بسم الله الرحمن الرحیم

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات کمک‌آموزشی

رشد آموزش ریاضی

۱۰۷

دورهٔ بیست و نهم، شمارهٔ ۳، بهار ۱۳۹۱
فصل‌نامهٔ آموزشی، تحلیلی و اطلاع‌رسانی

مجلهٔ رشد آموزش ریاضی نوشته‌ها و گزارش تحقیقات پژوهشگران و متخصصان تعلیم و تربیت، به‌ویژه معلمان دوره‌های تحصیلی مختلف را در صورتی که در نشریات عمومی درج نشده و مرتبط با موضوع مجله باشد، می‌پذیرد. لازم است در مطالب ارسالی موارد زیر رعایت شود:

- مطالب یک خط در میان و در یک روی کاغذ نوشته و در صورت امکان تایپ شود.
- شکل قرار گرفتن جدول‌ها، نمودارها و تصاویر، پیوست و در حاشیهٔ مطلب نیز مشخص شود.
- نثر مقاله، روان و از نظر دستور زبان فارسی درست باشد و در انتخاب واژه‌های علمی و فنی دقت شود.
- برای ترجمهٔ مقاله، نخست اصل مقاله و منبع دقیق آن، به همراه ترجمهٔ یک بند از آن، به دفتر مجله ارسال شود تا مورد بررسی هیئت تحریریه قرار گیرد و پس از تصویب مقاله و ترجمهٔ ارایه شده، سفارش ترجمه به فرستندهٔ مقاله داده خواهد شد. در غیر این صورت، مجله می‌تواند سفارش ترجمهٔ مقاله را به مترجم دیگری بدهد.
- در متن‌های ارسالی تا حد امکان از معادل‌های فارسی واژه‌ها و اصطلاحات استفاده شود.
- پی‌نوشت‌ها و منابع، کامل و شامل نام اثر، نام نویسنده، نام مترجم، محل نشر، ناشر، سال انتشار و شمارهٔ صفحهٔ مورد استفاده باشد.
- چکیده‌ای از اثر و مقالهٔ ارسال‌شده در حداکثر ۲۵۰ کلمه، همراه مطلب ارسال شود.
- در مقاله‌های تحقیقی یا توصیفی، واژه‌های کلیدی در انتهای چکیده، ذکر شود.

هم‌چنین:

- مجله در پذیرش، رد، ویرایش یا تلخیص مقاله‌های رسیده مجاز است.
- مطالب مندرج در مجله، الزاماً مبین نظر دفتر انتشارات کمک‌آموزشی نیست و مسئولیت پاسخ‌گویی به پرسش‌های خوانندگان، با خود نویسنده یا مترجم است.
- مقاله‌های دریافتی در صورت پذیرش یا رد، بازگشت داده نمی‌شود.

- نشانی دفتر مجله: تهران، ایرانشهر شمالی، پلاک ۲۶۶. صندوق پستی: ۱۵۸۷۵/۶۵۸۵
- تلفن: ۹-۸۸۸۳۱۱۶۱ (داخلی ۳۷۴)
- نمابر: ۸۸۳۰۱۴۷۸
- وبگاه: www.roshdmag.ir
- پیام‌نگار: riazi@roshdmag.ir
- تلفن پیام‌گیر نشریات رشد: ۸۸۳۰۱۴۸۲
- کد مدیرمسئول: ۱۰۲
- کد دفتر مجله: ۱۱۳
- کد امور مشترکین: ۱۱۴
- نشانی امور مشترکین: تهران، صندوق پستی: ۱۶۵۹۵/۱۱۱
- تلفن امور مشترکین: ۷۷۳۳۶۶۵۶ – ۷۷۳۳۶۶۵۵
- چاپ: شرکت افست (سهامی عام)
- شمارگان: ۱۱۵۰۰

شأنیت معلم «متواضع» و «مقدس» چگونه حفظ می‌شود؟

زهرا گویا

در مراسم اختتامیه نهمین جشنواره کتاب‌های آموزشی رشد که روز یکشنبه، ۴ دی ۱۳۹۰ برگزار شد، رئیس محترم سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی اشاره نمودند که «در سند برنامه درسی ملی، لفظ معلم، هم تواضع دارد هم تقدس». این نگاه به معلم، که به حق ستون خیمه تعلیم و تربیت در جهان است، امیدوارکننده است. در عین حال، ضروری است که نگاه اجرایی نظام آموزشی به معلم «متواضع» و «مقدس» تبیین گردد. تا با پشتیبانی‌های لازم از معلم، زمینه‌های واقعی و عملی برای حفظ این «تواضع» و «تقدس» فراهم گردد. همان‌طور که کنت اسپونویل (۱۹۹۵) توضیح می‌دهد، اخلاقِ عملی با اخلاق نظری اندکی متفاوت است! اخلاق عملی، «اخلاق زنده است تا اخلاق مبتنی بر نظریه‌پردازی». این بدان معناست که معلم را «متواضع» و «مقدس» دانستن، ارزشمند و شایسته مقام واقعی اوست. اما این نگاه نظری و دوراندیشانه، نیازمند اقدامات عملی و بسترهای مناسب برای رشد متوازن و همه جانبه معلم است؛ رشدی که وی را به لحاظ دانشی سرآمد، به لحاظ رفتاری با فضیلت و به لحاظ اجرایی، کارآمد، با اختیار، مسئولیت‌پذیر و با اعتماد به نفس بار آورد. آن‌گاه می‌توان انتظار داشت که جهت‌گیری تربیتی چنین معلمی، به سوی «تواضع» و «تقدس» با تعریف‌های روشن و عملیاتی از هر یک باشد. در واقع، می‌توان این دو واژه را در «فضیلت» خلاصه کرد که «تلاش برای خوب رفتار کردن» است و «این خوبی را خودِ این تلاش تعریف می‌کند». کنت اسپونویل ادامه می‌دهد که «فضیلت‌ها، ارزش‌های اخلاقی ما هستند، عینیت‌یافته، و تا آن‌جا که بتوانیم، تحقق یافته، به فعل درآورده شده» (ص. ۱۰). معلم با فضیلت، دانش‌آموز با فضیلت تربیت می‌کند و «انسان با فضیلت‌زاده نمی‌شود؛ با فضیلت می‌شود» و چگونگی این تحول، «از راه آموزش‌وپرورش، از راه ادب، از راه اخلاق، از راه عشق» است. عشقی که به انسان، ادب، وفاداری، دوراندیشی، میانه‌روی، شجاعت، عدالت، بخشندگی، افتادگی، سادگی، بردباری و بسیاری فضیلت‌های دیگر را می‌آموزد. تربیت و حفظ شأنیت چنین معلمانی ظرافت، دقت، اعتماد و همدلی می‌طلبد.

این‌ها در حالی است که اخیراً، اتفاقات متنوع و گاهی غیرقابل توجیهی در حوزه کاری معلمان رخ داده است. به‌طور مثال، یکی از معلمان ریاضی دوره راهنمایی با ۲۳ سال سابقه تدریس، در نامه‌ای که برای این

مجله فرستاده است[1]، درددل کرده که «چند سالی است که تدریس معلم، درگیر مسایل بغرنجی شده است که کار اصلی آموزش‌وپرورش را کاملاً تحت‌الشعاع خود قرار داده است. دیگر کیفیت آموزش، انگیزه کاری، جدیت در تدریس و موارد مشابه، اهمیتی ندارد. نظام آموزشی از معلم، چیز دیگری به غیر از موارد گفته شده می‌خواهد. دیگر لزومی به برنامه‌ریزی در امر آموزش و تدریس نداریم، کارها در نظر سیستم، خیلی ساده‌تر شده است» و علت این طنز تلخ را با یک تجربه شخصی، بیان می‌کند که مربوط به سال تحصیلی ۹۰-۱۳۸۹ است و در مدرسه‌ای که تدریس می‌کنند، این اتفاق افتاده است. فکر می‌کنم که آموزنده است با هم بشنویم شاید بتوانیم برای حل مشکلات مشابه، چاره‌اندیشی کنیم:

حدود دو هفته مانده به آغاز امتحانات نوبت اول، بنده سر کلاس مشغول تدریس بودم که مدیر همراه با یک فرم نصب شده روی تخته شاسی، درِ کلاس مرا زد و بعد از نزدیک شدن و دست دادن به من گفت: «همان‌طور که قبلاً شفاهاً به شما و سایر همکاران گفته شد و بر بُرد دفتر دبیران هم قبلاً نصب شده، امسال اضافه کار دبیران، به میزان میانگین نمره و درصد قبولی ــ البته درصد قابل قبول ۱۰۰٪ ــ درهر دو ترم بستگی دارد ، در ادامه، آقای مدیر بیان داشت که «طبق آمارهای گرفته شده، میانگین نمره درس ریاضیِ منطقه در سال گذشته، ۱۵ است. در نتیجه، با توجه به این فرمی که به شما نشان می‌دهم و برای گرفتن اضافه کار در سال آینده، بایستی در این فرم تعهد دهید که میانگین نمره کلاسی شما از ۱۵ بالاتر باشد و از همه مهم‌تر، درصد قبولی مورد تعهد شما نیز بایستی به ۱۰۰٪ برسد»، و با همین منوال، از همه همکاران در دروس علوم پایه مانند علوم و زبان خارجه و... در این فرم‌ها، با امضا تعهد گرفته شد.

این همکار عزیز، در بخشی از «درددل» خود نوشته است که «من ضرورتی بر تفسیر بیشتر این رویداد نمی‌بینم. مطمئناً در یک نگاه بی‌غرض، می‌توانم به سادگی به نتایج اسف‌بار این تصمیم پی برد. آیا دیگر حریمی بر شأن و شخصیت معلم باقی خواهد ماند؟ آیا دانش‌آموزی که درس پشتکار و تلاش به او می‌دهیم، به نصیحت‌ها و پیگیری‌های دلسوزانه ما نخواهد خندید؟ جالب است که کنت ـ اسپونویل، «دلسوزی» را فضیلت «همدلی در درد و در اندوه» و «سهیم شدن در رنج دیگری» می‌داند و از آن جهت آن را فضیلت می‌شمرد که «هم‌زمان یک تلاش، یک توانایی و یک برتری است» (ص، ۱۶۰). و «یک احساس است: به این عنوان، نه تأثیر می‌پذیرد و نه سفارشی است» (ص، ۱۴۳). یعنی لازم است که معلم مورد انتظار، به گونه‌ای آموزش ببیند که مانند این همکار عزیز، دلسوزیِ غیرسفارشی، جزیی از نهاد معلمی او شده است و بدین سبب، دل آزرده و نگران می‌شود. نگران از این‌که دانش‌آموز احساس کند که «بدون زحمت نیز می‌توان صاحب همه چیز شد و در جامعه، تفاوتی بین آدم تلاشگر و خوب با یک فرد بی‌عار و تن‌پرور» وجود نداشته باشد. ایشان در پایان‌نامه‌اش نوشته است که «آری دیگر معلمی، آموزش ادب و تلاش و جدیت نیست...» ادبی که اسپونویل، آن را «سرچشمه همه فضیلت‌ها» می‌داند که فضیلت‌ها از آن ناشی می‌شوند.

نظام آموزشی، باید قدرشناس چنین دلدادگان وفادار و شجاعی باشد که «بی‌طمع» و «از خود گذشته»، برای تحقق آرمانی باارزش که همان تربیت و نگهداری معلمان «با فضیلت» یا «متواضع و مقدس» است. تلاش می‌کنند و از خود مایه می‌گذارند. وگرنه امثال وی را چه باک! که به خود دردسر بدهند و وقت بگذارند و برای حفظ حریم حرفه‌ای خویش و آموزش معنادار دانش‌آموزان، تلاش کنند؟

پی‌نوشت

۱. این نامه در مجله موجود است.

مرجع

کنت اسپونویل، آندره. (۱۹۹۵). **رساله‌ای کوچک در باب فضیلت‌های بزرگ**. ترجمه دکتر مرتضی کلانتریان (چاپ سوم، بهار ۱۳۸۸). نشر آگه.

مقاله

نقش ریاضیات

بررسی نقش ریاضیات در تاریخچهٔ آزمون‌های کتبی سراسری

مانی رضائی
دکتری ریاضی با گرایش آموزش ریاضی

چکیده

شاید تصور عموم بیشتر این باشد که آزمون‌های کتبی سراسری و ارزشیابی‌هایی که برای رتبه‌بندی انجام می‌شود، ریشه در غرب دارد. اما برخلاف آن، این آزمون‌ها برخاسته از فرهنگ شرق دور است. فرهنگ شرقی طی چندین قرن از آزمون‌های سراسری برای شناسایی و انتخاب افراد مستعد برای منصب‌های دولتی، صرف‌نظر از خاستگاه طبقاتی آن‌ها، استفاده کرده است. هر چند در این مقاله، اشاره‌ای مختصر به نتایج اجتماعی آزمون‌ها و مسایل مربوط به آن شده است، لیکن موضوع این مقاله آزمون‌های کتبی در نظام‌های آموزشی، و نقش ریاضی و آموزش ریاضی در چنین نظام‌هایی است.

