از

سهم و آمار قابل توجهی را از نشر این حوزه به خود اختصاص داده‌اند. چند واقعیت را می‌توان از جدول ۱ دریافت کرد:

۱. اختلاف فاحش بین تعداد چاپ نخست و تجدید چاپ در ردیف‌های شماره ۶ و ۷ و نزدیک بودن تعداد کل عنوانین با تعداد عنوانین چاپ نخست، می‌تواند نشانه آغاز فعالیت این ناشران باشد که مؤید وجود جاذبه مسحور کننده این بازار است که باعث شده در گام اول با این تعداد عنوان به سوی آن خیز بردارند.

۲. اختلاف میان تعداد چاپ نخست و تجدید چاپ در ردیف‌های شماره ۱۴ و ۱۵ نشانه بروز نبودن و عدم نواوری متناسب با شرایط بازار (و نه نواوری به معنای محتوایی، زیرا ماهیت و محتوای یک علم هم‌چون ریاضیات مدرس‌های آنچنان دستخوش تغییر نیست که نیاز به نواوری‌های محتوایی داشته باشد) و امید بستن و اتکا بر عنوانین موفق و پرپورش قدیمی برای فعال ماندن در این بازار است. این موضوع، نشان می‌دهد که چقدر مؤلفه تغییر در شکل و ظاهر و به کارگیری اسامی اغوا کننده در کتاب‌ها متناسب با شیوه‌های نوین تبلیغاتی، می‌تواند در فروش (و نه ارتقاء کیفیت) مؤثر باشد.

۳. اختلاف میان تعداد چاپ نخست و تجدید چاپ در ردیف شماره ۱ نیز نشانه خیز بلند این ناشر برای اختصاص سهم بیشتری از این بازار به خود است. البته قرار گرفتن در رتبه نخست این جدول، به معنای داشتن سهم بیشتری از بازار نیست زیرا این موضوع با مؤلفه تعداد تیراز کتاب سنجیده می‌شود و نه تعداد عنوان! بزرگ بودن رقم تعداد عنوانین این ناشر، می‌تواند به این دلیل باشد که این ناشر، بیشتر در حوزه دروس دانشگاهی فعال است و این تنوع در رشته‌ها و دروس دانشگاهی است که باعث بالا بودن تعداد عنوانین این ناشر شده است. اگر بخواهیم از لحاظ تیراز کار رتبه‌بندی را انجام دهیم و مشخص کنیم که کدام ناشر موفق به تسخیر بخش عظیمی از بازار شده است، باید تنها به یک ناشر اشاره کرد و آن ناشر ردیف ۴ است که از نظر تیراز کتاب، نه تنها در ایران در رتبه نخست ناشران کمک‌درسی قرار دارد (حداقل به مدت شش سال منتهی به سال نگارش این مقاله)، بلکه مطابق آماری که مدیریت این انتشارات ارائه کرده است، این انتشارات با چاپ

**یک کتاب باید در صورتی «کمک‌درسی» نامیده شود که هدفش ایجاد انگیزه و توسعه یادگیری، افزایش دانش، پرورش مهارت‌های ذهنی و عملی باشد. علاوه بر این، اگر منطبق بر اهداف عالی یادگیری ریاضی مانند پرورش تفکر و اگر، استدلال کردن، حل مسئله، جستجوگری، پرسش‌گری، خلاقیت و آفرینندگی باشد، می‌تواند سازنده و مفید باشد**

برای موضوعهای مختلف ریاضی است. این در حالی است که چنین هدفی، قابلیت رساندن دانشآموزان را به اهداف متعالی آموزش ریاضی ندارد. این کتابها با تمرکز بر رویه به جای فهم و درک، مانع پرورش خلاقیت و آفرینندگی، ریاضی وار اندیشیدن، تفکر واگرا، استدلال کردن، تفکر انتزاعی، تفکر تحلیلی، حل مسئله و جستجوگری و پرسش‌گری در دانشآموزان می‌شود. زیرا این کتابها، حتی مجال کشف یک نکته را نیز به دانشآموزان نمی‌دهند. در حقیقت، زنگ خطر دیروقتی است که به صدا در آمده، ولی هنوز در مقابل آسیب‌های وارد شده بر آموزش عمومی، پژوهش‌های جدی انجام نشده است.

### صدمه به آرایش روانی کلاس‌های درس و روش‌های تدریس معلمان ریاضی

موضوعی که بیشتر معلمان ریاضی پایه‌های سوم و چهارم متوسطه را آزار می‌دهد، این است که دانشآموزان از آن‌ها تدریسی متفاوت و یا فراتر از ظایف معمول و تعریف‌شده، انتظار دارند. دانشآموزان از معلمان خود توقع دارند که برای هر موضوعی که تدریس می‌شود، سؤال‌های چهارگزینه‌ای همراه با «نکات کنکوری» ارائه کنند. برآورده کردن این انتظار دانشآموزان، مستلزم تغییر در برنامه‌ریزی‌ها و روش‌های تدریس معلمان و در نتیجه، اخلاق در فرآیند یادگیری متعارف در این پایه‌های است. ایجاد چنین توقعی، تنها به دانشآموزان محدود نمی‌شود و گاهی مدیران مدارس ناحیه‌های آموزش و پرورش هم با فشار آوردن بر معلمان برای افزایش آمار قبولی دانشآموزان مدرسه‌ها و ناحیه‌ها، فشاری مضاعف را بر کلاس و معلم تحمیل می‌کنند. طبیعی است که بعضی از معلمان نیز مأمور به حیا شده یا از روی اجراء، به این انتظار نابجا و اکنش مثبت نشان داده و از ابتدای سال تحصیلی، به دنبال طرح درس‌هایی متناسب با کنکور و آزمون‌های آزمایشی آموزشگاه می‌روند، ولی با این حال، از وضعیتی که موجب ایجاد این توقعات نامتعارف شده است، راضی به نظر نمی‌رسند. وقتی که زمان کلاس درس، بیشتر به تحلیل تست‌ها و مقایسه تکنیک‌های موجود در کتاب‌های کنکور سپری شود، می‌توان به جرأت گفت که آموزش رسمی دچار آسیب‌هایی جدی و

میزان همپوشانی و گاهی تضاد بین این دو دسته از هدف‌ها نیز اطلاع چندانی ندارند. پس طبیعی است که اگر فرزندشان که از نظر آن‌ها کوشش و موفق است، در درس‌های ریاضی مدرسه‌ای به درصد پایینی از سؤال‌های ریاضی در کنکور سراسری پاسخ دهد، آن‌گاه به دنبال مقصص می‌گردد و با اطمینان به توانایی فرزند خود، تقصیر را به گردن مدرسه، معلم و کلاس درس می‌اندازند! یعنی به تدریج، اعتمادشان را نسبت به آموزش رسمی مدرسه‌ای، از دست می‌دهند و تصمیم می‌گیرند که خود، ابتکار عمل را به دست گرفته و وارد عمل شوند. بسیاری از آسان، موفقیت‌نهایی را قبولی در یک رشتۀ «سرنوشت‌ساز» دانشگاهی دانسته و با این توجیه، آموزش رسمی را به اصطلاح، دور می‌زنند. وقتی هم که اعتماد خانواده‌ها به نظام رسمی آموزش دچار خدشه می‌شود، دیگر کسی به ادعای واقعی مسئولان سازمان سنجش آموزش کشور که «محور طرح سوالات، تنها کتاب‌های درسی هستند و نه منابع دیگر»، یا صحبت‌های اکثربت قاطع قبول شدگان رتبه‌های برتر کنکور در رسانه‌ها که «هیچ‌گاه از منابع ناشران کمک درسی یا کلاس‌های کنکور استفاده نکرده‌اند»، اعتمادی نمی‌کنند. این یک واقعیت تلخ است که بسیاری از خانواده‌ها، منابع کمک درسی و ثبت‌نام در آموزشگاه‌های کنکور را مکمل آموزش فرزندانشان در مدرسه می‌دانند. آن‌ها این آموزش‌ها را ثمربخش دانسته و باور دارند که نجات‌بخش آینده تحصیلی فرزندانشان خواهد شد. تمداد زیادی از دانشآموزان نیز تحت‌تأثیر انواع تبلیغات، اطمینان خود را نسبت به کفايت کتاب‌های درسی ریاضی برای توفیق در آزمون‌های سراسری از دست داده‌اند و باور کرده‌اند که نمی‌توان تنها با آنکا و اعتماد به کتاب‌های درسی ریاضی و آن‌چه که در کلاس ریاضی می‌گذرد، به نتیجه دلخواه رسید. از این به بعد، ناشران کمک‌آموزشی به هدفشان رسیده و مخاطبان مشتاق خود را جذب می‌کنند.

### تأثیر منفی بر اهداف متعالی آموزش ریاضی

هدف یا بهانه نگارش اغلب کتاب‌های کمک‌درسی، ضرورت دانستن تکنیک‌ها و نکته‌ها

است، زیرا باعث کاهش انگیزه و شوق در معلمان برای تدریس و تسری افعال به سایر دانشآموزان کلاس می‌شود.

## ورود به سطوح پایین‌تر تحصیلی و برهمندان آرامش این دوره‌ها

ورود تنش آفرین ناشران منابع کمک‌درسی به پایه‌های پایین‌تر و حساس‌تر، مانند دوره‌های پیش‌دبستانی و ابتدایی که با تبلیغات اغواکننده برای والدین همراه است، نمی‌تواند مؤید رسالت فرهنگی مورد ادعای این ناشران باشد. در این سطوح، منابع آموزشی رسمی، شیوه‌های جذاب و سرگرم‌کننده تدریس همراه با بازی‌های فکری، تجربه آموزگاران دلسوز و استفاده آن‌ها از منابع استاندارد و وسایل کمک‌آموزشی مورد تأیید، کفایت می‌کند. اصولاً آموزش به کودکان در این دوره‌ها، بیشتر وابسته به فرایندهای یادگیری مبتنی بر اکتشاف و آفرینندگی تأمین با آرامش و به دور از هرگونه رقابت ناسالم است. این یک آسیب جدی است که این نوع تولیدات آموزشی به بهانه کسب درآمد بیشتر، روان‌والدین را که بی‌شك همگی دلسوز و نگران آینده کودکان خردسال‌شان هستند، درگیر و پریشان کنند.

## شیوه‌های تبلیغاتی و بازاریابی «ناشران برتر» کمک‌درسی

یکی از دلایل عمدۀ موفقیت تولیدکنندگان منابع کمک‌درسی به معنای توفیق در زمینه نفوذ بیشتر در لایه‌های آموزش رسمی و جذب سرمایه‌های خانواده‌ها، به کارگیری شیوه‌های مختلف تبلیغاتی است. برخی از این شیوه‌ها به شرح زیر است:

- الف. ایجاد تنوع در نام، طرح و رنگ روی جلد، صفحه‌آرایی و بهروز جلوه دادن کتاب‌های ایشان از لحاظ پوشش دادن نکته‌ها و تکنیک‌های بیشتر، چند جلدی کردن یک کتاب و تولید کتاب‌های جمع‌بندی و کتاب‌های لحظه‌آخری!

ب. تغییر هم‌زمانِ محتوای کتاب‌های کمک‌درسی به محض تغییر در کتاب‌های درسی و حتی گاهی پیش از در دسترس قرار گرفتن کتاب‌های تاره تغییر یافته در سطح جامعه؛

آزاردهنده شده است که این آسیب‌ها، تأثیرات منفی خود را بر فرآیند معنادار یادگیری-یاددهی ریاضی، گذاشته است.

## ۴. اخال در برنامه درسی ریاضی مدرسه‌ای

از مهم‌ترین نقاط آسیب‌پذیر توسعه این کسب‌وکار بی‌رویه، روش‌های تدریس معلمان و فضای حاکم بر کلاس‌های درس ریاضی است. برای نمونه، توالی و نظم حاکم بر پایه‌های تحصیلی و درس‌های ریاضی آن‌ها که بخشی حساس و کلیدی از هر برنامه درسی است، مورد آماج چنین ناشران و آموزشگاه‌هایی قرار می‌گیرد. به این معنا که

برخی از آموزشگاه‌ها در تابستان‌ها، پیش‌پایش و قبیل از آن که دانش‌آموز به پایه بالاتر وارد شود، به ثبت‌نام و تدریس درس‌های اصلی پایه بعدی به‌ویژه درس‌های ریاضی، اقدام می‌کنند. در نتیجه، دانش‌آموزانی که در شروع سال تحصیلی در کلاس درسی می‌نشینند که قبلاً اکثر مطالب آن درس جایی خارج از مدرسه، به آن‌ها تدریس شده است. به نظر می‌رسد علت این معضل تازه ظهور کرده- هر چند هنوز فراگیر نشده است- این است که در بعضی از دانش‌آموزان و خانواده‌های ایشان این باور ایجاد شده که در عوض پرداخت پول و رفتن به این خرند! یعنی وقتی که به تصور آن‌ها قرار است در مدرسه و کلاس درس رسمی به کندی و بیهودگی از بین برود، می‌تواند به فرصت‌های بیشتری برای کار بر روی تست‌ها، تکنیک‌ها و نکته‌ها تبدیل شود.

یکی از مشکلات جدی این روند این است که از همان شروع سال تحصیلی، معلمان در کلاس، با دانش‌آموزان خسته و منفعلی مواجه می‌شوند که تصور می‌کنند مطالب درس، برایشان تازگی ندارد، آن‌ها را به وجود نمی‌آورد و سرتاسر تکرار و دوباره‌گویی است. در چنین وضعیتی، وقتی معلمان از دانش‌آموزان منفعل کلاس علت را جویا می‌شوند، معمولاً پاسخ این است که «آن‌چه را که قرار است در آن جلسه تدریس شود، می‌دانند و می‌توانند به درستی ادامه درس بعدی معلم را پیش‌بینی کنند». این نوع کلاس‌ها برای معلمان آزاردهنده

هدف یا بهانه نگارش  
اغلب کتاب‌های  
کمک‌درسی،  
ضرورت دانستن  
تکنیک‌ها و نکته‌ها  
برای موضوع‌های  
مختلف ریاضی است.  
این در حالی است  
که چنین هدفی،  
قابلیت رساندن  
دانش‌آموزان را  
به اهداف متعالی  
آموزش ریاضی ندارد

پ. سوء استفاده از خوش نامی، عنوان و نشان<sup>۸</sup>  
برخی از ارگان ها؛

ت. استفاده از توانایی و ظرفیت های کم نظری  
رسانه ملی، چه در قالب پیام های بازرگانی معمولی  
و چه به صورت مشارکت مالی با « مؤسسات کنکور »  
در ساخت برنامه ها؛

ث. بهانه قرار دادن دشواری ها و پیچیدگی های  
یادگیری ریاضی و القای نبودن فرصت و زمان کافی  
در کلاس، برای پرداختن به جزئیات بیشتر همچون  
نکته ها، تکنیک ها، فرمول های میانبر، نمودار های  
کمکی و نظایر آن؛

ج. شیوه های خاص و فصلی تبلیغ همچون اهدای  
raigān کتاب به معلمان و دانش آموزان، تخفیف در  
فروش، استفاده از رسانه های محلی و تابلوهای  
تبليغاتي در سطح شهر و جاده ها؛

چ. بازیچه قرار دادن نام و اعتبار پذیرفته شدگان  
رتبه های برتر کنکور.

در این بخش، تنها به موارد (پ) و (ت) اشاره  
مبسوط تری می شود زیرا این دو، شیوه های فراغیر  
و تأثیر گذار هستند. چنان مؤسسات و ناشرانی، تا  
آن جا پیش رفته اند که جهت سوء استفاده از توان  
کم نظری این نهادها برای تأثیر گذاری بر افکار مردم،  
از هیچ تلاشی فروگذار نیستند. عبور فیزیکی و  
مجازی کتاب های کمک درسی از دیوار مدرسه،  
کار دشواری نیست. این کار وقتی آسان تر است  
که با پشتیبانی لجستیکی و تبلیغاتی سازمان های  
مسئول و اجزاء استفاده از ظرفیت های خود توسط  
آنان، همراه می شود و خواسته یا ناخواسته، به رونق  
این بازار، کمک بیشتری می کند. همچنان در  
برخی از موارد، شیوه های تبلیغاتی برخی از ناشران  
به شکل سوء استفاده از نشان برخی از نهادهای  
خوش نام، خود را نشان می دهد. بها دادن بیش از  
حد به برخی از برنامه های ویژه کنکور با حمایت

مالی مؤسسات قدر و مشهور، جای تأمل دارد.  
به خصوص وقتی در بعضی از این برنامه ها، مشاهده  
می شود که مدرس مهمنان در حالی که ظاهرآ در  
حال تدریس ریاضی است، به طور هوشمندانه ای  
 فقط یک قطره از دریای مباحث را در اختیار  
مخاطب قرار می دهد و اشراف به بقیه آن مبحث  
را موكول به خرید محصولات، کتاب ها و جزو های

یک مؤسسه خاص می کند.

### ارائه راهکارهایی جهت کاهش آسیب های ناشی از این پدیده

جهت کاهشتن از اثرات ناشی از کسب و کار  
پرسود و همراه با آسیب های فراوان برای آموزش  
ریاضی مدرسه ای در ایران، راهکارهای زیر پیشنهاد  
می شوند:

۱. تأسیس نهادی که متولی نظارت بر محتوای  
آموزشی تولید شده توسط ناشران و فعالان ناشران  
کتاب های کمک درسی ریاضی باشد.

۲. رسانه ملی بدون رعایت بند ۱، به تولید  
برنامه های مشترک با ناشران به اصطلاح «آموزشی»،  
نپردازد.

۳. به جای تأثیر دادن نمرات کتبی امتحانات  
نهایی در نمره تراز، می توان برای ریاضی، آزمون های  
استانداردی توسط ترکیب جامعی از متخصصان  
و به منظور سنجش صلاحیت خروجی های نظام  
آموزش مدرسه ای در درس ریاضی، طراحی کرد.  
این آزمون ها می توانند شامل تلفیقی از سؤال های  
چندگزینه ای و تشریحی باشند و حتماً مطابق با  
اهداف روش و اعلام شده در برنامه درسی برای  
کتاب های درسی ریاضی هر پایه باشند. نمره عملکرد  
دانش آموزان در این آزمون ها، می تواند معیاری  
قوی تر و قابل اطمینان تر برای سنجش توانایی های  
ریاضی دانش آموزان داوطلب ورود به آموزش عالی  
و جایگزین مناسب تری از درصدی از معدل دوره  
متوسطه باشد.

۴. به عنوان یک راهکار کوتاه مدت، لازم  
است بین وزارت فرهنگ و ارشاد اسلامی و وزارت  
آموزش و پرورش، هماهنگی های معناداری برای  
نظارت عملی بر تولید محتوای کمک آموزشی، ایجاد  
شود.

۵. لازم است آگاهی معلمان از رسالت واقعی  
یادگیری و آموزش ریاضی، افزایش یابد. این کار،  
می تواند به کاهش استفاده و به کارگیری کتاب های  
تک بعدی و متکی به آموزش « تکنیک ها »، کمک  
کند. تجربه های آموزشی مؤید این ادعای است که با  
وجود رشد سریع و فراغیر شدن تکنولوژی های نوین،  
روش های سلبی همچون امر و نهی های بخش نامه ای،

کتاب های کمک  
آموزشی با تمرکز  
بر رویه به جای  
فهم و درک، مانع  
پرورش خلاقیت  
و آفرینندگی،  
ریاضی وار  
اندیشیدن، تفکر  
واگرای استدلال  
کردن، تفکر  
انتزاعی، تفکر  
تحلیلی، حل مسئله  
و جستجوگری در  
و پرسش گری در  
دانش آموزان می شود

### بی‌نوشتها

۱. برگردانی از این مقاله، در یکی از میزگردهای «سminar علوم ریاضی و چالش‌ها» که در ۲۹ و ۳۰ مهر ۱۳۹۴ با پیشنهاد فرهنگستان علوم ایران و با میزبانی دانشگاه تربیت مدرس برگزار گردید، ارائه شد.

۲. آقای محمد ناصری.

۳. به گزارش پایگاه خبری فرهنگ انقلاب اسلامی (فرهنگ نیوز) در تاریخ ۱۳۹۲/۱۰/۲۰.

۴. به گزارش سایت خبرگزاری کتاب ایران (ایبا)، در تاریخ ۱۳۹۳/۴/۱۶.

۵. اسامی ناشران به طور دقیق در دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی موجود است ولی برای حفظ محرمیت در قالب حروف الفبا آورده شده است.

۶. تمام آمارها از وبسایت رسمی انتشارات بین‌المللی گاج وابسته به گروه آموزشی جوکار اخذ شده‌اند.

۷. با این رویکرد که از حساسیت بالای چند روز مانده به کنکور، بتوانند کسب درآمد کنند.

### 8. Brand

۹. در سال ۱۳۸۹، شورای عالی آموزش‌پرورش با صدور مصوبه ۸۲۸، مدیران و معلمان را ملزم کرد که تنها کتاب‌های کمک‌آموزشی را تهیه کنند که در فهرست‌های استاندارد و مجاز مانند کتابنامه رشد معرفی شده‌اند.

۱۰. البته یکی از معاونت‌های دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی همه کتاب‌های کمک آموزشی و کمک درسی ریاضی را توسط کارشناسان و معلمان مجرب بررسی و کتاب‌های هماهنگ و همسو با برنامه درسی را از طریق کتابنامه رشد به مدارس معرفی می‌شود. که بر اساس ماده ۶ مصوبه هرگونه کتابی برای ورود به مدرسه نیازمند تأیید این دفتر است. همچنین پس از مصوبه ۸۲۸، شورایی به نام شورای سیاست‌گذاری سامان‌دهی منابع آموزشی و تربیتی با حضور معاونان وزارت‌خانه و مدیران مربوط وزارت فرهنگ و ارشاد اسلامی، صداوسیما و نمایندگان انجمن‌های صنفی ناشران تشکیل یافته است که می‌کوشد با اتخاذ سیاست‌های مناسب و هماهنگ به این امر یاری برساند.

### منابع

۱. افضل‌نیا، محمدرضا. (۱۳۸۷)، طراحی و آشنایی با مراکز تولید مواد و منابع یادگیری، سازمان مطالعه و تدوین کتب علوم انسانی دانشگاه‌ها (سمت)، تهران.

۲. تنده، محسن. (۱۳۸۹)، استفاده از کتاب‌های کمک آموزشی ریاضی آری یانه؟، رشد آموزش ریاضی، شماره ۹۹، صص ۵۲-۵۵.

۳. دانیلز، هاروی. (۱۳۸۴)، درود بر یادگیری، خداحافظی با کتاب‌های درسی، ترجمه الهام امیرکیانی، رشد تکنولوژی آموزشی، شماره ۶، صص ۴۰-۴۶.

۴. ساسبیلی، نادر. (۱۳۸۲)، ارزیابی کتاب‌های کمک آموزشی دوره متوسطه به منظور ارائه چارچوبی مطلوب برای طراحی و تدوین آن‌ها، فصل‌نامه تعلیم و تربیت، ۱۹، (۲)، صص ۲۹-۴۴.

5. Coffield, F. (2000), *The Necessity of Informal Learning*, Policy Press.

6. Richardson, L. D. and Wolfe, M. (2003), *Principles and Practice of Informal Education*, Routledge, London.

نمی‌تواند درهای کلاس‌های ریاضی را بر روی کتاب‌های کمکدرسی یا کمک‌آموزشی موجود در بازار بینند. به خصوص در شرایطی که اغلب ناشران کمک آموزشی، با ترفندی‌های خلاق و اثرگذار، از جمله تهیهٔ فهرست دبیران ریاضی، تازه‌های خود را به آنان از طریق ارسال پستی، هدیه می‌کنند!

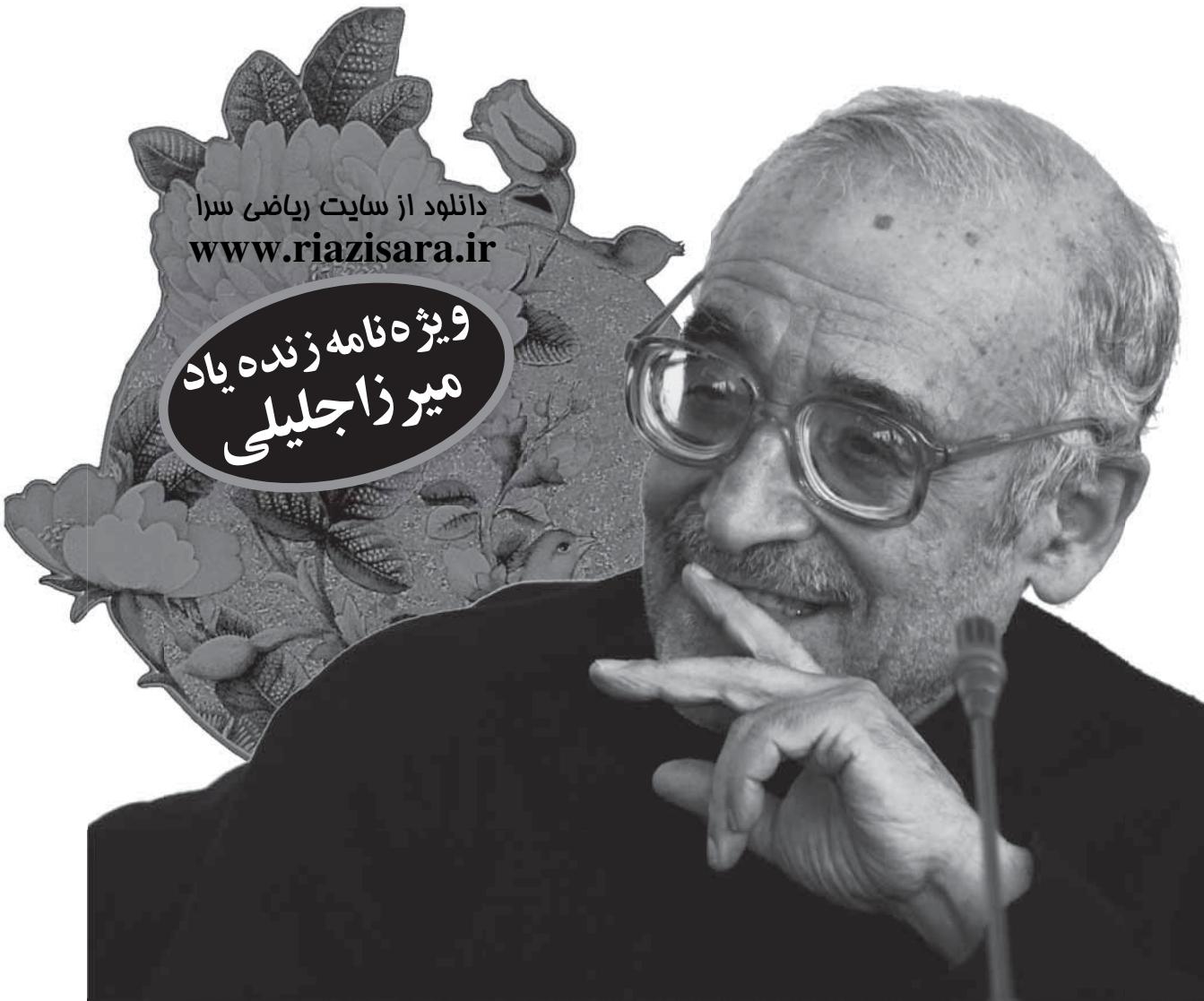
۶. یکی از کارهای مثبت انجام شده در صنعت نشر، حذف یارانه کاغذ برای کتاب‌های کمک درسی بود (هر چند نبایست این مسئله به تمام ناشران تعیین می‌یافتد و لازم است که ناشران کتاب‌های باکیفیت و استاندارد طبق معیارهای تبیین شده، با دریافت یارانه تشویق شوند). اما این کار به خودی خود، کافی و مانع نیست و لازم است در مسیر پخش این کتاب‌ها نیز، تدبیرهای کارآمدی اندیشیده شود.

۷. سامانه‌هایی همچون «کتابنامه رشد»<sup>۹</sup> و سامانه «فروش کتاب‌های درسی» برای مدارس و تعیین آن‌ها به همه منابع کمکدرسی و معرفی کتاب‌های استاندارد از طریق آن‌ها، نیازمند تقویت، نظارت و دوباره‌نگری است.

### نتیجه‌گیری

لازم است بین کتاب‌های کمکدرسی به معنای واقعی آن که منطبق بر معیارها و اهداف یادگیری ریاضی است و خیل عظیم کتاب‌های تک بعدی که فقط با رویکرد آموزش تکنیک‌ها و برای عبور از یک آزمون منتشر می‌شوند، تفاوت قائل شد. همچنین به نظر می‌رسد که مسئولان متولی امر آموزش‌پرورش به‌ویژه سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، جامعه معلمان و آموزشگران ریاضی، مسئولان وزارت فرهنگ وارشاد اسلامی، رسانه‌ها به خصوص رسانه ملی، وزارت علوم-تحقیقات و فناوری و سازمان سنجش آموزش کشور، با تشکیل کمیته‌ای مشترک و هماهنگ، به منظور بررسی ضرورت و کیفیت منابع کمکدرسی و شناخت زمینه‌ها و عواملی که هموارکننده سوداگری‌ها در حوزه کتاب‌های کمکدرسی ریاضی هستند، در مورد راههای کاهش آسیب‌های ناشی از آن، به تبادل نظر پردازند. این تلاش می‌تواند به تبیین راهکارهای اجرایی مناسب بیانجامد.<sup>۱۰</sup>.

ویژه‌نامه‌زنده‌یاد  
میرزا جلیلی



## ای عاشقان، ای عاشقان، هنگام کوچ است از جهان در گوش جانم می‌رسد، طبلِ رحیل از آسمان

هنگام کوچ که رسید، «میرزا جلیلی» ما نیز آن را با گوش جان شنید و به ندای حق، لبیک گفت. خوش به سعادتش که آگاه بود و به قول پروین اعتصامی، آماده کرده بود آن‌چه را، که بدان نیاز داشت: رهروان این گذرگاه، آگهند توش راه خود، فراهم کرده‌اند

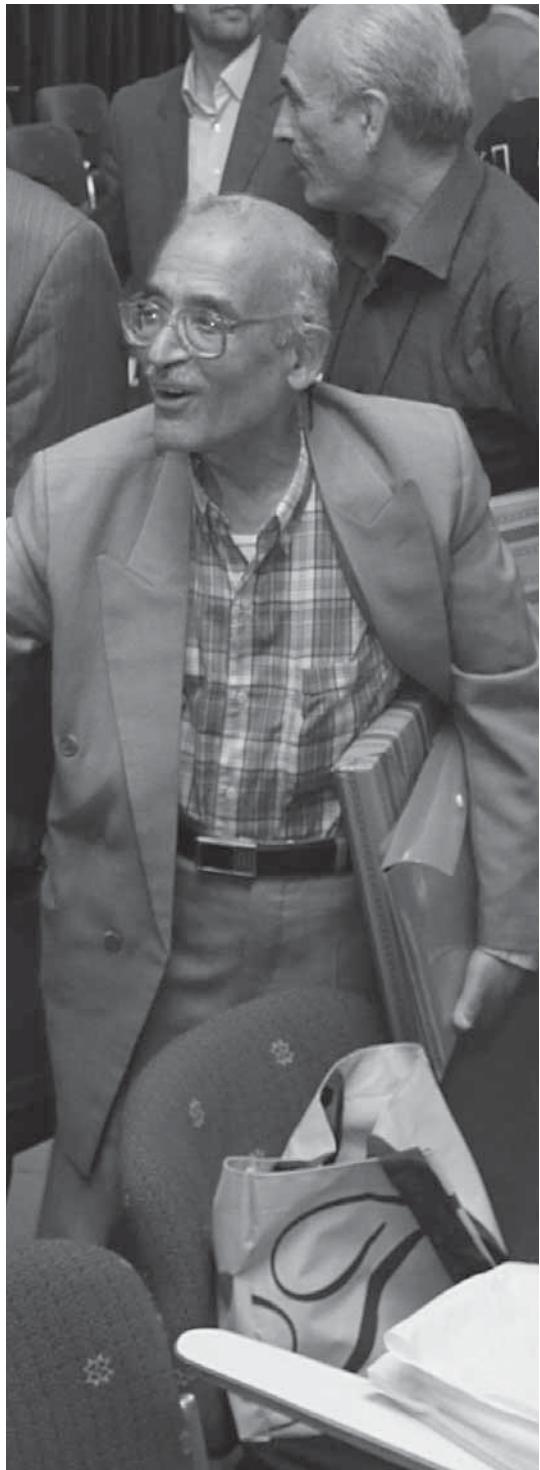
زنده‌یاد «میرزا جلیلی»، نامی آشنا برای چند نسل از مدرسه‌ره رفته‌های ایران است که صفات برجسته‌اش، از وی معلمی مثال‌زدنی ساخت و همین، توشہ راهش شد. آن‌چه که آقای «میرزا جلیلی» را از بسیاری دیگر متمايز نمود، این بود که عاشق معلمی اش بود و آن را با «هیچ چیز» دیگری، معاوضه نکرد. برای وی، کارهای آموزشی متنوعی که انجام داد و میراث گرانبهایی که باقی گذاشت، نشان دادن بخش‌های متفاوتی از مسئولیت‌پذیری -نه امتیازخواهی- یک معلم خوب به معنای واقعی کلمه بود. به‌طور مشخص، کارهایی که در رابطه با برنامه‌ریزی درسی، تألیف کتاب، آموزش معلمان و نوشتمن و ترجمه و تصحیح و داوری انجام می‌داد، همه و همه را، جزو مسئولیت‌های معلمی خود می‌دانست. بدین سبب، آرامش داشت و با پشتکار بی‌نظیر و دقت سرشارش، بی‌سروصدای و بی‌حاشیه، تا واپسین لحظه‌های عمر با برکتش، دست از تولید و یادداش و یادگرفتن، برنداشت.