کلیدواژه‌ها: آموزش‌وپرورش، آموزش ریاضی، ارزشیابی، تاریخ، فرهنگ، نظام‌های آموزشی.

مقدمه

عنوان این مقاله با توجه به وجود حساسیت زیاد نسبت به کنکور، این‌گونه انتخاب شد. در شرایطی دیگر، عنوان «سیری کوتاه در تاریخچهٔ کنکور» برای این مقاله مناسب‌تر به نظر می‌رسید. کنکور واژه‌ای فرانسوی و به معنی مسابقه (مخصوصاً برای ورود به دانشگاه یا مؤسسه) است. در طول تاریخ، هدف از برگزاری کنکور، انتخاب مناسب‌تر و عادلانه فراد در میان داوطلبان متعدد و البته مستعد بود. هدفی که تحقق آن، همواره با ابهام روبه‌رو است. انتخاب از طریق آزمون‌های سراسری، بخشی از باور شرق دوری‌ها است که با مهاجرت‌های وسیع و متناوب مردم مشرق زمین، این روش در سرتاسر جهان معرفی و نهادینه شده است.

سرآغاز و گسترش آزمون‌های سراسری

برگزاری آزمون‌های سراسری (کنکور) برای رتبه‌بندی، برخاسته از تفکر فیلسوف چینی کنفوسیوس است. آزمون‌های سراسری (ورودی یا استخدامی) در حدود سه قرن پیش از میلاد در چین باستان طراحی و اجرا شد. سپس این روش گزینش، به اروپا و آمریکای شمالی رسید و از آن‌جا دوباره به سراسر جهان از جمله مشرق زمین، گسترش یافت. با توجه به شکل‌گیری این آزمون‌ها که براساس تفکر فلسفی کنفوسیوس است، آشنایی با فلسفه‌ای که او بیان می‌کند، ضروری به‌نظر می‌رسد.

ویل دورانت نقل می‌کند که شاگردان **کونگ‌چی‌یو** او را **کونگ‌فوتزه** یعنی «کونگ استاد» می‌خواندند، و محققان اروپایی زیر نفوذ زبان لاتین، نام وی را به «کنفوسیوس» برگرداندند. کنفوسیوس در سال ۵۵۱ پیش از میلاد به دنیا آمد. وی از بیست و دو سالگی به معلمی پرداخت. ویل دورانت به این نکته منحصر به فرد اشاره می‌کند که کنفوسیوس در کار تدریس، هیچ روش منطقی دقیقی به شاگردان نمی‌آموخت، بلکه به آرامی خطاهای آنان را نشان می‌داد و از آنان فراست می‌خواست. وی می‌گفت که «برای کسی که مشتاق نباشد، حقیقت را نمی‌گشایم، و به یاری کسی که نگران تبیین نموده‌ها نباشد، برنمی‌خیزم. برای کسی که یک گوشهٔ موضوع را به او بنمایم و او خود سه گوشهٔ دیگر را از آن درنیابد، درسم را تکرار نمی‌کنم». کنفوسیوس فلسفه را برای کشورداری می‌خواست. فلسفه وی می‌خواست انسانی کامل به‌بار آورد. او با گوته هم داستان است که تکامل نفس، بنیاد تکامل جامعه است. کنفوسیوس می‌گفت، «کانون مسلم و واقعی حاکمیت سیاسی، مردم‌اند، زیرا هر حکومتی که از اعتماد آنان بی‌بهره شد، دیر یا زود سقوط می‌کند» و ادامه می‌داد که «ایجاد سرمشق خوب، اولین ضرورت حکومت است و انتصاب خوب، دومین ضرورت». وی معتقد بود باید کیفرها را کاهش و تعالیم عمومی را گسترش داد، زیرا «بر اثر تعالیم، تمایز طبقات از میان می‌رود». فلسفهٔ او شکلی عملی و سیاسی داشت. این فلسفه بیش از بیست قرن بر چین حاکم بود (ویل‌دورانت، صص ۷۳۵-۷۵۱). پیروان کنفوسیوس معتقد بودند که باید پنج فضیلت را اشاعه داد و این فضیلت‌ها از طریق آموزش‌وپرورش کسب می‌شوند و «انسان کامل» را به‌وجود می‌آورند» (لوتان کوی، ص ۳۴۸).

برگزاری آزمون‌های سراسری (کنکور) برای رتبه‌بندی، برخاسته از تفکر فیلسوف چینی کنفوسیوس است. آزمون‌های سراسری (ورودی یا استخدامی) در حدود سه قرن پیش از میلاد در چین باستان طراحی و اجرا شد. سپس این روش گزینش، به اروپا و آمریکای شمالی رسید و از آن‌جا دوباره به سراسر جهان از جمله مشرق زمین، گسترش یافت

وی به نقل از **خوزه لوئیس گارسیا گارید** می‌نویسد که «نظام‌های ملی آموزشی به دنبال دو موقعیت تاریخی مهم که کاملاً به‌هم مرتبط بودند به‌وجود آمدند: آغاز عصر صنعتی و توسعهٔ «حکومت ـ ملت» به عنوان یک ساختار سیاسی تعیین‌کننده.» کوی ادامه می‌دهد که بنابراین، اگر قبل از قرن نوزدهم از نظام‌های آموزشی سخن به میان آید، مغایر با تاریخ گام برداشته‌ایم. آن‌چه گفته شد در مورد اروپا صادق است. در جاهای دیگر، حکومت‌های متمرکز توانستند یک نظام آموزشی را مستقل از هرگونه اندیشهٔ ملت و جریان صنعتی‌شدن سازماندهی کنند هم‌چنان که چین از قرن سوم پیش از میلاد، با اتحاد **کین شی هانگدای** به یک حکومت متمرکز تبدیل شد (لوتان کوی، صص ۳۱-۳۲). به گفته کلمنتس و الرتون (۱۹۹۶) براساس تفکر کنفوسیوس، و با هدف ایجاد سرمشق خوب و روشی برای استخدام کارمندان، یک نظام آموزشی دولتی سازماندهی شد و نظام آزمون‌های دانش‌آموزی برای مدرسه‌های خانوادگی، روستایی، شهری، و در سطح ملی در دانشگاه پایتخت ابداع شد (p. ۱۳۶). راه‌یابی به نظام آموزشی، با موفقیت در آزمون‌های ورودی امکان‌پذیر بود و کسب منصب‌های دولتی نیز براساس همین آزمون‌ها بود. هر کارمند بعد از مدتی باید دوباره آزمون می‌داد و در صورت عدم موفقیت، سمت خود را از دست می‌داد. این نوع انتصاب‌های فراطبقاتی، همراه با امکان تغییر در هرم نظام حکومتی جامعه، موجب شد این آزمون‌ها در افکار عمومی عادلانه جلوه کنند و قابل قبول باشند. مقبولیت این نوع گزینش، فراگیران آن را نیز به دنبال داشت و پس از چین، در امپراطوری ژاپن، کره، ویتنام و بقیهٔ کشورهای آسیای شرقی، این فرهنگ فراگیر شد.

البته روش آزمون‌های سراسری تا اوایل قرن نوزدهم به

شرق آسیا محدود بود اما مهاجرت مردم این مناطق و آشنایی با فرهنگ شرق موجب گسترش آن در غرب نیز شد. به‌طور مثال، در انگلستان و آمریکا، تا دههٔ ۱۸۴۰، دانش‌آموزان تا پیش از پایان هر دوره، در هیچ آزمونی برای ورود به مدارس و دانشگاه‌ها شرکت نمی‌کردند و تنها در نوعی «آزمون عمومی» شفاهی شرکت می‌کردند که در یک روز خاص و با حضور والدین و برخی دیگر از مردم برگزار می‌شد و طی آن، حاضران به بحث و گفت‌وگوی آزاد با دانش‌آموزان می‌پرداختند و از این طریق، توانایی آنان را محک می‌زدند. این آزمون‌های شفاهی عمومی، تا نیمه اول قرن نوزدهم در مستعمره‌های انگلستان نیز کاربرد داشت (کلمنتس و الرتون، ۱۹۹۶، p. ۱۳۹).

روش آزمون‌های سراسری تا اوایل قرن نوزدهم به شرق آسیا محدود بود اما مهاجرت مردم این مناطق و آشنایی با فرهنگ شرق موجب گسترش آن در غرب نیز شد

در غرب آسیا و به‌خصوص ایران، ورود به مدرسه، به‌صورت توصیه (شفاهی و کتبی) و با معرفی به استاد، و سپس بررسی و پذیرش دانش‌آموز از سوی استاد درس انجام می‌شد. در این روش، استاد بنا به سبک آموزش خود، شاگردان را می‌پذیرفت. اما برخی محدودیت‌های عملی در آموزش و ناکارآمدی آموزش، در نگاه کلان، موجب آن شد تا یادگیرندگان در مسیری سخت آموزش ببینند. بنا به اظهار رشدیه (۱۳۷۰)، تا پیش از فراگیر شدن آموزش، سوادآموزی چیزی بیش از دو سال به‌طول می‌انجامید. وی به نقل از روزنامه اختر، سختی فراگیری زبان فارسی و نبود روش‌های آموزشی مناسب را موجب آن می‌دانست که در ایران، از هر هزار نفر، ده تن باسواد بودند. در حالی‌که در کشورهای غربی، از هر هزار نفر، تنها ده تن بی‌سواد بودند (ص ۲۰). با این همه، مدرسه‌های ایران محل بحث و تحقیق بود و هر از چند گاهی، بزرگان علم در گوشه و کنار کشور، حتی روستاهای دورافتاده، ظاهر می‌شدند.

برگزاری آزمون سراسری، ایجاد فرصت برابر

تا پیش از فراگیر شدن یک نظام ارزشیابی سراسری، گزینش‌ها و انتخاب افراد چندان قانون‌مند به‌نظر نمی‌رسید. اقبال عمومی غرب از آزمون‌های سراسری بدان علت بود که امکان ارزشیابی عینی و روا را همراه با رتبه‌بندی سراسری فراهم می‌کرد. نظام آموزشی به‌جای پاسخ‌گویی در مورد کارآمدی خود، نظام آزمون سراسری را در مقابل افکار عمومی قرار داده بود، و به دلیل ادعای شفافیت معیارها، داعیهٔ ایجاد «فرصت‌های برابر» مطرح شد. به ادعای مدافعان، در این شرایط هر کسی، صرف‌نظر از خاستگاه اجتماعی خود و صرفاً براساس توانایی‌های فردی، می‌تواند با موفقیت در آزمون سراسری، مراحل رشد را طی کند. مدافعان آزمون، بر جزییات اجرایی برای اطمینان از عینی‌بودن و روایی آزمون تأکید دارند و بر این اساس، انواع روش‌ها با هدف خنثی‌بودن آزمون نسبت به شرایط، طراحی و اجرا شده‌اند.

از آن‌جا که فرض بر آن است که شرایط حاکم بر جامعه ایجاب می‌کند که امکانات اجتماعی براساس توانایی‌ها و استعداد افراد و سهم هر فرد در روابط تولید و اجتماع، تقسیم شود، قرار گرفتن افراد در موقعیت‌های اجتماعیِ در خور توانایی‌ها، مهم جلوه می‌کند. در صورت وجود روشی که ورای روابط، ضابطه‌ای برای قرار دادن افراد در موقعیت‌های اجتماعی مناسب ایجاد کند، جای اعتراض به شرایط نابرابر اجتماعی را از بین می‌برد. بدین جهت، روایی آزمون‌های سراسری برای تعیین جایگاه علمی و حتی اجتماعی افراد، و نهادینه‌شدن این روش به‌عنوان راهی برای رتبه‌بندی افراد جامعه، باعث شد تا آزمون‌های سراسری روزبه‌روز فراگیرتر شوند.

موضوع آزمون‌ها نیز از اهمیت ویژه برخوردار است. در دوره‌های مختلف موضوع‌های گوناگونی برای آزمون‌ها انتخاب شده‌اند که عمدتاً براساس فرهنگ و سنت‌های هر منطقه بوده است. در چین باستان، آزمون‌های کنفوسیوس، معماهای کلامی و برخی از مباحث دیگر در ریاضیات، از جمله موضوع‌های آزمون‌های سراسری بود. در صورتی‌که برای رتبه‌بندی افراد در اروپا، دانستن احکام کلیسا و آشنایی به زبان لاتین به عنوان موضوع‌های اصلی، و علوم و ریاضیات به عنوان موضوع‌های بعدی مورد توجه بود.