آقای جلیلی برای ارتقای علمی خود و در نتیجه، ارتقای سطح توانایی‌های دانش آموزانش، محدودیت‌ها را از سرِ راه برمی‌داشت و از پا نمی‌نشست تا به مقصود برسد و به محض رسیدن به هدف میان‌مدتی که برای خود تعیین کرده بود، دستاوردهای علمی‌اش را در کلاس‌های درس و بعد در گروه ریاضی دفتر برنامه‌ریزی و تألیف، سخاوتمندانه با دیگران به اشتراک می‌گذاشت. بعيد می‌دانم که کسی، تصویری از مرحوم آقای جلیلی را در حالت بی‌کاری، در خاطر داشته باشد! او همیشه می‌خواند و می‌نوشت و اظهارنظر می‌کرد و برای همکارانش هم، دائم به فکر «وصل» بود و تا پای جان، از «فصل»، پرهیز می‌نمود! خاطره عینک ته استکانی‌اش که این اواخر، رویش یک ذره‌بین هم می‌گرفت، در ذهن‌های بسیاری از ما حک شده است.

همه اعضای هیئت تحریریه واقف بودند که آقای جلیلی، بخش گران‌قدیری از تاریخ شفاهی تحولات آموزشی و برنامه‌های درسی ریاضی ایران در بیش از پنج دهه است و این تاریخ، باید ثبت و ضبط شود. از طرف دیگر، همه می‌دیدیم که دیگر، چندان وقتی باقی نمانده است و صدای «الرحیل» را همگی با ترس و لرز می‌شنیدیم. بدین سبب در اغلب شماره‌های اخیر مجله، مرحوم جلیلی مطلبی آموزنده از این تاریخ نوشته‌شده و در مجله چاپ شد که عنوان آخرین مقاله، «دنیا که آخر نشده!» بود، که در شماره ۱۲۱ چاپ شد. مرحوم جلیلی، یکی از فعال‌ترین و وقت‌شناص‌ترین اعضای هیئت تحریریه مجله بود که در آخرین جلسه هم، با حوصله همیشگی، چند مقاله را خواندند، چند تای دیگر را با خود به منزل بردنده که داوری کنند که مثل همیشه، اجل همه ما را غافلگیر کردا

این شماره مجله آماده چاپ بود که آقای جلیلی را در دست دادیم. سه روز پس از رحلت ایشان، و در اولین جلسه‌ای که بعد از مدت‌ها، بدون حضورشان تشکیل شد، در تکاپو بودیم که چگونه می‌توان در مجله‌ای که آماده چاپ شده بود، حداقل به گوشه‌ای از زندگی پربارشان پردازیم.

با کمال خوشوقتی، جناب آقای ناصری- مدیر مسئول محترم مجلات رشد- با درایت و شناختی که از مرحوم جلیلی پیدا کرده بودند، درخواست هیئت تحریریه را مبنی بر اضافه کردن یک قالب چاپ ۸ صفحه‌ای به مجله، تکمیل نموده و خودشان پیشنهاد ۱۶ صفحه را دادند. اضافی محترم هیئت تحریریه مجله، با استقبال زیاد از این پیشنهاد، این ویژه‌نامه را تقدیم خوانندگان عزیز می‌کنند. طبیعی است که به دلیل محدودیت زمان و صفحه، این ویژه‌نامه از کیفیت حداکثری برخوردار نیست، ولی گاهی ضرورت دارد که نقطه بهینه زمان را از دست ندهیم. در هر حال، بدون موافقت مدیر کل محترم دفتر و همراهی همکارانمان در بخش‌های مختلف تولید مجله، این امر شدنی نبود. از همه متشرکریم!



# پا به پای معلم فرهیخته و دلسوز، میرزا جلیلی

اسمعیل بابلیان

دانشگاه خوارزمی، عضو هیئت تحریریه مجله رشد آموزش ریاضی

بیش از ۴۰ سال از آشنایی من با آقای میرزا جلیلی می‌گذرد. به تازگی به عنوان استادیار در گروه ریاضی دانشگاه تربیت‌معلم استخدام و شروع به کار نموده بودم. دکتر داشناروئی مدیر گروه ریاضی بود و در متن تحولات ریاضی آن زمان قرار داشت. کتاب‌های ریاضی جدید تازه‌تألیف مین‌باشیان و میرزا جلیلی، برای تدریس در دبیرستان‌ها تدوین شده بودند. گروهی از اعضای هیئت علمی دانشگاه تربیت‌معلم، از جمله من، به سرپرستی دکتر داشناروئی، آموزش دبیران ریاضی را برای تدریس کتاب‌ها، به‌عهده گرفتیم.

آقای میرزا جلیلی با جدیت و عشق وافر، به بحث و گفت‌و‌گو با دبیران می‌پرداخت. اغلب دبیران او را می‌شناختند و از صداقت‌ش در کار، مطلع بودند. این‌که وارد نمودن ریاضیات جدید، پس از شکست وارد کردن آن به مدارس آمریکا، خوب بود یا بد مورد نظر نیست، هرچند تحولی بود و سبب حذف برخی موضوعات قدیمی و غیرمفید شد.

دوره دوم همکاری من با آقای جلیلی، از مهر سال ۱۳۵۹ شروع شد. خرداد ۱۳۵۹، پس از اخذ مرک دکتری، از انگلستان به ایران برگشتم. متأسفانه با ورود من به ایران، دانشگاه‌ها تعطیل شدندابه پیشنهاد مرحوم دکتر مسعود فرزان، از اعضای هیئت علمی دانشگاه تربیت‌معلم، و موافقت اعضای شورای ریاضی دفتر تألیف کتاب‌های درسی آموزش‌پرورش و مدیر گروه ریاضی این دفتر (آقای میرزا جلیلی)، به عضویت شورای ریاضی درآمد و با آقایان دکتر لله‌ی، دکتر کریم‌پور، دکتر فرزان، دکتر دیباچی، دکتر بیژن‌زاده، صفر باهمت، فرهودی، هاشم رسمنی، حسن پور و...، در تألیف کتاب‌های ریاضی اول تا پنجم همکاری داشتم. نکته برجسته در این دوران، تشکیل مرتب و منظم جلسات شورای ریاضی، مدیریت جلسه و ثبت مذاکرات جلسه و

پیگیری امور مربوط به تشکیل جلسات تألیف کتاب‌های ریاضی توسط آقای میرزا جلیلی بود. علاوه بر این امور، اطلاع‌رسانی و سازمان‌دهی جلسات مصاحبه و انتخاب آموزگاران زیده هر پایه برای شرکت در تألیف کتاب ریاضی همان پایه بود (کاری که در تألیف کتاب‌های ریاضی ابتدایی فعلی، صورت نگرفته است) که انرژی مضاعفی از آقای جلیلی می‌گرفت. پس از تألیف هر کتاب و چاپ آزمایشی آن، انتخاب مدارس برای پیاده‌سازی و بازآموزی آموزگاران این مدارس برای آموزش مفاهیم کتاب‌های جدید بود که نقش آقای میرزا جلیلی در این مورد نیز، برجسته بود. پس از پیاده‌سازی هر کتاب به‌طور آزمایشی و اعمال نظرات آموزگاران و صاحب‌نظران روی کتاب آزمایشی، کتاب بازسازی شده برای تدریس در کل کشور تدوین و با سواست فراوان، در مورد انتخاب محتوا و تصویرها، به زیر چاپ می‌رفت. از سال ۱۳۶۱، هر تابستان تعدادی از مؤلفان و اعضای شورای ریاضی دفتر تألیف، برای بازآموزی آموزگاران شهرستان‌ها به شهرهای مختلف مسافرت می‌کردند. اوایل انقلاب بود و شور و حال زایدالوصفي در معلمان به چشم می‌خورد و از این‌که افرادی نسبتًا جوان، عهده‌دار تألیف و بازآموزی آموزگاران شده بودند، رضایت داشتند. به‌خاطر دارم که به‌صورت خانوادگی، من و همسر و دو فرزندم با آقای جلیلی و همسر و دو فرزندش، یک هفته در همدان بودیم و به آموزش آموزگاران و دبیران آن خطه پرداختیم.

تعویض کتاب‌های ریاضی ادامه یافت. کتاب‌های ریاضی دوره راهنمایی، با نشیب و فراز زیاد، صورت گرفت. جا دارد که از حزمات و خدمات شادروان دکتر مسعود فرزان در جهت تألیف کتاب‌های ریاضی راهنمایی نیز یادی داشته باشم و از او که با دعوت‌م به شورای ریاضی دفتر تألیف، اجازه داد سهمی در خدمت به فرزندان کشournم داشته باشم، تشکر نمایم. بدون شک، نقش آقای جلیلی در تألیف این کتاب‌ها نیز، فراموش نشدنی است.

در سال ۱۳۶۳، از طرف وزارت آموزش و پرورش، چند نفر از اعضای شورای ریاضی دفتر تألیف، برای شرکت در پنجمین کنگره بین‌المللی آموزش ریاضی (ICME-5) که در شهر آزادلاید برگزار شد، به استرالیا سفر کردیم و در ژاپن، توقی کوتاه داشتیم و با شرکت‌های چاپ کتب درسی، جلساتی برگزار نمودیم. آقای جلیلی بسیار خوش‌بیان، خوش‌شرب، بذله‌گو و خانواده‌دوست بود (برای تمام افراد خانواده سوغاتی مناسب آن‌ها را خریداری کرد). در این سفر، از او بسیار آموختم.

در سال ۱۳۷۰، من و آقای جلیلی، دکتر مدقالچی و آقای رضا شهریاری، مأمور تألیف کتاب‌های ریاضی ۱ و ۲ شدیم که برای اولین بار، تمام دانش‌آموزان پایه‌های اول و دوم دبیرستان، مجبور به خواندن آن‌ها بودند.

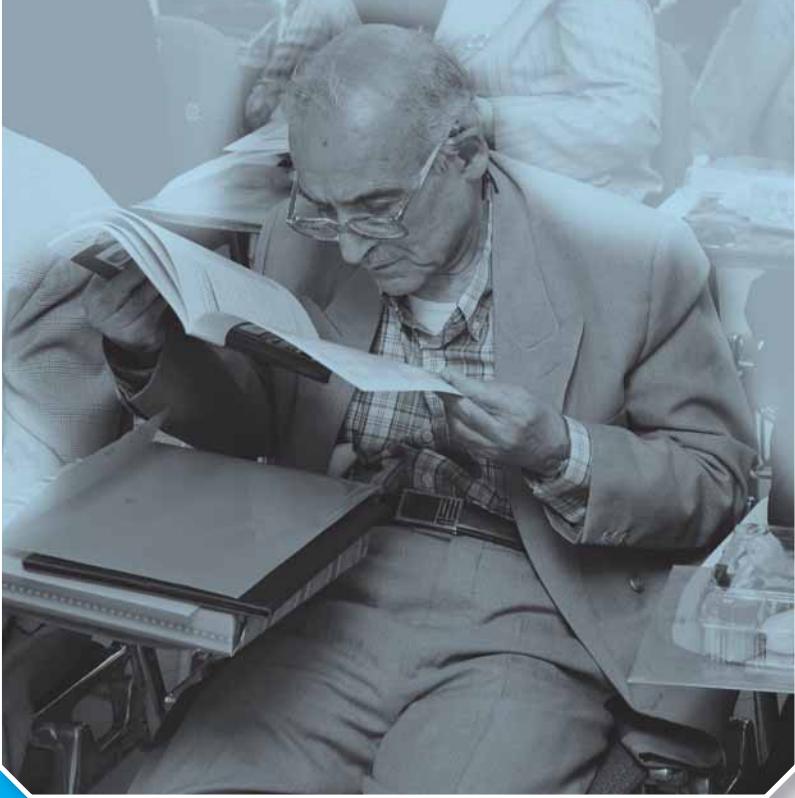
آقای میرزا جلیلی، کارگردانی تألیف کتاب‌های ریاضی مرکز تربیت‌معلم را نیز به‌عهده داشت. چند نفر دیگر از جمله دکتر لایکی و دکتر فروزانفر هم در تألیف این کتاب‌ها، مشارکت داشتند. گرچه آقای حسام الدینی دوست و همکار آقای جلیلی در دفتر تألیف بود، ولی دلسویزی، تعامل سازنده و پیگیری امور، مختص آقای جلیلی بود و پیشبرد امور بدون پیگیری‌های آقای جلیلی، میسر نبود.

با شروع چاپ مجلات رشد، باز هم آقای جلیلی بود که آستین بالا زد و عده‌ای عاشق را دور هم جمع کرد؛ افرادی چون دکتر علیرضا جمالی و دکتر جواد لایکی که علاوه بر سردبیری و تدوین مجله، فروش مجلات رشد آموزش ریاضی را نیز انجام می‌دادند تا این مجله پا بگیرد، که گرفت. آقای جلیلی، تا پایان سال ۱۳۹۳ به‌طور مرتب در جلسات هیئت تحریریه مجله رشد آموزش ریاضی شرکت می‌کرد و برای اکثر شماره‌های این مجله، مقاله تهیه می‌کرد و خوانندگان این مجله را در جریان تاریخ و نشیب و فرازهای ریاضی ایران قرار می‌داد. آقای جلیلی با عشق به فرزندان این مژده‌بوم و عشق به همسر و فرزندانش زندگی کرد. روحش شاد.



دانلود از سایت ریاضی سرا  
[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

# میرزا جلیلی: معلمی بزرگ که یادگرفتن را، پیش‌فرض یاددادن می‌دانست!



بیژن ظهوری زنگنه  
دانشگاه صنعتی شریف  
عضو هیئت تحریریه مجله رشد آموزش ریاضی

اولین بار که با آقای میرزا جلیلی آشنا شدم، «دومین کنفرانس ریاضی کشور» در فروردین ۱۳۵۰ در دانشگاه صنعتی شریف (آریامهر سابق) بود. در آن کنفرانس، میزگردی با عنوان «اصلاح برنامه‌های ریاضی کشور» برگزار شد که هماهنگ‌کننده آن، مرحوم دکتر مرتضی انواری، رئیس دانشکده ریاضی دانشگاه در آن زمان بود. از جمله شرکت‌کنندگان در این میزگرد، مرحوم پروفسور تقی فاطمی و مرحوم دکتر افضلی‌پور بودند. من هم که دانشجوی سال چهارم رشته ریاضی بودم، به ابتکار دکتر انواری، در این میزگرد شرکت کردم. شرکت کنندگان در میزگرد، صحبت‌های خود را ارائه کردند و بعد، نوبت به حاضران در جلسه رسید. اولین نفر، خود را «میرزا جلیلی، دبیر ریاضی» معرفی نمود و با شور و شوق فراوان، به بحث در مورد برنامه درسی ریاضی پرداخت. حیف است که همان صحبت‌های پرشور، دوباره شنیده نشود. به این سبب، و به دلیل این که تمام زندگی کاری مرحوم جلیلی،



نشان‌دهنده ثبات فکری و تلاش بی‌وقفه و بی‌اعای ایشان جهت بهبود ریاضی مدرسه‌ای در ایران بود، آن صحبت را نقل می‌کنم.

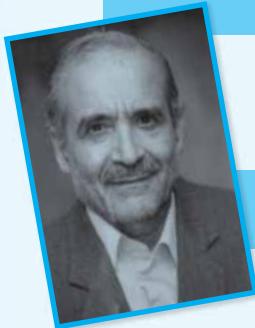
آقای جلیلی (از میان حضار): گرچه عده‌ای از دیبران هفته‌ای ۵۰ الی ۶۰ ساعت در مدارس مختلف تدریس می‌کنند، ولی عده‌ای هم هستند که علاقه‌مند به مطالعه و تحقیق می‌باشند. خود بنده مدت یک سال در فن تدریس و دروس مطلوب و ریاضی دوره‌های دیبرستانی در انگلستان مطالعه و تحقیق کردم و اطلاعاتی درباره تغییر و تحول در برنامه‌های ریاضی دارم و پس از مراجعت، تحت نامه‌ای علاقه‌مندی خویش را جهت کمک به رفورم در برنامه درسی ریاضی کشور به وزارت آموزش و پرورش ارسال داشته و فعلًا مشغول نوشتن کتاب ریاضی برای سال چهارم دیبرستان‌ها هستم که در آن مقداری آنالیز، جبر مدرن و تئوری مجموعه‌ها و کاربرد آن‌ها و همچنین تبدیلات خطی و ساختمان‌های جبری و غیره هست.

(یادنامه بیست و پنج سال کنفرانس ریاضی، ۱۳۷۳، ص. ۴۶)

سال‌ها بعد، با داشتن این خاطره فراموش نشدنی در ذهن، در موقعیتی دیگر با آقای میرزا جلیلی آشنا و این‌بار، همکار شدم! بازی روزگار، این دو آشنا را در جلسه‌های تألیف کتاب‌های درسی ریاضی برای «نظام جدید آموزش متوسطه»، کنار هم نشاند! از سال ۱۳۷۳، به‌طور منظم مرحوم جلیلی را در جلسه‌های تألیف می‌دیدم و از سال ۱۳۷۵ نیز در هیئت تحریریه مجله رشد آموزش ریاضی، با ایشان بیشتر آشنا شدم. در تمام این جلسه‌ها، چیزی که همیشه مثال‌زدنی و آموختنی بود، تعهد، شور و شوق، تلاش دائم برای دانستن تا آخرین روزهای زندگی و صبوری در مقابل انتقادها و اختلاف‌نظرها بود که در هر جمع علمی، از بدیهات است.

مرحوم میرزا جلیلی، به واقع دایرة المعارف تغییرات برنامه درسی ریاضی مدرسه‌ای ایران در تاریخ معاصر بود. من به نوبه خود، هم در جلسات تألیف کتاب‌ها و هم در جلسات هیئت تحریریه، از این معلم بزرگ و عاشق، با حافظه بسیار قوی و علاقه‌مندی به ذکر خاطرات گوناگون و آموزنده که هر کدام گنجینه‌ای برای این بخش از تاریخ آموزشی در ایران است، خیلی چیزها آموختم. انسانی که همیشه مورد احترامم بود و امیدوارم که من هم بتوانم مانند مرحوم میرزا جلیلی، تا آخرین لحظه عمر، دغدغه بهبود آموزش و پرورش ایران را در وجودم، شعله‌ور نگه دارم. روحش شاد.

دانلود از سایت ریاضی سرا  
[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)



# اولین دیدار!

سهیلا غلام آزاد

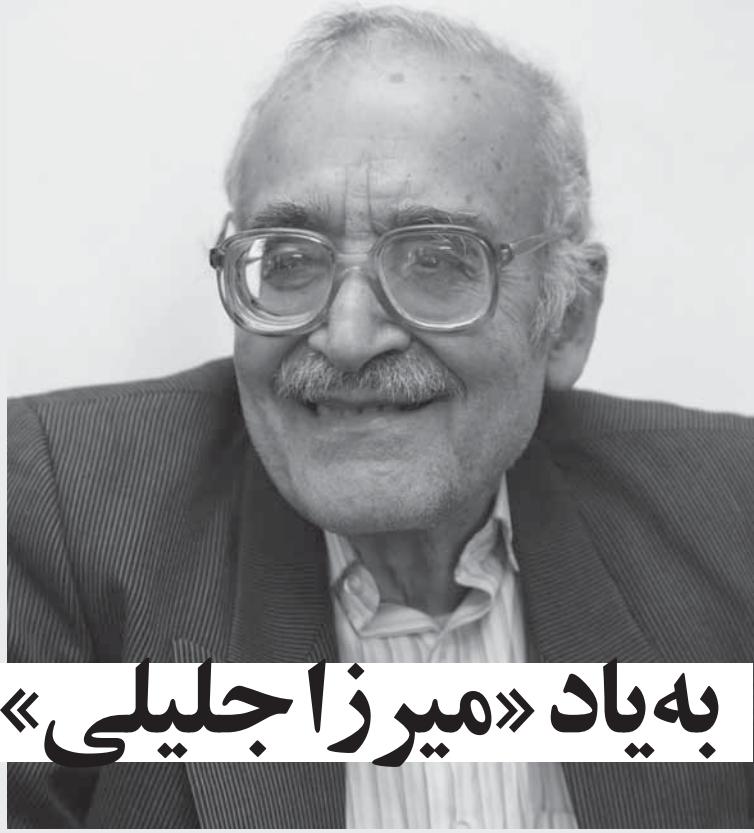
پژوهشگاه مطالعات آموزش و پرورش، عضو هیئت تحریریه مجله رشد آموزش ریاضی

اولین بار، آقای میرزا جلیلی را سال ۱۳۶۷، در دفتر کار آقای مسعود ابوتالبی، مدیر کل وقت «دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتب درسی»، ملاقات کرد. سال قبل از آن، تیم دانشآموزان ایران برای نخستین بار، در المپیاد بین‌المللی ریاضی (IMO) در کوبا شرکت کرده بود و با کسب یک مدال برنز، انگیزه زیادی در جامعه ریاضی برای کسب مقام‌های بهتر، ایجاد شده بود. من هم که تازه از دوره کارشناسی دبیری ریاضی فارغ‌التحصیل شده بودم، به پیشنهاد یکی از استادان، یک مجموعه از مسائل المپیاد ریاضی مبارستان را برای دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتب درسی، ترجمه کردم. در آن زمان آقای جلیلی، از کارشناسان ارشد و خبره‌گروه ریاضی دفتر تألیف بودند.

وقتی وارد دفتر مدیر کل شدم تا بازخورد کارم را جویا شوم، آقای جلیلی آنجا حضور داشتند. معلوم بود که قبیل از ورودم، نظرشان را در مورد ترجمه‌ها، به مدیر کل اعلام کرده بودند. من که جوانی بی تجربه بودم، با دیدن نوشته‌هایم در دست آقای جلیلی، احساس دله‌ر کردم. ولی این احساس زیاد دوام نداشت، چرا که ایشان بلاfaciale، صحبت‌های مشفقاته خود را شروع کردند. این که برای آماده‌سازی دانشآموزان جهت شرکت در المپیاد بین‌المللی ریاضی، چقدر نیازمند چنین مجموعه‌هایی هستیم و این که چقدر منابع فارسی که در اختیار داریم، محدود و ناکافی هستند. در آخر، مجموعه را به صورت بسته برگرداندند و از من خواستند با توجه به توصیه‌های پیشنهاد شده، کار را ویرایش کنم. بعد از جلسه، وقتی پوشه ترجمه‌ها را باز کردم، با دیدن نوشته‌های قرمز رنگ روی آن‌ها، دچار شوک شدم! تقریباً روی تمام خطوطی که نوشته بودم، توضیحات اصلاحی آورده بودند و هیچ نکته‌ای از چشم ایشان دور نمانده بود. آن روز، اولین درس ایشان را نه فقط در حوزه ریاضی، که از نظر اخلاق معلمی، آموختم و از آن پس، هر روز کار در کنار ایشان، درسی برای من به همراه داشت.

نظم و جدیت در همه کارها، مطالعه مستمر منابع، سخاوت در انتقال تجربه‌های غنی که به عنوان معلم، برنامه‌ریز و مؤلف کتاب‌های درسی ریاضی کسب کرده بود، رفتاری متین بهخصوص با معلمان، و از همه مهم‌تر عشق به تدریس ریاضی، از جمله شاخص‌های فراموش نشدنی رفتار آقای جلیلی بود. من این شانس را داشتم که سال‌ها در کنار ایشان کار کنم. امیدوارم بتوانم امانتدار و در عین حال، اشاعده‌مند درس‌هایی باشم که از آقای جلیلی آموختم.

روحش شاد و یادش گرامی و پایدار باد.



## به یاد «میرزا جلیلی»

سپیده چمن آرا - سردبیر مجله رشد برهان متواتر اول

پیدا می کرد، همیشه خوش قول بود و متعهد نسبت به کاری که باید برای مجله انجام می داد، چه برای داوری مطالب رسیده، چه برای نوشتمن مطلبی برای مجله، و چه برای حضور در جلسات؛ من به راحتی روی قول و قرار ایشان حساب می کردم.

یک موضوع بود که آقای جلیلی همواره آن را دنبال می کرد و آن، سؤال های ریاضی در کنکور بود. هر سال، سؤال ها را به دقت بررسی می کرد و البته همواره از این که چرا باید عده ای سودجو، از موقعیت سوء استفاده کنند و سؤال هایی که به راحتی می توان آن ها را بارگیر مفهومی حل کرد، به صورت نکته ای و طوطی وار به خورد دانش آموزان معصوم بدنهند، شاکی بود.

آخرین چیزی که دوست دارم بگویم این است که تا مدت ها، فکر می کردم نام خانوادگی ایشان «میرزا جلیلی» است! اولین بار که باید مأکث مجله را بررسی می کردم و نام اعضای هیئت تحریریه را در آن خواندم، متوجه شدم که نامشان «میرزا» و فامیلیشان «جلیلی» است! یاد و نامشان همواره در خاطرات ما به نیکی و قشنگی زنده باد.

اولین بار، چهارده سال پیش او را دیدم، زمانی که برای نخستین بار در جلسه هیئت تحریریه مجله رشد آموزش ریاضی، به عنوان مدیر داخلی آن مجله شرکت کرده بودم. مردی میان سال، ریز جثه، کمی قوز کرده، و با عینکی ته استکانی که نشان می داد سال ها با آن چشم انداز خوانده است و نوشته است...

خب آن موقع، خیلی جوان تر از آخرین باری بود که او را دیدم. در آخرین دیدار، با حالت پدرانه و با مهربانی تمام، جویای احوال و اوضاع من شد، حالتی که هرگز تا عمر دارم، فراموش نخواهم کرد.

قصد ندارم در این نوشتار کوتاه، از نقش او در تغییر برنامه درسی ریاضی و تألیف کتاب های درسی ریاضی نظام قدیم بگویم؛ که افراد صاحب نظر تری هستند که در این خصوص بنویسند. من تنها درباره «میرزا جلیلی» از دریچه نگاه خودم و از میان خاطرات خویش می نویسم: طی ده سالی که به واسطه مسئولیتم در مجله رشد آموزش ریاضی، افتخار همکاری با او را داشتم، همواره وی را فردی پیگیر دیدم. تمام جلسات مجله را با علاقه می آمد، همیشه سرموقع در جلسات حضور

دانلود از سایت ریاضی سرا  
[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

# کلام گرم و طنزآمیزش، طنین اند از گوشم است!

مهردی رجیلی پور - دانشگاه شهید باهنر کرمان، عضو هیئت تحریریه مجله رشد آموزش ریاضی

خبر در گذشت میرزا جلیلی برایم بسیار ناراحت کننده بود. ظاهر خمیده‌اش در این روزهای آخر عمر، روایتی از یک عمر طولانی مطالعه و نویسنده‌گی بود. چند سالی می‌شد که در جلسات هیئت تحریریه مجله رشد آموزش ریاضی، کنار هم می‌نشستیم و از نزدیک، درد دل‌هایش را گوش می‌کردیم. شاید خاطره زیر، بهترین نمونه از درد دل‌هایش باشد:

در یک کنفرانس بین‌المللی ریاضی در هلند شرکت کرده بودم؛ یک استاد بزرگ‌یاری ضمن سخنرانی خود، مطالب جدیدی را برای برنامه‌های دبیرستان پیشنهاد کرد. بعد از سخنرانی وی، حاضران برای صرف چای به سالن مجاور رفتند. بر حسب تصادف، من سرمهیز قرار گرفتم که دو نفر فرانسوی هم آنچه نشسته بودند. پس از تعارف، آن‌ها به کارت شناسایی که بر سینه‌ام نصب شده بود، نگاه کردند و گفتند «از ایران هستید؟» سپس ادامه دادند که «خوب است شما پیشنهادهای استاد بزرگ‌یاری را به کشورتان ببرید و اجرأ کنید». گفتم «شما چرا اقدام نمی‌کنید؟» جواب دادند که تغییر برنامه و کتاب در فرانسه، به این آسانی نیست که ما تا اراده کنیم و بخواهیم، تغییر کنند یا عوض شود. مشمول آموزشی ما معتقدند که تغییر یک نظام آموزشی یا برنامه، اگر بدون مطالعه و به صورت جهشی انجام بگیرد، تلاطم و آشوبی در کلاس‌ها و خانواده‌ها ایجاد می‌کند که ضرر رش بیشتر از نفعش است. از این جهت، ما در تغییر نظام و برنامه‌های خود، خیلی با احتیاط و حساب شده و با بررسی همه جوانب و فراهم ساختن زمینه و مقدمات کار، اقدام می‌کنیم و این زمان می‌برد. اما در سایر کشورها، این طور نیست. مثلاً شما به عنوان مشمول یا کارشناس، هر وقت اراده کنید می‌توانید، یک شبه برنامه‌ها و کتاب‌های خود را عوض کنید. در آن روز، من این گفت و گو را جدی نگرفتم و آن را حمل بر غرور و برتری طلبی غربی‌ها کردم. اما بعد‌ها در عمل متوجه شدم که در این زمینه، روال کار غربی‌ها با ما چقدر متفاوت است.

واقعاً نشستن در کنار چنین انسان‌های نکته‌بینی، چقدر آموزنده و سودمند است. از این‌گونه خاطرات، یکی دوتا نداشت؛ عمری را در سیر و سیاحت و جهان‌بینی گذرانده بود که با آن‌ها، مطالعات و نویسنده‌گی‌های خود را تکمیل می‌کرد. کلام گرم و طنزآمیزش، طنین انداز گوشم است. جایش خالیست و بر از دست دادن یک این پیشکسوت‌ها، اشک می‌ریزم.

جعفر ریانی، پیشکسوت آموزش و پژوهش

دانلود از سایت ریاضی سرا  
[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)



نخستین آشنایی من با میرزا جلیلی؛ معلم، مدیر، آموزشگر و کارشناس توانمند ریاضی، در دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتب درسی روی داد. اوایل دهه هفتاد بود و ایشان مسئول گروه ریاضی آن دفتر بود و سال‌های آخر خدمت رسمی خود را سپری می‌کرد. آن زمان، جلیلی و چند تن دیگر از کارشناسان آن دفتر را که می‌شناختم، در واقع بقیه السیف کارشناسان توانایی به شمار می‌رفتند که در دو دهه چهل و پنجاه، نقشی تعیین‌کننده و ماندگار در متتحول ساختن آموزش و پژوهش ایران ایفا کردند و به نوسازی آموزشی، جامه عمل پوشاندند. زمانی که من با جلیلی آشنا شدم، بیش از ده سال از وقوع انقلاب اسلامی سپری شده بود و او و همکارانش در سازمان پژوهش، پس از یک دوره اصلاح و تغییر کتاب‌های ریاضی دوره ابتدایی، این بار مشغول کار برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌های مناسب برای دوره «نظام جدید آموزش متوسطه» بودند که تازه آغاز شده و کاری فشرده و دشوار بود. می‌دیدم که میرزا جلیلی تا چه حد، در جلساتی که با استادان و کارشناسان ریاضی برگزار می‌کرد، در عین آرامش طبیعی که داشت، فعل و کوشش بود. به تدریج دریافتیم که او، هم در تحصیل، هم در تدریس و هم در کارشناسی ریاضی، چهره‌های طراز اول است و در این زمینه، کارنامه‌ای پربرگ و بار دارد.  
**میرزا جلیلی!**

صاحب این نام در جایی گفته بود که «نام کوچک اینجانب، «میرزا» و نام فامیلیم «جلیلی» است. ولی بسیاری از همکاران عزیز، میرزا جلیلی را نام فامیل بنده

# میرزا جلیلی: با ایمان، مهر بان، وظیفه‌شناس، پرکار و در عین حال بی‌ادعا!

می‌دانند! صحیح می‌گوید و من هیچ گاه ندیدم که آن شادروان را کسی- به جز همسر گرامی‌اش- جلیلی بخواند، و باز همه «میرزا جلیلی» می‌گفتند!

میرزا جلیلی در سال ۱۳۱۲ در بوشهر متولد شد، ۸۲ سال در این جهان زیست و سرانجام در آذر ماه ۱۳۹۴، به لقای دوست شتافت. وی دوره ابتدایی را در دبستان فردوسی زادگاهش گذراند و دوره اول دبیرستان را در «مدرسه سعادت بوشهر» سپری کرد. از مدرسه سعادت بوشهر، افراد موفق و چهره‌های مشهور بسیاری درآمدند که جلیلی یکی از آن‌هاست. جلیلی که خودش محضر عبدالکریم سعادت را در کرده بود، او را در شغل معلمی سرمشق و راهنمای خود می‌دانست. وی از مرحوم سعادت نقل می‌کرد که «علمی چشم و ابروی قشنگ نمی‌خواهد، قد و قامت رشید هم لازم ندارد، به زیبایی و قشنگی نیازی نیست، شیک‌پوشی هم نمی‌خواهد؛ بلکه احتیاج به صبر و حوصله، تحمل و بردازی، طاقت و شکیبایی، علاقه و فداکاری، سعی و کوشش، وایثار و از خود گذشتگی دارد». در همان مدرسه سعادت بود که جلیلی، توانایی استثنایی خود را در ریاضیات نشان داد. در این‌باره گفته است: «در دبیرستان که بودم، تخلی داستان‌نویسی داشتم و اگر ریاضی نمی‌خواندم، شاید داستان‌نویس می‌شدم. اما وقتی در کلاس دوم دبیرستان درس می‌خواندم، وسطهای سال، معلم جدیدی به کلاس ما آمد. هندسه درس داد و بعد مسئله‌ای تصویری روی تخته سیاه کشید و گفت: «بچه‌ها! هر کس این مسئله را برای روز دیگر حل کند، جایزه می‌گیرد». چون قد من کوتاه بود، جایم همیشه در ردیف اول بود. بعد از چند دقیقه اندیشیدن، دست بلند کردم و گفتم «من حل کردم». معلم جواب داد که «بنشین و وقت کلاس را نگیر، این مسئله به این سادگی حل نمی‌شودا من اصرار کردم، عده‌ای از بچه‌ها گفتند: آقا! اجازه بدھید برو و غلط حل کند تا به او بخندیم» و معلم اجازه داد. پای تخته سیاه رفتم. شکل هنوز روی تخته بود. یک خط اضافی روی آن کشیدم و به کمک آن خط، مسئله حل شد. فردای آن روز، جلوی صف مدرسه که در حیاط تشکیل می‌شد، رئیس دبیرستان مرا به اسم جلوی صف فراخواند و از قول آن معلم ریاضی، از هوش من تعريف کرد. این عمل در روحیه‌ام تأثیر مثبت گذاشت و به ریاضی علاقه‌مند شدم.»

جلیلی دوره اول دبیرستان سعادت را که به پایان رساند، به شیراز رفت تا در دانش‌سرای مقدماتی تحصیل

کند و آموزگار شود. در پایان یک دوره دو ساله، و پس از فارغ‌التحصیل شدن (۱۳۲۷)، محل کار او را شهر کازرون اعلام کردند. اما چون دریافتند وی در ریاضی توانایی خوبی دارد و دبیر ریاضی هم کم داشتند، جلیلی را به عنوان دبیر ریاضی دبیرستان پذیرفتند و او از سرآموزگاری بربید! شش سال پس از تدریس در کازرون، در سال ۱۳۳۳ تصمیم گرفت در رشته ریاضی ادامه تحصیل دهد. بنابراین، دیپلم ناقص خود را به دیپلم کامل تبدیل کرد و امتحان داد و در رشته ریاضی در دانش‌سرای عالی در تهران پذیرفته شد. آنگاه از کازرون به عنوان معلم مأمور به تحصیل، راهی تهران شد و تحصیل خود را آغاز کرد. جلیلی سرانجام دوره لیسانس ریاضی را با رتبه اول به پایان رساند و با وجودی که می‌توانست برای ادامه تحصیل بورس بگیرد و به یکی از دانشگاه‌های خارج برود، اما گویا به دلایل شخصی، از این امتیاز استفاده نکرد. جلیلی به کازرون بازگشت و کار خود را ادامه داد. در همین شهر نیز ازدواج کرد و چند سال هم مدیر دبیرستان شاهپور کازرون شد.

در کازرون، یک آشنایی تصادفی سبب شد تا اتفاق تازه‌ای بر جلیلی پدیدار شود (مشروح این اتفاق، در مصاحبه‌ای که با مرحوم جلیلی در شماره ۱۱۴ مجله رشد آموزش ریاضی چاپ شده است، قبل دسترس است). پس از آن اتفاق، در سال ۱۳۴۸، از طرف بخش فرهنگی سفارت انگلستان در ایران، مسابقه‌ای گذاشته بودند تا از طریق آن، افرادی را برای ادامه تحصیل در رشته ریاضی، در آن کشور بپذیرند. جلیلی در آن مسابقه شرکت کرد و قبول شد. سپس به انگلستان رفت و در دانشکده ریاضی کالج سلطنتی لندن (امپریال کالج)، یک ساله را که معادل فوق لیسانس بود، گذراند. وی طی این مدت، علاوه بر درس‌های جدیدی که گذراند، بر روی کتاب‌های ریاضی مدارس انگلستان هم بررسی مفصلی انجام داد و با مجموعه‌ای از آن کتاب‌ها، به ایران بازگشت و به سر کار خود در کازرون رفت. در عین حال، گزارشی از آن مأموریت علمی یک ساله تهیه کرد و برای وزیر وقت آموزش و پرورش (خانم فخرخو پارسای) فرستاد. در گزارش یادآور شده بود که «در حال حاضر، وضع ریاضیات در دبیرستان‌های ما، به روز نیست». این گزارش مورد توجه وزیر وقت واقع شد و پی‌آمد خوبی هم برای جلیلی داشت. زیرا به دستور وی، میرزا جلیلی در سال ۱۳۵۰، از کازرون به تهران منتقل شد تا درس‌آزمان پژوهش و نوسازی آموزشی (سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی فعلی)، در گروه ریاضی دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتب

«همزمان با پیاده شدن نظام جدید (در دبیرستان)، یعنی از سال ۱۳۵۳ به بعد، به علت تغییرات ضریبی برنامه‌ها و کتاب‌ها و آماده نساختن دبیران برای تدریس مطالب جدید، علاقه دانش‌آموزان نسبت به ادامه تحصیل در رشته ریاضی کم شد. لذا در سال ۱۳۶۱، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی کمیسیونی به نام «کمیسیون بررسی مشکلات آموزش ریاضی» متشکل از جمعی از استادی دانشگاه، دبیران و صاحب‌نظران تشکیل داد. این کمیسیون به مدت دو سال، هفته‌ای یک روز تشكیل جلسه داد و اقداماتی انجام داد که در آن زمان، نتیجه بخش بودند. نکته قابل توجه این بود که مرحوم جلیلی، یکی از دلایل اصلی افت ریاضی دانش‌آموزان را در آن دهن، بی‌توجهی به یافته‌های مطالعاتی می‌دانست که در کشورهای پیش‌رفته، در رابطه با اجرای برنامه درسی «ریاضی جدید» در آموزش عمومی، به دست آمده بود. آقای جلیلی که بر اساس این رویکرد، برنامه‌ریزی و تأثیف کتاب‌های درسی ریاضی را انجام داده بود، با مطالعه آن یافته‌ها، پیشنهاد اصلاح همان برنامه‌ها و کتاب‌ها را داد و این «خود انتقادی» بود که در وی وجود داشت. جلیلی در این باره ابراز نمود که «مطالبی که ما در کتاب‌هایمان آورده بودیم، مطالبی بود که در حقیقت از آن کتاب‌ها (کتاب‌های خارجی) شیره‌کشی و عصاره‌کشی کردند». چون فکر می‌کردیم لابد آن‌ها چیزی‌ایی می‌دانسته‌اند که در سطح جهان، آن تغییر را انجام دادند.»

شادوران میرزا جلیلی مردی بود آراسته به صفات نیک، از جمله بایمان، دارای سلوک عبادی، مهریان، وظیفه‌شناس، پرکار و در عین حال بی‌ادعا.

آخرین دیدار من با مرحوم میرزا جلیلی، در اواسط تابستان گذشته اتفاق افتاد که از قضا، درست همزمان شد با دیداری که خانم دکتر گویا، خانم دکتر غلام‌آزاد و خانم طباطبایی از آقای جلیلی داشتند. آن روز آقای جلیلی، بیته باختی، آمد کنار مانشست و صحبت کرد و خوشبختانه از هشیاری کامل نیز بروخوردار بود. در همان دیدار، من پیش‌نویس زیستنامه‌ای که نوشته بودم را به همسر ایشان دادم تا به نظر آقای جلیلی برسانند تا اگر کم و کاستی داشت، به آن اضافه کنند. دو ماه بعد که برای گرفتن نوشه به در منزلشان رفتم، همسر ایشان گفتند که جلیلی، دیگر نمی‌تواند از روی تخت پایین بباید و نوشه را نیز به من دادند که همراه با آن، یادداشت کوتاهی از آقای جلیلی بود که نوشه بود به علت ضعف حافظه، توانایی خواندن آن را ندارد. البته همسر آقای جلیلی به من گفتند که نوشه کم و کاستی ندارد.

درسی مشغول کار شود. بدین ترتیب، جلیلی در موقعیت وجایگاهی قرار گرفت که می‌توانست تأثیر تعیین کننده‌ای بر آموزش ریاضی در کشور بگذارد و سرانجام هم چنین شد. در حقیقت، ریاضیات جدید با فاصله حدود دو دهه با غرب، وارد برنامه‌های درسی ریاضی مدرسه‌ای در ایران شد. این در حالی بود که در آمریکا و اروپا که مبدأ این برنامه بود، به تدریج نوعی عقب‌نشینی از برنامه‌های درسی ریاضی جدید در مدارس آغاز شده بود و این اتفاق، البته در ایران حدود ده سال بعد، روی داد.

### تجربه‌های معلم بزرگ میرزا جلیلی

جلیلی ضمن تسلطی که بر ریاضیات داشت، در روز آمد کردن دانش خود نیز سخت می‌کوشید. جلیلی در سال ۱۳۵۲ به آمریکا اعزام شد و یک دوره شش ماهه برنامه آموزشی را در دانشگاه تگزاس گذراند. در این دوره، ضمن مطالعه درس‌هایی مانند جبر مجرد، جبر خطی و نظریه اعداد، به بررسی کتاب‌های ریاضی دبیرستانی در آمریکا از سال ۱۹۳۰ تا ۱۹۷۰ پرداخت. هم‌چنین در کنفرانس‌های بین‌المللی متعددی از جمله استرالیا، انگلستان و هلند شرکت نمود. در سال ۱۳۶۳ نیز در سفر به ژاپن، با برنامه‌ریزان و مؤلفان ژاپنی به تبادل نظر و تجربه در زمینه برنامه‌ریزی درسی و تأثیف کتب ریاضی پرداخت و بالاخره او، نخستین کارشناس گروه ریاضی بود که سرپرستی دانش‌آموزان ایرانی را به المپیاد جهانی ریاضی، بر عهده گرفت و به اتفاق دکتر محمدعلی نجفی، با آن تیم به کوبا رفت.

### جلیلی و نقد خویشتن

اخیراً در کتاب مشهور تعبیر خواب، اثر فروید، خواندم که «یکی از نشانه‌های خلاقیت فرد این است که او، ناقد کارهای خودش باشد». من میرزا جلیلی را مصدق این سخن فروید می‌دانم، زیرا با وجود تمام زحمتی که برای وارد کردن ریاضیات جدید به مدارس ایران کرد، از آن دفاع مطلق نکرد، بلکه واقع گرایانه و از روی انصاف، نقدهای وارد بر آن را پذیرفت.

از نیمه دوم دهه ۵۰ و اوایل دهه ۶۰، با مسئله کاهش دانش‌آموزان رشته ریاضی فیزیک در مدارس مواجه شدیم که از آن به «اُفت ریاضی» تعبیر شد و به تدریج در بسیاری از مدارس این رشته تعطیل شد. در مدارسی هم که رشته ریاضی فیزیک وجود داشت، تعداد دانش‌آموزان در هر کلاس، بسیار اندک بود. نقد و نظر میرزا جلیلی در این خصوص، خواندنی است:

«یکی از نشانه‌های خلاقیت فرد این است که او، ناقد کارهای خودش باشد». من میرزا جلیلی را مصدق این سخن فروید می‌دانم، زیرا با وجود تمام زحمتی که برای وارد کردن ریاضیات جدید به مدارس ایران کرد، از آن دفاع مطلق نکرد، بلکه واقع گرایانه و از روی انصاف، نقدهای وارد، نقدهای وارد بر آن را پذیرفت



# خاموشی

## بخشی از تاریخ شفاهی

### تألیف کتاب‌های درسی ریاضی

مانی رضائی

دانشگاه شهید بهشتی، عضو هیئت تحریریه مجله رشد آموزش ریاضی

دانلود از سایت **ریاضی سرا**  
**www.riazisara.ir**



در زمان شنیدن خبر، لحظاتی چند از درک آن‌چه می‌شنیدم، ناتوان بودم. راوی خبر بر این تصور بود که من پیشتر، از خبر مطلع بودم، پس تنها اشاراتی می‌کرد. گفت: آقای میرزا جلیلی ...، خیلی ناراحت‌کننده بود ...! شنیدید که؟ گفت «چی رو؟!»، گفت: «چهارشنبه بود ... چون تعطیلی بود، با خبر نشده بودیم ...». دوباره پرسیدم «چی رو؟» و گفت که آقای میرزا جلیلی درگذشت!... تصاویر متعددی با سرعت بسیار، از پیش چشمم گذشت.

بعضی‌ها کوتاه بود، بعضی دیگر با جزئیات بیشتری همراه بود. خبر برایم غیرقابل باور بود. شاید چون هر بار که در بستر بیماری بود، سور زندگی موجب شد تا دوباره او را در کنار خودمان ببینیم. اما این‌بار خبر از نوع دیگری بود.

سال‌ها تجربه برای او، کوله‌باری سنگین و پُرپار ساخته بود که شاید بار آن، پشتش را خم کرده بود، اما در پس چهره خندان و مهربان او، ذهنی فعال و جویای مطالع تازه بود. معلمی با سابقه‌ای درخشنan که تألیف کتاب‌های درسی و سال‌ها فعالیت در دفتر تألیف کتاب‌های درسی و همکاری مستمر با مجله رشد آموزش ریاضی را در کارنامه خود داشت. وجودش در مجله، موجب دل‌گرمی و نقطه امید بود. پشتکار و تلاش وی، بهانه‌ها را برای کم‌کاری از هر کس می‌گرفت. برخلاف زندگی‌های شتاب‌زده امروز، با صبر و بدباری موضوع‌ها را پیگیری می‌کرد و دیگران را از تجربه خود بی‌بهره نمی‌گذاشت. مرحوم میرزا جلیلی معلم بود.

از نخستین باری که میرزا جلیلی را دیده بودم، بیش از بیست سال می‌گذرد. در تمام این سال‌ها، چهره همان بود که نخستین بار دیدم، اما خستگی در چهره وی، هر روز نمایان‌تر می‌شد. خستگی تنها از گذر زمان نبود، شاید چیزی را که در خشت‌خام می‌دید، دیگران در آینه نمی‌دیدند. در سال‌های اخیر، با وجود مشکلات متعددی که غبار زمان بر شانه‌اش داشت، شاهد همراهی او در مجله رشد آموزش ریاضی بودیم، مرحوم میرزا جلیلی از جنس همان دسته معلمانی بود که صبور، با حوصله و شنونده خوبی هستند. او حرف‌های بسیاری داشت که اگر پای آن می‌نشستیم، از جزئیات آن آگاه می‌شدمیم. بارها از چگونگی برنامه‌ریزی‌های آموزشی از گذشته‌های دور تا امروز سخن می‌گفت و درباره فراز و فرودهای هر یک، حرف‌های بسیاری داشت. به تشویق سردبیر محترم، دست به قلم شده بود تا تاریخ شفاهی خود را به رشته تحریر درآورد. از آن پس، هر بار که او را می‌دیدیم، نوشه‌های تازه به همراه داشت. نوشه‌هایی که با دقیق و حوصله نگارش شده بود و ناگفته‌های بسیاری در خود داشت.

چند سال پیش، برای جمع‌آوری داده‌های پژوهشی درباره کتاب‌های درسی به سراغش رفتم. شاید چیز زیادی نگفت، اما نشانی هایی داد که جزئیات بسیاری را آشکار کرد. بر این باور بودم که هر چه را لازم بود، گفته و فکر می‌کردم موضوع برای وی تمام شده است. چند روز بعد، یادداشت‌هایی به من داد که علاوه بر راهنمایی‌هایی که پیش‌تر داشت، حاوی مطالب تکمیلی بود.

در سال‌های اواخر دهه ۴۰ و اوایل دهه ۵۰ که برنامه درسی و نظام آموزشی تغییر کرد و کتاب‌های درسی ریاضی بازنویسی شد، میرزا جلیلی برای شرکت در چند دوره، به خارج از کشور اعزام شد. وی در تألیف کتاب‌های «ریاضیات جدید» همکاری گسترده‌ای داشت. در یکی از صحبت‌ها و نقل خاطرات درباره آن دوره، تأکید داشت که در تألیف کتاب‌های درسی، تمرکز بر محتوای ریاضی کتاب بود و حرف چندانی از مباحثی نبود که امروز در روند آموزش و یاددهی و یادگیری مورد توجه است. این اشاره صادقانه و صحبت‌هایی که به‌دبیال آن درباره رویکرد تألیف کتاب‌های درسی ریاضی داشت، حاوی نکات بسیار با ارزشی بود. میرزا جلیلی بیان نمود که مهم‌ترین تفاوت آن است که دانش‌آموزان آن دوره، تنوع امروز را نداشتند و برای مؤلف کتاب درسی، «یک» دانش‌آموز فرضی می‌توانست نمونه‌ای از همه دانش‌آموزان باشد. اما تأکید نمود که شناخت دانش‌آموزان امروز و توانایی‌ها و سلیقه‌های آنان، بسیار دشوار‌تر است.

میرزا جلیلی از روندی که امروز در تدریس ترویج می‌شود، ابراز نارضایتی می‌کرد. وی معتقد بود که توجه بیش از حد به کتاب‌های کمک درسی، در عمل، معنی تدریس را عوض کرده است. در یکی از جلسه‌های هیئت تحریریه مجله، با اشاره به یکی از کتاب‌های کمک درسی، می‌گفت: «در جایی دهها نکته نوشته و هیچ دلیلی نیاورده است و دانش‌آموز مجبور می‌شود آن‌ها را حفظ کند. در حالی که اگر یک قضیه برایشان اثبات شود، در روند اثبات و نتایج ناشی از آن، دانش‌آموز می‌تواند به سادگی همه نکته‌ها را درک کند و حتی خودش به‌دست آورد و اجرایی به حفظ کردن آن‌ها ندارد.»

شاید تنوع توانایی‌های دانش‌آموزان، مؤلفان امروز را به مسیری مختلف کشانده است، اما استفاده از تجربه مؤلفان پیشین و رویکرد آنان در تألیف‌ها، درسی است که باید از تاریخ گرفت، هر چند که این تاریخ شفاهی باشد، تاریخی که اگر ثبت و ضبط نشود، از دست می‌رود.

یکی از روزهایی که مسئولیت اجرایی در مجله داشتم، مشغول پُر کردن یکی از فرم‌های مجله بودم، در جایی نام اعضا هیئت تحریریه را می‌نوشتیم ... نام: میرزا نام خانوادگی: جلیلی! حس کردم نام «آقای جلیلی» برای من آشنا نیست، «میرزا جلیلی» برایم آشنا بود. از زمانی که دانش‌آموز بودم، این دو نام در کتاب‌های درسی ریاضی، همیشه در کنار هم بودند. برای من، هیچ‌گاه «میرزا جلیلی» از هم جدا نشد... اما امروز «میرزا جلیلی» از ما جدا شد.

یادش گرامی!



# معلمی وارسته

محمد رضا فدائی، دانشگاه شهید باهنر کرمان

عضو هیئت تحریریه مجله رشد آموزش ریاضی

در گذشت تأسیس بار معلم ارزشمند، کارشناس اندیشمند خستگی ناپذیر، و عزیز همراه چندین ساله هیئت تحریریه مجله رشد آموزش ریاضی، شادروان جناب استاد میرزا جلیلی، ضریبه محکم و غیرقابل جبرانی به حوزه آموزشی و کارشناسی نظام تعليم و تربیت کشور تلقی می شود.

بیش از یک دهه در جلسات هیئت تحریریه، از حضور، تواضع، همفکری، صداقت، نظم، حوصله، و پشتکار مستمر ایشان درس ها آموختم، به همین لحاظ به عنوان شاگردی کوچک، توان بیان مکنونات قلبی خود را نسبت به فقدان این استاد دوست داشتنی ندارم. لذا تنها به این بسنده می کنم که از قادر متعال و دانای بی همتا، در خواست تعالی ابدی و مغفرت الهی برایشان داشته باشم. وظیفه خود می دانم که به بازمدگان محترم این انسان وارسته نیز تسليط عرض نموده و برای آنان از درگاه حق تعالی، آرزوی صبر جمیل و اجر جزیل مستلت نمایم. روانش شاد.



# در نظر ماست!

شیوا زمانی

دانشگاه صنعتی شریف

عضو هیئت تحریریه مجله رشد آموزش ریاضی

به صورت از نظر ما، اگرچه محجوب است

«حافظ»

خدایش بیامرزد که برای همیشه، اندام نحیف و چهره اش با آن عینک ته استکانی، «در نظر ماست»؛ نمونه سخت کوشی، همت بلند و خستگی ناپذیری. یادش به خیر که تاریخچه هر موضوعی را می دانست و

روایت می کرد و مناسب با هر مطلبی، ماجرا یی از مخزن حافظه پر باش بیرون می کشید.

در جمع هیئت تحریریه مجله رشد آموزش ریاضی، از این پس حقیقتاً جایش خالی است.

# کتابی که به

# ریاضیات علاقه مندم کرد!

دانلود از سایت ریاضی سرا  
[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

بری حاجی خانی  
مدیر داخلي مجله رشد آموزش رياضي

فلسفه تأسیس سازمان کتاب‌های درسی  
ایران

مجله شماره ۸۷  
تضاد و اشکال در کجاست؟

مجله شماره ۸۹  
از میلاد تا میلاد یا از بهار تا ...

مجله شماره ۱۰۰  
ماوارث چه ریاضیاتی هستیم؟ (خاطراتی از

تغییرات برنامه درسی)

مجله شماره ۱۰۱  
تاریخچه گروههای آموزشی، خانه‌های ریاضیات و مسابقات ریاضی

مجله شماره ۱۰۳  
تجربه شصت سال خدمت آموزشی

مجله شماره ۱۰۵  
ضرورت تجلیل از پیشکسوتان

مجله شماره ۱۰۹  
منشأ پیدایش واژه پیش‌دانشگاهی

مجله شماره ۱۱۱  
تاریخ شفاهی برنامه درسی (گفت‌و‌گو با آقای جلیلی)

مجله شماره ۱۱۴  
فرایند برنامه‌ریزی و تألیف کتب درسی

مجله شماره ۱۱۷  
فرایند برنامه‌ریزی و تألیف کتب درسی (۲)

مجله شماره ۱۱۹  
گروههای آموزشی چه می‌کنند؟

مجله شماره ۱۲۰  
دنیا که آخر نشده است!

مجله شماره ۱۲۱

زمانی که در سال اول دبیرستان مشغول به تحصیل بودم، کتاب ریاضیات ۱ و ۲، از کتاب‌های مورد علاقه‌ام بود و از آنجایی که جذب آن ها شده بودم، کنجدکاو شدم تا نام مؤلفان این کتاب را بدانم پس از گذشت سال‌ها، وقتی همکاری خود را با مجله شروع کردم و با اعضای هیئت تحریریه آشنا شدم، بی اختیار یاد کتاب مذکور و نام آقای میرزا جلیلی افتادم و از این که می‌توانستم در کنار ایشان خدمت کنم، احساس غرور کردم. با توجه به این که در این مدت، آقای جلیلی یکی از فعال‌ترین اعضای هیئت تحریریه بودند، به پاس قدردانی از زحماتشان فهرستی از مقالاتی که از زمان شروع به کار در این مجله نوشته بودند، تهییه کردم. فهرست حاضر، دلیلی بر این ادعاست.

قوای طبیعی ماتریس‌های مربعی

مجله شماره ۳

نحوه آموزش ریاضی در هند

مجله شماره ۷

صاحبہ با آقای میرزا جلیلی

مجله شماره ۱۱

گزارش پنجمین مسابقه ریاضی کشور

مجله شماره ۱۷

گزارش ششمین دوره مسابقات دانش‌آموزش

کشور

مجله شماره ۲۱

گزارش از آموزش و آموزش ریاضی در شوروی

مجله شماره ۲۳

آموزش ریاضی برای دنیای فردا

مجله شماره ۲۴

المپیاد ریاضی آبادان، هفتمین دوره مسابقات

ریاضی کشور

مجله شماره ۲۵

مسئله حل کردن در برنامه ریاضی (۱)

مجله شماره ۲۶

مسئله حل کردن در برنامه ریاضی (۲)

مجله شماره ۲۷

کتاب‌های ریاضی کمک آموزشی (جنبی) در

خارج و در ایران

مجله شماره ۲۸

هشتمین المپیاد ریاضی کشور ۱۹-۲۱ بهمن

ماه ۱۳۶۹ کرمان

مجله شماره ۲۹

معرفی کتاب نگرشی جدید به کاربرد ریاضیات

درباره جهان و انسان

مجله شماره ۴۴



# مشکلات در کتاب مفهوم تابع

فاطمه قاسمی، دبیر ریاضی خرم دره، استان زنجان و کارشناس ارشد آموزش ریاضی  
زهرا گویا، دانشگاه شهید بهشتی

دانلود از سایت ریاضی سرا  
[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

## چکیده

آن‌چه که در این مقاله به شرح آن پرداخته می‌شود، بخشی از یک مطالعه بزرگ‌تر است که تمرکز آن، بر درک تابع توسط دانش‌آموzan پایه ۱۱ رشته ریاضی- فیزیک و نقش کتاب تازه‌تألیف حسابان در شکل‌گیری این درک است.

کلیدواژه‌ها: تابع، پایه ۱۱، رشته ریاضی- فیزیک، کتاب تازه‌تألیف حسابان

## مقدمه

نویسنده اول این مقاله- فاطمه قاسمی، در یک مدرسه نمونه دولتی واقع در یکی از شهرستان‌های شمال غرب ایران، در پایه‌های نهم و دهم تدریس می‌کند. در این شهر، تنها یک مدرسه نمونه دولتی دخترانه با رشته ریاضی- فیزیک، وجود دارد. به روایت ایشان، دانش‌آموzan اغلب در درک مفهوم تابع و به خصوص در رابطه با تعریف تابع، تعیین دامنه تابع و توابع مرکب، مشکل دارند. با این وجود، وی شاهد بوده که بیشتر دانش‌آموzan، برای کسب نمره بهتر در درس ریاضی، مجبور به حفظ کردن مطالب می‌شوند و می‌توانند نمره مطلوب خود را به دست آورند. ولی هنگامی که به پایه بالاتر می‌روند، مشکلاتشان بیشتر می‌شود. با این تجربه، در سال تحصیلی ۱۳۹۴-۱۳۹۳، خانم قاسمی تدریس کتاب تازه‌تألیف حسابان را که به عهده وی گذاشته شد، به فال نیک گرفت، زیرا هم زمان با تدریس، تحقیقی طراحی شد که در آن، تدریس مباحث کتاب حسابان جدید، همان‌گونه که در قسمت «سخنی با معلم» این کتاب قید شده، مطابق با روش‌های آموزشی کتاب باشد و در تمام طول تدریس، روند کار مطابق با فعالیت‌ها و تمرین‌های کتاب انجام گیرد. وی بیان می‌کند که «انتظار داشتم که با محور قرار دادن این کتاب، در تدریس تابع برای دانش‌آموzan رشته ریاضی- فیزیک، مشکلات سال‌های قبل را کمتر مشاهده کنم.»

## پیشینه

پونته (۱۹۹۲) برای نشان دادن اهمیت تابع در ریاضی و توسعه آن، به سیر تحول تاریخی این مفهوم پرداخته است. وی خاطرنشان می‌سازد که ریاضی بخش مهمی از توصیف، توضیح، پیش‌بینی، کنترل و تحلیل پدیده‌ها را تشکیل می‌دهد و تابع مفهومی است که نقش بی‌بدیلی در این فرایند دارد. پونته (۱۹۹۲) در بررسی تحول تاریخی مفهوم تابع، به این نتیجه رسید که این مفهوم، به صورت شناسی در ریاضیات پدیدار نشده است و نیازمندی، سبب ابداع این مفهوم شده است. در هر صورت، تابع یکی از اصلی‌ترین مفهوم‌های برنامه درسی ریاضی است که در «دوره ریاضی جدید»، به عنوان یک مفهوم هماهنگ‌کننده عمل می‌کرد و در برنامه‌های درسی اخیر، ابزاری قوی برای مدل‌سازی ریاضی است (شورای ملی معلمان ریاضی آمریکا، ۱۹۸۹ و ۲۰۰۰، نقل شده در گویا و امامی، ۱۳۹۲).

پرهیزگار (۱۳۸۷)، به نقل از ساجکا، ۲۰۰۳، تابع را یکی از مفاهیم اساسی ریاضی می‌داند که گوناگونی تفسیرها و بازنمایی‌هایش، شگفت‌آور است و توجه و زمان زیادی در فرایندهای آموزشی، بر روی آن صرف شده است. اما با وجودی که طیف وسیعی از بازنمایی‌ها برای کمک به درک بهتر مفهوم تابع معرفی شده، همچنان درک آن، با بدفهمی‌های گسترده‌ای همراه است.

به گفته گویا (مریم، ۱۳۸۲)، تابع از جمله مفاهیمی است که دانش‌آموزان مدرسه‌ای نسبت به آن، توانایی‌های متفاوتی ابزار می‌کنند، از یک طرف برخورد رویه‌ای و طوطی‌وار نسبت به تابع، باعث شده است که دانش‌آموزان با انواع نکته‌ها و ریزه‌کاری‌های محاسباتی آن آشنا شوند و از طرف دیگر، شواهد نشان می‌دهد که دانش‌آموزان در درک مفهوم تابع مشکل دارند، زیرا توانایی برقراری رابطه بین ساختار مفهومی و قواعد رویه‌ای تابع را ندارند.