در غرب آسیا و ایران نیز احکام فقهی و علم کلام و ریاضیات،

برتری‌های فردی را نشان می‌داد. این در حالی است که انتظار می‌رود موضوع آزمون به دانش خاص یا آموزش ویژه‌ای بستگی نداشته باشد و توانایی‌های واقعی (ذاتی) فرد ارزیابی شود. بنابراین، وجه مشترک همهٔ اقوام یعنی ریاضیات، محور توجه قرار گرفت. باور عمومی بر آن است که ریاضیات به عنوان موضوعی برای تشخیص توان‌مندی‌های اجتماعی مناسب است. بر این اساس، توانایی در ریاضیات به استعداد افراد بستگی دارد، و درک و فهم ریاضیات در سطوح مختلف، قابل ارزیابی است. بدین ترتیب، وظیفهٔ سنگین رتبه‌بندی افراد برعهدهٔ ریاضیات قرار گرفت. البته با وجود این ادعاها، و باور عمومی، نتایج تحقیق‌های آموزش ریاضی نشان می‌دهد که از جنبه‌های متفاوتی ادعای «ایجاد فرصت‌های برابر» زیر سؤال است (کلمنتس و الرتون، p. ۱۴۲). در ادامه با برشمردن برخی از عوامل اجتماعی مؤثر بر نتیجهٔ آزمون‌ها که مبتنی بر تحقیق‌های آموزشی است، به برخی از این نتایج اشاره می‌کنیم.

با برگزاری آزمون‌های سراسری، این باور ایجاد شد که تغییر موقعیت اجتماعی برای هرکس امکان‌پذیر است. چنین باوری موجب شد تا عموم مردم، پذیرای شرایط اجتماعی (هر چند ناعادلانه) باشند

خویشاوندی[۱]. در گزارشی که کلمنتس و الرتون (۱۹۹۶) از تحقیق هاوسون (۱۹۹۳) منتشر کرده‌اند، با اشاره به نتایجی که در اقصی‌نقاط جهان به‌دست آمده است، تأکید بر نقش موقعیت اجتماعی پذیرفته‌شدگان دارند. به‌وضوح تأثیر این عامل در کسب نتیجه آشکار است و حتی در مقایسه با عوامل دیگر، وضعیت اجتماعی داوطلبان در تغییر موقعیت آنان نقش بیش‌تری داشته است. به گزارش آن‌ها، برای مثال، از میان ۱۶۲۷ داوطلب موفق در آزمون‌های ریاضی کشور کره، طی یک دورهٔ ۴۰۰ ساله، در فاصلهٔ سال‌های ۱۴۰۰ تا ۱۸۰۰ میلادی، مشاغل پدران آنان به شرح زیر بوده است: ۱۲۴ نفر گیاه‌شناس، ۷۵ نفر مترجم، ۶ نفر منجم، و ۱۴۲۲ نفر ریاضی‌دان. به گفته آن‌ها، خویشاوندی معمولاً آشنایی داوطلب با نوع آزمون را هم به‌همراه دارد که می‌تواند امکان موفقیت بیش‌تر در آزمون را فراهم کند.

زبان. در بیش‌تر کشورها، آموزش مدرسه‌ای، به زبان رسمی است. برای مردم ساکنِ منطقه‌های دو یا چند زبانه، بین آموزش رسمی و توانایی‌ها و تجربه‌های روزمره فاصله وجود دارد. میلیون‌ها کودک در سراسر جهان در کلاس درس، ریاضیات را به زبانی غیر از زبان مادری فرا می‌گیرند. در جامعه‌ای که ارزشیابی‌های سراسری برای ایجاد «فرصت‌های برابر» برگزار می‌شود، سؤالی مطرح می‌شود که «آیا چیزی که فهمیدن آن به خواندن و درک مفهوم سؤال نوشته شده بستگی دارد، می‌تواند به عنوان موضوعی برای یک آزمون منصفانه انتخاب شود؟» آن‌ها معتقدند که وابستگی آزمون به زبان رسمی، عینیت و روایی آزمون را زیر سؤال می‌برد و این سؤال را مطرح می‌کنند که آیا آزمونی که به زبان مادری برگزار نشود، می‌تواند منصفانه، عادلانه و با ایجاد فرصت برابر باشد؟»

گفتمان خاص آزمون. علاوه بر زبان رسمی نوشتاری و گفتاری، بیان و گفتمان «خاص» حاکم بر آزمون‌های سراسری موجب می‌شود که امکان کسب نتیجه‌ای نزدیک به توانایی‌های داوطلب، وابسته به طی کردن آموزش «خاص» برای آشنایی با آزمون باشد. نحوهٔ برگزاری آزمون‌های سراسری به مرور زمان، به سوی نوع خاصی پیش‌رفته است تا جایی که در بسیاری از موارد موفقیت در آزمون، به آشنایی با این نوع گفتمان وابسته شده است. در این حالت، آموزش‌های خاص توازن آزمون را برهم می‌زند، آموزش‌هایی که معمولاً در سطح وسیع و فراگیر هستند و تنها بخش کوچکی از جامعه از آن بهره‌مندند.

مدرسه و آموزش خصوصی. نمی‌توان از نقش مدرسه‌های خصوصی و آموزش خصوصی در پذیرفته‌شدن داوطلبان در آزمون‌های سراسری چشم‌پوشی کرد. به اعتقاد کلمنتس و الرتون (۱۹۹۶)، تصوری وجود دارد که این، هزینه‌ای سنگین است که برای «خرید» نتیجه‌ای خوب پرداخت می‌شود (p.۱۴۳). آن‌ها اشاره می‌کنند که نتایج ۱۵۰ سال برگزاری آزمون‌های ورودی دانشگاه‌های کمبریج و اکسفورد نشان می‌دهد که بیش‌تر پذیرفته‌شدگان، از مدرسه‌های غیردولتی بوده‌اند. اما به نظر آن‌ها، به جای «فرصت‌های برابر»، بی‌عدالتی جاودانه شده است. هر یک از عوامل یاد شده و برخی دیگر از عوامل اجتماعی مؤثر، باعث می‌شود که ارائهٔ تعریفی روشن از «فرصت برابر» دشوار باشد. بررسی هر یک از این موارد و تأثیر و نقش آن‌ها در مسیر آموزش، می‌تواند موضوعی برای تحقیق‌های آموزشی باشند.

اعتراض به آزمون‌ها و مخالفت با آن‌ها

با برگزاری آزمون‌های سراسری، این باور ایجاد شد که تغییر موقعیت اجتماعی برای هرکس امکان‌پذیر است. چنین باوری موجب شد تا عموم مردم، پذیرای شرایط اجتماعی (هر چند ناعادلانه) باشند. این پدیده در چین، موجب شد تا طی بیش از بیست قرن، با وجود نابرابری‌های اجتماعی، نظام حاکم در چین تغییر چندانی پیدا نکند. از سویی دیگر به نظر می‌رسد که علت اصلی عمومیت یافتن آزمون‌های سراسری در اروپا نیز، تصور «ایجاد فرصت برابر برای همه» باشد. یعنی، اگرچه کارکرد آزمون‌های کتبی در مقابل آزمون‌های عمومیِ شفاهیِ رایج در اروپا، به مراتب بهتر و شفاف‌تر می‌نمود. اما شرایط آموزشی (و نه اجتماعی) تحت تأثیر این آزمون‌ها تغییر کرد و در فاصله‌ای کوتاه، زمینه‌های اعتراض وسیع آموزشگران را پدید آورد.

> **در غرب آسیا و به‌خصوص ایران، ورود به مدرسه، به‌صورت توصیه (شفاهی و کتبی) و با معرفی به استاد، و سپس بررسی و پذیرش دانش‌آموز از سوی استاد درس انجام می‌شد**

کلمنتس و الرتون (۱۹۹۶) اشاره می‌کنند که نشریهٔ انگلیسی قرن نوزدهم[2] در شمارهٔ نوامبر ۱۸۸۸ خود، ۳۵ صفحه از این نشریه را به اولین اعتراض عمومی علیه آزمون‌های کتبی اختصاص داده بود و چهارده صفحه از این شمارهٔ نشریه، به انتشار اسامی ۴۰۰ تن از مشهورترین آموزشگران آن دوره اختصاص یافته بود. آن‌ها زیر عبارتی را امضا کردند و آزمون‌های سراسری را «فشار ذهنی خطرناک و اتلاف‌گر انرژی‌ها و اهداف» موجود «در همهٔ مدرسه‌ها، پایه‌ها و کلاس‌ها و در دانشگاه‌ها» دانسته و آن را محکوم کرده بودند. اعتراض منعکس شده در این نشریه، به‌وضوح حملهٔ اساسی به پدیده‌ای را نشان می‌داد که هم‌پای آموزش در دنیای غرب رشد کرده بود و تنها پنجاه سال از عمر آن می‌گذشت. این پدیده شامل آزمون‌های کتبی سراسری و مسابقه‌های هماهنگ، براساس طرح درس‌های اعلام شده بود (p. ۱۳۹). برگزاری آزمون‌های سراسری موجب شده بود تا برای کسب نتیجهٔ «مطلوب»، از سوی بسیاری، تنوع آموزشی و توانایی‌های موجود در نظام آموزشی نادیده گرفته شود.

اگرچه طی قرن بیستم، در بیشتر کشورها آزمون‌های کتبی در ایجاد شایسته‌سالاری مؤثر بودند، با این حال، مخالفت وسیع با آزمون‌های کتبی سراسری، یکی از اولین اقدام‌هایی بود که بعد از انقلاب‌های سیاسی ـ اجتماعی به‌چشم می‌خورد. به‌طور مثال، در سال ۱۹۱۸ امتحان‌های ورودی در روسیه حذف شد. بعد از انقلاب فرهنگی چین نیز امتحان و رتبه‌بندی لغو شد.

کلمنتس و الرتون (۱۹۹۶) به یکی دیگر از موارد جالب توجه، در دههٔ ۱۹۶۰ که در کره جنوبی رخ داد اشاره می‌کنند که قابل تأمل است. رشد زیاد تعداد دانش‌آموزان متقاضی ورود به دبیرستان‌های برتر موجب شد تا مسابقه برای راه‌یابی به این مدرسه‌ها «جهنم آزمون‌های ورودی» را پدید آورد. برنامهٔ درسی ابتدایی تحت تأثیر این آزمون‌ها به سمت جزءجزء کردن مباحث رفت و دبستان، محل آموزش و یادگیری طوطی‌وار مطالب شد. والدین ثروتمند و حتی نه خیلی ثروتمند، با استخدام معلم خصوصی، موفقیت در آزمون ورودی مدرسه را برای فرزندانشان می‌خریدند. در سال ۱۹۶۸، وزارت آموزش کره جنوبی، در اقدامی فراگیر آزمون ورودی دبیرستان‌ها را برچید و طرح «ثبت‌نام در نزدیک‌ترین مدرسه به خانه» را اجرا کرد (p. ۱۴۵). با وجود آن‌که ممکن است اجرای چنین طرحی، کاهش برخی از مشکلات آموزشی را به دنبال داشته باشد، لیکن از تنش‌های اجتماعی آن کاسته نشد و بسیاری از والدین برای راهیابی فرزندشان به این مدارس، اقدام به تهیهٔ خانه در نزدیکی مدرسهٔ موردنظر کردند!

ریاضیات در آزمون‌های سراسری

نتایج یک تحقیق آماری نشان می‌دهد که بیش از ۹۳٪ از والدین در کره جنوبی تلاش دارند تا فرزندانشان به آموزش‌عالی راه یابند. این امر باعث آموزش آزمون ـ مدار در کره شده است که ریشه در ارزش‌های اجتماعی و فرهنگ مردم و نظام آزمون‌های سراسری ایالتی[3] کره دارد که از قرن ۱۰ میلادی رواج داشته است. آزمون ـ مداربودن آموزش در کره، باعث ایجاد تأثیر عمیق و مهمی در برنامهٔ آموزش و یادگیری ریاضیات شده است. به اعتقاد کلمنتس و الرتون، سیر تاریخی ارزشیابی‌های مدرسه‌ای

و تأثیری که نظریه‌های آموزشی بر ریاضیات مدرسه‌ای داشته‌اند، موضوع‌های متعدد تحقیقی را برای محققان آموزش ریاضی فراهم کرد (p. ۱۴۶).