## بازنمایی‌های مختلف تابع

روش‌های جدید برای نمایش توابع، در طول توسعه این مفهوم به وجود آمده است. هر کدام از این نمایش‌ها در فهم جنبه‌های خاصی از مفهوم تابع حائز اهمیت است و هر یک به شدت به دیگری وابسته می‌باشد. اما علاوه بر این، بازنمایی‌ها ممکن است گاهی اوقات موجب سردرگمی دانش‌آموزان نیز بشوند (سلدان و سلدان، ۱۹۹۲، نقل شده در جونز، ۶۰۵۰). برای جلوگیری از این وضعیت، آکوک و تال (۲۰۰۳) معتقدند که دانش‌آموزان در صورتی می‌توانند درک بهتری از مفهوم تابع داشته باشند که بتوانند بین بازنمایی‌های مختلف تابع، ارتباط برقرار کنند. اگر امکان داشته باشد که دانش‌آموزان، خودشان تجربه این کشف را داشته باشند که یک ایده، می‌تواند با بازنمایی‌های مختلف اما مشابه ارائه شود، آن‌گاه تعدد بازنمایی‌ها می‌تواند تسهیل کننده یادگیری دانش‌آموزان باشد (امامی، ۱۳۹۱ و دافعی، ۱۳۸۹).

## معرفی پژوهش

برای شناخت عمیق‌تر درک دانش‌آموزان از مفهوم تابع و نقش کتاب درسی تازه‌تألیف حسابان در شکل‌گیری این درک، مطالعه‌ای با ۱۷ دانش‌آموز که در رشته ریاضی-فیزیک یک دبیرستان دخترانه تحصیل می‌کردند، طراحی شد. ابزار جمع‌آوری داده‌ها در این تحقیق، ۲۶ سؤال در قالب شش آزمون بود که همه آن‌ها، بر مبنای سرفصل‌های کتاب درسی تازه‌تألیف حسابان (۱۳۹۳) بود و بیشتر سؤال‌ها با تمرینات این کتاب، همخوانی داشت. البته، به دلایل مختلفی از کمبود زمان برای انجام آزمون گرفته تا ماهیت و گستردگی مبحث مورد آزمون، تعداد سؤال‌های هر آزمون با دیگری فرق داشت. علاوه بر آزمون‌ها، اگر در تجزیه و تحلیل بعضی پاسخ‌ها، پژوهشگران در مورد صحت برداشت خود از پاسخ‌های دانش‌آموزان دچار تردید می‌شدند، برای رفع آن و شفافیت برداشت‌ها، گفت‌وگوهای شفاهی مورد استفاده قرار گرفت.

شرکت دانش‌آموزان در دو آزمون که بخشی از ارزشیابی کلاسی آن‌ها بود الزامی، و شرکت در چهار آزمون دیگر که در ساعت‌های بعد از کلاس برگزار شدند، داوطلبانه بود. همچنین، به دانش‌آموزان

اطمینان داده شد که نتایج آزمون‌هایی که به صورت داوطلبانه برگزار می‌شوند، تأثیری در نمرات کلاسی آن‌ها نداشته و تنها در صورت تمایل ایشان، از آن داده‌ها استفاده خواهد شد. پس از خواندن متن رضایت‌نامه در کلاس توسط معلم/پژوهشگر (نویسنده اول)، دانش‌آموزان نیز رضایت خود را به طور شفاهی اعلام کردند.

## نتایج

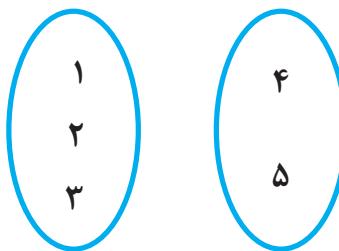
برای تجزیه و تحلیل داده‌ها، سوال‌های شش آزمون دوباره با هم در یک مجموعه قرار گرفتند و با توجه به اشتراک موضوعی و سوال تحقیق، در پنج دسته جدید سازماندهی شدند. سپس داده‌های هر دسته، مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفتند. تجزیه و تحلیل داده‌ها با در نظر گرفتن شباهت‌ها و تفاوت‌های موجود در پاسخ‌ها صورت گرفت. در این بخش، نتایج حاصل از تجزیه و تحلیل داده‌های یکی از دسته‌ها، ارائه می‌شود. هدف از طراحی سوال‌های این دسته، بررسی درک دانش‌آموزان از مفاهیم تابع یکبهیک و تابع وارون بود که مطابق با مباحث زیر، از فصل دوم کتاب درسی تازه‌تألیف حسابان به شرح زیر بود:

- تابع یکبهیک و تابع وارون، صص ۸۶-۸۸؛
- محاسبه تابع وارون، ص ۸۹؛
- یافتن ضابطه تابع وارون، صص ۹۰-۹۴.

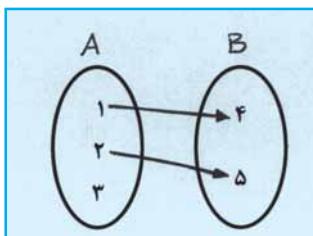
در ادامه، یافته‌های حاصل از تجزیه و تحلیل سوال‌های این دسته به تفکیک و به اختصار، ارائه می‌شود.

**سوال ۱: اگر مجموعه‌های A و B به شکل زیر داده شده باشند، تابعی یکبهیک از A به B تعریف کنید.**

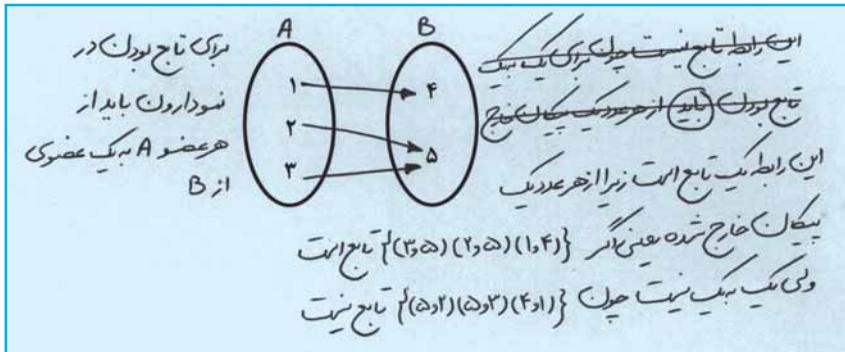
آکوک و تال  
(۲۰۰۳) معتقدند  
که دانش‌آموزان در  
صورتی می‌توانند  
درک بهتری از  
مفهوم تابع داشته  
باشند که بتوانند  
بین بازنمایی‌های  
مختلف تابع،  
ارتباط برقرار کنند



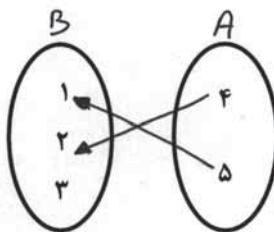
در صورت این سوال، مجموعه A و B مشخص نشده بود، زیرا انتظار این بود که همان گونه که در کتاب درسی عنوان شده، دانش‌آموزان با استفاده از نمودار ون، مجموعه اول را دامنه و مجموعه دوم را هم دامنه در نظر بگیرند و بیان کنند که نمی‌توان در این حالت، تابعی یکبهیک تعریف کرد. ولی بر خلاف این انتظار، از ۱۶ دانش‌آموزی که به این سوال پاسخ دادند، تنها یک نفر به این موضوع اشاره کرده بود. هشت نفر هم از مجموعه سه عضوی، دو عضو را به مجموعه دو عضوی نظری کرده بودند و به تابع بودن رابطه، توجیهی نکرده بودند. نمونه‌ای از پاسخ‌های نادرست در زیر آمده است:



پاسخ مورد نظر به این سؤال به صورت زیر بود:



هفت نفر دیگر نیز مانند نمونه زیر، مجموعه دو عضوی را دامنه و مجموعه سه عضوی را هم دامنه فرض کرده و بدین ترتیب، به این سؤال پاسخ درست داده بودند.



از تجزیه و تحلیل پاسخهای داده شده به این سؤال، نتایج زیر به دست آمد:

- دانشآموزان در برخورد با مسائل ترکیبی ناتوان بودند و نتوانستند هم‌زمان، هم «تابع بودن» و هم «یکبه‌یک» بودن را بررسی کنند.

- اکثر دانشآموزان، تعریف‌ها را حفظ کرده بودند و کاربرد آن‌ها را به درستی نمی‌دانستند.

- بعضی از دانشآموزان، مجموعه دوم را دامنه فرض کردند، و با اینکه بارها و بارها در حل مسائل مربوط به نمودارون، همواره مجموعه اول را به عنوان دامنه گرفته و در تعریف‌های خود از تابع نیز به این مطلب اشاره داشتند، اما در این مورد، آن را رعایت نکردند. این‌ها از جمله کسانی بودند که وقتی با مسئله‌ای مواجه می‌شوند که قابل حل نیست و مانعی برای حل آن وجود دارد، بدون تأمل، آن مانع را برمی‌دارند.

در حالی که این سؤال می‌توانست به خوبی در کتاب حسابان، مطرح شود و در تمرين در کلاس صفحه ۴۵ نیز که نمودارهای ون بسیاری برای تشخیص تابع بودن رسم شده، بهتر بود که در تعدادی از آن‌ها، به «یکبه‌یک» بودن هم اشاره شود.

**سؤال ۲:** در مورد یکبه‌یک بودن تابع زیر بحث کنید.

$$f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = \frac{3 + |x|}{x}$$

از ۱۷ دانشآموز پاسخ‌دهنده به این سؤال، چهار نفر پاسخ درست و ۱۳ نفر پاسخ نادرست دادند. دانشآموزانی که به پاسخ درست رسیده بودند؛ از روش جای‌گذاری دو نقطه و پیدا کردن  $y$ ‌های متمایز، یا دو ضابطه‌ای کردن تابع و بررسی یکبه‌یک بودن در هر یک از ضابطه‌ها، استفاده کردند. دو نمونه معروف، از پاسخهای نسبتاً درست دانشآموزان، در صفحه بعد آمده است:

اگر چه این دو پاسخ تا حدودی درست هستند و نشان می‌دهد که این دو دانشآموز، به یکبه‌یک بودن تابع پی برده‌اند، ولی کامل نیستند.

$$f(x) \begin{cases} \frac{x-x}{x} = \frac{-x}{x} - 1 & x < 0 \\ \frac{x+x}{x} = \frac{2x}{x} + 1 & x > 0 \end{cases} \quad f(-1) = \frac{1}{-1} = -1 \quad f(1) = \frac{1}{1} = 1$$

در مورد یک به یک بودن تابع زیر بحث کنید.

$f: R - \{0\} \rightarrow R$

$$f(x) = \frac{x+|x|}{x}$$

$$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{3+|x_1|}{x_1} = \frac{3+|x_2|}{x_2} \\ \frac{3}{x_1} + \frac{|x_1|}{x_1} = \frac{3}{x_2} + \frac{|x_2|}{x_2} \end{array} \right.$$

چون  $x_1, x_2 \in R$ ،  $|x_1| = x_1$  است  
درست است. اعداد معرفی شرایط نهادند  
در  $f(x)$  مردگیرند. سپس است.

$$f: R - \{0\} \rightarrow R \quad D \rightarrow x > 0 \quad D \rightarrow x < 0$$

$$f(x) = \frac{x+|x|}{x} \quad y_1 = y_2 \rightarrow \frac{3+|x_1|}{x_1} = \frac{3+|x_2|}{x_2} \rightarrow x_2(3+|x_1|) = x_1(3+|x_2|)$$

$$\frac{3x_2 + 3x_2}{x_2} = 3x_1 + x_2 \rightarrow 3x_2 = 3x_1 \rightarrow x_2 = x_1$$

$$\frac{3-|x_2|}{x_2} = \frac{3-x_1}{x_1} \rightarrow x_1(3-x_2) = x_2(3-x_1) \rightarrow 3x_2 = 3x_1 \rightarrow x_2 = x_1$$

$$3x_1 - x_2 = 3x_2 - x_1 \rightarrow 3x_1 = 3x_2 \rightarrow x_1 = x_2 \quad 1-1 \text{ است.}$$

به یک به یک است.

همچنین در زیر، نمونه‌ای از پاسخ‌های نادرست ارائه شده است:

اگر امکان داشته باشد که دانش آموزان، خودشان تجربه این کشف را داشته باشند که یک ایده، می‌تواند با بازنمایی‌های مختلف اما مشابه ارائه شود، آن‌گاه تعدد بازنمایی‌ها می‌تواند تسهیل کننده یادگیری دانش آموزان باشد (اما می، آن و دافعی، ۱۳۹۱ و ۱۳۸۹)

$$f: R - \{0\} \rightarrow R$$

$$f(x) = \frac{x+|x|}{x} \rightarrow \frac{c+|x_1|}{x_1} = \frac{c+|x_2|}{x_2} \rightarrow \frac{c+|x_1|}{x_1} = \frac{c \pm x_2}{x_2}$$

$$\frac{-3}{-3} \rightarrow \frac{|x_1|}{x_1} = \frac{|x_2|}{x_2} \rightarrow x_1 = \pm x_2$$

چون این تابع را کمتر مطلع است می‌بینیم.

به طور کلی، در پاسخ‌های دانش آموزان به این سؤال، نکات زیر حائز اهمیت بود:

- دانش آموزان اطلاعات کافی در مورد یک به یک بودن تابع داشتند، ولی هنگام استفاده از تعریف، دچار مشکل شدند.
- بیشتر دانش آموزانی که به این سؤال پاسخ نادرست دادند، به دلیل شکل قدرمطلقی سؤال بود، زیرا تأکید تمرين‌های کتاب درسی، بر این است که توابع قدرمطلقی، یک به یک نیستند و طبیعی است که اکثر دانش آموزان در مواجهه با تابعی که قسمتی از آن قدرمطلقی است، به تبعیت از آن تمرين‌ها، پاسخ نادرست دهند.
- هیچ یک از دانش آموزان در تعیین یک به یک بودن تابع چند ضابطه‌ای، به برد تابع توجه نکردند و فقط به دامنه و ضابطه توجه نمودند. این موضوع نیز در کتاب درسی، مورد غفلت قرار گرفته است.

سؤال ۳: آیا تابع  $f(x) = \begin{cases} 3x+1 & x > 2 \\ 7x-2 & x \leq 2 \end{cases}$  وارون پذیر است؟ توضیح دهید.

از ۱۶ دانش آموز پاسخ‌دهنده به این سؤال، تنها یک نفر پاسخ درست داد و نه نفر پاسخ نادرست دادند. چهار نفر هم با وجود تلاشی که کردند، به نتیجه‌های نرسیدند و دو نفر، هیچ پاسخی ندادند. دانش آموزی که پاسخ درست داد بود، به روش رسم تقریبی نمودار به جواب رسیده بود.

پاسخ‌های نادرست ناشی از این بدفهمی بود که دانش آموزان استدلال کرده بودند که «چون هر کدام از ضابطه‌ها خطی هستند و توابع خطی هم یک به یک هستند، پس این تابع نیز یک به یک است». در حقیقت، ریشه این بدفهمی این بود که این دانش آموزان، بیشتر به شکل ضابطه‌ها که خطی بود توجه کرده بودند و یک به یک بودن هر ضابطه را در دامنه خود بررسی نموده و توجهی به برد تابع نکرده بودند و به این علت، به پاسخ نادرست رسیده بودند. یک نمونه از پاسخ‌های نادرست، در زیر آمده است:

آیا تابع  $f(x) = \begin{cases} 3x+1, & x > 2 \\ 7x-2, & x \leq 2 \end{cases}$  وارون پذیر است؟ توضیح دهید.  
 اگرچه راه حل را کلی آن مطابقت دارد،  
 مطلقاً برخیش نمودایم را درست  
 نطمیح می‌کند.

تصویر زیر هم یکی از راه حل‌هایی را نشان می‌دهد است که دانش‌آموز، به جواب نرسیده است:

$$\begin{aligned}
 y &= 3x+1 \rightarrow 3x = -1+y \rightarrow x = \frac{y-1}{3} \rightarrow y = \frac{x-1}{3} \\
 7x-2 &= y \rightarrow 7x = y+2 \rightarrow x = \frac{y+2}{7} \rightarrow y = \frac{x+2}{7}
 \end{aligned}$$

در واقع، هیچ یک از دانش‌آموزان نمی‌دانستند که برای یک‌به‌یک بودن تابع چندضابطه‌ای، باید اشتراکِ بُرد هر ضابطه با ضابطه‌های دیگر، تهی باشد. این مطلبی است که در کتاب درسی به آن پرداخته نشده است. همچنین، سوال‌های مربوط به این قسمت طوری طراحی شده‌اند که دانش‌آموزان، می‌توانند تنها با توجه به دامنه و ضابطه تابع، به پاسخ درست برسند. در نتیجه، نیازی به دقت بیشتر، برایشان ایجاد نشده است.

#### سؤال ۴: وارون تابع زیر را در صورت وجود، بیابید.

$$\begin{aligned}
 f : N &\rightarrow N \cup \{0\} \\
 f(x) &= 2x - |x+1|
 \end{aligned}$$

از ۱۷ دانش‌آموز پاسخ‌دهنده، تنها سه نفر به این سؤال پاسخ درست دادند و پاسخ ۱۴ نفر، قابل قبول نبود. از این ۱۴ نفر، یک نفر نموداری پیوسته رسم کرده و نوشته بود که «تابع وارون پذیر است»، ولی وارون را محاسبه نکرده بود. سه نفر نیز ضابطه وارون را نادرست محاسبه کرده بودند. ده نفر هم پاسخ نادرست یا بی‌نتیجه داده بودند. در کل، نتیجه‌های را که از تجزیه و تحلیل پاسخ‌های دانش‌آموزان به این سؤال حاصل شد، می‌توان به صورت زیر، جمع‌بندی کرد:

- دانش‌آموزان توجهی به اینکه دامنه تابع اعداد طبیعی است، نکردند و حتی آن‌هایی که پاسخ درست دادند، نمودار را به شکل پیوسته رسم کردند.
- دانش‌آموزانی که پاسخ نادرست دادند، به شکل قدرمطلقی تابع توجه کردند و به جواب نادرست رسیدند که این نتیجه، مؤید نتیجه سؤال ۲ همین دسته است. در واقع دانش‌آموزان معتقد بودند که توابع قدرمطلقی، نمی‌توانند یک‌به‌یک باشند.

در صفحه ۴۶ کتاب درسی (تصویر زیر)، جایی که برای اولین بار دانش‌آموزان را با نمادگذاری جدید آشنا می‌کند، این مطلب تنها در چند سطر بیان شده است و مثال‌های کاربردی برای آن، بیان نشده است در حالی که این مبحث برای دانش‌آموزان جدید است و نیازمند آموزش بیشتر و عمیق‌تری است.

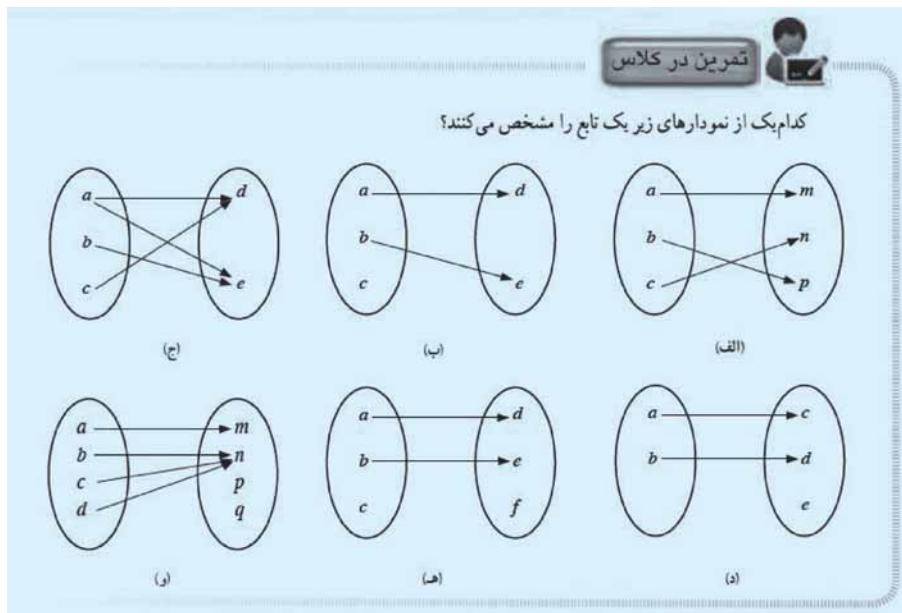
به طور کلی اگر  $f$  تابعی از مجموعه  $A$  به مجموعه  $B$  باشد، می‌نویسیم:  
 این نمادگذاری نشان می‌دهد که  $f$  تابعی با دامنه  $A$  و مقادیر در  $B$  است، ولی ضابطه  $f$  در این نمادگذاری مشخص نمی‌شود و جداگانه باید از آن شود. به طور مثال تابع  $g$  داده شده در فعالیت صفحه قبل را می‌توان به یکی از صورت‌های زیر نمایش داد:  

$$g : IR^- \longrightarrow IR^+$$
 یا 
$$g(x) = x^3$$
  
 (الف)  
 (ب)

در هر دو نمایش دامنه تابع، مجموعه اعداد حقیقی منفی ( $IR^-$ ) است و در طرف چپ پیکان آمده است. اما در نمایش (الف) هم دامنه تابع، مجموعه اعداد حقیقی مثبت ( $IR^+$ ) است که در طرف راست پیکان آمده است و در نمایش (ب) هم دامنه تابع، مجموعه اعداد حقیقی است که در طرف راست پیکان آمده است. در نمایش دوم به جای مجموعه اعداد حقیقی هر مجموعه دیگری را که شامل بود تابع باشد را نیز می‌توان نوشت.

ولی در صفحه ۴۵، روی شکل نمودار ون تأکید شده و این در حالی است که دانش‌آموزان در سال

گذشته، به وفور با نمودار ون آشنایی پیدا کرده بودند. تصویر این صفحه نیز در زیر آمده است:



هیچ یک از  
دانشآموزان  
نمی‌دانستند که  
برای یک به یک  
بودن تابع  
چندضابطه‌ای، باید  
اشتر اک بر د هر  
ضابطه با ضابطه‌های  
دیگر، تهی باشد.  
این مطلبی است که  
در کتاب درسی به  
آن پرداخته نشده  
است

نتایج این بخش نشان داد که بهتر بود به جای تأکید روی نمودار ون، بر روی نمادگذاری جدید تمرکز می‌شد و به این مطلب، از طریق مثال‌های بیشتر و متنوع‌تری پرداخته می‌شد. مثلًا رابطه‌هایی مانند

$$f: R \rightarrow R$$

$$f(x) = \sqrt{x - 1}$$

ارائه شده و از دانشآموزان درباره تابع بودن یا نبودن آن، سؤال می‌شد.

### جمع‌بندی

یافته‌های حاصل از تجزیه و تحلیل پاسخ‌های دانشآموزان به چهار سؤال که در یک دسته واقع شدند، به اضافه مشاهدات کلاسی نویسنده اول و گفت‌وگوهای شفاهی وی با دانشآموزان، نشان داد که اکثر دانشآموزان در موارد زیر، دارای مشکل بودند:

- برقراری ارتباط و اتصال بین دانش قبلى و دانش جدید

• دیدن بازنمایی‌های مختلف یک تابع به صورت یک کل منسجم

• به کار بردن دانش کسب شده به دلیل رویه‌ای و حافظه- محور بودن یادگیری

• تعیین دامنه توابع مختلف

• بیش‌تعمیمی مسائل مطرح شده در کتاب درسی

• باور به اینکه می‌توان برای تمام توابع ضابطه تعريف کرد و آن‌ها را با نمودار نمایش داد.

• حل مسائل مربوط به توابع چندضابطه‌ای و توابع مرکب

• انتقال بین بازنمایی‌های مختلف تابع.

این تحقیق، با هدف بررسی درک دانشآموزان پایه سوم ریاضی یکی از دیبرستان‌های نمونه دولتی در شمال غرب کشور، انجام شد. در انجام این تحقیق، کتاب درسی تازه‌تألیف حسابان، محور آموزش مفهوم تابع قرار گرفت و این مبحث، مبتنی بر توصیه‌های منتشر شده مؤلفان آن، تدریس شد.

به گفته این مؤلفان، رویکرد اصلی کتاب حسابان در آموزش مفاهیم جدید، رویکرد حل مسئله است و در اکثر آن‌ها، ذکر شده که هدف، آموزش یک مفهوم جدید است. با این وجود، در فصل دوم کتاب، هیچ موردی از حل مسئله وجود ندارد و عمدتاً شروع هر مبحث، با عنوانی تحت عنوان مثال، تمرین در کلاس و فعالیت است که از لحاظ ماهیت، عملآتاً تفاوتی با هم ندارند. ولی انجام تمام این بخش‌ها در کلاس، وقت زیادی را به

خود اختصاص می‌دهد که بهنظر می‌رسد در حالی که مؤلفان، مباحثه و موشکافی را جزو هدف‌های کتاب برشمراهند، ولی در عمل، به این مقوله کمتر توجه داشته‌اند. زیرا در گفت‌و‌گوهایی که با بسیاری از دبیران ریاضی انجام شد، همگی ابراز داشتند که زمان اختصاص داده شده به درس حسابان کافی نیست و آن‌ها به ناچار، از روی مباحثت به سرعت می‌گذرند و همین باعث می‌شود که مفاهیم اساسی در ذهن دانش‌آموزان خوب جای نگیرد که این امر، یک تناقض است.

علاوه بر این، بسیاری از مطالب فصل اول و فصل دوم کتاب حسابان، با اینکه ارتباط تنگاتنگی با هم دارند، ولی به صورت گسسته از هم بیان شده‌اند و این نوع سازمان‌دهی، باعث می‌شود که این ارتباط، در ذهن دانش‌آموزان کمرنگ شود. در واقع، دانش‌آموزان تصویرشان این است که مطالبی که در فصل‌های جداگانه بیان می‌شوند، از لحاظ ماهیت نیز با هم متفاوتند و به همین دلیل، در حل مسائلی که به صورت ترکیبی از دو قسمت مطرح می‌شوند، دچار بدفهمی و مشکل می‌گردند. به نظر می‌رسد مطالبی که مکمل هم هستند، اگر به صورت پیوسته در یک فصل بیان شوند، درکشان برای دانش‌آموزان آسان‌تر می‌شود. همچنین، تأکید زیاد روی مطالب سال قبل و رد شدن سریع از روی مطالب جدید نیز، یکی دیگر از مواردی است که در این کتاب مشهود است و معلم و دانش‌آموز را با مشکل مواجه می‌کند. در مجموع می‌توان نتیجه گرفت که کتاب درسی، هم در پیدایش تصورات درست و هم نادرست در ذهن دانش‌آموزان، نقشی اساسی دارد.

در واقع، در تألیف کتاب‌های درسی، بدیهی است که نظرات معلمان و نیازهای دانش‌آموزان در نظر گرفته شود و با توجه به آن، گامهای اساسی جهت بهبود وضعیت موجود برداشته شود. به گفته گویا (۱۳۷۵)، در ایران به دلیل تمرکز نظام آموزشی و کمبود رسانه‌های متنوع آموزشی، کتاب درسی از اهمیت سرنوشت‌سازی برخوردار است. در واقع، یکی از قوی‌ترین ابزار اعتلای آموزش ریاضی در ایران، تهیه برنامه درسی، ریزمواد مناسب درسی و تألیف کتاب‌های درسی ریاضی متناسب، با توجه به نیازهای مختلف علمی و آموزشی و اجتماعی است. انتظار می‌رود که برنامه‌ریزان و مؤلفان کتاب‌های درسی به این مسئله واقف باشند تا برایت تمام جنبه‌ها، به این امر خطیر بپردازنند.

## منابع

۱. Akkoc, H. & Tall, D. (2003). The Function Concept: Comprehension and Complication, Proceedings of the Day Conference of British Society of Research on Learning of Mathematics, Sheffield Hallam University, UK, 1- 6.
۲. Jones, M. (2006). Demystifying Function: The Historical and Pedagogical Difficulties of the Concept of the Function. Published in Mathjournal, vol 7. No. 2, pp.1-19.
۳. Ponte, J. P. (1992). The History of the Concept of Function and Some Educational Implications. Mathematics Educator, volume 3. Number 2.
۴. امامی، علی. (۱۳۹۱). بررسی تأثیر بازنمایی‌های مختلف تابع بر فهم دانش‌آموزان دوم دبیرستان از تابع، با تأکید بر کتاب درسی ریاضی ۲ تازه‌تأثیف. پایان‌نامه منتشر نشده کارشناسی ارشد آموزش ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی.
۵. اصلاح‌پذیر، بهمن و همکاران. (۱۳۹۳). حسابان. دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌های درسی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزش و پرورش.
۶. ایرانمنش، علی و همکاران. (۱۳۹۲). ریاضی (۲). دیار.
۷. پرهیزگار، بی‌زکیه. (۱۳۸۷). درک دانش‌آموزان از مفهوم اصلی تابع، پایان‌نامه منتشر نشده کارشناسی ارشد آموزش ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی.
۸. دافعی، حمید. (۱۳۸۹). بازنمایی‌های چندگانه در آموزش ریاضی. مجله رشد آموزش ریاضی. شماره ۱۰۰، صص ۷۰-۷۵. دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزش و پرورش.
۹. گویا، زهرا و امامی، علی. (۱۳۹۲). بازنمایی‌ها و نقش آن در درک مفهوم تابع. مجله رشد آموزش ریاضی. شماره ۱۱۴، صص ۳۵-۴۲، دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزش و پرورش.
۱۰. گویا، زهرا و امامی، علی. (۱۳۷۵). ضرورت تغییر برنامه درسی. مجله رشد آموزش ریاضی. شماره ۴۶، صص ۱۲-۸، دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.
۱۱. گویا، مریم. (۱۳۸۲). مفهوم تابع و بدفهمی‌های دانش‌آموزان. مجله رشد آموزش ریاضی. شماره ۷۷، صص ۳۰-۲۳. دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

# نگاهی به کتاب

# ریاضی نهم

حمیدرضا ادایی

دبیر ریاضی الیگودرز لرستان



دانلود از سایت ریاضی سرا  
[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

## اشاره

کتاب ریاضی پایه نهم دوره اول متوسطه، در راستای تغییر نظام آموزشی و استقرار نظام آموزشی ۳-۳-۶، هم‌چنین بر مبنای برنامه درسی ملی و در ادامه تغییر کتاب‌های درسی پایه‌های هفتم و هشتم، تألیف شده است. در این نوشته، نگاهی اجمالی بر روند تألیف این کتاب و مطالب مندرج در آن خواهیم داشت که امیدوارم مفید بوده و مورد استفاده همکاران قرار گیرد.

قبل از هر چیز، لازم است مراتب تقدیر و تشکر خود را از همه عزیزانی که در مراحل مختلف تألیف این کتاب، قبول زحمت فرموده و تلاش نموده‌اند، اعلام نموده و ضمن آرزوی توفیق برای همه استادان ارجمند و همکاران فرهیخته، از محضر همه عزیزان کسب اجازه نموده و در حد بضاعت ناچیز خود، بهطور مختصر به بررسی این کتاب پپردازم.