لکاف و نونز (۲۰۰۰)، ریاضیات را یکی از بزرگ‌ترین محصولات ناشی از قدرت تخیل مشترک انسان‌ها می‌دانند که توسط میلیون‌ها تن از مردم متعهد طی بیش از هزاران سال تولید شده است و توسط صدها هزار مربی و معلم و آن دسته از مردم نگه‌داری می‌شود که هر روز از آن استفاده می‌کنند (p. ۳۷۷). این ماهیت ریاضیات با وظیفهٔ سنگینی که آزمون‌های سراسری با هدف رتبه‌بندی افراد جامعه برعهدهٔ آن گذاشته، سازگار نیست. به دلیل محدود شدن ریاضیات به قالبی خاص و برای ارزشیابی‌های خاص، جنبه‌های متنوع آن کمتر مورد توجه قرار گرفته و ریاضیات تنها در ابعادی خاص رشد کرده است.

اگرچه طی قرن بیستم، در بیشتر کشورها آزمون‌های کتبی در ایجاد شایسته‌سالاری مؤثر بودند، با این حال، مخالفت وسیع با آزمون‌های کتبی سراسری، یکی از اولین اقدام‌هایی بود که بعد از انقلاب‌های سیاسی ـ اجتماعی به‌چشم می‌خورد

بسیاری بر این باورند که آشنایی و تسلط به مفاهیم ریاضی برای موفقیت در آزمون‌های سراسری بسیار مهم است و برای استفاده بهتر از زمان، باید به سراغ مفاهیم انتزاعی شده‌ای رفت که با بیانی فشرده ارائه می‌شوند. ممکن است چنین ریاضیات انتزاعی، برای کسب نتیجه در آزمون‌های موجود، تا حدودی مؤثر باشند. اما اگر هدف از آموزش یادگیری باشد، می‌تواند حتی بی‌معنی هم باشد. بیشاپ (۱۳۷۶) معتقد است که «ریاضیات، موضوعی است که می‌تواند خیلی سریع انتزاعی شود و این بدان معنا است که به محض این‌که ریاضی ارتباط خود را با دنیای واقعی‌ای که دانش‌آموزان در خارج از مدرسه می‌شناسند از دست می‌دهد، برای بسیاری از آن‌ها نیز بی‌معنی می‌شود. بیشتر دانش‌آموزان در رویارویی با این ریاضیات، آن را طوطی‌وار حفظ می‌کنند.»

از سوی دیگر، آزمون‌پذیری برخی از موضوع‌های ریاضی باعث شده تا نوع خاصی از ریاضیات ترویج پیدا کند که کلمنتس و الرتون، از آن با نام ریاضیات با M (ریاضیات خاص) نام می‌برند. این ریاضیات در مقابل ریاضیات عام (با m) مطرح می‌شود و ادعا بر آن است که ریاضیات خاص، به فرهنگ و سنت خاصی بستگی ندارد و به‌صورت موضوعی انتزاعی می‌تواند در سراسر جهان مورد توجه قرار گیرد. اما وابستگی این ریاضیات خاص به فرهنگ زندگی صنعتی و شهری در بسیاری موارد نشان داده شده است. اما چون در مقیاس وسیع، یادگیری کودکان مدرسه‌ای با احساس عدم صلاحیت و ناتوانی در مورد ریاضیات (M) همراه است. لازم است پذیرش این نوع از ریاضیات برای آموزش، مورد بازنگری قرار گیرد و الگوهای جایگزینی براساس ارزش دادن به زمینه‌های فرهنگی و زبانی یادگیرندگان تبیین شوند (کلمنتس و الرتون، ۱۹۹۶).

مقایسهٔ اجتماعی کشور کره با ایران، وجوه مشترک بسیاری را به نمایش می‌گذارد. سیر عمومی وقایع در این دو کشور شباهت‌های زیادی را نشان می‌دهد که می‌تواند مورد بررسی موشکافانه‌تری قرار گیرد.

پی‌نوشت

1. Nephotism
2. Nineteen Century
3. Gwageo Jedo

منابع

۱. دورانت، ویل. **تاریخ تمدن: مشرق زمین، گاهواره تمدن.** جلد اول، کتاب سوم. مترجم: امیرحسین آریان‌پور (۱۳۶۵). سازمان انتشارات و آموزش انقلاب اسلامی. تهران.

۲. کوی، لوتان. **آموزش‌وپرورش: فرهنگ‌ها و جوامع.** مترجم: محمد یمینی‌دوزی سرخابی (۱۳۷۸). مرکز چاپ و انتشارات شهید بهشتی. تهران.

۳. رشدیه، فخرالدین. (۱۳۷۰). **تاریخ مدارس نوین در ایران: زندگینامهٔ میرزا حسن رشدیه.** انتشارات هیرمند، تهران.

۴. بیشاپ، آلن. (۱۳۷۶). رابطهٔ بین آموزش ریاضی و فرهنگ. مترجمان: روح‌الله جهانی‌پور و زهرا گویا. **مجلهٔ رشد آموزش ریاضی ۵۰** (زمستان ۱۳۷۶)، صص. ۳-۱۱.

5. Clements M. A., and N. F. Ellerton. (1996). **Mathematics Education Research: Past, Present and Future.** UNESCO Principal Regional Office for Asia and The Pacific, Bangkok, Thailand.

6. Lakoff G., and R. E. Nunez. (2000). **Where Mathematics Comes From: How the Embodied Mind Brings Mathematics into Being.** Basic Books. New York.

مقاله

یوسف آذرنگ
کارشناسی ارشد آموزش ریاضی و دبیر ریاضی شهرستان سردشت(آذربایجان‌غربی)

پیوستگی از شهود تا دقت

مقدمه

اگر حسابان را یکی از شاخه‌های مهم و زیبای ریاضی تلقی کنیم، باید بپذیریم که مفهوم پیوستگی هم از مفاهیم مهم و کاربردی این حوزه است؛ به‌گونه‌ای که درسراسر کتاب حساب دیفرانسیل و انتگرال، کاربرد مفهوم پیوستگی در قالب قضیه‌های گوناگون به چشم می‌خورد. درک این مفهوم و به‌کارگیری روابط و قضیه‌های آن، وابسته به درک مفاهیم کلیدی دیگری است که از مفاهیم پربار حسابان به‌شمار می‌آیند.

در این حوزه، مشکلات یادگیری دانش‌آموزان تنها مربوط به جبر و اعمال ریاضی مربوط به آن‌ها نیست، بلکه در بیشتر موارد، مربوط به مفاهیمی‌اند که به‌صورت جدیدی نشان داده می‌شوند و به نوعی با فرآیندهای نامتناهی درگیرند. به‌طور مثال، در محاسبه $\lim\limits_{x\to ۱}(۴x-۷)$، هرچند با یک عمل جبری ساده به جواب می‌رسیم ولی عملاً درگیر فرآیندی نامتناهی هستیم و تفکر حسابانی چهره غالب‌تری نسبت به تفکر جبری دارد.

کار کردن با این دو نوع تفکر و رسیدن از تفکر جبری به تفکر آنالیزی کار ساده‌ای نیست و نیازمند این است که مسیر شهود به دقت، با تأمل و درک مناسبی طی شود.

در این مقاله، در ارتباط با پیوستگی که یکی از مفاهیم اصلی حسابان است، به موارد زیر اشاره می‌شود.

۱- تعریف پیوستگی ۲- مفاهیم درگیر با مفهوم پیوستگی ۳- پیوستگی و قضایای آن

علاوه‌بر این‌ها، مواردی از تعبیرها و بررسی‌های دانش‌آموزان ذکر شده است تا نشان دهیم چیزی که با زبان شهود قابل بیان است، کافی نیست و در بیشتر موارد، دقت لازم ریاضی را ندارد.

کلیدواژه‌ها: شهود، پیوستگی تابع، بدفهمی، مشکلات یادگیری، حسابان.

تعریف پیوستگی

در کتاب حساب دیفرانسیل و انتگرال آمده است که «به‌طور شهودی، تابعی را در نقطه a پیوسته گویند که نمودار آن در نقطه a بریدگی یا پرش نداشته باشد» (تعریف ۱).

در کتاب‌های درسی حسابان و ریاضی۳ هم با ذکر مثال‌های

متعدد مشابه، از همین تعریف شهودی استفاده شده است. تجربه تدریس کلاسی نویسنده نشان می‌دهد که اگر بعد از همین تعریف، به دانش‌آموزان نمودار چند تابع را بدهیم و از آنان بخواهیم پیوستگی آن‌ها را بررسی کنند، دانش‌آموزان در پاسخ به آن‌ها با مشکل خاصی مواجه نمی‌شوند و مفهوم پیوستگی را با زبان نمودارها به راحتی درک می‌کنند. درواقع، این تعریف شهودی است بدین دلیل که تکیه‌اش بر اشکال هندسی ازجمله نمودارهای عینی و قابل فهم هستند. از این جهت در ریاضی، اغلب برای شهودی کردن یک مطلب، نمودارها به کار گرفته می‌شوند. در مقابل به تعریف مجرد پیوستگی با استفاده از مفهوم حد توجه کنیم:

«تابع f در نقطه a پیوسته است، هرگاه در یک همسایگی a تعریف شده و حد آن در a برابر f(a) باشد؛ یعنی $\lim_{x\to a} f(x)=f(a)$ »(تعریف ۲).

اگر به دنبال این تعریف، از دانش‌آموزان بخواهید که پیوستگی توابع زیر را در نقطهٔ داده شده بررسی کنند؛

۱) $f(x)=\sqrt{x}$ در $x=0$

۲) $f(x)=\frac{1}{[x-1]}$ در $x=1$

۳) $f(x)=\sqrt{x^3-x^2}$ در $x=0$

به نظر شما چه تعداد از دانش‌آموزان قادرند به پاسخ درست برسند؟

چون می‌دانیم دانش‌آموزان قبل از مفهوم پیوستگی، با مفهوم حد، تابع و همسایگی آشنا شده‌اند. لذا انتظار داریم برمبنای تعریف پیوستگی و مفاهیم خوانده شده به درستی به جواب برسند. ولی تجربه تدریس نشان می‌دهد که همیشه کار به این سادگی نیست، زیرا بسیاری از دانش‌آموزان در برخورد با این مسایل، با مشکل مواجه می‌شوند و به راحتی و با دقت کافی نمی‌توانند مفهوم پیوستگی را در این توابع بررسی کنند. پس چه کار باید کرد؟

از آنجا که دانش‌آموزان با مفهوم همسایگی تا حدودی آشنایی دارند، بهتر است آن‌ها را راهنمایی کنیم که در اولین قدم، رفتار توابع را در نقطه داده شده بررسی کنند.

اگر بخواهیم تعاریف (۱) و (۲) پیوستگی را با هم مقایسه کنیم، می‌بینیم که دانش‌آموزان در استفاده از تعریف (۲) نیازمند دقت و تأمل بیشتری هستند، زیرا آن‌ها باید مفاهیم بیشتری را بازخوانی

یافته‌های تحقیقی نشان می‌دهند که حد نیز مانند تابع، دو صورت فرآیندی و شیءِ دارد، یعنی فرآیندی است که مرتباً تکرار می‌شود و گاهی نتیجه آن یک مقدار است. نماد lim در عبارت $\lim_{x\to a} f(x)$، تابع f را به کار می‌برد و طی فرآیندی نامتناهی، درصورت امکان آن‌را به صورت یک مقدار عددی نشان می‌دهد

کنند. علاوه‌بر این‌ها، وقتی یک تابع به صورت یک عبارت جبری (و نه یک نمودار) معرفی می‌شود، ایجاد ارتباط معنادار بین مفاهیم هم مشکل‌تر خواهد شد. لذا حرکت از شهود نموداری -که ملموس است- به سمت تجرید، دشوارتر به نظر می‌رسد.

برای تسهیل این مسیر، طبق تجربه خویش، برای تقویت تفکر ریاضی دانش‌آموزان (و نه صرفاً انجام دادن اعمال) در فاصلهٔ بین این دو تعریف، از سؤالاتی مشابه سؤال زیر استفاده می‌کنم:

سؤال: نمودار تابعی را رسم کنید یا ضابطه تابعی را بنویسید که در آن، شرایط زیر برقرار باشد:

$\lim_{x\to 1} f(x)=f(1)$ و $\lim_{x\to 2^-} f(x)\neq \lim_{x\to 2^+} f(x)=f(2)$

طرح سؤالاتی مانند این، موجب می‌شود دانش‌آموزان ارتباط بهتری بین تعاریف پیوستگی برقرار کنند و حالت‌های نمادین را به شکل نموداری ببینند. چنین ارتباطی باعث می‌شود تفکر ریاضی دانش‌آموزان از انجام اعمال نمادین و کار روی عبارت‌های جبری فراتر رود. از طرفی دیگر، دانش‌آموزی که قادر است صورت‌های نمادین و جبری را به زبان نمودارها بیان کند و سؤالاتی را پاسخ دهد که بر عکس ارزشیابی‌های معمول است، نشان می‌دهد که ریاضیات را با تصور و تفکر بهتری درک کرده است و گام مهمی در راستای تقویت فهم ریاضی خود برداشته است.