**کلیدواژه‌ها:** کتاب ریاضی پایه نهم، دوره اول متوسطه، دفتر تألیف کتب درسی

بررسی کتاب را در چهار بخش بی خواهیم گرفت:  
الف. روند تألیف کتاب      ب. ساختار کتاب  
ج. مطالب و محتوای کتاب      د. اشکال‌ها و ایرادها

**الف. روند تألیف کتاب و امتیازات آن نسبت به کتاب‌های هفتم و هشتم**

را از حدود نه ماه قبل از شروع سال تحصیلی جدید مشاهده فرموده و مورد نقد و بررسی قرار داده‌اند. این در حالی است که در سال‌های گذشته، دبیران از محتوا و مطالب کتاب درسی تازمان شروع سال تحصیلی، بی‌اطلاع بوده و نهایتاً در دوره‌های ضمن خدمت قبل از آغاز سال تحصیلی، با محتوای کتاب آشنا می‌شدند، آن هم زمانی که کتاب چاپ شده و در اختیار دانش‌آموزان قرار گرفته بود که مسلمانًا هر گونه نقد و اشکال و ایراد و اصلاحات احتمالی، باید برای سال تحصیلی بعدی اعمال می‌شد. همان‌گونه که این مورد، برای کتاب ریاضی پایه هفتم اتفاق افتاد و در طول سال، با موارد متعدد اشتباهات چاپی و اشکالات دیگری مواجه بودیم، تا حدی که سرو صدای دانش‌آموزان بلند شد که «این چه کتابی است که این همه اشکال دارد!! در حالی که نقد و بررسی قبل از چاپ نهایی کتاب، می‌تواند از بسیاری اشکال‌های احتمالی جلوگیری نماید.

الف. روند تألیف کتاب و امتیازات آن نسبت به کتاب‌های هفتم و هشتم  
۱. از جمله مهم‌ترین امتیازات این کتاب نسبت به کتاب‌های قبلی، قرار گرفتن هر بخش یا فصل کتاب، بر روی پایگاه اینترنتی دفتر تألیف کتب درسی پس از تألیف بود تا متوسط دبیران ریاضی سراسر کشور، مورد نقد و بررسی واقع شود. این روند از آذر سال ۱۳۹۳ شروع شد و به عنوان مثال، پس از تألیف فصل اول کتاب با موضوع مجموعه، بنده توانستم فصل اول را بررسی و مطالبی در مورد آن به دفتر تألیف ارسال نمایم. حال تصور بفرمایید که همکاران فرهیخته در سراسر کشور فصل به فصل کتاب

مطلوب بیان شده در مورد روند تألیف کتاب ریاضی نهم، تأکیدی بر این نکته نیست که کتاب تألیف شده کامل و جامع و عاری از اشکال و ابراد است. بنده همچنین نظری نداشته و ندارم، چرا که مشکلات احتمالی پس از تدریس کتاب در کلاس مشخص خواهد شد و در قسمت‌های بعد، به برخی از اشکال‌هایی که ضمن تدریس پیش آمده، اشاره خواهد شد. بیان این موارد نشان دهنده تلاش همکاران ارجمند دفتر تألیف چه استفاده از نظرات همکاران سراسر کشور و از اصل هم‌فکری و مشورت بوده که جای تقدیر و تشکر ویژه دارد.

### ب. ساختار کتاب و مشخصات ظاهری آن

۱. ساختار کتاب همچون کتاب‌های پایه‌های هفتم و هشتم بوده و هر موضوع درسی، از سه بخش اصلی «فعالیت»، «کار در کلاس» و «تمرین» تشکیل شده است. هدف بخش فعالیت‌ها که قبل از بیان مطلب جدید توسط خود دانش‌آموز صورت می‌گیرد و معلم فقط نقش یک راهنمای را دارد، آشنایی دانش‌آموزان با مفهوم درسی جدید و سهیم شدن آن‌ها در ساختن دانش مورد نظر است.

پس از انجام فعالیت توسط دانش‌آموز و با راهنمایی و هدایت معلم، معمولاً تدریس مطلب جدید آغاز شده و پس از پایان تدریس، به منظور تثبیت یادگیری، دانش‌آموز به حل سوال‌های «کار در کلاس» خواهد پرداخت. کمک معلم در این قسمت و پاسخ‌گویی به مشکلات احتمالی، می‌تواند در یادگیری دانش‌آموزان نقش ارزنده‌ای داشته باشد.

بخش سوم هر درس «تمرین» است که حل آن به عهده دانش‌آموز است و معمولاً در منزل انجام می‌شود. حل کامل این تمرین‌ها در کلاس و رفع اشکال و ایرادها و نوشتن پاسخ‌های درست و کامل، در تثبیت یادگیری نقش مهمی دارد.

۲. کل کتاب شامل ۸ فصل و ۲۸ درس است. از جمله نکات مثبت کتاب نهم این است که هر فصل به چند درس تقسیم شده که می‌تواند در بحث بودجه‌بندی کتاب، کمک حوال همکاران عزیز باشد.

۳. کتاب در قطعه وزیری و طرح جلدی زیبا و شکیل و ۱۴۳ صفحه با اشکال و تصاویر رنگی و زیبا به چاپ رسیده است.

### ج. مطالب و محتوای کتاب

۱. اولین نکته‌ای که در کتاب ریاضی نهم به چشم می‌خورد، سعی در برقراری ارتباط بین ریاضیات با دین و مذهب و ملت و طبیعت و ... است، به گونه‌ای که در

۲. پس از پایان این روند و تهیه پیش‌نویس اولیه، کتاب درسی به مراکز استان‌ها ارسال و توسط گروههای آموزشی مورد نقد و بررسی دوبله و اعتبارسنجی قرار گرفت. به عنوان نمونه در پیش‌نویس اولیه، کتاب دارای ۱۰ فصل بود که پس از بررسی همکاران و جلسات گروههای آموزشی در استان‌ها، برخی از فصل‌ها و مطالب حذف شدند و در نهایت، کتاب اصلی با ۸ فصل زیر چاپ رفت.

۳. دفتر تألیف ضمن تألیف کتاب، با اعلام یک فراخوان سراسری از دبیران ریاضی سراسر کشور، دعوت نمود تا در صورت علاقه، در دوره‌ای تحت عنوان «آموزشگران ریاضی» در شهر تهران شرکت نمایند. آموزشگران ریاضی در کنار مؤلفان، به نقد و بررسی فصل به فصل کتاب پرداخته و ضمن آشنایی با محتوا و مطالب کتاب، می‌توانستند در دوره‌های تأمین مدرسی که در مرداد ۱۳۹۴ برگزار شد، کمک حوال مؤلفان ارجمند باشند. از طرف دیگر در طول سال تحصیلی با مراجعه به مناطق و شهرستان‌های مختلف می‌توانند با برگزاری کارگاه‌های آموزشی، کار دوره‌های ضمن خدمت را کامل نموده و پاسخ‌گویی سوال‌های همکاران عزیز باشند چرا که بخشی از دوره‌های ضمن خدمت قبل از شروع سال تحصیلی برگزار می‌شود و هنوز مطلبی در کلاس تدریس نشده است تا معلم و دانش‌آموز، با مشکلات احتمالی آن دست و پنجه نرم کنند. بنابراین، بخش دوم دوره‌های ضمن خدمت که در طول سال تحصیلی برگزار می‌گردد و برگزاری کارگاه‌های آموزشی توسط آموزشگران ریاضی دفتر تألیف، تا حدودی می‌تواند این مشکل را برطرف نماید.

۴. دوره مدرسی که در مرداد ماه سال جاری از طرف دفتر تألیف برگزار شد، تفاوت‌هایی با دوره‌های قبلی داشت که بر میزان رضایتمندی آن از طرف مدرسین افزوده شد. حضور مؤلفان کتب درسی در این دوره و همکاران دفتر تألیف و آموزشگران ریاضی از یک طرف و کتاب چاپ شده و آماده از طرف دیگر، به برگزاری مطلوب این دوره کمک شایانی نمود. این تفاوت‌ها در حالی است که به عنوان نمونه در دوره تأمین مدرسی کتاب ریاضی هفتم که بنده خودم حضور داشتم، نه تنها کتاب درسی آماده نبود و قبل از آن کسی از محتوای کتاب اطلاعی نداشت، بلکه تنها یک نسخه تحت عنوان «کتاب غیرقابل استناد» آن هم به صورت کپی شده و با کیفیت بسیار پایین در اختیار همکاران قرار گرفت. تنها جلسه‌ای هم که مؤلفان حضور داشتند، در روز پایانی آن هم به صورت عمومی در سالن پرده‌سی شهید چمران و با حضور فقط یک نفر (مدیر گروه تألیف) برگزار گردید که مدرسین کتاب هفتم، بر کیفیت برگزاری جلسه واقفند و بنده از تکرار آن خودداری می‌نمایم.

صفحه‌های شروع هر فصل، بخشی از مطالب فوق بیان شده است.

الف. فصل اول با موضوع مجموعه با آیه ۹۷ سوره مبارکه انعام و اشاره به منظومه شمسی و تصویری از آن، تحت عنوان یک مجموعه آغاز شده است.

ب. فصل دوم با موضوع اعداد حقیقی و اعداد گنگ با اشاره به زندگی نامه غیاث الدین جمشید کاشانی از ریاضی‌دانان بر جسته کشوار و نقش او در ریاضیات و محاسبه عدد پی آغاز گردیده است. علاوه بر آن، از آیه ۲۸ سوره مبارکه جن که به موضوع اعداد اشاره دارد، استفاده شده است.

ج. شروع فصل سوم با موضوع استدلال و اثبات در هندسه با آیه ۱۲۵ سوره مبارکه محل کشوار که به موضوع روش استدلال نیکو اشاره دارد آغاز، و از تصاویر دانه‌های مختلف برف به عنوان یک پدیده طبیعی زیبا و مرتبط با موضوع تشابه، کمک گرفته شده است.

د. در فصل ۴ با موضوع توان و ریشه، با اشاره به تعداد زیاد مولکول‌های آب در یک قطره و ارزش آب به عنوان مایه حیات و بیان آیه ۳۰ سوره مبارکه انبیا در مورد ارزش و اهمیت آب، به نوعی گریزی به بحث فرهنگ درست مصرف آب و مشکل کمبود آب در کشورمان زده است.

ه. فصل ۵ با عنوان عبارت‌های جبری با تصویری از یکی از آثار باستانی استان مرکزی و اشاره به روابط ریاضی در محاسبات هندسی آغاز شده است. در پایان فصل هم با اشاره به زندگی خوارزمی و نقش او در مبحث جبر، بار دیگر به نقش ریاضی دانان ایرانی در بسط و توسعه ریاضیات اشاره شده است.

و. فصل ششم با موضوع خط و معادله‌های خطی، با تصاویر بسیار زیبایی از سقف صحن و سرای امام حسین (ع) آغاز و به نقش هندسه و خطوط‌ها در هنرهای مختلف ایرانی-اسلامی از جمله فرش‌بافی، کاشی‌کاری، تذهیب و غیره پرداخته است. اشاره به انواع هنرها و نمایش یک تصویر کاربردی از هنر در زندگی روزمره، از نکات مثبت این صفحه کتاب است.

ز. در فصل هفتم که موضوع آن اعداد گویاست، با بیان رابطه‌ای تحت عنوان «بار محاسباتی پل‌ها»، از دو تصویر زیبا و خاطره‌انگیز استفاده شده است. یکی از آن‌ها تصویر پل طبیعت در تهران است که نماد هنر معاصر و امروزی و دوران سازندگی است و تصویر دیگر از پل خیبر است که در زمان جنگ، توسط رزمندگان و در شرایط بسیار سخت ساخته شد و رزمندگان را در حال نماز و نیایش بر روی پل نمایش می‌دهد.

ح. فصل پایانی کتاب با موضوع «حجم و مساحت»، از تصویر گنبد قابوس به عنوان یک بنای تاریخی که از

بدنه استوانه‌ای و ستون‌های منشوری و گنبد مخروطی ساخته شده استفاده کرده است که هم از نظر ارتباط با موضوع و هم بحث آثار باستانی و تاریخی، مورد توجه است.

۲. به نظر من دومین امتیاز این کتاب، حذف صفحات «مرور فصل» است که در کتاب‌های هفتمن و هشتم در پایان هر فصل آورده شده بود. این صفحات با توجه به وقت کم و حجم زیاد کتاب‌ها، معمولاً وقت زیادی از کلاس را می‌گرفت و دانش‌آموزان از حل آن‌ها احساس خستگی می‌کردند.

۳. ارائه فعالیت‌های بسیار جالب در آغاز درس‌ها، از امتیازات این کتاب است. نمونه بارز این فعالیت‌ها را می‌توان در درس حجم و مساحت که مشاهده نمود.

۴. توجه به بحث خلاقیت و پرورش تفکر و تعقل به جای محاسبات صرف، از نکات بارز کتاب است.

۵. تقسیم مطالب هر فصل به چند درس جداگانه از نکات جالب کتاب است. همان‌طور که در بالا گفته شد، این تقسیم‌بندی می‌تواند به برنامه‌ریزی و بودجه‌بندی کتاب جهت تدریس در طول سال تحصیلی، کمک کند.

۶. توجه به اصل مطلب، پرهیز از پراکنده‌گویی و انسجام مطلب و ارتباط آن‌ها با مطالب فصل‌های قبل و کتاب‌های هفتم و هشتم، از امتیازات دیگر کتاب است.

۷. حذف بسیاری از مطالب تکراری مثل اعداد صحیح، جذر و ... که در کتاب ریاضی پایه سوم راهنمایی بود و کلی از وقت و انرژی معلم و دانش‌آموز را می‌گرفت، از جمله نقاط قوت کتاب است.

## د. اشکال‌ها و ایرادها

هر چند اشکال‌ها و ایرادهای احتمالی کتاب پس از تدریس آن در کلاس، بیشتر و بهتر مشخص خواهد شد، اما در یک نگاه اجمالی به چند مورد برخورد نموده‌ام که در زیر، به آن‌ها اشاره می‌کنم. البته موارد ذکر شده فقط نظر شخصی است و ممکن است فقط از نظر بنده ایراد و اشکال باشد که قضاؤت در این مورد را به استادان ارجمند و همکاران فرهیخته و اگذار می‌نمایم.

۱. در فصل اول، هیچ اشاره‌ای به مجموعه‌های نامتناهی و مجموعه‌هایی که تعداد اعضاً شان زیاد است و از علامت ... برای نشان دادن اعضای مجموعه، استفاده نشده است. ولی در تمرین ۴ صفحه ۴ و تمرین ۲ صفحه ۵ و فصل‌های بعد، از این مطلب استفاده شده است.

۲. در تعریف صفحه ۶ از مجموعه‌های برابر، نوشته شده که دو مجموعه A و B برابر است در حالی که بهتر است نوشته شود برابر هستند یا برابرند. برای دو مجموعه از فعل مفرد استفاده شده است.

۳. در فعالیت صفحه ۷، از دانش‌آموز خواسته شده

- جمع و تفريق اعداد کسری کمی مشکل به نظر می‌رسد.  
بهتر بود مثال‌های ساده‌تر بیشتری حل می‌شد و در قسمت‌های بعد، از اعداد کسری استفاده می‌شد.
۱۶. در فعالیت صفحه ۷۵ در قسمت (و)، ممکن است خط‌هایی که به عنوان جای خالی در نظر گرفته شده‌اند، با خط کسری اشتباه شود.
۱۷. در صفحه ۸۰، بهتر بود به اصطلاح «استانداردسازی» مانند ریاضی ۱ دبیرستان، اشاره می‌شد.
۱۸. در تعریف صفحه ۸۱، به جای کلمات «باشد»، کلمه «باشند» مناسب‌تر به نظر می‌رسد.
۱۹. در فعالیت صفحه ۸۶، از عبارت تصویر ابتدای فصل استفاده شده است، در حالی که تصویر مورد نظر در صفحه ۸۲ است نه در ابتدای فصل که صفحه ۷۸ است.
۲۰. در تمرین صفحه ۹۳، قسمت (ج) اشکال چاپی دارد و علامت منفی باید اصلاح شود.
۲۱. در آغاز درس صفحه ۹۶، جهت فلش در عبارت با جهت فلش در جدول هم‌خوانی ندارد.
۲۲. در «کار در کلاس» صفحه ۱۰۳، در سؤال ۳ بهتر بود در آغاز سؤال بیان می‌شد که «با کمک رابطه زیر، معادله خط را بنویسید.»
۲۳. در صفحه ۱۰۴، به مفاهیم شیب مثبت و منفی اشاره نشده است، ولی از آن‌ها در سؤال ۴ استفاده شده است.
۲۴. در صفحه ۱۰۹، بهتر بود ابتدا توضیحی در مورد تعریف دستگاه معادله‌های خطی داده می‌شد، بعد از داشت آموز حل دستگاه خواسته می‌شد.
۲۵. در «کار در کلاس» صفحه ۱۱۶، قسمت‌های (و-۵) برای شروع درس، کمی سنگین به نظر می‌رسد. در حالی که مثال‌های تمرین صفحه ۱۱۷، ساده‌تر هستند.
۲۶. در صفحه ۱۳۷، در تعریف حجم هرم، اشکال چاپی وجود دارد و چند حرف، اشتباهی چاپ شده‌اند.
۲۷. در صفحه ۱۴۱، از کلمه یال استفاده شده ولی در قسمت‌های قبل، به آن هیچ اشاره‌ای نشده است.
- در پایان، ضمن تقدير و تشکر مجدد از همه عزيزان و دستادر کاران تأليف و تدوين اين كتاب، اذعان مى دارم که مطالب نوشته شده در بالا، خالي از اشکال و ايراد نبوده و از همه بزرگواران خواهشمندم که مطالب ارائه شده را به ديده اغماض بنگرند و به قول سعدی:
- صوفی و کنج خلوت، سعدی و طرف صحرا  
صاحب هنر نگيرد، بر بی هنر بهانه
- است که اعضای زوج مجموعه را بنویسد. چون در مجموعه هم اعداد مثبت و هم اعداد منفی وجود دارد، بهتر بود از عبارت زوج طبیعی استفاده می‌شد (هر چند اعداد زوج فقط در مجموعه اعداد طبیعی بیان می‌شود ولی ممکن است دانش آموز از ابتدای درس دچار اشتباه شود و اعداد زوج صحیح رانیز بنویسد).
۴. در روش نمایش مجموعه با نمادهای ریاضی در صفحه ۸ و سؤال‌های ۱ و ۳ تمرین صفحه ۱۰، کمی تفاوت وجود دارد.
۵. در صفحه ۱۱، سه موضوع اجتماع و اشتراك و تفاضل برای تدریس در یک جلسه، طولانی و سنگین به نظر می‌رسد. (این موضوع را با توجه به تدریس این مطلب در ریاضی ۱ دبیرستان، بیان می‌کنم).
۶. در تعریف تفاضل دو مجموعه در صفحه ۱۳، به نظر می‌رسد که اگر تصویرها جدآگاهه رسم شود بهتر باشد.
۷. در صفحه ۱۵، مثالی از بحث احتمال حل شده است و جواب آن نیز مشخص است. در حالی که از دانش آموز خواسته شده احتمال هر پیشامد را به دست آورده. در بسیاری از مثال‌ها، همین مشکل وجود دارد.
۸. در سؤال ۴ تمرین صفحه ۱۷، بهتر بود یا از دو بار انداختن یک تاس استفاده شود، یا از تاس‌های رنگی چون این دو عبارت هم‌زمان، ممکن است برای دانش آموز ایجاد اشکال نماید.
۹. در فعالیت صفحه ۱۹، از مجموعه‌های نامتناهی استفاده شده است، در حالی که در فصل مجموعه‌ها به آن‌ها اشاره‌ای نشده است.
۱۰. در صفحه ۲۰، در روش مهناز، باید محور به ۱۲ قسمت تقسیم شود نه ۷ قسمت.
۱۱. در تمرین صفحه ۲۲، صورت سؤال‌های ۱ و ۲ باید جایه‌جا شود.
۱۲. در صفحه ۲۴، تعریفی از اعداد گنگ ارائه شده که به نظر می‌رسد اگر گفته می‌شد «عددی که جذر آن عددی گویا نباشد، عددی گنگ است» ساده‌تر باشد. (دانش آموز عددی را مربع کامل می‌داند که پس از تجزیه به عامل‌های اول، توان اعداد اول زوج باشد. با این تعریف، برای مثال‌هایی مثل جذر  $49/0$  و  $5/64$  و ... به تناقض بر می‌خورد. چون طبق تعریف مربع کامل نیستند ولی جذرشان هم عددی گویاست).
۱۳. در فعالیت صفحه ۳۹، بهتر بود از بیان سؤال واستدلال، اشاره‌ای به تعریف میانه در شکل مثلث می‌شد.
۱۴. در صفحه ۴۵، بهتر بود دو روش خواسته شده، در همان صفحه بیان می‌شد.
۱۵. در «کار در کلاس» صفحه ۷۳، شروع درس با



# چند مفهوم کلیدی ریاضی دوره ابتدایی

دیر ریاضی شهرستان شهریار و کارشناس ارشد ریاضی  
محمد حسام قاسمی

## اشارة

مطلوب پیش رو گزیده‌ای از کتاب «مفاهیم کلیدی در تدریس ریاضیات دوره ابتدایی» است که «درک هایلوک» و «فیونا تانگاتا»، نویسنده‌گان این کتاب، با تألیف آن تلاش دارند چهل و چهار مفهوم مطرح (موضوع کلیدی و مهم) در برنامه درسی ریاضی دوره ابتدایی را به شیوه‌ای موجز و به نسبت جذاب و با ادبیاتی علمی اما نه چندان پیچیده، معرفی و تبیین نمایند. برای هر کدام از مفاهیم کتاب، در ابتدای معرفی اجمالی تحت عنوان «تعریف» ارائه شده است و پس از آن توضیح کامل تری که دربرگیرنده تاریخچه، مطالعات انجام شده و نظرات گوناگون در باب آن مفهوم می‌باشد، تحت عنوان «توضیح و بحث» آمده است. بعد از شرح توضیحات نظری در مورد مفهوم، نویسنده‌گان به منظور کمک به خواننده، سعی در ارائه نمونه‌های عملی تحت عنوان «مثال‌های عملی» دارند تا چگونگی به کارگیری آن مفهوم در کلاس درس را روشن سازند و در قسمت بعدی، به معرفی منابع کمکی تحت عنوان «مطالعه بیشتر» می‌پردازد که می‌تواند برای مطالعه بیشتر پیرامون آن مفهوم، مورد توجه فرار گیرد.

**کلیدواژه‌ها:** جستجوگری، ساخت و ساز گرایی، تعمیم، حل مسئله، استفاده و به کارگیری ریاضی، یادگیری مفهوم، بقای کمیت، تعمیم‌سازی، تعدد (ترایایی)، الگوریتم، برقراری ارتباط، یادگیری طوطی وار

## جستجوگری (بررسی کردن و تحقیق)<sup>۱</sup>

### تعریف

طرح کنند، رویکردهای خودشان را تعیین کنند، روش‌ها را بیازمایند، دست به اکتشاف بزنند و از طریق یافته‌های خود، بتوانند به تفصیل و روشنی، با دیگران ارتباط برقرار کنند. روابطی که طی یک تحقیق توسط دانش‌آموز کشف می‌شوند، معمولاً راحت‌تر یاد گرفته می‌شوند، زیرا دانش‌آموز نسبت به نتایج حاصل از تحقیق خود،

منظور ما از «بررسی کردن» یا «جستجوگری» (تحقیق) در حوزه آموزش ریاضی و به خصوص در این بخش از کتاب، تکلیف‌هایی است که به دانش‌آموزان داده می‌شود که برای انجام آن‌ها، از ریاضی استفاده می‌شود و هدف اصلی این است که دانش‌آموزان، سوال‌های خود را

کلیدی در بخش استفاده و کاربردی کردن ریاضی در برنامه بازبینی شده مدارس ابتدایی، به رسمیت شناخته شده و در آن گنجانده شد. مطالعات انجام شده، حکایت از همبستگی مثبت بین موفقیت در ریاضی و به کارگیری رویکرد جستجوگری در تدریس ریاضی دارد. بنا به تأکید دفتر آموزش و مهارت‌ها (DfES)، «هنگامی که دانش‌آموزان در فرایندی مشارکت می‌کنند که خود دست به اکتشاف می‌زنند و می‌کوشند که خودشان اقدام به طراحی مسئله و یافتن راه حل برای آن بکنند و بالاخره، یافته‌هایشان را جمع‌بندی کرده و با دیگران به اشتراک می‌گذارند. در این صورت، دانش‌آموزان یک فرایند یادگیری موفق و هیجان‌انگیز را تجربه کرده‌اند».

(9:2006 b, DfES)

با این اوصاف، جهت کمک به معلمان برای طراحی تدریس‌های مبتنی بر رویکرد جستجوگری، پیشنهادهایی ارائه می‌کنیم تا در ایجاد چنین فرستاده‌ای برای دانش‌آموزان، مفید واقع شوند:

- اجازه دهیم که دانش‌آموزان، با تکلیفی که برایشان جذاب، چالش‌برانگیز و محرك است درگیر شوند؛
- اجازه دهیم که دانش‌آموزان، آزادانه سؤال‌های خود را درباره موقعيت‌های ریاضی، طرح کنند؛
- اجازه دهیم دانش‌آموزان، آزادانه رویکردهای خود را طراحی کنند؛
- به دانش‌آموزان توصیه کنیم که از دانش‌ها و مهارت‌های مهم ریاضی که در اختیار دارند، استفاده کنند؛

● این امر خیلی مهم است که دانش‌آموزان، خودشان کشف کنند و مزء یافتن چیزها را توسط خود، تجربه کنند؛

- دانش‌آموزان بتوانند یافته‌های خود را به وضوح و روشنی، با دیگران، در میان بگذارند؛
- لازم است که دانش‌آموزان، نتایج جستجوگری‌های خود را با سایر موضوع‌ها و مفهوم‌های مربوط در ریاضی، مرتبط سازند. بدین ترتیب، توسعه درک مفاهیم و روابط ریاضی در دانش‌آموزان، افزایش می‌یابد.

در جهت اجرای بهتر این موارد، راهنمای دستورالعمل دفتر آموزش و مهارت‌ها (DfES) پیشنهاد می‌کند که در اوایل کار جستجوگری، سؤال‌هایی توسط معلم، در اختیار دانش‌آموزان قرار گیرد. اما بعد از آنکه دانش‌آموزان مهارت‌های بیشتری در طراحی و سازماندهی روش‌ها و راهبردها کسب کردد و برای جستجوگری و تحقیق آماده‌تر شند و اعتماد به نفس بیشتری به دست آورددند، می‌توان سؤال‌های جدید و چالش‌برانگیزی در اختیار آن‌ها قرار داد تا خودشان پس از بحث و بررسی، آن‌هایی را که به نظرشان می‌تواند

احساس مالکیت می‌کند و یافته‌ها و نتایج، از پایداری بیشتری در ذهن‌شان برخوردار است.

## توضیح و بحث

موضوع جستجوگری در ریاضی، پس از انتشار گزارش کاکروفت (۱۹۸۲)، اهمیت خاصی در مدارس بریتانیا پیدا کرد. در بند مشهور ۲۴۳ از این گزارش، به شش رکن اصلی در آموزش ریاضی که لازم است در تمام سطوح تدریس لحاظ گردد، اشاره شده است که بررسی و جستجوگری، یکی از آن‌هاست. این شش رکن اساسی عبارت از توضیح توسط معلم، گفتگو و بحث بین معلم و دانش‌آموزان و دانش‌آموزان با یکدیگر، فعالیت عملی و کلاسی مناسب، تمرین و تکلیف برای تثبیت یادگیری، حل مسئله و در نهایت، انجام کارهایی به روش جستجوگری است. با این حال، با وجود آن که کاکروفت بر دو موضوع حل مسئله و تکلیف‌های تحقیقی تأکید داشت، اما باز هم برای موضوع «تمرین خوب در تدریس ریاضی»<sup>۳</sup> که در دهه‌های ۷۰ و ۸۰ میلادی مطرح شد، کاری بیش از حمایت انجام نداد. به محضر انتشار گزارش کاکروفت در مورد اهمیت تحقیق و جستجوگری در آموزش ریاضی، فعالیت‌های عجلانه و همراه با سراسریگری برای ترویج این رویکرد - چه در بین ناشران مواد آموزشی و چه در بین سیاستگذاران برنامه‌های درسی در هر دو دوره ابتدایی و متوسطه- انجام شد.

اما چارچوب استراتژی سواد عددی<sup>۴</sup> (1999 b, DfEE) در اواخر دهه ۹۰ میلادی، نسبت به کاهش استفاده از روش‌های تدریس مبتنی بر جستجوگری پس از اوج گیری افراطی استقبال از آن در دهه ۸۰ میلادی، هشدار می‌دهد. همچنین، پایین آمدن تب استفاده از رویکرد جستجوگری، تقریباً طبیعی و قابل پیش‌بینی بود، زیرا مدارس ابتدایی انگلستان، بیشتر به حرکت در چارچوب برنامه‌های سالانه تمايل داشتند و حتی خود را موظف کرده بودند که مطابق برنامه‌های درسی که اغلب نتیجه‌گرا<sup>۵</sup> بودند، عمل کنند. علاوه بر این، نتیجه گرفتن در ارزشیابی‌های ملی، بر همه چیز سایه اندخته بود و به همین دلیل، در مدارس جایی یا زمانی برای انجام فعالیت‌های زمان بر جستجوگری، یا از دید معلمان هر چیزی که خارج از اهداف خاص و تمرکز بر دانش و مهارت‌های مورد نظر برنامه باشد، وجود نداشت. با این حال، استراتژی ملی برای مدارس ابتدایی در سال ۲۰۰۶، یک بار دیگر و با صراحت بیشتر، انجام فعالیت‌های جستجوگری را در برنامه درسی ریاضی مدارس ابتدایی مورد تأکید قرار داد. در نتیجه، رویکرد جستجو-محور، به عنوان یکی از پنج جزء

**هنگامی که  
دانش‌آموزان در  
فرایندی مشارکت  
می‌کنند که خود دست  
به اکتشاف می‌زنند و  
می‌کوشند که خودشان  
اقدام به طراحی  
مسئله و یافتن راه  
حل برای آن بکنند و  
بالاخره، یافته‌هایشان  
را جمع‌بندی کرده و  
با دیگران به اشتراک  
می‌گذارند. در این  
صورت، دانش‌آموزان  
یک فرایند یادگیری  
موفق و هیجان‌انگیز را  
تجربه کرده‌اند**

جذاب باشد، برای جستجوگری انتخاب نموده و فعالیت خود را آغاز کنند (DfES 2006 b: 9).

جستجوگری در ریاضیات دوره ابتدایی، به خصوص از این نظر مهم است که تجربه‌های لذت‌بخشی از ریاضی را برای دانش‌آموزان مهیا می‌سازد و در ایشان برای تعامل با ریاضی، ایجاد انگیزه می‌کند و طرز تلقی مشبт را نسبت به ریاضی افزایش می‌دهد. هنگامی که چیزی را خودمان کشف می‌کنیم، آن کشف، تأثیر بیشتری بر یادگیری ما خواهد داشت. زیرا علاوه بر یادگیری دانش موجود در آن بررسی، استفاده از الگوریتم‌ها، قواعد و روش‌های به کار گرفته شده در فرایند جستجوگری نیز، می‌تواند به توسعه درک عمیق ترمان از روابط کلی موجود بر مسائل ریاضی، کمک کند. به گفته یاورسکی<sup>۵</sup> (۲۰۰۳)، «روش پرسش‌گری و جستجوگری در تدریس ریاضی، با اصول ساخت‌وساز‌گرایی در یادگیری مطابقت دارد، زیرا سرشار از چالش‌های برانگیزاندۀ تفکر ریاضی و فرستاده‌ای برای بازخوردهای اساسی در درک و فهم ریاضی است». برای آنکه معلم از پیشرفت کار این نوع فعالیتها توسط دانش‌آموزان خود آگاه و مطمئن شود، حتماً لازم است که پس از پایان هر فعالیت، زمانی را بررسی و ارزیابی آن کار اختصاص دهد و به دانش‌آموزان کمک کند تا بر آن چه که یافته‌اند، تأمل کنند و با بازتاب بر آن‌ها، راجع به نتایج جستجوهای خود، سؤال کنند.

### مثال‌های عملی

در این بخش، پنج نقطه شروع برای انجام یک کار جستجوگری پیشنهاد شده است. آن چه که در همه این مثال‌ها مورد نظر بوده، آن است که دانش‌آموزان فرستی داشته باشند تا خود، سؤال‌هایی را صورت‌بندی نموده، رویکرد مناسبی تعیین کرده و خودشان به کشف و حل آن پردازنند.