البته کار به همین‌جا ختم نمی‌شود؛ اگر بخواهیم واقعاً نشان دهیم پیوستگی f در نقطهٔ a چه مفهومی دارد، باید روش $\varepsilon-\delta$ را به کار ببریم؛ یعنی از همسایگی‌ها به عنوان ابزاری کارآمد در حوزهٔ حسابان استفاده شود تا به کمک آن، کاری عاری از خطا انجام داده باشیم و به آن نظم و دقت ریاضی ببخشیم.

f در a پیوسته است

هرگاه: $\forall\varepsilon>0\ \exists\delta>0 \ni |x-a|<\delta \Rightarrow |f(x)-f(a)|<\varepsilon$

(تعریف ۳)

تفکر آنالیزی چهره غالب‌تری نسبت به تفکر جبری دارد. کار کردن با این دو نوع تفکر و رسیدن از تفکر جبری به تفکر آنالیزی کار ساده‌ای نیست و نیازمند این است که مسیر شهود، با تأمل و دقت و درک مناسبی طی شود

این تعریف به همان اندازه که کارآمد و دقیق است غیرشهودی و مجرد نیز به نظر می‌آید، شاید به همین دلیل باشد که اکنون جایگاهی برای آن در کتاب‌های درسی مدرسه‌ای درنظر گرفته نشده است.

بنابراین، فرآیند دقت بخشیدن به مفهوم یا تعریف پیوستگی، مسیری را طی می‌کند که سرچشمهٔ اولیهٔ آن نمودارهایی هستند که شهود، آنها را لمس می‌کند و در عالم ریاضی با بیان روابط و مفاهیم جبری و آنالیزی تا جایی پیش می‌رود که گاهی با همین شهود اولیه در تعارض قرار می‌گیرند؛ و این‌جاست که در برخی موارد از خود می‌پرسیم «این تعاریف واقعاً بیانگر چه مفاهیمی‌اند؟»

مفاهیم مرتبط با مفهوم پیوستگی

پاسخ دادن به سؤالات پیوستگی، نیازمند آگاهی از مفاهیمی است که بار پیوستگی را به دوش می‌کشند؛ مفاهیمی مانند اعداد حقیقی، تابع، حد و همسایگی که درک هر یک از این‌ها، موجب تقویت شهود می‌شود و کار ارتقای شهود به سمت تجرید را آسان‌تر می‌کنند.

در اینجا، اشاره‌ای به چند مورد می‌شود.

– **اعداد حقیقی:** درک بسیاری از مفاهیم ریاضی وابسته به درک اعداد حقیقی است زیرا مفاهیم حسابان روی مفهوم «حرکت» بنا شده‌اند و این حرکت در چارچوب اعداد حقیقی و درک مناسب آن‌ها توجیه‌پذیر است. هرچند که لازم نیست پیچیدگی‌های اعداد حقیقی در دبیرستان به نمایش گذاشته شود، ولی باید بپذیریم که درک مفهوم پیوستگی و مفاهیم مشابه آن، بر درک اعداد حقیقی استوار است که مفهوم میل کردن به یک عدد و همسایگی، جزو این موارد است.

اگر از دانش‌آموزان خواسته شود پیوستگی تابع $f(x)=\begin{cases} x^3-1 & x^2<2 \\ 2+x & x^2\geq 2\end{cases}$ را در R بررسی کنند، آن‌ها باید با توجه به دو ضابطه‌ای بودن تابع f، نقاطی از دامنه را بررسی کنند که پیوستگی در آن‌ها روشن نیست؛ یعنی تشخیص این نقاط و بررسی رفتار تابع f در همسایگی آن نقاط اهمیت ویژه‌ای دارد.

– **توابع** از مفاهیم اساسی در حسابان به شمار می‌آیند. در این حوزه، توابع بیشتر به عنوان اشیایی تلقی می‌شوند که روی آن‌ها اعمال ریاضی انجام می‌شود؛ بدین معنی که وقتی از تابعی حد می‌گیریم، شیء مورد استفاده در این عمل، تابع است. در این مرحله، دانش‌آموز باید به درک درستی از مفهوم تابع رسیده باشد تا بتواند اعمال خاصی مانند حدگیری، مشتق‌گیری و انتگرال‌گیری را روی آن‌ها انجام دهد. توابع به صورت‌های متفاوتی نشان داده می‌شوند و به لحاظ انتزاعی بودن نیز، در سطوح متنوعی قرار دارند. به عنوان مثال، شاید درک توابع مثلثاتی، قدر مطلق و جزء صحیح، مشکل‌تر از درک توابع چندجمله‌ای باشد. این‌ها بدین معنی است که اگر از دانش‌آموزان بخواهیم پیوستگی تابع $f(x)=2-x^2$ را در R بررسی کنند، با رسم نمودار آن به سادگی می‌توانند از عهدهٔ آن برآیند یا با عملیات جبری ساده می‌توانند تعریف پیوستگی را در آن به کار گیرند و به جواب برسند. ولی اگر پیوستگی تابع

$$f(x)\begin{cases} \dfrac{\sin x}{\sqrt{1-\cos x}} & x<0 \\ -\dfrac{\sqrt{2}}{2} & x=0 \\ [1-x] & x>0 \end{cases}$$

در نقطه‌ای مانند $x=0$ موردنظر باشد، آن‌ها باید بازخوانی مناسبی از توابع کسری، رادیکالی، مثلثاتی و جزء صحیح داشته باشند و قواعد حاکم بر آن‌ها را بدانند تا در هر مرحله، بادقت گام بردارند و به جواب درست برسند. طبعاً رسم نمودار توابع در چنین مواردی ساده نیست، لذا به جاست که دانش‌آموزان از شهود جبری خوبی برخوردار باشند.

– **حد** در کتاب‌های درسی ایران، پیوستگی به دنبال حد می‌آید. برهمین مبنا لازم است دانش‌آموزان ابتدا با مفهوم حد آشنا شوند.

یافته‌های تحقیقی نشان می‌دهند که حد نیز مانند تابع، دو صورت فرآیندی و شییء دارد، یعنی فرآیندی است که مرتباً تکرار می‌شود و گاهی نتیجه آن یک مقدار است. نماد lim در

عبارت $\lim_{x\to a} f(x)$ ، تابع f را به کار می‌برد و طی فرآیندی نامتناهی، درصورت امکان آن‌را به صورت یک مقدار عددی نشان می‌دهد.

پیوستگی و قضایای آن

قضایا، نتایج خلاصه شده و به دست آمده از استدلال استنتاجی‌اند و در حل مسایل، استفاده از آن‌ها نتایجی فوری به همراه دارد. به همین اندازه هم، دقت در به‌کارگیری آن‌ها مهم و لازم است.

حال سؤال اصلی این است که در کتاب‌های درسی، قضایای پیوستگی چه جایگاهی دارند و نقش آن‌ها در حل مسایل چیست و دانش‌آموزان در حل مسایل تا چه اندازه از آن‌ها استفاده می‌کنند. به‌طور مثال، به دو قضیه زیر توجه کنید:

قضیه ۱: اگر f در a پیوسته باشد، $|f|$ نیز در a پیوسته است.

قضیه ۲: اگر g در a و f در g(a) پیوسته باشد، fog هم در a پیوسته است.

حال باتوجه به این دو قضیه، سؤال‌های زیر را از دانش‌آموزان بپرسید.

پیوستگی تابع $f(a)=\left|\frac{x}{x^{2}-1}\right|$ را در هر نقطه از دامنه‌اش بررسی کنید.

اگر $g(x)=\frac{1}{x-1}$ و $f(x)=\frac{x}{1-x}$ ، تابع fog در چند نقطه ناپیوسته است؟

اگر دانش‌آموزان بتوانند دو قضیه بالا را به کار گیرند،پاسخ به این سؤال‌ها کار ساده‌ای است. ولی عملاً دیده‌ایم که آن‌ها کمتر به سراغ قضیه‌ها می‌روند؛ زیرا روش‌های دیگری هم برای حل آن‌ها وجود دارد که دانش‌آموزان در پناه آن‌ها مطمئن‌ترند.

البته در کتاب ریاضی۳ و حسابان (چاپ جدید – ۸۹)، اشاره‌ای به قضایای پیوستگی نشده است و این از نکات برجستهٔ این کتاب‌هاست، زیرا نخواسته‌اند بی‌درنگ و بدون تامل قضیه‌های پیوستگی را خشک و خالی به دنبال هم ردیف کنند.

قضیه‌ها (حداقل در نگاه اول) شاید تصویرهای شهودی از خود نشان ندهند، لذا به کار گرفتن آنها در حل مسایل مستلزم دقت و درک مفهومی است. به سؤال زیر توجه کنید:

تحت چه شرایطی برای f و g در همسایگی a داریم:

$$\lim_{x\to a} f(g(x)) = f(\lim_{x\to a} g(x)) \qquad (۱)$$

در حسابان به تساوی (۱) اشاره شده است و در حساب دیفرانسیل و انتگرال هم قضیه‌ای بدون اثبات از آن وجود دارد.

در مجموع، می‌خواهم تأکید کنم که ردیف کردن پشت سر هم قضایا در کتاب‌های درسی، دردی را دوا نمی‌کند چون دانش‌آموزان نه‌تنها نمی‌توانند (یا کم‌تر می‌توانند) تصوری شهودی از آن مفاهیم ایجاد کنند، بلکه در حل مسایل هم کمک زیادی به آنان نمی‌کنند

برای درک این تساوی و شرایط لازم برای برقراری آن، بهتر است نگاهی به تعریف پیوستگی داشته باشیم:

f در x=a پیوسته است در نتیجه

$$\lim_{x\to a} f(x) = f(a) \quad \text{یا} \quad \lim_{x\to a} f(x) = f(\lim_{x\to a} x) \qquad (۲)$$

با مقایسهٔ (۱) و (۲) می‌توان گفت تساوی (۱) زمانی برقرار است که $\lim_{x\to a} g(x)$ وجود داشته باشد و در f در مقدار $\lim_{x\to a} g(x)$ پیوسته باشد.

البته این تنها یک تصویر ساده و کم‌دقت از برقراری تساوی (۱) است که برای درک ابتدایی از آن، مفید به نظر می‌رسد.

در ارتباط با پیوستگی و کاربرد آن، یکی از مهم‌ترین قضیه‌ها، قضیه مقدار میانی است که استفادهٔ چشمگیر آن در حساب دیفرانسیل و انتگرال واضح است. این قضیه و نتایج آن درباب یافتن وجود ریشه‌ای برای معادلهٔ $f(x)=0$ که تابع f شرایط قضیه را دارد، کمک شایانی خواهد کرد.

اهمیت موضوع در اینجاست که دانش‌آموزان در برخورد با مسایل مربوطه، چگونه می‌توانند شرایط قضیه را از دل آن‌ها بیرون بکشند و از آن‌ها استفاده کنند؟ به طور مثال، اگر از دانش‌آموزان بپرسیم ؛ آیا تابع $f(x)=\cos x-x$ محور xها را در بازهٔ (۱ و ۰) قطع می‌کند یا خیر؟ چیزی که شاید دانش‌آموزان را با مشکل مواجه کند، در قدم اول به‌خاطر آوردن قضیه و در ادامه، فراهم آوردن شرایط لازم برای به‌کارگیری آن است. یعنی در نگاه اول، احتمال دارد آنان بر سر چند راهی قرار گیرند که از چه چیزی استفاده کنند. حتی درمورد وجود ماکزیمم و می‌نیمم مطلق یک تابع پیوسته بر بازه [a,b]، دانش‌آموزان به سختی به‌خاطر می‌آورند که قبلاً در ارتباط با آن، قضیه‌ای را خوانده‌اند که در آن صورت، مسئله بدیهی و روشن می‌شد.

در مجموع، می‌خواهم تأکید کنم که پشت سر هم ردیف کردن قضایا در کتاب‌های درسی، دردی را دوا نمی‌کند چون دانش‌آموزان نه‌تنها نمی‌توانند (یا کمتر می‌توانند) تصوری

دانش‌آموزان صورت فرآیندی حد را طوری می‌بینند که هم‌چنان ادامه دارد و به نتیجه آن به عنوان مقداری مشخص، شک دارند

شهودی از آن ایجاد کنند، بلکه در حل مسایل هم کمک زیادی به آنان نمی‌کنند.