۱. چه چیزهایی را می‌توانید در کلاس پیدا کنید که از یک مداد سنگین‌تر و از یک قیچی سبک‌تر باشد؟ آیا می‌توانید سؤال‌های مشابه دیگری طرح کنید (برای اشیاء یا مکان‌های متفاوت).

۲. فرض کنید جعبه‌ای در اختیار دارید که در آن، میله‌هایی به طول‌های ۴، ۶، ۸، ۱۰ و ۱۲ سانتی‌متر باشد. چشم‌هایتان را بیندید و ۳ تا از میله‌ها را انتخاب کنید. از آن ۳ میله به عنوان ۳ ضلع یک مثلث استفاده کنید. آیا شما می‌توانید ...؟

۳. بچه‌ها! امروز موضوع جالبی را مطرح می‌کنم و می‌خواهم که آن را بررسی کنید. روز تولد مگ و پدرش یکی است. یک اتفاق جالب‌تر اینکه رقم‌های سن مگ، همان رقم‌های سن پدرش است، با این تفاوت

۵	۴	۳	۲
۱	۵	۴	۳
۲	۱	۵	۴
۳	۲	۱	۵
۴	۳	۲	۱
۵	۴	۳	۲
۱			

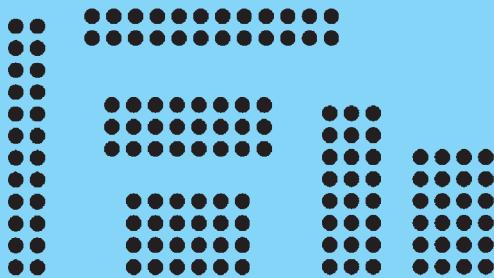
شکل ۱: در این جدول، چه الگوهای را مشاهده می‌کنید؟

### مطالعه بیشتر

بورتون<sup>۶</sup> (۱۹۸۴)، چند راهنمایی مفید برای به کارگیری رویکرد حل مسئله همراه با بررسی و جستجوگری (تحقیق) ارائه می‌کند و علاوه بر آن، نمونه‌هایی عملی همراه با تحلیل نیز عرضه کرده است که برای ایجاد انگیزه و درگیر کردن دانش‌آموزان با مفاهیم ریاضی، بسیار مفیدند. هم‌چنین، مجموعه‌ای از ایده‌های

و راهبردها در انجام مسائل ریاضی شویم. مثلاً اگر دانش آموزی به خوبی اصل جابه جایی ضرب را یاد گرفته باشد، می تواند هنگام روبه رو شدن با یک پرسش شفاهی مانند «بیست تا سه تا، چند تا می شه؟»، سریعاً آن را به «سه تا بیست تا چند تا می شه؟» تعبیر کرده و به جواب ۶۰ برسد. یا بهطور مشابه، وقتی از دانش آموزی پرسیده شود که «برای خرید ۲۵ کالای یکسان که قیمت هر کدام ۱۶ پوند است، چقدر پول لازم است؟» او به جای محاسبه «۲۵ تا ۱۶ تا» که کمی دشوار به نظر می رسد، محاسبه «۱۶ تا ۲۵ تا» را انجام دهد.

یکی از روش های مفید در آموزش اصول ریاضی، آن است که معلمان سعی کنند موقعیت هایی تجربی و ملموس را برای درک بهتر دانش آموز از اصول در کلاس درس خود، ایجاد کنند تا دانش آموزانشان از نزدیک، آن اصول را خود تجربه کنند. این کار باعث می شود تا دانش آموزان، راحت تر یک اصل را به عنوان یک واقعیت ثابت و عمومی در ریاضی بپذیرند و با یادگیری بلندمدت آن، از مزایایی که در آینده می تواند برای آنها به همراه داشته باشد، بهره مند شوند. یکی از روش های تجربی برای از نزدیک حس کردن اصل جابه جایی ضرب، این است که معلم با در اختیار قرار دادن ۲۴ مهره، از دانش آموزان بخواهد که مهره ها را در حالت های مختلف در یک آرایه مستطیلی شکل، کنار یکدیگر بچینند. شکل ۲، روش های مختلف آرایش مستطیلی ۲۴ مهره را نشان می دهد.



شکل ۲: روش های مختلفی که می توان به ۲۴ مهره، آرایش مستطیلی داد.

کارهای عملی از این نوع، به دانش آموزان کمک می کنند تا متوجه این نکته شوند که اگر بتوانیم مهره ها را در ۳ سطر و ۸ ستون بچینیم، پس همان طور می توانیم آنها را در ۸ سطر و ۳ ستون نیز بچینیم، یعنی عدد ۲۴ هم به ۳ تا ۸ تا و هم به ۸ تا ۳ تا ربط پیدا می کند. در بسیاری از موضوعات ریاضی، فهم دقیق و صحیح از اصول مربوط به آن موضوع، اساس و پیش نیاز فهم و درک آن موضوع است. یعنی تا معلمان از یادگیری

مفید در رابطه با یادگیری به کمک تحقیق، توسط تیپر<sup>۷</sup> (۱۹۹۳) گردآوری شده است. تاکر<sup>۸</sup> (۲۰۰۵) نیز به اصول و چارچوبی که باید در انجام یک کار جستجو-محور، مورد توجه قرار داد اشاره می کند. این مجموعه، یکی از منابع مهم در زمینه جستجوگری و راهنمای مفیدی برای «استفاده و به کار گیری ریاضی»<sup>۹</sup> است که بخشی کلیدی از استراتژی ملی برای مدارس ابتدایی در انگلستان (DfES 2006 b) محسوب می شود.

## یادگیری اصل ها<sup>۱۰</sup>

### تعریف

«اصل ها» (قوانين)، حقایقی مشخص، عمومی و پایه ای در ریاضی هستند که به دلیل پیش نیاز و پایه ای بودن شان در فهم و درک یادگیرنده، به اخاطر سپاری و یادگیری آنها از جانب دانش آموزان بسیار اهمیت دارد. هم چنین، به این دلیل که برنامه درسی ریاضی دوره ابتدایی سرشار از اصل های مهم در ریاضی است، آموزش آنها نیز باید مورد توجه قرار گیرد.

### توضیح و بحث

در سلسله مراتب یادگیری گانیه (۱۹۷۰)، یادگیری اصول در سطحی بالاتر از یادگیری مفهوم طبقه بندی شده است و این شاید به این دلیل است که اصول، به وجود برخی روابط بین چند مفهوم که قبلاً باید فراگرفته شده باشند، اشاره دارد و در نتیجه، یادگیری مفاهیم به کار رفته در یک اصل، می باشد مقدمه ای برای یادگیری آن اصل باشند.

برای روش نشدن مطلب بالا، بر یکی از اصول مهم در ریاضیات ابتدایی تأکید کرده و آن را تشریح می کنیم. این اصل، خاصیت «جابه جایی عمل ضرب» نام دارد. پیش نیاز فهمیدن این اصل، مفاهیمی چون «ضرب»، «بزرگ تری» و «تساوی» و مرتبط شدن شان از طریق این اصل است. اصل جابه جایی ضرب، در واقع تعیین و تحریدی از این حقیقت است که اگر یک عدد را از هر طرف در عددی دیگر ضرب کنیم، حاصل یکسان خواهد بود. برای مثال، حاصل ضرب  $7 \times 5$  با  $5 \times 7$  مساوی است؛ اما در تبیین یک اصل نمی توان تنها به مثال ها اکتفا کرد و باید آن را به صورت یک عبارت با زبان رسمی و مجرد، بیان نمود. دلیل این کار نیز، عمومی بودن یک اصل است، در حالی که مثال ها فقط به موارد خاص اشاره می کنند. برای نمونه، همین اصل جابه جایی ضرب را می توان به صورت «برای هر دو عدد  $p$  و  $q$ ،  $p \times q = q \times p$ »، بیان کرد.

زمانی اهمیت یادگیری اصول بیشتر می شود که متوجه قدرت آنها در کوتاه تر و ساده تر کردن روش ها

## مثال‌های عملی

اصل جابه‌جایی ضرب یکی از اصول کلیدی ریاضیات دوره ابتدایی است که در مورد آن، قبلًاً بحث شد. یکی دیگر از اصول مشابه به این اصل، اصل جابه‌جایی جمع است که صورت رسمی و نمادین آن، به شکل زیر است:

(برای هر دو عدد  $a$  و  $b$ )

$$a+b=b+a$$

شاید وجود اصل جابه‌جایی در مورد ضرب و جمع، دانش‌آموزان را دچار این تصور نادرست کند که برای اعمال تفريق و تقسيم نیز، چنین قوانینی برقرار است. رفع سوءِ تفاهمنام در اين زمينه، مستلزم هوشياري معلمان است.

برای عمل جمع و ضرب، يك اصل مهم دیگر نيز موسوم به اصل «شركه پذيری» وجود دارد که به صورت زير ارائه می‌شود؛

(برای هر سه عدد  $a$ ,  $b$  و  $c$ )

$$a+(b+c)=(a+b)+c$$

البته بيان اين اصول برای دانش‌آموزان کم سه و سال تر با همین قالب نمادين و رسمي، نه تنها توصيه نمی‌شود بلکه لازم است معلمان عجله‌ای برای مطرح کردن اصول و با استفاده از نمادها نداشته باشند. در عوض، معلمان می‌توانند با طراحي مثال‌ها و فعالیت‌های مناسب و ساده، دانش‌آموزان را به طور ضمنی، از وجود چنین اصول مهمی در رياضي، آگاه سازند.

هم‌چنان، اصل‌های بسیار پایه‌ای دیگری نیز وجود دارند که می‌توانند مبنای کار در بيشتر محاسبات قرار گيرند که برای نمونه، می‌توان به اصل «توزيع پذيری» یا «پخش‌پذيری» اشاره کرد (البته اينجا فقط از سمت راست) معرفی می‌شوند:

(برای هر سه عدد  $a$ ,  $b$  و  $c$ )

$$(a+b)\times c=(a\times c)+(b\times c)$$

$$(a-b)\times c=(a\times c)-(b\times c)$$

$$(a+b)\div c=(a\div c)+(b\div c)$$

$$(a-b)\div c=(a\div c)-(b\div c)$$

مجددًا متذکر می‌شویم که ارائه اين اصول در پایه‌های پايان‌تر در مدارس ابتدائي به همین شكل نمادين و انتزاعي، نه لازم و نه مناسب است؛ اما با اين حال، اشاره به وجود چنین قوانيني و به کارگيري آنها در محاسبات، می‌تواند راه‌گشاي انجام بسياري از محاسبات رياضي باشد که در آنها، استفاده از الگوريتم‌های رسمی زمان بر است. مثلاً عمليات  $369 \div 3$  را در نظر بگيريد. می‌توانيم به دانش‌آموزان خود ياد دهيم که به جاي استفاده از روش مستقيمه تقسيم، از اصل توزيع‌پذيری استفاده کنند. يك بار عدد ۶۰ را بر عدد

اصول توسط دانش‌آموزان به خوبی اطمینان حاصل نکنند، يا به اندازه کافی برای تثبت آن يادگيري زمان صرف نکرده باشند، بهتر است از ارائه حجم زیادي از تکلیف‌ها و کارهای مبتنی بر آن اصول، خودداری کنند. برخی از محققان بر اولويت يادگيري اصول بر يادگيري مهارت‌ها تأكيد دارند. از جمله اين محققان، گلمان و گاليستل<sup>۱۱</sup> (۱۹۷۸) هستند که اصطلاح «اصول قبل از مهارت‌ها»<sup>۱۲</sup> را در موضع آموزش شمارش به دانش‌آموزان کم آن‌ها در سال‌تر از خود، حساسيت بيشتری نشان داده و تأكيد کرده‌اند که تا قبل از آنکه دانش‌آموزان ياد بگيرند چگونه اعداد را بشمارند، لازم است اصل‌ها و واقعیت‌های را در مورد اعداد ياد بگيرند. گلمان و گاليستل (۱۹۷۸) اين اصل‌ها را اين‌گونه بيان می‌کنند:

- اصل يكى برای يكى<sup>۱۳</sup>: يعني هنگام شمارش اشيای يك مجموعه<sup>۱۴</sup>، هر شئ، تنها يك بار شمرده می‌شود و هر چند تا شئ هم که در اين مجموعه باشد، باز هم فقط يك بار از آن نام برد می‌شود (به هر شئ، نام يك عدد اختصاص داده می‌شود)؛

- اصل ثبات ترتيب<sup>۱۵</sup>: يعني هنگام شمارش اشياء، هميشه از يك فرایند و دنباله ثابت استفاده می‌کنیم (مثلاً هميشه بعد از ۱، ۲، ۳ است و بعد از ۲، ۳، ۴...)؛

- اصل کاردينال<sup>۱۶</sup>: يعني هنگام شمارش تعداد اشياء درون يك مجموعه، با شروع از اولین شئ، وقتي که به آخرین شئ می‌رسیم، عدد نام برد شده، همان تعداد اشيای موجود در مجموعه است؛

- اصل انتزاع<sup>۱۷</sup>: يعني تعداد اشياء يك مجموعه و روش شمارش آن‌ها، مستقل از جنس و كيفيت آن اشياست (تعداد اشياء به ماهیت اشياء، بطي ندارد)؛

- اصل ترتيب بي اثر<sup>۱۸</sup>: يعني ترتيب قرار گرفتن اشياء در يك مجموعه، تأثيری بر تعداد اشياء آن مجموعه ندارد (به اين اصل، بقای تعداد نيز گفته می‌شود).

- پياز، دو اصل دیگر يعني «اصل بقا» و «اصل انتقال» را، جزو اصول مهم و اساسی در درک و فهم کودکان از تعداد، مقدار و اندازه می‌داند. او معتقد است که کودکان باید بدانند که مقادیر (تعداد، عدد) نسبت به ترتیب، ثابت مانده و اندازه‌ها (طول، سطح، حجم و ...) نیز نسبت به انتقال، بقای خود را حفظ می‌کنند. این خیلی مهم است که معلمان مدارس ابتدائي از اين اصول، آگاه باشند، زيرا شالوده بسياري از فرایندهای اشتکان، بقای و خواهند شد و كسب مهارت در محاسبات آنها مواجه خواهند شد و كسب مهارت در محاسبات و توانايي حل مسئله که از اهداف سطوح بالاي رياضي هستند، همگي مشروط به فراهم شدن بستری مناسب از اصول است.

ساده‌تر باد گرفته شده و ارزیابی می‌شوند و تدریس مهارت‌ها نسبت به دیگر موضوعات، آسان‌تر است. در معرفی بالا از مهارت، از یک دسته‌بندی کلی در مورد مهارت‌هایی که در دوره ابتدایی یادگیری آن‌ها مورد انتظار است، سخن به میان آمد. اما به طور جزئی‌تر، به برخی از مهارت‌هایی که باید در ریاضی دوره ابتدایی از جانب دانش‌آموز کسب شوند، اشاره کنیم:

۱. شمارش اعداد از ۰ تا ۱۰۰ رو به جلو و بر عکس از ۱۰۰ تا ۰، یا اصلاً شمارش با شروع از هر عدد دیگری تا عدد ۱۰۰.

۲. جمع یک عدد یک رقمی با یک عدد دورقمی و تفریق یک عدد یک رقمی از یک عدد دورقمی به روش شمارش ذهنی، و کم یا زیاد کردن عدد یک رقمی از عدد دورقمی.

۳. تفربیق اعداد سه رقمی از یکدیگر به کمک تفریق به روش تجزیه.

۴. استفاده از یک خطکش ۳۰ سانتی‌متری برای رسم خطوط با طول ۱ سانتی‌متر تا ۳۰ سانتی‌متر.

۵. خواندن صحیح ساعت‌های عقربه‌ای.

معمولًاً حرفه‌ای شدن در انجام مهارت‌ها (ماهر شدن در مهارت‌ها) به چند عامل مهم از جمله میزان بالای «تخصص»، «دققت»، «کارآمدی»<sup>۲۴</sup> و «سرعت»<sup>۲۵</sup>، بستگی دارد. ممکن است برای ایجاد مهارت‌های مختلف، تأثیر و نسبت این عوامل متفاوت باشد. مثلاً در مورد مهارت شماره ۳، لازم است دانش‌آموز برای آنکه نشان دهد به خوبی می‌تواند این مهارت را کسب کند، اولاً از تخصص و خبره‌گی لازم برخوردار باشد و ثانياً با دقت این کار را انجام دهد و دارای کمترین میزان خطای باشد. هم‌چنین یک دانش‌آموز، باید در انجام این مهارت، دارای بازدهی و بهره‌وری بالا باشد و در کمترین زمان ممکن، از عهده آن برآید. در مورد مهارت شماره ۴، «دققت»، عاملی مهم در این مهارت محسوب می‌شود و «سرعتِ عمل داشتن» چندان مورد توجه نیست. در حالی که در مورد مهارت شماره ۵، «سرعت» حرف اول را می‌زند و لازم است که دانش‌آموز فوراً، جواب صحیح را بگوید. در هر صورت، چیزی که در مورد همه این مهارت‌ها مشترک است و از دانش‌آموز انتظار می‌رود، این است که بدون کمترین تأمل، آشنازی و فکر کردن، از مهارت‌هایشان به گونه‌ای استفاده کنند که انگار به طور ناخودآگاه، از قبل با آن‌ها آشنازی کامل داشته‌اند و بدون آنکه در انجام آن‌ها به مشکلی برخورند یا اصطلاحاً گیر کنند، از عهده انجام آن برمی‌آیند. برای اینکه منظور خود را واضح‌تر بیان کنیم، فرض کنید یک یادگیرنده، در گیر حل مسئله است. او باید بدون آنکه تحت تأثیر واژه‌ها و اعداد به کار رفته در آن مسئله شود، بتواند با آرمش خاطر و بدون

۳ و یک بار نیز عدد ۹ را بر عدد ۳ تقسیم کنند و در نهایت، حاصل این تقسیم‌ها را با هم جمع کنند تا به جواب ۲۳ برسند. در واقع، ما به آن‌ها باید می‌دهیم که به جای انجام مستقیم  $\frac{۶۹}{۳}$ ، معادل آن یعنی  $(۹ \div ۳) + (۶۰ \div ۳)$  را انجام دهند.

## مطالعه بیشتر

بریانت (در ناس و بریانت، ۱۹۹۷؛ صص. ۵۴-۶۹)، تحلیل جامعی از فهم و درک کودکان از اصول مربوط به اعداد و یادگیری آن اصول ارائه می‌کنند. بهویژه اینکه آن‌ها مقایسه جالبی بین اصولی که گلمان و گالیستل (۱۹۷۸) به آن‌ها اشاره کرده‌اند و اصولی که پیازه مطرح می‌کند، انجام داده و این اصول را در قیاس با یکدیگر، مورد تحلیل قرار داده‌اند. برای توضیح بیشتر و دست‌یابی به مثال‌های تکمیلی، بهویژه در رابطه با اصول جایه‌جایی، شرکت‌پذیری و توزیع‌پذیری، می‌توانید به هایلار (۲۰۱؛ صص. ۴۵-۵۶) مراجعه کنید. هم‌چنین، برای مقایسه یادگیری اصول با یادگیری مفهوم‌ها و درک تفاوت‌های بین این دو، می‌توانید به فصلی از کتاب شاموی<sup>۱۹</sup> (۱۹۸۰) که توسط سودر<sup>۲۰</sup> نگاشته شده است، مراجعه کنید.

**نتیجه گرفتن در ارزشیابی‌های ملی، بر همه چیز سایه انداخته بود و به همین دلیل، در مدارس جایی یا زمانی برای انجام فعالیت‌های زمان‌بر جست‌وجوگردی، یا از دید معلمان هر چیزی که خارج از اهداف خاص و تمرکز بر دانش و مهارت‌های مورد نظر برنامه باشد، وجود نداشت**

## یادگیری مهارت<sup>۲۱</sup>

تعريف

«مهارت» را می‌توان چیزی دانست که یک یادگیرنده، با آن، می‌تواند چیزی را که یاد گرفته، انجام دهد و این فعل انجام دادن را برافتاری که دارای سطحی قابل قبول از شایستگی است، همراه سازد. بهویژه که یادگیرنده باید قادر باشد انجام آن فعل را با دقت، کارایی بالا، به طور مکرر و هر وقت که لازم باشد، انجام دهد. رفتارهایی که در دوره ابتدایی می‌توان آن‌ها را در قالب مهارت‌هایی گنجاند که باید یاد گرفته شوند، به طور عمده عبارتند از مهارت‌های محاسبه مکتبه (قلم و کاغذ) و ذهنی، مهارت‌هایی که کارگیری ریاضی در موقعیت‌های واقعی و مهارت‌هایی کار با ابزار، وسایل یا دستگاه‌هایی که برای انجام محاسبات ریاضی، ساخته شده‌اند مانند ابزارهای رسم و ماشین حساب‌ها، یا دیگر ابزارهایی که در آن‌ها، تا حدودی از ریاضی استفاده شده است.

## توضیح و بحث

در رده‌بندی مراحل یادگیری گانیه (۱۹۷۰)، «یادگیری مهارت»، به عنوان یکی از یادگیری‌های سطح پایین رده‌بندی شده است و بیان شده که «یادگیری مهارت» در مقایسه با مراحل بالای یادگیری، مانند «فهمیدن»، «حل مسئله» و «تفکر خلاق»، نسبتاً

پریشانی و هراس، از همه مهارت‌های قبلی خود که به خوبی کسب کرده و در به کارگیری آن‌ها ماهر شده است، برای انجام آن مسئله استفاده کند.

برای رسیدن به این سطح از حرفا‌های شدن در مهارت‌ها، لازم است دانش‌آموزان دائم‌اً در حال تکرار و تمرین باشند، دقیقاً همان چیزی که ما آن را «مشق<sup>۲۶</sup>» می‌نامیم. خیلی از خصوصیات حرفا‌های شدن در مهارت‌ها از جمله تخصص و بازدهی، صرفاً از راه تمرین و تکرار آن‌ها در پاسخ به پرسش‌ها و سوال‌های مختلف حاصل خواهد شد. با این حال، لازم است که هنگام تمرین و تکرار، متوجه یک خطر بالقوه در یادگیری و استفاده از مهارت‌ها باشیم و آن خطر این است که مراقب باشیم که زمان زیادی از تدریس و فعالیت‌های دانش‌آموزان، صرف تمرین و تکرار مهارت‌ها نشود و این شبهه را در ذهن دانش‌آموزان القا نکند که ماهیت ریاضی، همین تکرار کردن کارها برای کسب مهارت‌های لازم است. تأکید بیش از حد بر مهارت‌آموزی به شیوه تمرین و تکرار، ما را از رسالت اصلی ریاضی یعنی درگیر کردن ذهن دانش‌آموزان با واقعیت‌های زیبای نهفته در ریاضی و توانایی استدلال و تفکر ریاضی داشتن، غافل می‌کند. مشکل اساسی دیگر در راه حرفا‌های شدن در مهارت‌های ریاضی، رو به فراموشی گذاشتن و تنزل یافتن آن‌ها در صورت عدم استفاده از آن‌هاست. یک مهارت یاد گرفته شده، لازم است که تقویت، تثبیت و تازه‌تر شود. شاید در نگاه اول تصور شود که این کار با تمرین و مشق نوشتن، امکان‌پذیر است و این باعث زنده ماندن یک مهارت کسب شده می‌شود. اما راه مؤثر تر تقویت و پویا نگاه داشتن مهارت‌ها، آن است که در فرایندهای مبتنی بر حل مسئله و تحقیق و جستجوگری و بهصورت ابزارهای لازم و پیش‌نیاز، آن‌ها را به کار گیریم. همچنین، می‌توان از مهارت‌های موجود هنگام یادگیری مهارت‌های جدید، دوباره استفاده کرد. برای مثال، مهارت شماره ۱ پیش‌نیاز مهارت شماره ۲ است و وقتی کسی با مهارت شماره ۲ درگیر است، بهطور ناخودآگاه از مهارت شماره ۱ نیز باارها و باارها کمک می‌گیرد یا به بیانی بهتر، مهارت شماره ۲ بر روی مهارت شماره ۱ بنا شده است. یعنی نکته مهم این است که لازم است دنباله مهارت‌هایی که باید در دوره ابتدایی آموخته شوند، با دقت و حساسیت بالا انتخاب شوند تا مهارت‌هایی که مقدمه و پیش‌نیاز مهارت‌های بعدی هستند، زودتر یادگرفته شوند و این، از اصول مهم تدریس ریاضی است.

## مهارت شماره ۱

در مهارت شمارش رو به جلو یا رو به عقب اعداد از  $۰$  تا  $۱۰۰$ ، معلم می‌تواند با مثال‌های ساده‌تر، فرسته‌هایی را برای تکرار، از بر کردن و شمارش، برای دانش‌آموزان به وجود آورد. پس از مدتی با تقویت و تکرار این کار، دانش‌آموزان مهارت لازم را در این زمینه کسب می‌کنند. مثلاً از آن‌ها بخواهید که با سرعت عمل بیشتر اما با صدای واضح، این کار را انجام دهند (برای نمونه،  $۵۷$ ،  $۵۶$ ،  $۵۵$ ،  $۵۴$ ،  $۵۳$ ،  $۵۲$ ،  $۵۱$ ،  $۵۰$ ،  $۴۹$ ،  $۴۸$ ،  $۴۷$ ،  $۴۶$ ،  $۴۵$ ،  $۴۴$ ،  $۴۳$ ،  $۴۲$ ،  $۴۱$ ،  $۴۰$ ،  $۳۹$ ،  $۳۸$ ،  $۳۷$ ،  $۳۶$ ،  $۳۵$ ،  $۳۴$ ،  $۳۳$ ،  $۳۲$ ،  $۳۱$ ،  $۳۰$ ،  $۲۹$ ،  $۲۸$ ،  $۲۷$ ،  $۲۶$ ،  $۲۵$ ،  $۲۴$ ،  $۲۳$ ،  $۲۲$ ،  $۲۱$ ،  $۲۰$ ،  $۱۹$ ،  $۱۸$ ،  $۱۷$ ،  $۱۶$ ،  $۱۵$ ،  $۱۴$ ،  $۱۳$ ،  $۱۲$ ،  $۱۱$ ،  $۱۰$ ،  $۹$ ،  $۸$ ،  $۷$ ،  $۶$ ،  $۵$ ،  $۴$ ،  $۳$ ،  $۲$ ،  $۱$ ،  $۰$ ).

## مثال‌های عملی

در ادامه، روش و رویکردی عملی و مناسب را برای تدریس مهارت‌های شماره  $۱$  و  $۳$  پیشنهاد می‌کنیم.

## مهارت شماره ۱

در مهارت شمارش رو به جلو یا رو به عقب اعداد از  $۰$  تا  $۱۰۰$ ، معلم می‌تواند با مثال‌های ساده‌تر، فرسته‌هایی را برای تکرار، از بر کردن و شمارش، برای دانش‌آموزان به وجود آورد. پس از مدتی با تقویت و تکرار این کار، دانش‌آموزان مهارت لازم را در این زمینه کسب می‌کنند. مثلاً از آن‌ها بخواهید که با سرعت عمل بیشتر اما با صدای واضح، این کار را انجام دهند (برای نمونه،  $۵۷$ ،  $۵۶$ ،  $۵۵$ ،  $۵۴$ ،  $۵۳$ ،  $۵۲$ ،  $۵۱$ ،  $۵۰$ ،  $۴۹$ ،  $۴۸$ ،  $۴۷$ ،  $۴۶$ ،  $۴۵$ ،  $۴۴$ ،  $۴۳$ ،  $۴۲$ ،  $۴۱$ ،  $۴۰$ ،  $۳۹$ ،  $۳۸$ ،  $۳۷$ ،  $۳۶$ ،  $۳۵$ ،  $۳۴$ ،  $۳۳$ ،  $۳۲$ ،  $۳۱$ ،  $۳۰$ ،  $۲۹$ ،  $۲۸$ ،  $۲۷$ ،  $۲۶$ ،  $۲۵$ ،  $۲۴$ ،  $۲۳$ ،  $۲۲$ ،  $۲۱$ ،  $۲۰$ ،  $۱۹$ ،  $۱۸$ ،  $۱۷$ ،  $۱۶$ ،  $۱۵$ ،  $۱۴$ ،  $۱۳$ ،  $۱۲$ ،  $۱۱$ ،  $۱۰$ ،  $۹$ ،  $۸$ ،  $۷$ ،  $۶$ ،  $۵$ ،  $۴$ ،  $۳$ ،  $۲$ ،  $۱$ ،  $۰$ ).

دانش مفهومی و دانش فرآیندی از ریتل - جانسون و سیگلر که قبلاً نیز به قسمت‌هایی از آن‌ها، اشاره شد.

#### پی‌نوشت‌ها

1. Investigation (enquiry)
2. Good practice in mathematics teaching
3. Numeracy Strategy Framework
4. Outcome based
5. Jaworski
6. Burton
7. Thyer
8. Tucker
9. Using and Applying Mathematics
10. Principle Learning
11. Gelman and Galistel
12. Principles before Skills
13. One to One Principle
- این اصل، با آن‌چه که دانش آموزان به عنوان «یک‌به‌یک» یا «تناظر یک‌به‌یک» می‌شناسند، متفاوت است و مشخصاً به شمارش تعداد اشیاء اشاره دارد.
14. Set
- در این جا منظور از «مجموعه»، یک گردایه با تعدادی مشخص از اشیاء است که با مفهوم سطح بالاتر از «مجموعه» که در پایه‌های بالاتر استفاده خواهد شد، متفاوت است. این‌ها مقدمه‌ای برای آماده کردن دانش آموزان برای درک مجموعه است.
15. Stable Order Principle
16. Cardinal Principle
17. Abstraction Principle
18. Order Irrelevance Principle
19. Shumway
20. Sowder
21. Skill learning
22. Proficiency
23. Accuracy
24. Efficiency
25. Speed
26. Drill
27. Suydam and Dessart
28. Rittle-Johnson and Sigler
29. Skemp
30. Instrumental Understanding
31. Relational Understanding
32. Donlan
33. Numerical Competence in Infants
34. Wyenn

۵۸، ۵۹، ۶۰، ... و برعکس ۵۶، ۵۷، ۵۸، ۵۹، ...). در حین این تمرین و تکرارها، معلم باید به فهم رابطه‌ای نیز توجه کافی داشته باشد، مثلًاً از ابزارها یا فیلم‌هایی که شمارش معکوس پرتاب یک موشک ماهواره‌بر را نشان می‌دهند، یا از کرونومتر و ابزارهای رسم‌کردنی دیگر مانند محور اعداد، کمک بگیرد. افزون بر این‌ها، معلم می‌تواند بین شمارش شفاهی اعداد و مربع‌های صدایی ارتباط برقرار کند تا دانش آموزان به صورت تصویری نیز، شاهد چگونگی فرایند مهارتی که کسب کرده‌اند، باشند.

### مهارت شماره ۳

برای تدریس این مهارت، معلم می‌تواند از مثال‌های ساده‌تر شروع کند و به صورت یک دنباله از مثال‌های هدفدار به مثال‌های دشوارتر برسد. مثلًاً از ۵۳-۳۷ و ۴۰۳-۲۳۷ و ۴۵۳-۲۳۷ برسد و با تمرین و تکرار، به تقویت مهارت آموزی در این فرایند کمک کند. اما باز هم معلم، باید به فهم رابطه‌ای متناسب با این مهارت نیز توجه داشته باشد و تلاش کند در کنار یادگیری این مهارت، فهم رابطه‌ای مربوط به آن هم در ذهن دانش آموزان ایجاد شود. او می‌تواند این کار را به کمک دستوری با سکه‌ها (۱ پنی، ۱۰ پنی و ۱ پوندی) یا به کمک بلوک‌های ارزش مکانی (برای نمایش یکان، دهگان و صدگان) در رابطه با جمع و تغريق‌هایی که پیش روی دانش آموزان است، انجام دهد (برای دیدن چنین مثال‌هایی به هایلک، ۲۰۰۶؛ ص. ۴۵۳-۲۶۰ مراجعه کنید). مثلًاً برای کم کردن ۲۳۷ از ۴۵۳ به کمک بلوک‌ها، ۴ بلوک صدایی و ۵ بلوک دهایی و ۳ بلوک واحد را انتخاب کرده و همین کار را برای ۲۳۷ نیز انجام می‌دهیم. بعد برای آموزش اینکه چطور یکان ۷ را از یکان ۳ در این دو عدد کم کنیم، توضیح می‌دهیم که می‌توانیم یکی از ۵ دسته بلوک دهایی را باز کنیم و آن را عدد ۱۰ در نظر بگیریم.