جدای از تمام موارد ذکر شده، گاهی با مسایلی روبه‌رو می‌شویم که تضاد آشکار بین شهود و دقت ریاضی در آن به‌خوبی مشهود است. به عنوان مثال، چرا برای بررسی پیوستگی تابع $f(x)=\begin{cases} x & x\in Q \\ ۰ & x\notin Q \end{cases}$ در نقطه $x=۰$ ، از دنباله‌ها و حد دنباله‌ها استفاده می‌کنیم؟ آیا به این دلیل است که تصویر روشنی از نمودار f نداریم، یا استفاده از تعاریف قبلی دراین مورد ناکارآمدند؟ آیا بدین دلیل است که دامنه f به صورت اجتماع اعداد گنگ و گویاست و ما مرز مشخصی برای جدا کردن آن‌ها نداریم؟ یا چیزی غیر از این‌ها؟

یک بررسی تجربی

در این بررسی، پاسخ‌ها و توضیحات دانش‌آموزان کلاس درس نویسنده در جواب دادن به سؤال زیر منعکس شده است.

سؤال: عبارت ۷x+۲ را درنظر بگیرید.

الف – مقدار آن را به ازای x=۲ به دست آورید.

ب – مقدار $\lim_{x\to ۲}(۷x+۲)$ را پیدا کنید.

آیا دو مقدار به دست آمده در (الف) و (ب) با هم متفاوتند؟ پاسخ دهید.

این یکی از سؤالاتی بود که به دانش‌آموزان پیش‌دانشگاهی رشته ریاضی داده شد. هدف این بود که معلوم شود تا چه اندازه دانش‌آموزان، درک درستی از مفهوم حد و پیوستگی دارند و تا چه اندازه قادرند برای اعمال ریاضی خود توضیح کافی و قابل قبول ارایه دهند.

پاسخ‌های دانش‌آموزان به این سؤال جای تأمل داشت:

– بخشی از دانش‌آموزان باتوجه به برابری مقدار تابع و مقدار حد در x=۲ و اشاره به پیوسته بودن آن، بیان کرده بودند که «دو مقدار هیچ تفاوتی با هم ندارند».

– بخشی دیگر از دانش‌آموزان، هرچند که مقدار ۱۶ را در هر دو قسمت (الف) و (ب) پیدا کرده بودند، ولی در توضیح فرآیند کار خود، نوشته بودند که «این دو مقدار ۱۶، یکی نیستند». تعدادی از آن‌ها نوشته بودند که در قسمت (الف)، مقدار مطلق ۱۶ به دست می‌آید، ولی در قسمت (ب)، در بی‌نهایت به ۱۶ می‌رسد. «برخی دیگر اشاره کرده بودند که «هرچه x به ۲ نزدیک‌تر می‌شود، مقدار f(x) هم بیشتر خواهد شد و ماکزیمم این میل کردن، برابر ۱۶ است.»

– دسته‌ای دیگر از دانش‌آموزان در توضیح راه‌حل‌های خود، به موارد دیگری اشاره کرده بودند. مثلاً تعدادی نوشته بودند که «در ظاهر، دو مقدار با هم برابرند ولی در حد به اندازه ε با هم فرق دارند». دانش‌آموزی هم نوشته بود $۱۶<\lim_{x\to ۲}f(x)<۱۷$ و دانش‌آموز دیگری با نوشتن ۱۶^{+}، ۱۶^{-} و ۱۶ اشاره به نابرابری آنها کرده بود. دانش‌آموزی دیگر هم با این توضیح که «نمی‌توان گفت در حالت حدی مقدار به دست آمده برابر مقدار غیرحدی است» نوشته بود که «تفاوت بسیار کمی با هم دارند» و در ادامه نوشته بود « $\lim_{x\to ۲}(۷x+۲)=۱۶\pm\varepsilon$ »

جالب است که برخی از دانش‌آموزان، ابراز کرده بودند «این دو مقدار در عمل با هم فرق دارند، ولی ازلحاظ جایگذاری متفاوت نیستند.»

نمونه‌های زیر، عیناً از دست‌نوشته‌های دانش‌آموزان گرفته شده است.

الف) $۷x+۲=۷\times ۲+۲=۱۶$

ب) $\lim_{x\to ۲}(۷x+۲)=۱۶$

بله دو مقدار به صورت جزئی متفاوتند آن مقدار در قسمت (الف) خود ۱۶ است ولی در قسمت (ب) حد این تابع است و آن دقیقاً ۱۶ نیست. بلکه ازطرف راست یا چپ خیلی‌خیلی به آن نزدیک شده و مقدار حدی آن است.

بله چون وقتی در حد، x به سمت ۲ میل می‌کند $\lim_{x\to ۲}(۷x+۲)=۷\times ۲+۲=۱۶$ مقدار تابع به سمت ۱۶ میل می‌کند ولی به خود ۱۶ نمی‌رسد $\lim_{x\to ۲}(۷x+۲)=۷\times ۲+۲=۱۶$ ولی در الف مقدار تابع را به ازای x=۲ قرار می‌دهیم و مقدار تابع برابر ۱۶ می‌شود.

الف) $۷\times ۲+۲=۱۴+۲=۱۶$

ب) $\lim_{x\to ۲}(۷x+۲)=۱۶$

تقریباً یکی هستند ولی یک تفاوت هست، آن‌هم این است که در قسمت ب چون x میل می‌کند به ۲ و هیچ‌گاه به ۲ نمی‌رسد پس حاصل هم میل می‌کند به ۱۶ ولی هیچ‌گاه به ۱۶ نمی‌رسد ولی بسیار به ۱۶ نزدیک می‌شود.

$$y = ۷x + ۲ \xrightarrow{x=۲} y = ۱۶$$

ب) $\lim\limits_{x \to ۲}(۷x + ۲) = ۱۶$

این دو مقدار با هم متفاوتند اما چون در هنگام حد گرفتن مقادیر را خیلی نزدیک به عدد ۲ در نظر می‌گیریم (برای تقریبی و راحت کار) عدد ۲ را در معادله جایگذاری می‌کنیم (در صورت مبهم نبودن) و برای این‌که دقیق‌تر به‌دست بیاوریم، باید مقادیر نزدیک (چه از راست و چه از چپ) به ۲ را در نظر گرفته و مقدار تابع را به ازای آن مقادیر به‌دست آوریم که چون بعد از محاسبهٔ همهٔ مقادیر مشاهده می‌شود که حدِ گرفته شده خیلی به عدد ۱۶ نزدیک می‌شود، پس ما (به طور قرارداد) خود عدد ۱۶ را حد تابع فوق در نظر می‌گیریم. در صورتی که منظور از حدگیری تابع در نقطهٔ $x=۲$ ، خود عدد نیست.

به‌راستی اگر این دو مقدار با هم یکی نیستند، پیوستگی تابع $f(x) = ۷x + ۲$ در نقطه $x=۲$ چه معنایی پیدا می‌کند؟ توضیحات این دانش‌آموزان در حل این سؤال به‌روشنی نشان می‌دهد که آن‌ها به راحتی قادر به درک دو وجه فرآیندی و شیئی حد نیستند. آن‌ها، در برخی موارد، به مقدار حد (۱۶) توجه نشان داده‌اند و در موارد بیشتری، به چهرهٔ فرآیندی حد توجه داشته‌اند. اشاره کردن به نابرابری دو مقدار به دست آمده از قسمت‌های(الف) و (ب) نمایانگر این مطلب است که برای آن‌ها، دو وجه مفهوم حد، در تعارض با یکدیگرند. پس چگونه می‌توان پیوستگی تابع $y=f(x)$ را در نقطه $x=a$ بر مبنای تعریف $\lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$ توضیح داد؟

چرا دانش‌آموزان نسبت به عدد ۱۶ به عنوان مقدار حد تردید دارند؟ چگونه می‌توان این بدفهمی را اصلاح کرد؟

به نظر می‌رسد توجه کردن به اعمال ریاضی در حوزه جبر و حسابان و تأکید بر تفاوت‌های این دو، اهمیت اساسی دارد. در تساوی $\lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$ پیدا کردن مقدار $f(a)$ عملی جبری است که طی یک فرآیند نامتناهی به‌دست می‌آید. ولی سمت چپ تساوی عملی آنالیزی (حسابان) است که برای پیدا کردن جواب، از جبر و روش‌های جبری کمک می‌گیریم. تقابل این دو عمل جبری و آنالیزی (حسابان) که یکی بیانگر فرآیندی متناهی و دیگری فرآیندی نامتناهی است، در تعریف پیوستگی یکی از ظرافت‌های ریاضی است و بهتر است دانش‌آموزان را متوجه این نکته کنیم که عدد ۱۶، هم می‌تواند محصول یکی از فرآیندهای متناهی مثل $f(۲)$ باشد و هم محصول یک فرآیند

طی کردن مسیر از شهود به دقت، همواره چالش‌برانگیز است و در بحث پیوستگی نیز همانند سایر مفاهیم حسابان، نمودارها در ایجاد یک تصور شهودی اولیه مفیدند، ولی هرچه از صورت‌های هندسی و نموداری فاصله بگیریم، کار شهود هم سخت‌تر می‌شود

نامتناهی مانند $\lim\limits_{x \to ۲}(۷x + ۲)$ و این قواعد و رویه‌ها هستند که چنین فرآیندهایی را کتمان می‌کنند.

نکته آموزشی مهم این است که تا زمانی که از دانش‌آموزان توضیح نخواهیم، مشخص نمی‌شود که آن‌ها تصور روشنی از این مفاهیم ندارند.

یافته‌های تجربی اشاره می‌شود که نشان می‌دهند دانش‌آموزان صورت فرآیندی حد را طوری می‌بینند که همچنان ادامه دارد و به نتیجه آن به عنوان مقداری مشخص شک دارند.

نتیجه‌گیری

تأمل و دقت در به‌کارگیری تعریف پیوستگی و استفاده از قضیه‌های آن، نیازمند یک تصور شهودی از آن است. این تصور زمانی پایدار است که تلفیق مناسبی از صورت‌های ریاضی (انواع بازنمایی‌ها) را دربر داشته باشد. لذا تقویت تفکر ریاضی در گرو رشد و ارتقای شهود است که در حالت‌های مختلف با ریاضی و مفاهیم آن درگیر است.

طی کردن مسیر از شهود به دقت، همواره چالش‌برانگیز است و در بحث پیوستگی نیز همانند سایر مفاهیم حسابان، نمودارها در ایجاد یک تصور شهودی اولیه مفیدند، ولی هرچه از صورت‌های هندسی و نموداری فاصله بگیریم، کار شهود هم سخت‌تر می‌شود. در مراحل بالاتر، شهود با مفاهیم دیگری مانند اعداد حقیقی، توابع، روابط جبری و مهم‌تر از همه با مفهوم بی‌نهایت درگیر است که ارتقای آن ضروری است. بنابراین، فرآیند دقت بخشیدن به مفهوم پیوستگی کاری دشوار است، زیرا مفاهیم حسابان از بستر بی‌نهایت‌ها رشد کرده‌اند.

منابع

کتاب‌های درسی حسابان، ریاضی ۳، حساب دیفرانسیل و انتگرال

مقاله

باورها، سنگ زیربنای تدریس

محمدرضا فدایی، دانشگاه شهید باهنر کرمان
فاطمه احمدپور مبارکه، کارشناس ارشد آموزش ریاضی

چکیده

مطالعه در حوزهٔ باورهای معلمان ریاضی، حاکی از رابطهٔ پیچیدهٔ بین باورها و شیوهٔ تدریس است. بنابراین، اصلاح و بهسازی آموزش ریاضی، مستلزم شناخت و تغییر باورهای معلمان است. در این مطالعه، به بررسی اجمالی باورهای معلمان ریاضی راجع به ماهیت، تدریس و یادگیری ریاضی پرداخته شده و سپس، تأثیر این باورها بر شیوهٔ تدریس معلمان تبیین شده است.

کلیدواژه‌ها: باورهای معلمان ریاضی، تدریس، ماهیت ریاضی.

مقدمه

از آنجا که باورها تأثیر عمیقی بر فکر و عمل هر فرد می‌گذارند، باورهای معلمان نیز اهمیت حیاتی در ایفای نقش حرفه‌ای آن‌ها در کلاس درس داشته و لذا شیوهٔ تدریس معلمان از باورهایشان متأثر می‌شود. در این مجال، ابتدا به تعریف باورهای ریاضی پرداخته و در بخش بعدی، باورهای معلمان ریاضی را به‌طور خاص بررسی می‌نماییم.

با وجود این‌که در چند دههٔ اخیر، تحقیقات شایانی به باورها توجه داشته‌اند، هنوز بر سر تعریف آن در میان محققان؛ اتفاق نظری وجود ندارد (بورگ[1]، ۲۰۰۱؛ مک‌لود و مک‌لود، ۲۰۰۲؛ ماب[2] و شلاگمن[3]، ۲۰۰۹؛ ماس، ۲۰۱۰). ولی در بین تعاریف بیان شده، ویژگی‌های زیر مشترک‌اند (بورگ، ۲۰۰۱):

الف. پذیرفتن باور به عنوان یک حقیقت توسط فرد؛

ب. به عنوان باورها تعیین‌کنندهٔ فکر و عمل افراد؛

ج. باورهای آگاهانه در مقابل باورهای ناآگاهانه؛

د. باورها به عنوان الزامات ارزشی.

باورهای معلمان ریاضی

به گفتهٔ کیازر و ماب (۲۰۰۷)، گریگوچ (۱۹۹۶) نظام‌های باوری در مورد علم ریاضی را به چهار دسته تقسیم کرد؛

ـ ریاضی به عنوان علمی که شامل فرایند حل مسئله است (فرایند محور)،

ـ مرتبط با جامعه و زندگی است (کاربردی محور)،

ـ منطقی، رسمی و دقیق است (صورت‌گرا)،

ـ مجموعه‌ای از قوانین و فرمول‌هاست (الگومحور).

باورهای فرایندمحور و کاربردی‌محور از نظام‌های باوری پویا هستند و باورهای صورت‌گرا و الگومحور، ایستا هستند.

مطالعات کیازر و ماب (۲۰۰۷) نشان می‌دهد که برداشتی که معلمان از ماهیت ریاضی دارند؛ باورهای آن‌ها را شکل می‌دهد. مثلاً برای معلمانی که در پروژهٔ آن‌ها شرکت داشتند، ریاضی به معنای تفکر دقیق ریاضی و روش‌های دقیق مانند رویکرد صورت‌گرایی بود. برای مثال، نگرش یکی از این معلمان نسبت به ریاضی این بود که «ریاضی یک زبان رسمی است و در مقایسه با زبان محاوره‌ای، اطناب ندارد و جامع و منطقی است». در درک این معلمان، نشانه‌هایی هم از رویکرد الگومحور دیده می‌شود. از این دید، ریاضی به انباشته‌ای از قوانین و فرمول‌ها تقلیل می‌یابد. هم‌چنین، دانش‌آموزان در دروس ریاضی، «اصول پایهٔ ریاضی» را یاد می‌گیرند و برای آن‌ها، «هر چیزی به جز آن‌هایی که از موضوعات دیگر وارد ریاضی شده است، به محاسبه منجر می‌شود.»

محققان و آموزشگران ریاضی بر این عقیده‌اند که باورهای معلم نسبت به ریاضی، در شکل‌دهی رویکردهای آموزشی وی نقش کلیدی دارند

دسته‌بندی دیگری از باورهای معلمان که در ادبیات پژوهشی این حوزه مستند شده است، در مطالعات بزویک (۲۰۰۵) دیده می‌شود. بزویک (۲۰۰۵) با بررسی طبقه‌بندی ارنست (۱۹۸۹) و ون زوئست و همکاران (۱۹۹۴) از باورهای معلمان ریاضی، باورهای معلمان را نسبت به ماهیت ریاضی، با باورهایی که در مورد تدریس و یادگیری ریاضی وجود دارد، متناظر نمود. این دیدگاه‌ها عبارتند از ابزارگرایی، افلاطونی و حل مسئله. از نظر ارنست (۱۹۸۹)، ابزارگرایان ریاضی را انباشتی از حقایق، مهارت‌ها و قوانین می‌دانند که برای دنبال کردن برخی از روابط صوری، به‌کار گرفته می‌شوند»؛ در حالی‌که طبق دیدگاه افلاطونی، ریاضی بدنهٔ یکپارچهٔ ایستایی از دانش است که از پیش وجود داشته است و منتظر کشف شدن است. در این دیدگاه، ساختار دانش ریاضی و اتصالات درونی بین عناوین گوناگون، اهمیت اساسی دارند. بالاخره دیدگاه حل مسئله، ریاضی را به عنوان یک حوزهٔ دائماً در حال گسترش و پویا از آفرینش و ابداع بشر، و یک محصول فرهنگی می‌داند در این دیدگاه، ریاضی فرایند جست‌وجو و ساختن دانش است نه یک محصول پایان‌یافته.

از آنجا که باورها تأثیر عمیقی بر فکر و عمل هر فرد می‌گذارند، باورهای معلمان نیز اهمیت حیاتی در ایفای نقش حرفه‌ای آن‌ها در کلاس درس داشته و لذا شیوهٔ تدریس معلمان از باورهایشان متأثر می‌شود

باورها در مورد ماهیت ریاضی (ارنست، ۱۹۸۹)	باورها در مورد تدریس ریاضی (ون زوئست و همکاران، ۱۹۹۴)	باورها در مورد یادگیری ریاضی (ارنست، ۱۹۸۹)
ابزارگرایی	تمرکز بر محتوا با تأکید بر عملکرد	تسلط بر مهارت‌ها
افلاطونی	تمرکز بر محتوا با تأکید بر فهم و درک	پذیرش منفعل دانش
حل مسئله	تمرکز بر یادگیرنده	ساخت فعال فهم و درک، کشف مستقل علایق خود

جدول ۱: رابطهٔ بین باورها

نقش باورها در تدریس

محققان و آموزشگران ریاضی بر این عقیده‌اند که باورهای معلم نسبت به ریاضی، در شکل‌دهی رویکردهای آموزشی وی نقش کلیدی دارند (کارالامبوس، پانائورا و فیلیپو، ۲۰۰۹ و کیازر و ماب، ۲۰۰۷). هم‌چنین، با وجودی که پیوند بین باورهای معلمان و روش تدریس آن‌ها تأیید شده است، اما ماهیت باورها برای پژوهشگران که در پژوهش‌های خود، همه سازگاری و همه عدم سازگاری را بین باورها و روش تدریس معلمان را نشان داده‌اند، بحث برانگیز است (بزویک، ۲۰۰۵). بسیاری از محققان، دلیل این تناقض‌های آشکار را ماهیت زمینه‌مدار باورها می‌دانند (گرین[۴]، ۱۹۷۱؛ آزجن و فیشباین، ۱۹۸۰؛ هویلز[۵]، ۱۹۹۲ و پاژارس[۶]، ۱۹۹۲ نقل شده در ارنست، ۱۹۸۹ و بزویک ۲۰۰۳ و ۲۰۰۵ و ۲۰۰۷). بسیاری از محققان، جنبه‌های توصیف گرین (۱۹۷۱) را از نظام‌های باوری در نظر گرفته‌اند تا رابطهٔ بین باورهای معلمان ریاضی و روش تدریس آن‌ها را توضیح دهند (بزویک، ۲۰۰۵). از آن بین دو جنبه از آن توصیف توضیح داده می‌شود:

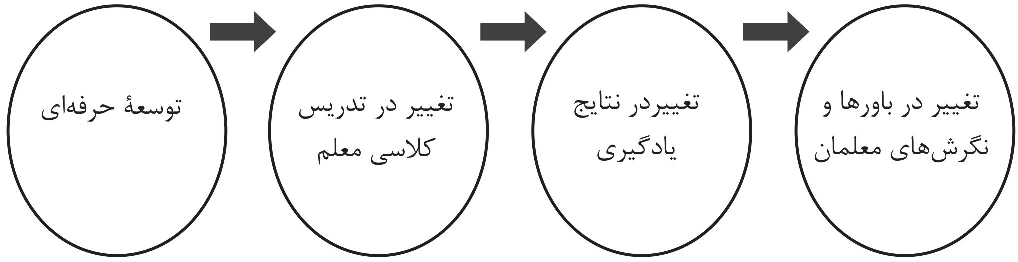
۱. ایدهٔ مرکزیت: مرکزیت یک باور، تابعی از شدت و تعداد ارتباط با دیگر باورها است (بزویک، ۲۰۰۶ و ۲۰۰۷). امکان دارد اعتقاد به سایر باورها، پیامد یک باور مرکزی (اصلی) باشد و در نتیجه، هر تغییری در آن باور اصلی می‌تواند تأثیر به‌سزایی در نظام باوری فرد بگذارد و آن را به کلی برهم زند. بدین سبب، باورهای مرکزی به سختی تغییر می‌کنند (بزویک، ۲۰۰۶).

۲. اثر خوشه‌بندی: باورِ دانش‌آموزی را در نظر بگیرید که در ریاضی ضعیف است؛ شاید این باور در نتیجهٔ یک تجربهٔ منفی ریاضیات مدرسه‌ای شکل گرفته باشد. هم‌زمان، در نتیجهٔ یک شغل پاره‌وقت در یک خرده‌فروشی، باوری در او شکل گرفته است که بر صلاحیت داشتن او بر ریاضی دلالت دارد. ممکن است این دانش‌آموز نسبت به هر یک از این دو باور یا هر دوی آن‌ها، بی‌اطلاع باشد و این عدم آگاهی، تا زمانی که تجربه‌ای، آن باورها را بر شخص آشکار سازد و باعث شود تا او نسبت به این تفاوت‌ها تأمل کند، ادامه می‌یابد (بزویک، ۲۰۰۶).

در واقع، زمینه هم در مرکزیت و هم در خوشه‌بندی باورها اهمیت دارد (بزویک، ۲۰۰۶). از ماهیت زمینه‌مدار باورها چنین برمی‌آید که مرکزیت منسوب به باورهای متعلق به یک فرد، می‌تواند از زمینه‌ای به زمینهٔ دیگر متفاوت باشد. عدم موفقیت در نشان‌دادن باور برآمده از یک زمینه، در زمینه‌ای دیگر (با کلمات یا اعمالی) می‌تواند در نتیجهٔ اولویت‌بندی متفاوت باورها در موقعیت‌های متفاوت باشد (بزویک، ۲۰۰۷). از سوی دیگر، نتیجهٔ مهم خوشه‌بندی باورها این است که امکان دارد باورها با یکدیگر تناقض داشته باشند، بدون این‌که شخص از این تناقض آگاه باشد. بزویک (۲۰۰۵ و ۲۰۰۶) معتقد است که در حقیقت چنین خوشه‌هایی احتمالاً در زمانِ شکل‌گیری، در زمینه‌های مستقلی هستند.

البته حتی مسیر ارتباط باورها/روش تدریس، توسط گاسکی[۷] (۲۰۰۲) زیر سؤال رفته است. گاسکی (۲۰۰۲) براساس «مدل

معلمان می‌توانند با تغییر باورهای خود نسبت به ماهیت ریاضی و یاددهی ـ یادگیری آن، نحوهٔ تعامل خود را با دانش‌آموزان از نو طراحی نمایند

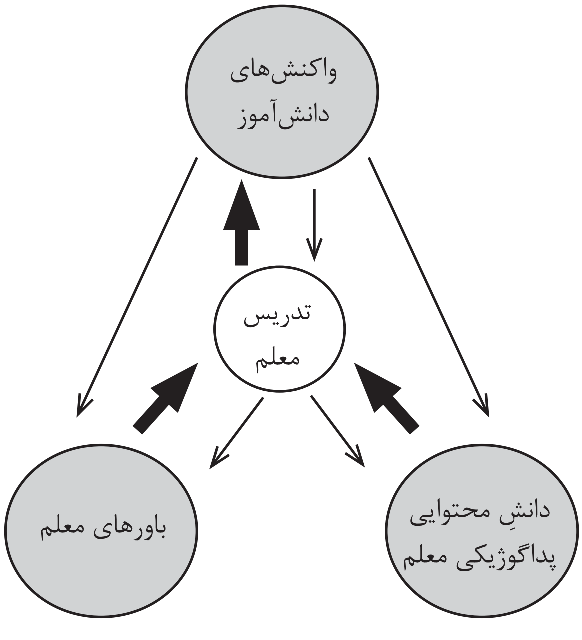


شکل ۱: مدلی از تغییر معلم (گاسکی، ۲۰۰۲ و گاسکی، ۱۹۸۶، نقل شده در کونی، ۲۰۰۱)

تغییر معلم» (شکل ۱) توضیح می‌دهد که «طبق این مدل، تغییر اساسی در نگرش‌ها و باورهای معلمان، عمدتاً بعد از مشاهدهٔ بهبود در یادگیری دانش‌آموز رخ می‌دهد. این بهبودها نوعاً نتیجهٔ تغییر در روش تدریس معلمان است ـ یک رویکرد جدید آموزشی، استفاده از مواد یا برنامه درسی جدید، یا واقعاً اصلاح شیوهٔ تدریس یا شکل کلاس درس است.»