### مطالعه بیشتر

پیشنهاد می‌کنیم که کتاب اسکمپ (۱۹۷۷) در مورد فهم ابزاری و فهم رابطه‌ای و چگونگی ارتباطشان را با مهارت‌ها و یادگیری آن‌ها در ریاضی دوره ابتدایی، مطالعه کنید. در فصل‌های ۵، ۶، ۷ و ۹ از هایلک (۲۰۰۶) نیز به خوبی نشان داده شده است که چگونه مهارت در محاسبات کتیی قلم و کاغذی و ذهنی، می‌تواند مبتنی بر درک و فهم باشد و چگونه می‌توان این مهارت‌ها را در ارتباط با زبان، تصویرها و مواد ملموس، کسب نمود. منبع دانلن<sup>۳۳</sup> (۱۹۹۸) نیز شامل چند فصل مفید در این زمینه است، از جمله فصل «شایستگی عددی در نوزادان<sup>۳۴</sup>» از واین<sup>۳۴</sup> و بخشی نیز در مورد



قاسم حسین قبری  
دبير رياضي سمنان

# درس از اتفاقات

## اشاره

به دلیل اهمیت نقش معلم، برنامه‌های آموزش معلمان از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. مجله رشد آموزش ریاضی در نظر دارد که این مهم را به عنوان یکی از وظایف اصلی خویش بداند. به همین منظور، ستونی در مجله با عنوان روایت‌های معلمان ریاضی باز شده است تا از طریق آن، بتوانیم رابطه نزدیک تری با معلمان ریاضی برقرار کنیم. این روایت‌ها برای محققان و معلمان محقق فرصت ارزش‌داده‌ای به وجود می‌آورد تا به تبیین نظریه‌های آموزشی و تدریس که از دل کلاس درس و عمل معلم می‌جوشند، پیردازند. آن‌گاه نظریه‌ها به عمل درمی‌آیند و مجددًا عمل به نظریه کشانده می‌شود و این فرآیند هم‌چنان ادامه پیدا می‌کند.

از همکاران گرامی انتظار می‌رود که روایت‌های خود را برای ما بفرستند. علم زمانی ارزشمند است که در اختیار عموم قرار گیرد، زیرا که زکات علم نشر آن است. معلمان عزیز باید به اهمیت تجربه‌های خود واقف شوند

و با پویایی به غنی تر کردن آن‌ها پیردازند. در ضمن، گاهی هم به جای شنیدن روایت از زبان معلم، می‌توان کلاس وی را مورد مشاهده قرار داده و پس از تأیید همان معلم، روایت را از زبان مشاهده‌گر شنید.

رشد آموزش ریاضی

«آقا دفتر چند برگ بگیریم؟» این اولین سؤالی بود که در اولین جلسه کلاس ریاضی دانش‌آموزان اول دبیرستان که تازه از مدرسه راهنمایی آمده بودند؛ از معلم می‌پرسیدند. سؤال دوم هم معمولاً این بود که:

«آقا اتحاد خیلی سخته؟ می‌گن هیچ کس از شهیچی نمی‌فهمه!؟»

به عبارتی می‌توان گفت که درس اتحاد و تجزیه، یکی از پیچه‌های خطرناک ریاضی سال اول دبیرستان است که البته بیشتر جنبه روانی دارد و این به دلایل مختلفی است که به خود ریاضی ارتباط زیادی ندارد. از جمله اینکه این درس در نیمه دوم آذرماه تدریس می‌شود که هوا سرد است سرما خوردگی و آنفولانزا شیوع پیدا می‌کند، دانش‌آموزان و معلمها خسته شده‌اند و دانش‌آموزان در فکر امتحان و نمره هستند! لذا این درس خیلی باصبر و حوصله کار نمی‌شود و چنین نتایجی هم به دست می‌آید. با نظام

بعد از انجام این فعالیت، دانشآموزان معمولاً  
الگو را پیدا می‌کنند و با کمک معلم، به رابطه زیر  
می‌رسند:

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

در این مرحله، از دانشآموزان می‌خواهیم که با  
الگوی به دست آمده، ضربهای زیر را انجام دهند.

$$(x-10)(x+10)$$

$$(3x-7)(3x+7)$$

$$(3x^2+5)(3x^2-5)$$

$$(\frac{2x}{3}-7)(\frac{2x}{3}+7)$$

$$(3a-b^2)(3a+b^2)$$

در ضمن، برای بعضی دانشآموزان متوسط و  
ضعیف، رابطه را به صورت زیر نیز بیان نموده:

$$(a-b)(a+b) = (a^2 - b^2)$$

در ادامه، اتحاد جمله مشترک را شروع کرده و  
از دانشآموزان می‌خواهیم فعالیت ۲ را انجام دهند.

**فعالیت ۲:** ضربهای زیر را انجام دهید و الگو را  
مشخص کنید.

$$(x+3)(x+2)$$

$$(x+7)(x-3)$$

$$(x-5)(x-2)$$

$$(2x-7)(2x-3)$$

$$(3a+5)(3a+2)$$

آموزشی ۳-۳-۳ درس اتحاد و تجزیه در دوره  
اول دبیرستان یا سال نهم تدریس می‌شود. در این  
مختصر، هدف این است که موضوع برای دانشآموزان  
و همکاران دوره اول مطرح شود، شاید تجربه چند  
ساله اینجانب، مفید واقع شود. البته در کتاب ریاضی  
سال نهم، درس اتحاد در ابتدای نیمة دوم تدریس  
می‌شود و از نظر زمانی، موقع مناسب‌تری نسبت به  
کتاب سال اول دبیرستان دارد.

در سال‌های ابتدایی کار معلمی، من برای  
تدریس همراه کتاب پیش می‌رفتم. ابتدای جلسه  
بالای تخته درشت می‌نوشتم «اتحاد». بعد اتحاد  
مربع دو جمله‌ای و چند مثال، سپس اتحاد مزدوج  
و جمله مشترک و در آخر جلسه، چهره‌های عبوس  
و سردرگم بچه‌ها و این سؤال که «اتحاد به چه  
دردی می‌خوره؟ چند نمره داره که نخونیمش؟» این  
بازخورددها باعث شد که به تدریج، شبوهای را در  
پیش گرفتم که این مشکلات را کمتر کند و کمی از  
ترس بچه‌ها بکاهد. در این روش، صحبتی از اتحاد  
به میان نمی‌آید. به این شکل که در ادامه درس ضرب  
چند جمله‌ای‌ها، به شکل پنهان درس اتحاد و تجزیه  
را شروع نموده و به جای اتحاد مربع، از اتحاد مزدوج  
کار را آغاز می‌کنم که تجربه‌ام نشان داده ساده‌تر  
است. به این منظور از دانشآموزان می‌خواهیم که  
فعالیت ۱ را انجام دهند. البته کتاب ریاضی نهم هم  
درس را با اتحاد مربع دو جمله‌ای شروع کرده است.

**فعالیت ۱:** ضربهای زیر را انجام دهید. چه  
الگویی مشاهده می‌کنید؟

تصویر ۱

۱- با استفاده از اتحاد یک جمله‌ای مشترک حاصل عبارت‌های زیر را بنویسید.

$$(x+1)(x+2) =$$

$$(2x-1)(2x+4) =$$

$$(ax+\Delta)(ax+b) =$$

$$(x-a)(x-b) =$$

۲- با استفاده از اتحاد یک جمله‌ای مشترک چند جمله‌ای‌های زیر را تجزیه کنید.

$$x^4 + 4x^3 + 3 \quad , \quad x^7 + x - 2 \quad , \quad x^7 - 6x + 8$$

$$(x-2)(x+2)$$

$$(x-3)(x+3)$$

$$(x^2+5)(x^2-5)$$

$$(2x-7)(2x+7)$$

$$(3a-2)(3a+2)$$

معمولًاً بیشتر دانشآموزان، الگو را پیدا کرده و آن را به زبان فارسی بیان می‌کنند که باز هم با کمک معلم به شکل زیر در می‌آید:

$$(x+a)(x+b) = (x)^3 + (a+b)x^2 + (ab)$$

وقتی بحث به اینجا رسید، زمان مناسب فرا رسیده بود که بگوییم این روابط، همان اتحادها هستند. با این روش، بیشتر دانشآموزان که از اتحاد می‌ترسیدند، گفتند: «اتحاد که می‌گفتند همین بود!»

در این مرحله، از دانشآموزان خواستیم که «تمرین در کلاس» مربوط به اتحادها یعنی تمرین در کلاس صفحه ۹۲ (تصویر ۱) کتاب درسی را حل کنند که با این کار، اتفاق جالبی افتاد. بسیاری از دانشآموزان علاوه بر تمرین ۱، تمرین ۲ را که تجزیه چند جمله‌ای‌ها بود، حل کردند، بدون اینکه قبلًاً بحث تجزیه را مطرح کرده باشند. این اتفاق باعث شد که زمینه برای شروع مبحث تجزیه، فراهم شود.

البته در این زمان، مثال‌های ساده‌تری توصیه کردم. جلسه اول در اینجا به پایان رسید و من هم به هدف خود که از بین بدن ترس دانشآموزان از اتحادها بود، رسیدم.

در جلسه‌های بعد، اتحاد مربع دو جمله‌ای را به صورت حالت خاصی از اتحاد جمله مشترک ارائه کردم. در تجزیه هم، نیازی به استفاده از این اتحاد نداشتم، چرا که اتحاد جمله مشترک، کار آن را انجام داد! مثلاً عبارت  $x^3 + 5x^2 + 6$  به صورت  $(x+3)$  تجزیه می‌شود.

یکی از اهداف این روش، کم کردن تعداد فرمول‌ها است و دیگر اینکه روابط برای دانشآموزان، با معنی می‌شود به این منظور، اتحاد مکعب سه‌جمله‌ای را به صورت زیر ارائه کردم که همان بسط دو جمله‌ای خیام - نیوتون است.

البته به دانشآموزان سفارش کردم که برای حل مسئله، ابتدا رابطه را به صورت زیر طراحی کنند، سپس مقادیر  $b$  و  $a$  را در آن جایگذاری کنند.

$$(x^3 + 3x^2 + 3x + 1)(x^3 + 3x^2 + 3x + 1) =$$

به عنوان مثال، برای محاسبه  $(2x+3)^3$  به شکل زیر، عمل نمودم:

$$\begin{aligned} (2x+3)^3 &= \\ (2x)^3(3)^0 + 3(2x)^2(3)^1 + 3(2x)^1(3)^2 + (2x)^0(3)^3 &= \\ 8x^3 \times 1 + 3 \times 4x^2 \times 3 + 3 \times 2x \times 9 + 1 \times 27 &= \\ 8x^3 + 36x^2 + 54x + 27 &= \end{aligned}$$

تمرین: حاصل عبارت‌های زیر را به کمک اتحادها، حساب کنید.

$$(x+2)^3$$

$$(x+1)^3$$

$$(x-3)^3 = (x+(-3))^3$$

$$(3x+2)^3$$

یکی از مزایای این نوع ارائه این است که شرایط برای شکل کلی  $(a+b)^n$  آماده می‌شود.

در چند سال اخیری که با این روش کار می‌کنم، حتی دانشآموزان ضعیف هم به سؤال اتحاد مربع سه‌جمله‌ای پاسخ درست می‌دهند، در صورتی که شاید به سایر سؤال‌ها پاسخ نداده باشند. البته این روش، شاید برای مدارس خاص مناسب نباشد. چرا که معمولاً دانشآموزان این مدارس، در تابستان درس‌های را می‌گذرانند و چنین برنامه‌ای برای آنها جذابیت ندارد. به طور کلی، یکی از معايیر کلاس‌های تابستانی این است که جذابیت درس را از بین می‌برد و استفاده از روش فعلی برای دانشآموزان، موضوعیت خود را از دست می‌دهد.

# آموزش پل دروس بازی

## راهکاری برای جذاب تر کردن ریاضی

احسان شعبانی

دانشجوی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی دانشگاه آزاد واحد مرودشت فارس

### چکیده

بازی یکی از مهمترین نیازهای کودکان است که علاقه شدیدی هم به آن دارند. یکی از عوامل تسهیل کننده رشد جسمی و فکری داشن آموزان، بازی های سالم دوران کودکی است که جزوی از خاطرات شیرین همه مارا تشکیل می دهد. کودک با بازی کردن، احساس بزرگی می کند و اعتماد به نفس به خصوصی پیدا می کند. کودکان حتی در سال های قبل از دبستان، هنگام در گیر شدن با بازی های همان دوران مانند جور چین (پازل) و خانه سازی، توانایی های حل مسئله پیدا می کنند و به دنبال راه حلی برای پیروز شدن در هر بازی هستند. بهره بردن از بازی های متنوع ریاضی، به معلمان کمک می کند تا دانش آموزان را به کلاس و درس ریاضی علاقه مند کنند. علاوه بر این، معلمان ریاضی می توانند بسیاری از تمرین ها را در قالب بازی، برای دانش آموزان جذاب تر کنند. همچنین تدریس ریاضی همراه با بازی، باعث ماندگاری بهتر بسیاری از مفاهیم ریاضی در ذهن دانش آموزان می شود. پس می توان از بازی به عنوان یکی از بسترهای مناسب برای معنادار کردن ریاضی نام برد.

**کلیدواژه ها:** بازی های ریاضی، ریاضی معنادار، تدریس ریاضی

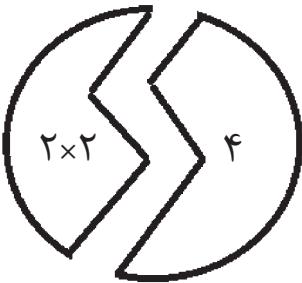
بازی تا حد زیادی، نیازهای جسمی و روحی کودک را برآورده می کند، زیرا حس کنجکاوی وی را بر می انگیزد و قدرت ابتکارش را به کار می اندازد و اعتماد به نفس وی را تقویت می کند. پیازه بازی را وسیله ای برای ماندگاری ذهنی در ک مفاهیمی که کودکان به تازگی آموخته اند، می دانند. وی معتقد است که وقتی کودک چیز تازه ای می آموزد، دوست دارد که بارها و بارها آن را تکرار کند تا آن آموخته ها، تبدیل به بخشی از گنجینه رفتار ذهنی وی یا همان طرح واره های ذهنی وی شوند.

### مقدمه

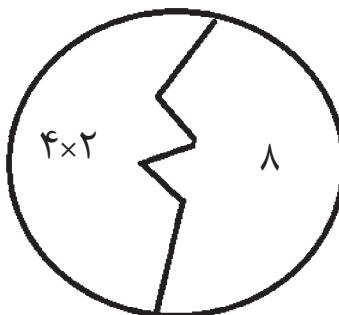
بازی برای کودکان، یک نیاز اجتناب ناپذیر است و در رشد ذهنی و جسمی آنان، اهمیتی مانند آب برای ماهی ها و اکسیژن برای تمام موجودات دارد. برای واژه بازی، تعریفها و تعبیرهای مختلفی ارائه شده است. به عقیده پستالوزی که از معروف ترین فیلسوفان تربیتی کودکان است، بازی یک تمرین تکاملی برای ورود به دوران بلوغ و کسب مهارت های لازم جهت پذیرش وظایف است.

دانلود از سایت ریاضی سرا  
[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

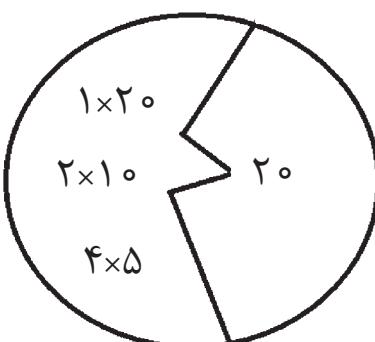
## نقش قطعه‌های خانه‌سازی در آشنایی با بعضی مفاهیم ریاضی



آنگاه قطعه‌ها را روی هم بربیزید و آن‌ها در اختیار کودک بگذارید تا پاسخ آن را بیابد. کودک با جور کردن قطعه‌ها و با نظارت و کمک معلم، جواب درست را می‌باید و به تدریج، جدول ضرب را یاد می‌گیرد. بهتر است این بازی، ابتدا با ضرب‌های ساده‌تر شروع شود و به مرور، تکامل یابد.



بعد از موفقیت در این مرحله، برای آن دسته جمله‌های ضرب که حاصل ضرب یکسان دارند، قطعه‌هایی تهیه کنید که در یک طرف آن تمام آن جمله‌ها و در طرف دیگر، حاصل ضرب‌ها که یکسان است، نوشته شود و بازی به همان ترتیب قبل، ادامه یابد.



کودکان به تناسب سن خود، می‌توانند از قطعه‌های خانه‌سازی به شکل‌های مختلف استفاده کنند و با بعضی مفهوم‌های کمی و فضایی، آشنا شوند. برای مثال، وقتی کودکی پنج ساله می‌خواهد با کنار هم گذاشتن قطعه‌های خانه‌سازی، جاده‌ای از یک طرف به طرف دیگر اتاق بسازد، باید تصمیم بگیرد که به چند قطعه نیاز دارد؟ او با حدس زدن در مورد فاصله مورد نظر و تخمین طول هر قطعه، آزمایش می‌کند تا ببیند که به چند قطعه برای ساختن جاده‌اش نیاز دارد و با تکرار این بازی، چند مهارت حل مسئله را کسب می‌کند.علاوه بر ایجاد این مهارت‌ها، قطعه‌های خانه‌سازی به کودکان چیزهایی درباره مفهوم تعادل می‌آموزد، زیرا آن‌ها باید می‌گیرند که هنگام چیدن قطعه‌ها بر روی یکدیگر، باید قطعه‌های بزرگ‌تر و سنتگین‌تر را قبل از قطعه‌های کوچک‌تر و سبک‌تر بچینند تا آن‌چه را که ساخته‌اند، فرو نریزند.

## آموزش ریاضی به روش بازی

در این بخش، به استفاده از یک بازی برای آموزش جدول ضرب، اشاره می‌شود. با توجه به اینکه بازی یکی از جذاب‌ترین سرگرمی‌های کودکان است، معلمان دوره ابتدایی می‌توانند از بازی‌های متنوع آموزشی برای یاد دادن مفاهیم جدید ریاضی به کودکان، بهره ببرند. آموزش جدول ضرب با استفاده از بازی برای آموزش جدول ضرب، می‌توان از جورچین‌های آموزشی استفاده کرد. برای این کار، بهتر است این قطعه‌ها را از مقوایی ضخیم تهیه کنید. مثلاً دایره‌هایی به قطر ۱۰ سانتی‌متر را از مقوای جدا کنید، سپس هر دایره را مانند شکل ۱، با خطوطی متفاوت برش دهید. ضرب دو عدد را در یک قسمت و جواب آن را در قسمت دیگر بنویسید. بهتر است جواب‌ها با رنگی متفاوت و درشت نوشته شوند.

# کجا بد؟

## یادتان به خیر!

سید جمال الدین محمودی جزی

دبیر ریاضی شهرستان‌های استان تهران و دانشجوی  
کارشناسی ارشد آموزش ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی

### اشاره

برای من معلم ریاضی و دانشآموزان ۱۱ تا ۱۳ ساله، بخش رسم در کتاب‌های ریاضی سه پایه ریاضی دوره راهنمایی (پایه‌های ۶ تا ۸) جالب، آموزنده، برانگیزاننده و لذت‌بخش بود. اما نمی‌دانم که گرفتن این لذت از من و ما، توجیه آموزشی داشت یا یک غلت سهوی بود؟ ولی در هر صورت، نتیجه یکی شد و آن، محو رسم‌ها از کتاب‌های درسی ریاضی بود، رسمی که بی‌رسم شد!

یادگیری هندسه و به خصوص هندسه، توسعه پنج مهارت پایه‌ای «دیداری»، «شفافی»، «ترسیمی»، «منطقی» و «کاربردی» در تمام دانشآموزان ضروری است و بدین سبب در فرایند تدریس و یادگیری ریاضی، هر کجا که امکان داشته باشد، معلمان می‌توانند برای ایجاد یک چند مهارت، تلاش کنند.

در همین راستا، باور دارم که یکی از موضوعات ریاضی که در ایجاد این مهارت‌ها در یادگیری هندسه مؤثر است، درس «رسم» است. تجربه تدریس نشان داده است که «رسم» به دانشآموزان فرصت می‌دهد تا ایده‌های خود را در قالب تصویرها و نمودارها بیان کنند. دانشآموزان قبل از اثبات یک قضیه هندسه، نیازمند مهارت کافی در درک مفهوم آن و در صورت امکان، ترسیم موقعیت هندسی آن هستند. مهارت‌های ترسیمی و فعلیت‌های مناسب در این زمینه، می‌تواند درک و فهم ارتباط‌های هندسی را تسهیل کند و به این دلیل در این مقاله، به اهمیت «رسم» و ترسیم‌های

### مقدمه

تحقیقات بسیاری وجود دارد که نشان می‌دهد دانشآموزان به گونه‌ای که انتظار می‌رود، هندسه را فرانمی‌گیرند. از طرفی، تحقیقی که «ما و کشور» (۱۹۹۷) انجام داده‌اند، نشان داده است که دانشآموزان هنگامی چیزی را به‌طور مؤثرتر یاد می‌گیرند که به آن چیز علاقه داشته باشند. بنابراین اگر دانشآموزی ریاضی را دوست داشته باشد، موفقیت بیشتری در آن به دست خواهد آورد. این در حالی است که بسیاری از کسانی که دچار ترس و اضطراب از ریاضی هستند، ریاضی را به عنوان یک استعداد ذاتی و پایدار تلقی می‌کنند نه یک دانش قابل یادگیری و مهارتی اکتسابی که در آن، عوامل بسیاری اثرگذارند. چنین نگرشی به ریاضی، بر نوع آموزش آن و سطح انتظاری که هم از نظام آموزشی و هم از یادگیرنده می‌رود، تأثیر جدی می‌گذارد.

من معلم، طی تجربه‌های متنوعی که از تدریس ریاضی کسب کرده‌ام، به این نتیجه رسیده‌ام که در

دانلود از سایت ریاضی سرا  
[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

است». با خود گفتم شاید تحقیقی صورت گرفته و مسأله‌ای باعث شده که من از آن اطلاع ندارم و حکمتی بوده که این لذت از دانش‌آموزان گرفته شود. شاید هم خیال کرده بودم که رسم کشیدن، لذت‌بخش است و در اشتباه بوده‌ام!

هندسی در یادگیری هندسه مدرسه‌ای می‌پردازم؛ موضوعی که اخیراً از کتاب‌های درسی حذف شده است.

**کلید واژه‌ها:** کتاب‌های درسی ریاضی دوره راهنمایی، کتاب‌های درسی ریاضی تازه‌تألیف پایه‌های ۶ تا ۸، درس رسم

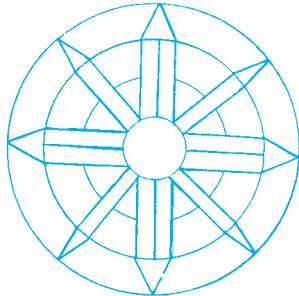
### اعتراف به غفلت

به هر حال بر آن شدم تا بدانم چرا این کار به وقوع پیوسته است؟ لذا این تجربه را می‌نویسم تا بلکه پاسخی برای چرا بحیث حذف این موضوع درسی از کتاب‌های درسی ریاضی بیایم. علاوه‌براین، به غفلت و کوتاهی خوبی به عنوان یک معلم ریاضی معترف باشم که بخشی از اشکال به این برمی‌گردد که خودم را تنها به مرور کتاب‌های درسی ریاضی در یک دوره تحصیلی محدود کرده و از تغییر و تحولات سایر کتاب‌های درسی ریاضی، تا این اندازه غافل شده بودم. ولی چون دلیلی برای حذف «رسم» ارائه نشده است، می‌خواهم به اهمیت این درس در عبور دانش‌آموزان از سطوح تفکر هندسی که توسط فن‌هیلی و فن‌هیلی تبیین شده است، اشاره کنم.

سال‌ها به دنبال این بودم که از دوره متوسطه دوم (دبیرستان) به دوره متوسطه اول (راهنمایی) انتقال یابم، ولی با این کار موافقت نمی‌شد. تا این که با تغییر نظام آموزشی به ۳، ۶ و حذف پایه اول دبیرستان و مازاد شدن نیروها در این دوره، در مرداد ۹۴ با درخواست موافقت شد و با ابلاغ ۱۲ ساعت از موقوفی تدریسی را در پایه نهم، دادند. کتاب را از روی سایت سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی دانلود نموده و شروع به نوشتن برنامه سالانه کردم.

یکی از لذت‌هایی که در موقع دانش‌آموزی، از ریاضیات دوره راهنمایی به یاد دارم، رسم طرح‌های هندسی و طرح‌های زیبایی بود که خلق می‌کردیم. این کار آن‌چنان لذتی داشت که با سپری شدن سال‌های متمادی، هر از چند گاهی این کار را انجام می‌دهم و حتی به جمع‌آوری رسم‌های جالب و جذاب مبادرت می‌ورزم. در این زمینه، همکار عزیزم جناب مهدی ولی‌ئی، در کتاب «لذت ریاضی، مجموعه رسم‌های ابتکاری دانش‌آموزان»، رسم‌هایی که توسط دانش‌آموزانش خلق شده، جمع‌آوری نموده است که طرح‌هایی بسیار زیبا هستند (تصویبی می‌کنم مؤلفان کتاب‌های درسی ریاضی، این کتاب را ببینند).

به هر حال، بر آن بودم که طرح‌های را با دانش‌آموزان خود، به عنوان فعالیت جانبی کار کنم. اما با شگفتی هر چه تمام‌تر چیزی که در کتاب ندیدم، همان طرح‌ها - حتی قدیمی‌ش - بود. به کتاب‌های ریاضی پایه‌های ششم، هفتم، هشتم مراجعه کردم، آنچه نیز خبری از رسم‌ها نبود. با خود گفتم «چه اتفاقی افتاده است؟ رسم‌ها کجا رفته‌اند؟». همان موقع یادم آمد که در پیش‌گفتار کتاب‌های ریاضی قبلی، مؤلفان در زیر قسمت رسم نوشته بودند که «در کتاب، تعدادی رسم هست. رسم‌های را به طور منظم، مثلاً هر دو هفته یک رسم، و با دقت در منزل تهیه کنید. برخلاف سه قسمت گذشته (تمرین‌های دوره‌ای، بازی و ریاضی، تست‌هوش)، رسم‌ها جزو بخش‌های الزامی کتاب



### سطح تفکر هندسی فن‌هیلی و فن‌هیلی

پی‌بر فن‌هیلی نقل می‌کند که «من هندسه را برای کسانی تدریس کرده‌ام که سی سال داشته و قبل از هیچ چیزی در زمینه هندسه نیاموخته بودند. آن‌ها همان مشکلاتی را داشتند که دختران و پسران دوازده ساله داشتند. من و همسرم پس از بررسی تحقیقات پیاژه، مشکلاتی را که منجر به غیرقابل فهم بودن هندسه می‌شود شناسایی کرده و سطوح تفکر در هندسه را تبیین کردیم».

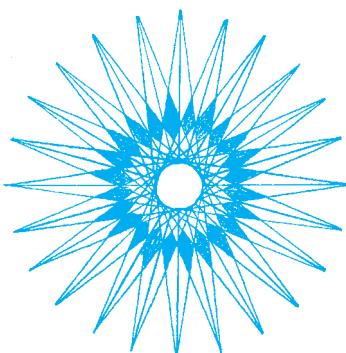
مدل یادگیری هندسی فن‌هیلی و فن‌هیلی، دارای پنج سطح به ترتیب زیر است:

۱. تشخیص
۲. تجزیه و تحلیل
۳. تجربید
۴. استنتاج
۵. دقت

باتوجه به این پنج سطح، مهارت‌های قابل انتظار از دانش‌آموزان را هنگام کشیدن «رسم»، مروج می‌کنیم.

### جمع‌بندی

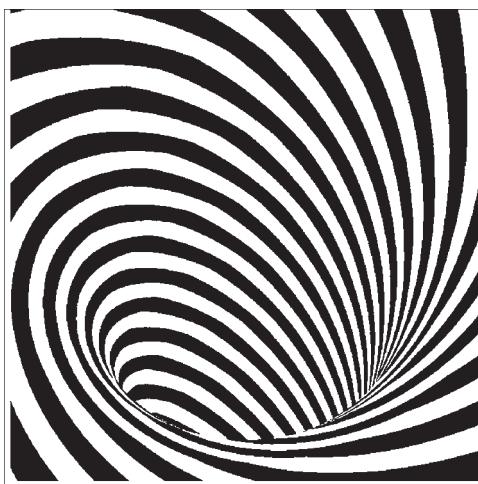
امام علی (ع) فرموده‌اند که «علمی که در کار جلوه



اشتباه هم نمی‌کند و کسی که اشتباه نمی‌کند، چیزی یاد نمی‌گیرد». این اولین مقاله من است! اگر اشتباهی کنم، به جایی بزنمی‌خورد. از طرفی، کسانی هستند که با نقد آن، می‌توانند آن را بهبود بخشنده‌یا این که اصلاً آن را به کناری بیندازنده، به همین سادگی! اما بدانیم که در جریان تغییر یک کتاب، این‌طور نیست که خواننده اگر نخواست، آن را برای خواندن انتخاب نکند. در تألیف کتاب درسی، جای اشتباه نیست-منظور اشتباه با سلیقه‌یا رویکرد فرق دارد-زیرا مخاطبان هر کتاب درسی در سطح ملی، تمام فرزندان ایران عزیزان هست و این وسعت مخاطب، جایی برای اشتباه کردن نمی‌گذارد. زیرا مسئله صلاح یک نسل مطرح است و آینده‌اش که آینده ایران را رقم می‌زند.



مهارت	سطوح	تشخیص	تجزیه و تحلیل	تجربید	استنتاج	دقت
رسم کردن		طراحی شکل‌ها به‌طور دقیق و مشخص کردن قسمت‌های داده شده	برگردان (تبدیل) اطلاعات شفاهی به صورت یک تصویر، استفاده از اطلاعات داده شده برای کشیدن یا رسم شکل‌ها	توانایی رسم شکی دیگر براساس نمونه داده شده	شناخت چگونگی استفاده از اطلاعات کمی و استنتاج مولفه‌های لازم از آن‌ها برای رسم شکل جدید	درک محدودیتها و قابلیت‌های ابزار ترسیمی گوئاگون، شامل ابزار نمایشی، تصویری و مفاهیم غیراستاندار، در نظام‌های استنتاجی مختلف

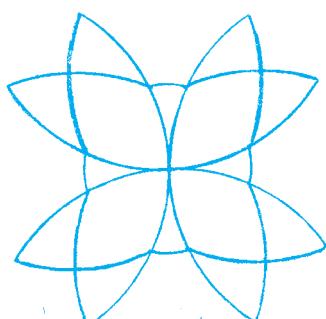


#### منابع

- ظهوری‌زنگنه، بیژن و گوبای، زهراء (۱۳۸۱). دیدگاه‌های نوین آموزشی. مجله رشد آموزش ریاضی. شماره ۱۷ تا ۲۳. دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.
- لیاقتار، محمدجواد و عرضی، حمیدرضا و امینی، نرجس و رحامي، صدرا. (۱۳۹۵) تگش دانش آموزان دبیرستان‌های دخترانه شهرستان تبریز و کرون نسبت به آموزش درس هندسه به شیوه فن‌هیلی. *فصلنامه نوآوری‌های آموزشی*. شماره ۳۹، صص ۷۵ تا ۱۰۰.
- غلام‌آزاد، سهیلا. (۱۳۷۹). رویکردهای نوین آموزش هندسه. مجله رشد آموزش ریاضی. شماره ۵۹ و ۶۰، صص ۱۸ تا ۳۰.
- ولی‌ئی، مهدی. (۱۳۸۴). *لذت ریاضی: مجموعه رسمنهای ابتکاری دانش آموزان*. ناشر پرتو بیان.

کند؛ برترین دانش است». شما بهترین جلوه هندسه را می‌توانستید در رسمنهای مشاهده نمایید. زمانی می‌توان از ریاضی استفاده عملی و کاربردی کرد که یادگیری مطالب نظری آن، با یادگیری می‌تنی بریانش و شناخت توأم باشد. استفاده از ترسیم‌های هندسی که براساس قوانین ریاضی طراحی می‌شوند، می‌تواند فرصت مناسبی در اختیار دانش آموزان بگذارد که نظریه و عمل را همراه کنند و بادیدی بهتر از قبل، هندسه و رسم را یاد بگیرند. هم‌چنین در استفاده از وسایلی مانند خط‌کش، گونیا، پرگار، نقاله و در یک کلام در استفاده از ابزار دستی تجربه بیشتری کسب کنند و از همه مهم‌تر، دانش آموزان می‌توانند چگونگی رسم را کشف کنند تا خود، دست به خلق طرح‌های جدید بزنند.

نمی‌دانم آیا تا به حال، تحقیقی راجع به میزان لذتی که دانش آموزان قدیم از این رسمنهای برده‌اند، انجام شده یا نشده است. اما تجربه تدریسم نشان‌دهنده این است که چنین بوده است. در اینجا تعدادی از این طرح‌ها آورده شده است.



#### سخن آخر

به گفته لوکاپاچیولو، «کسی که کاری نمی‌کند،



## گزارشی از مدرسهٔ تابستانی

# کاشی‌کاری و جورچینی

### در دانشگاه صنعتی اصفهان

فاطمه حاجعزیزی

دانشجوی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی دانشگاه شهید بهشتی

#### اشاره

با همکاری سیمپا، مرکز بین‌المللی ریاضیات محض و کاربردی<sup>۱</sup>، و دانشگاه پاریس ۱۳ و خانه ریاضیات اصفهان مدرساهای تابستانی در زمینه ریاضیات و کاشی‌کاری تحت عنوان «کاشی‌کاری و جورچینی»<sup>۲</sup> در تاریخ ۲۱–۲۶ شهریورماه ۱۳۹۴ در دانشکده علوم ریاضی دانشگاه صنعتی اصفهان برای شرکت دانشجویان ایرانی و کشورهای همسایه با رائه کمک‌های مالی برای سفر و محل اقامت، برگزار گردید. در حدود ۶۰ ساعت سخنرانی توسط پژوهشگران بین‌المللی پیرامون ارتباط ایجاد شده بین ترکیبیات، محاسبات، هندسه گستته، سیستم‌های دینامیکی و نظریه احتمال از طریق کاشی‌کاری، ارائه شد. اینجانب به عنوان دانشجوی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی دانشگاه شهید بهشتی موفق به شرکت در این مدرسه تابستانی شدم. متن زیر گزارشی از فعالیت‌های صورت گرفته در این مدرسه می‌باشد.

**کلیدواژه‌ها:** کاشی‌کاری، جورچینی، مدرسهٔ تابستانی، سیمپا

دانلود از سایت **(یافنی سرا)**  
**www.riazisara.ir**

در جلسه افتتاحیه، پروفسور دملمیان، نایب‌رئیس مرکز بین‌المللی ریاضیات محض و کاربردی به ارائه برنامه‌های سیمپا برخوردار است. این مرکز همچنین به برگزاری فعالیت‌هایی در زمینه تعامل ریاضی با علم بهداشت، اقتصاد، کشاورزی، محیط‌زیست و... می‌پردازد. وظیفه اصلی سیمپا برگزاری مدارس پژوهشی در مناطقی است که در زمینه ریاضیات و توسعه آن توجه

پس از مراسم افتتاحیه، بازدید تفریحی به روستای تاریخی ابیانه<sup>۳</sup> ترتیب داده شد. کوچه‌های باریک و کج و معوج برای شکست باد، پوششی از خاک سرخ رنگ بر خانه‌های روستا، خاکی که هرچه باران بخورد محکم‌تر می‌شود، پنجره‌ها و ایوان‌های چوبی، شلوارهای بلند و گشاد مردها و پیراهن‌های بلند از پارچه‌های گلدار و رنگی زن‌ها... توصیفی کلی از روستای دیدنی و تاریخی ابیانه است. بازدید از موزه مردم‌شناسی، مسجد جامع ابیانه که منبر چوبی منبت‌کاری شده آن در سال ۴۶۶ هجری قمری ساخته شده، آتشکده ابیانه و... از برنامه‌های روز دوشنبه بود.



صبح روز سه‌شنبه در ساعت ۸ اولین سخنرانی علمی توسط Frédérique Bassino فرانسوی با عنوان *Tileability*<sup>۴</sup> ارائه شد. در این سخنرانی به صحبت پیرامون راههای موجود برای فرش کردن یک صفحه با دامنه متناهی، بهوسیله مجموعه‌ای از کاشی‌های داده شده بدون داشتن هم‌پوشانی با یکدیگر پرداخته شد.

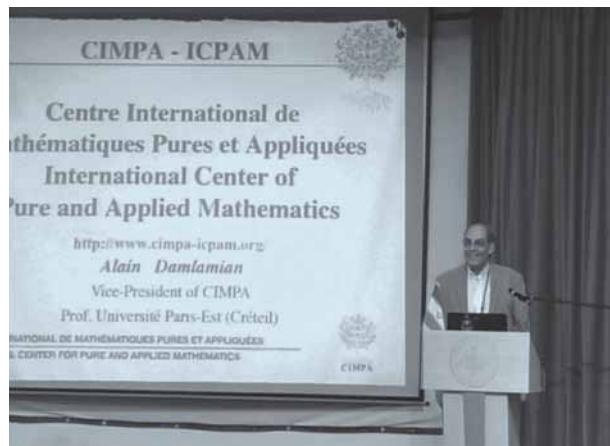
در ساعت دو عصر سخنرانی با عنوان کاشی‌کاری تصادفی<sup>۵</sup> توسط Cédric Boutillier فرانسوی ارائه شد

همگان را به خود جلب کند و یا دامنه‌ای برای یک پروژه تحقیقاتی باشد. این مرکز هر سال سعی دارد که در حدود ۲۰ مدرسه پژوهشی با میانگین ۴۰ نفر شرکت‌کننده در هر دو هفته برگزار نماید.

به طور کلی برنامه این مدرسه تابستانی شامل دو بخش کاشی‌کاری و جورچینی می‌باشد. بخش اول متشکل از ۸ جلسه سخنرانی است که در هر جلسه دو نفر از پژوهشگران به ارائه سخنرانی می‌پردازنند. به این ترتیب که در حدود ۲ ساعت سخنرانی و ۱ ساعت پاسخ‌گویی به تمرين‌های مرتبط با موضوع ارائه شده، برای هر پژوهشگر در نظر گرفته شده است. به علاوه هر شب از ساعت ۸ تا ۱۱ نرم‌افزاری با نام Sage توسط

آقای Thierry Montail آموزش داده می‌شود.

بخش دوم نیز شامل سخنرانی‌هایی در مورد کاشی‌کاری اسلامی، معماری، الگوهای هندسی و سایر موضوعات مشابه به همراه کارگاه‌های کاشی‌کاری می‌باشد که در خانه ریاضیات اصفهان برگزار می‌شوند.



سخنرانی در دوره دامنه‌ای موسس افتتاحیه

برنامه مدرسه تابستانی دمروزه کاشی‌کاری و جورچینی

	Mon. 24	Tues. 25	Wed. 26	Thu. 27	Fri. 28	Sat. 29	Sun. 30	Mon. 31	Tues. 1	Wed. 2	Thu. 3	Fri. 4
07:00	Breakfast	Breakfast	Breakfast	Breakfast	Breakfast	Breakfast	Breakfast	Breakfast	Breakfast	Breakfast	Breakfast	Breakfast
08:00	OPENING											
09:00	Tileability	Tileability		EXCURSION	Symbolic dynamics	Cellular automata		EXCURSION	Symbolic dynamics	Cellular automata	EXCURSION	Self-assembly
10:00												
11:00	Lunch	Lunch	Lunch	Lunch	Lunch	Lunch	Lunch	Lunch	Lunch	Lunch	Lunch	Lunch
12:00												
13:00												
14:00	Excursion	Random tilings	Random tilings	Ghari	Hogendijk	Castera	Mukhopadhyay	Zamani	Castera	Rejali	Workshop	Flip dynamics
15:00												
16:00												
17:00												
18:00												
19:00	Dinner	Dinner	Dinner	Dinner	Dinner	Dinner	Dinner	Dinner	Dinner	Dinner	Dinner	Dinner
20:00	SAGE	SAGE	SAGE	SAGE	SAGE			SAGE	SAGE	SAGE	SAGE	SAGE

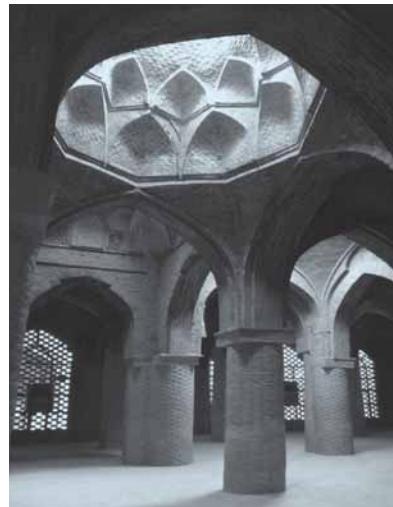
که در آن به معرفی Dimer Tilings و شمارش آن پرداخت.



Béatrice De Tillière

بعد از بازدید از مسجد جامع اصفهان و امامزاده درب امام در روز پنجمین، آقایان مقداد قاری، پروفسور هو خندایک<sup>۵</sup> و Jean-Marc Castera به ترتیب به ارائه سخنرانی‌هایی با عنوان تقارن در کاشی‌کاری سنتی ایرانی<sup>۶</sup>، منابع کتبی قرون وسطی در باب کاشی‌کاری ایرانی - اسلامی<sup>۷</sup> و تجربیاتی پیرامون معماری معاصر<sup>۸</sup> در خانه ریاضیات اصفهان پرداختند. در آخر نیز از آتشکده قدیمی زرتشتیان در اصفهان دیدن فرمودند.

آتشگاه زرتشتیان

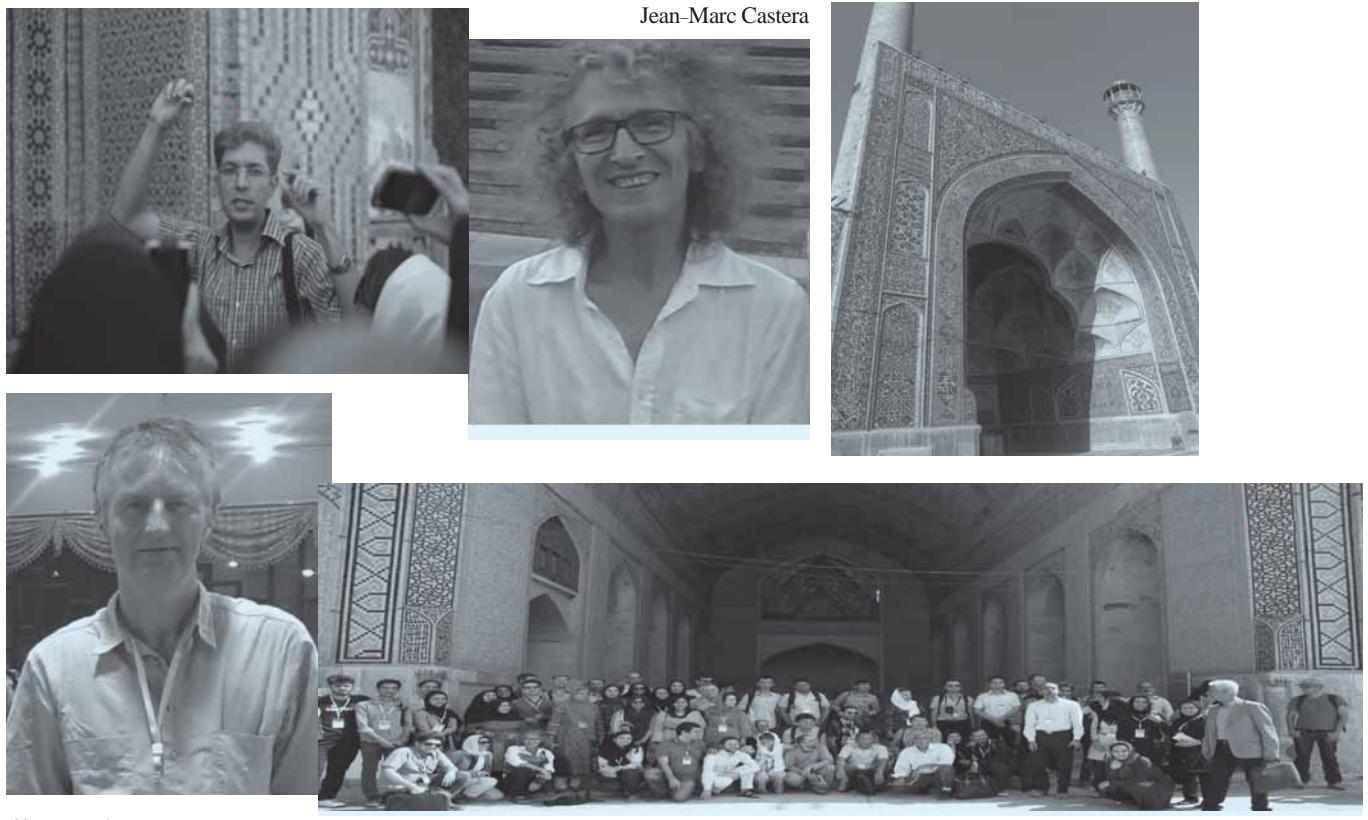


بازدید از مسجد جامع اصفهان

سخنرانی روز چهارشنبه نیز در ادامه مباحث روز قبل توسط دکتر امیر هاشمی و Béatrice De Tillière برگزار شد.



دکتر امیر هاشمی



عکس گروهی اساتید، پژوهشگران و شرکت‌کنندگان

پروفوسر هو خندایک



Nicolas Bédaride



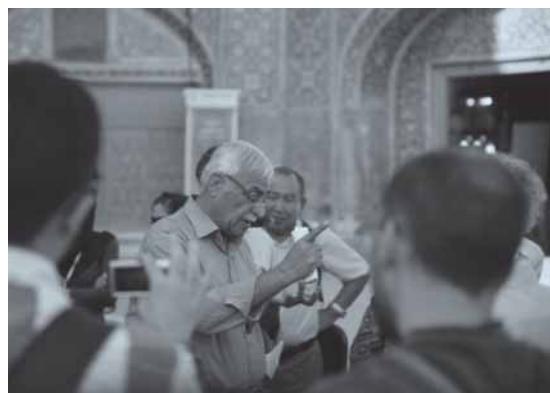
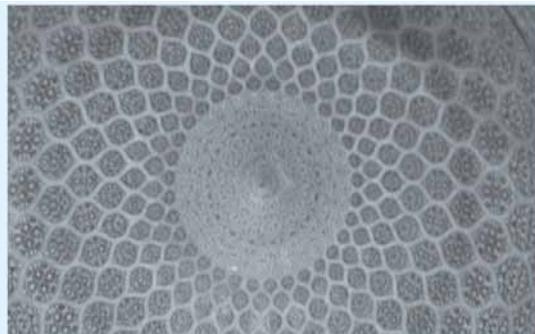
Pierre Guillon



Guillaume Theyssier

فرانسوی سخنرانی خود را تحت عنوان اتماتای سلولی<sup>۱۲</sup> در روز شنبه ارائه نمودند که در آن مدل‌های مختلف حساب دیفرانسیل و انتگرال مانند ماشین تورینگ، اتماتای سلولی، مبدل‌ها و قدرت آن‌ها را مورد بررسی قرار دادند و سپس به تمرکز بر اتماتای سلولی، از نگاه

مسجد شیخ لطف الله



آقای اکبر زمانی



در روز دوشنبه ادامه بحث دینامیک نمادین توسط Pierre Guillot صورت گرفت و سپس Thomas Fernique سخنرانی خود را تحت عنوان برش و تصویر کردن<sup>۱۶</sup> ارائه نمودند که در آن چگونگی کاشی کاری در فضاهایی با ابعاد بالاتر همراه با ذکر مثال‌هایی چون کاشی کاری پنروز و آمان بیکلر شرح داده شد.



جبرگرایانه و احتمالاتی پرداختند. عصر همان روز، Nicolas Bédaride زمانی استفاده از کاشی کاری در آموزش ریاضیات<sup>۱۷</sup>، هنر تربیتی اسلامی تاریخی در ایران<sup>۱۸</sup> در خانه ریاضیات اصفهان ادامه دادند.

روز یکشنبه با بازدید از میدان امام، عمارت عالی قاپو و مسجد شیخ لطف الله و ارائه سخنرانی آقایان اکبر زمانی، Emil Makovicky و Jean-Marc Castera عناوین استفاده از کاشی کاری در آموزش ریاضیات<sup>۱۹</sup>، هنر هندسی سنتی و شبه بلورها<sup>۲۰</sup> و هنر تربیتی اسلامی تاریخی در ایران<sup>۲۱</sup> در خانه ریاضیات اصفهان به پایان رسید.



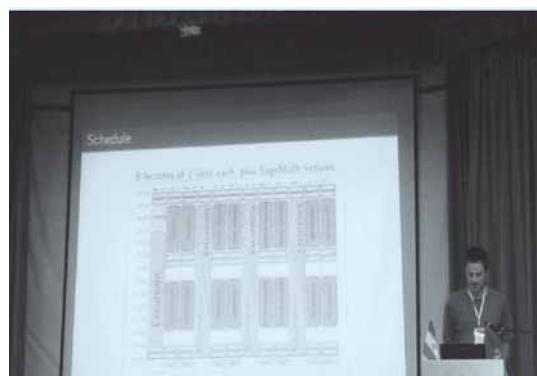
Emil Makovicky



Thomas Fernique

روز چهارشنبه آخرین روز از باردیدهای تفریحی بود. بازدید از کلیسای وانک<sup>۱۰</sup> و موزه آن، عمارت هشت بهشت، مدرسه چهار باغ، پلهای سی و سه پل و خواجه، ارائه سخنرانی دکتر رجالی پیرامون معرفی خانه‌های ریاضیات ایران، برگزاری کارگاه کاشی کاری توسط Emil Makovicky و Jean-Marc Castera و در نهایت اجرای موسیقی سنتی زنده توسط دو نفر از اعضا نابینای خانه ریاضیات اصفهان به همراه دو عزیز دیگر از برنامه‌های آن روز بود.

مدرسه چهار باغ



روز سه شنبه نیز با ادامه بحث اتماتای سلولی و Guillaume Theyssier برش و تصویر کردن توسط Thomas Fernique و Thomas Fernique کارگاه نرم افزاری Sage به پایان رسید. در جلسه تمرین پیرامون موضوع اتماتای سلولی، گروهی از پژوهشگران و دانشجویان یکی از سوالات و پاسخ آن را به صورت عملی شرح داده و اجرا نمودند.

Firing Square

عمارت هشت بهشت





کارگاه کاشی کاری



برنامه‌نویسی شیء‌گرا، پایتون و ابزارهای اساسی نرمافزار مانند توابع نمادین، چندجمله‌ای‌ها، ماتریس‌ها، نظریه اعداد... داده شد. در این کارگاه چگونگی استفاده از این نرمافزار برای پاسخ‌گویی به تمرين‌هایی که قبلًا توسط سخنران ارائه شده بود، آموخته شده می‌شود.

- برای اطلاع بیشتر از مدرسه تابستانی کاشی کاری و جورچینی می‌توانید به سایت اینترنتی زیر مراجعه نمایید: <http://isfahan.sciencesconf.org>

- برای آگاهی بیشتر از مرکز سیمپا و مدارس پژوهشی سال ۲۰۱۶ می‌توانید به سایت زیر مراجعه فرمایید:

<http://www.cimpa-icpm.org>

پنج‌شنبه و جمعه سخنرانی‌هایی با نامهای Self-assembly و Florent Becker Flip dynamics و assembly Olivier Bodini Eric Remila ارائه شد. در طول این سخنرانی‌ها به چگونگی ساخت خانواده‌ای از اشکال کاشی کاری از طریق Self-assembly یا به عبارت دیگر فرایند ترکیب شکل‌های کوچک و به دست آوردن شکلی بزرگ‌تر پی برده شد. همچنین در سخنرانی بعدی راجع به فلیپ یا انتقال ساده در کاشی کاری با لوزی‌ها و تعریف فرایندهای تصادفی که قادر به تصحیح خطاهای کاشی کاری می‌باشد، توضیح داده شد.

در این کارگاه‌ها نرمافزار ریاضی Sage توسط آقای Thierry Montail معرفی و توضیحاتی راجع به زبان

Florent Becker



Eric Remila &amp; Olivier Bodini

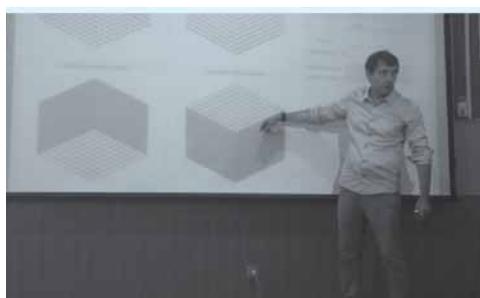
لازم به ذکر است هزینه ثبتنام در این مدرسه ۱۰ روزه به همراه ناهار، شام و اسکان برای دانشجویان در حدود ۳۰۰ هزار تومان و برای افراد دیگر ۴۰۰ هزار تومان در نظر گرفته شده بود. در حدود ۶۰ شرکت کننده از کشورهای ایران، آلمان، پاکستان، ازبکستان، اتیوپی، زاپن، فرانسه و نیپال در این مدرسه شرکت نمودند. همچنین ۲۰ پژوهشگر بین‌المللی از فرانسه، هلند، دانمارک و ایران با حمایت مرکز بین‌المللی ریاضیات محض و کاربردی، اتحادیه بین‌المللی ریاضی، آزادانس تحقیقات ملی<sup>۱۸</sup>، دانشگاه ۱۳ پاریس، دانشگاه ۶ پاریس، پژوهشگاه دانش‌های بنیادی و دانشگاه صنعتی اصفهان به ارائه سخنرانی پیرامون موضوع کاشی‌کاری و جورچینی پرداختند.

#### پی‌نوشت‌ها

1. CIMPA: International Center for Pure and Applied Mathematics
2. Tilings and Tessellations
۳. اصفهان، نطنز، کیلومتر ۵۰ جاده قدیم کاشان-نطنز، جاده‌ای به سمت راست جدا می‌شود و پس از طی ۲۰ کیلومتر به روستای دیدنی ابیانه می‌رسد.
4. The ability of a shape to tile the plane
5. Random Tilings
6. Jan Hogendijk
7. Symmetries in Persian traditional tilings
8. Written medieval sources on Persian-Islamic tilings
9. Experimentations in contemporary architecture
10. Symbolic Dynamics
11. Substitutions
12. Cellular automata
13. Application of tilings in mathematics education
14. Traditional geometric art and quasicrystals
15. The historic Islamic ornamental art in Iran
16. Cut and projection
17. Vank church
18. Agence nationale de la Recherche (ANR)



Thierry Montail - Sage ۱۵



Olivier Bodini

# نامه‌ای رشد



## رشد

نحوه اشتراک:

پس از واریز مبلغ اشتراک به شماره حساب ۳۹۶۲۰۰۰ بانک تجارت، شعبه سهراه آزمایش کد ۳۹۵ در وجه شرکت افست، به دو روش زیر، مشترک مجله شوید:

۱. مراجعه به وبگاه مجلات رشد به نشانی: [www.roshdmag.ir](http://www.roshdmag.ir) و تکمیل برگه اشتراک به همراه ثبت مشخصات فیش واریز؛
۲. ارسال اصل فیش بانکی به همراه برگ تکمیل شده اشتراک با پست سفارشی یا از طریق دورنگار به شماره ۱۳۷۷۳۳۱۹۶. لطفاً کمی فیش را نزد خود نگه دارید.

عنوان مجلات در خواستی:

- نام و نام خانوادگی: .....  
▪ تاریخ تولد: .....  
▪ میزان تحصیلات: .....  
▪ تلفن: .....  
▪ نشانی کامل پستی: .....  
▪ استان: .....  
▪ شهرستان: .....  
▪ خیابان: .....  
▪ پلاک: .....  
▪ شماره فیش بانکی: .....  
▪ مبلغ پرداختی: .....  
▪ اگر قبلاً مشترک مجله رشد بوده‌اید، شماره اشتراک خود را بنویسید.

امضا:

- نشانی: تهران، صندوق پستی امور مشترکین: ۱۱۱/۱۱۱-۱۶۵۹۵  
▪ تلفن امور مشترکین: ۰۲۱-۷۷۳۴۹۱۳-۱۴ و ۰۲۱-۷۷۳۳۵۱۱۰ و ۰۲۱-۷۷۳۳۶۵۶

- هزینه اشتراک سالانه مجلات عمومی رشد (هشت شماره): ۳۵۰/۰۰۰ ریال  
▪ هزینه اشتراک سالانه مجلات تخصصی رشد (سه شماره): ۲۰۰/۰۰۰ ریال

مجله رشد آموزش ریاضی با دریافت مقاله‌ها، روایت معلمان، دیدگاه‌ها، نقد و بررسی کتاب از سوی خوانندگان گرامی، پربار تر خواهد شد. تا پایان دی ۱۳۹۴، نامه‌ها و مطالب دوستان زیر، به دست ما رسیده است. ضمن تشکر از همگی آن‌ها، منتظر دریافت نامه‌های شما هستیم!

- ◆ نگار محمدی، از شیراز؛
- ◆ اشرفالسادات میرصفی‌حسینی، از تهران؛
- ◆ احسان هدایت‌نژاد، از تهران؛
- ◆ امین کشاورز، از شیراز؛
- ◆ حسین واشیان، از قم؛
- ◆ سمیه یونسی خانقاھی، از بابل؛
- ◆ سید محمد‌مهدی علوی، از کرمان؛
- ◆ صفورا آذری، از مشهد.

## پوزش از خوانندگان

در شماره ۱۲۰ مجله، در مسئله‌ای که در مقاله «گروههای آموزشی چه می‌کنند؟» مطرح شده بود، اشتباهی صورت گرفته که در آن، یک مطلب نادرست، به عنوان یک مطلب درست مورد استفاده قرار گرفته است. یکی از خوانندگان محترم مجله متوجه این اشتباه شده بودند و در نمایشگاه مطبوعات در سال ۱۳۹۴، به ما نذکر دادند. ضمن تشکر از دقت این خواننده محترم، از همه خوانندگان عزیز، پوزش می‌خواهیم.

- 2. Editors' note: Yet Another New Abacus**  
by: Z. Gooya
- 4. The Place of Axioms in School mathematics**  
by M. Rezaie & M.H. Moshtagh
- 12. Content Analysis of Grade 12 Math Textbook for Natural Science Strand using W. Roumey**  
by: Z. Mohtasham
- 19. The Peculiar Behavior of Supplementary Textbooks' Publisher**  
by M. H. Ghasemi & S. Ghadami
- 27. On Co-memoration of Late Mirza Jalili**
- 43. Students' Difficulties of Understanding "Function"**  
by F. Ghasemi & Z. Gooya
- 51. A Quick Look at the Newly Published Grade 9 Math Textbook**  
by: H. R. Adavi
- 55. Key Concepts in Elementary Math**  
Trans. by: M. H. Ghasemi
- 63. Teachers' Narrative: Students' Fear of Identity**  
by G. H. Ghanbari
- 66. Using Games to Make Math more Interesting**  
by E. Shabani
- 68. Viewpoint: Drawings! Where are you??!**  
by S. J. Mahmoodi
- 71. A Report from Summer School of Tiling in Esfahan- 1394**  
by F. Hajazizi
- 79. Letters**

Managing Editor: Mohammad Naseri  
Editor: Zahra Gooya  
Executive Director: Pari Hajikhani  
Editorial Board:  
Sayyed Hasan Alalomhodaei, Esmail Babolian,  
Mohammad Reza Fadaie, Soheila Gholamazad,  
Mirza Jalili, Mehdi Radjabalipour, Mani Rezaie,  
Shiva Zamani, Bijan Zangeneh.  
Graphic Designer: Mehdi Karimkhani  
[www.roshdmag.ir](http://www.roshdmag.ir)  
e-mail: [riyazi@roshdmag.ir](mailto:riyazi@roshdmag.ir)  
P. O. Box: Tehran 15875 - 6585



وزارت آموزش  
سازمان پژوهش و تخصصی  
و تبلیغات کشوری

## با مجله‌های رشد آشنا شوید

### مجله‌های دانش آموزی

به صورت ماهنامه و نه شماره در سال تحصیلی منتشر می‌شود:

#### رشد کودک

برای دانش آموزان پیش‌دستانی و یا به اول دوره آموزش ابتدایی

#### رشد نوآموز

برای دانش آموزان پایه‌های دوم و سوم دوره آموزش ابتدایی

#### رشد دانش آموز

برای دانش آموزان پایه‌های چهارم، پنجم و ششم دوره آموزش ابتدایی

### مجله‌های دانش آموزی

به صورت ماهنامه و هشت شماره در سال تحصیلی منتشر می‌شود:

#### رشد و جوان

برای دانش آموزان دوره آموزش متوسطه اول

#### رشد آفاق

برای دانش آموزان دوره آموزش متوسطه اول

#### رشد دانلود

برای دانش آموزان دوره آموزش متوسطه دوم

#### رشد پروردگار

برای دانش آموزان دوره آموزش متوسطه دوم

### مجله‌های بزرگسال عمومی

(به صورت ماهنامه و هشت شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شود):

◆ رشد آموزش ابتدایی ◆ رشد تکنولوژی آموزشی

◆ رشد مدرسه فردا ◆ رشد معلم

### مجله‌های بزرگسال تخصصی:

به صورت فصلنامه و سه شماره در سال تحصیلی منتشر می‌شود:

- ◆ رشد آموزش قرآن و معارف اسلامی ◆ رشد آموزش زبان و ادب فارسی
- ◆ رشد آموزش هنر ◆ رشد آموزش مشاور مدرسه ◆ رشد آموزش تربیت بدنی
- ◆ رشد آموزش علوم اجتماعی ◆ رشد آموزش تاریخ ◆ رشد آموزش غرفه‌ها
- ◆ رشد آموزش زبان‌های خارجی ◆ رشد آموزش ریاضی ◆ رشد آموزش فیزیک
- ◆ رشد آموزش شیمی ◆ رشد آموزش زیست‌شناسی ◆ رشد مدیریت مدرسه
- ◆ رشد آموزش فنی و حرفه‌ای و کار دانش ◆ رشد آموزش پیش دستانی

مجله‌های رشد عمومی و تخصصی، برای معلمان، مدیران، مریبان، مشاوران و کارکنان اجرایی مدارس، دانشجویان دانشکاه فرهنگیان و کارشناسان گروه‌های آموزشی و...، تهیه و منتشر می‌شود.

- ◆ نشانی: تهران، خیابان ایرانشهر شهری، ساختمان شماره ۴
- ◆ آموزش و پرورش، پلاک ۲۶۶
- ◆ تلفن و نمایر: ۰۲۱ - ۸۸۳۰۱۴۷۸
- ◆ وبگاه: [www.roshdmag.ir](http://www.roshdmag.ir)



**سایت ویژه ریاضیات** [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

**درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات**

**دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی**

**نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور**

**دانلود نرم افزارهای ریاضیات**

**و...و**

**کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:**

<https://telegram.me/riazisara> (@riazisara)