بدین ترتیب، گاسکی (۲۰۰۲) مدعی است به جای این‌که باورها تعیین‌کنندهٔ رفتار باشند، تغییر باور است که می‌تواند در نتیجهٔ تغییر رفتار رخ دهد. به‌نظر می‌رسد ادعای گاسکی با بسیاری از تحقیقات در حوزهٔ آموزش معلمان ریاضی مغایرت دارد (کونی، ۲۰۰۱). کاب[8] و همکاران (۱۹۹۰، نقل شده در بزویک، ۲۰۰۵)، ضمن تأیید یافته‌های گاسکی، این‌گونه استنباط کرده‌اند که روش تدریس و باورها به جای این‌که تأثیر علّی خطی برهم داشته باشند، با هم توسعه می‌یابند و از لحاظ منطقی، با هم در ارتباطند. اسکیو و همکاران (۱۹۹۷) نیز این مسیر را یک‌طرفه نخوانده و از اثر متقابل، سخن به میان آورده‌اند. مدل زیر، خلاصهٔ کلام آن‌هاست.

به این ترتیب، پیوند بین باورهای معلمان ریاضی و روش تدریس آن‌ها در ادبیات پژوهشی این حوزه، تأیید شده است. نتایج مطالعات بزویک (۲۰۰۵) نشان می‌دهد هرچه دیدگاه معلمان به حل مسئله نزدیک‌تر باشد، کلاس درس‌های آن‌ها تطابق بیشتری با اصول ساخت و سازگرا دارد. به نظر او، از



شکل ۲: مدلی از اثر متقابل و رابطهٔ بین باورها، دانش و تدریس کلاس درس (اسکیو و همکاران، ۱۹۹۷)

آنجایی که بسیاری از معلمان چنین دیدگاهی ندارند، احتمالاً بسیاری از دانش‌آموزان، ریاضی را در کلاس‌هایی یاد می‌گیرند که مبتنی بر اصول ساخت و سازگرایی نیستند. در این راستا، بزویک (۲۰۰۷) طی مصاحبه و مشاهدهٔ کلاس درس معلمانی که شیوهٔ تدریس آن‌ها مبتنی بر اصول ساخت‌وسازگرایی بود، نه باور معلمان ریاضی دورهٔ متوسطه را در سه دسته به شرح

زیر مشخص نمود:

«الف. باورهایی در مورد ماهیت ریاضی:
۱. ریاضی در مورد ایده‌های مرتبط و معنادار است.
۲. ریاضی سرگرم‌کننده است.

ب. باورها در مورد یادگیری ریاضی:
۳. یادگیری دانش‌آموزان غیرقابل پیش‌بینی است.
۴. همهٔ دانش‌آموزان می‌توانند ریاضی را یاد بگیرند.

ج. باورها در مورد نقش معلم (ماهیت حرفه‌ای وی):
۵. مسئولیت کنترل نهایی مباحثه در کلاس درس با معلم است.
۶. معلم وظیفه دارد به‌طور فعال، ساختِ دانشِ ریاضیِ دانش‌آموزان را تسهیل و هدایت کند.

تلاش برای تغییر شیوهٔ تدریس معلمان، بدون تغییر باورهای آن‌ها نشدنی است. بنابراین، برای بهبود آموزش ریاضی، توجه به باورهای معلمان حیاتی است

۷. معلم وظیفه دارد دانش‌آموزان را با روش‌های گستردهٔ پذیرفته شده در تفکر و برقراری ارتباط در ریاضی، آشنا کند.
۸. معلم راجع به قوانین اجتماعی که در کلاس به اجرا درمی‌آید، تصمیم‌گیرنده است.
۹. وظیفهٔ حرفه‌ای معلمان یادگیری مداوم است.»

با عنایت به وضعیت آموزشی موجود و ملاحظه نتایج تحقیقات انجام شده مبنی بر ناکارآمدی نظام آموزشی فعلی، به‌نظر می‌رسد معلمانی موفق‌تر هستند که در آموزش ریاضی، دیدگاه حل مسئله را به‌خوبی درک نمایند و مبنای تدریس خود را با عنایت به روش ساخت‌وسازگرایی استوار نمایند. معلمان می‌توانند با تغییر باورهای خود نسبت به ماهیت ریاضی و یاددهی ـ یادگیری آن، نحوهٔ تعامل خود را با دانش‌آموزان از نو طراحی نمایند.

جمع‌بندی

در چند دههٔ اخیر، مطالعات بسیاری در حوزهٔ باورهای معلمان ریاضی انجام شده است که مؤید تأثیر مستقیم باورها بر شیوهٔ تدریس‌اند (بزویک، ۲۰۰۵؛ واتسون و دی‌جیست، ۲۰۰۵؛ بزویک، ۲۰۰۷؛ کیازر و ماب، ۲۰۰۷؛ کارالامبوس، پانارا و فیلیپو، ۲۰۰۹؛ بزویک، ۲۰۰۹ و ماس، ۲۰۱۰). تلاش برای تغییر شیوهٔ تدریس معلمان، بدون تغییر باورهای آن‌ها نشدنی است. بنابراین، برای بهبود آموزش ریاضی، توجه به باورهای معلمان حیاتی است (بزویک ۲۰۰۵، به نقل از اندرسن و پیازا، ۱۹۹۶، و باتیستا، ۱۹۹۴). این چنین است که در این راستا، علاوه بر

غنی‌کردن دانش معلمان پیش از خدمت، لازم است برنامه‌های ضمن خدمت نیز فرصت‌هایی برای توسعهٔ باورها و نگرش‌هایی پربار نسبت به یاددهی ـ یادگیری ریاضی ایجاد نمایند.*

هرچه دیدگاه معلمان به حل مسئله نزدیک‌تر باشد، کلاس درس‌های آن‌ها تطابق بیشتری با اصول ساخت و سازگرا دارد

پی‌نوشت

* مقالهٔ ارائه شده در چهل و دومین کنفرانس ریاضی ایران، شهریور ۱۳۹۰، رفسنجان

1. Borg
2. Maaβ
3. Schlöglmann
4. Green
5. Hoyles
6. Pajares
7. Guskey
8. Cobb

منابع

1. Askew, M., Brown. M., Rhodes, V., Johnson, D., & Wiliam, D. (1997). *Effective teachers of numeracy.* Landon: School of Education, King's College.

2. Beswick, K. (2003). Accounting for the contextual nature of teachers' beliefs in considering their relationship to practice. In L. Bragg, C. Campbell, G. Herbert and J. Mousley (eds.), *Mathematics Education Research: Innovation, Networking, Opportunity: Proceedings of the 26th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia,* Deakin University, Melbourne, pp. 152-159.

3. Beswick, K. (2005). The Beliefs/Practice Connection in Broadly Defined Contexts, *Mathematics Education Research Journal*, Vol. 17, No. 2, 39-68.

4. Beswick, K. (2007). Teacher's beliefs that matter in secondary mathematics classrooms. *Educational Studies in Mathematics,* 65: 95-120. DOI: 10.1007/s10649-006-9035-3.

5. Beswick, K. (2001). Teacher's beliefs about school mathematics and mathematicians' and their relationship to practice, *Educational Studies in Mathematics,* DOI 10.1007/s10649-011-9333-2.

6. Brog, M. (2001). Teacher's beliefs, *ELT journal.* Volume 55/2. Oxford University Press. 186-188.

7. Charalambous, C. Y., Panaoura, A., Philippou, G. (2009). Using the history of mathematics to induce changes in preservice thechers' beliefs and attitudes: insights from evaluating a teacher education program, *Educational Studies in Mathematics,* 71: 161-180. DOI 10-1007/s10649-008-9170-0.

8. Cooney, T. J. (2001). Considering the paradoxes, perils, and purposes of conceptualizing teacher development. In F.-L. Lin (ed.), *Marking sense of Mathematics Teacher Education,* Kluwer, Academic Publishers, Dordrecht, pp. 9-31/

9. Ernest, P. (1989). The impact of beliefs on the teaching of mathematics. In P. Ernest. (Ed.) *Mathematics Teaching: The State of the Art,* London, Falmer Press, 1989: 249-254.

10. Guskey, T. R. (2002). *Professional Development and Teacher Change.* Teachers and Teaching: theory and practice, Vol. 8, No. 3/4: 381-391.

11. Kaiser, G., Maaβ, K. (2007). Modelling in lower secondary mathematics classromm-problems oand opportunities. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. Henn, M. Niss, (Eds.): *Modelling and Applications in Mathematics Education: ICMI Study 14,* (pp, 99-108). New York: Springer.

12. Mass, K. (2010). Modeling in class and the Development of Beliefs about the Usefulness of Mathematics. In R. Lesh et al. (eds.): *Mathematical Modeling Competencies,* (pp. 409-419).

13. Watson, A. and De Geest, E. (2005). Principled teaching for deep progress: Improving mathematical learning beyond methods and materials, *Educational Studies in Mathematics.* 58(2), 209-234.

مقاله

فاطمه علی‌پور ندوشن[1]، دکتر اسمعیل بابلیان[2]، محمد نشان[3]
۱. دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات
۲. دانشگاه تربیت معلم تهران
۳. دبیر ریاضی آموزش و پرورش ناحیه ۳ کرج

بررسی دانش ریاضی معلمان ریاضی

چکیده

در حال حاضر، در آموزش ریاضی، یک تمایل رو به رشد، در ارتباط با انواع دانش ریاضی، که معلمان برای تدریس مؤثر ریاضیات باید بدانند، با عنوان «ریاضیات برای تدریس»[1] شناخته شده است. مطالعات جدید نشان داده‌اند که تنها دانستن ریاضیات به عنوان یک موضوع درسی برای آماده کردن معلمان ریاضی کافی نیست. بنابراین، نسل جدیدی از پژوهشگران به الزاماتی برای آموزش معلمان ریاضی رسیده‌اند که از جمله می‌توان به دانش ریاضی مورد نیاز برای تدریس اشاره کرد (گویا، ۱۳۸۸). بال و همکاران (۲۰۰۵)، چارچوبی برای دانش مورد نیاز تدریس، شامل چهار حوزه تفکیک شده **دانش محتوایی عمومی، دانش محتوایی تخصصی، دانش محتوا و دانش‌آموزان و دانش محتوا و تدریس** را معرفی کردند. این چارچوب، نظر پژوهشگران را جلب کرد تا با استفاده از آن، میزان دانش معلمان ریاضی درس جبر و احتمال شهرستان کرج را در حوزه‌های فوق بررسی کند.

برای این کار، از روش توصیفی استفاده شد که محقق به توصیف انواع دانش مورد نیاز تدریسی جامعه آماری از طریق سرشماری، با توزیع پرسش‌نامه در جامعه آماری به بررسی و تحقق مورد نظر پرداخت. ۵۰٪ از پاسخ‌دهندگان، بیش از نصف نمره دانشِ محتوایی عمومی، ۳۷/۵٪ بیش از نصف نمره دانشِ محتواییِ تخصصی، ۱۵/۶۲٪ بیش از نصف نمره دانشِ محتوا و دانش‌آموزان و ۱۷/۱۹٪ از پاسخ‌دهندگان، بیش از نصف نمره دانش محتوا و تدریس را کسب کردند.

کلیدواژه‌ها: دانش محتوایی عمومی، دانش محتوایی تخصصی، دانش محتوا و دانش‌آموزان، دانش محتوا و تدریس، کتاب درسی جبر و امتحان، دانش معلمان، تدریس ریاضیات، تحقیق کمی.

مقدمه

در حال حاضر، در آموزش ریاضی، یک تمایل رو به رشد در ارتباط با دانشِ ریاضی وجود دارند که معلمان برای تدریس مؤثر ریاضیات باید بدانند. این دانش‌ها عنوان «ریاضیات برای تدریس» شناخته شده‌اند (کوتسوپولس[۲] و لاوین[۳]، ۲۰۰۸؛ به نقل از آدلر و دیویس، ۲۰۰۶؛ بال[۴] و همکاران، ۲۰۰۵؛ دیویس و اسمیت، ۲۰۰۶). هید[۵] و دیگران (۱۹۹۱)، تأثیر دانشِ محتواییِ معلمانِ ریاضی دبیرستان را بر برنامه‌ریزی آموزشی و فعالیت‌های کلاسی نشان می‌دهد (ویلبرن[۶] و لانگ[۷]، ۲۰۱۰). معتبرترین نتایج، از تأثیر دانشِ محتواییِ معلم، پژوهش‌هایی هستند که نشان می‌دهند موفقیت دانش‌آموز، زمانی بیشتر است که معلمان دارای دانش زیادی در مورد ساختارهای موضوعی تدریسشان هستند (پاتنام و بورکو[۸]، ۲۰۰۰). شولمن[۹] (۱۹۸۶) صراحتاً بیان می‌کند که معلمان باید شیوه‌های بیان و تنظیم موضوع درسی را یاد بگیرند. بال و همکاران (۲۰۰۵)، چارچوبی برای دانشِ مورد نیاز تدریس، شامل چهار حوزه منفک از هم دانش محتواییِ عمومی، دانشِ محتواییِ تخصصی، دانشِ محتوا و دانش‌آموزان و دانشِ محتوا و تدریس معرفی کردند.

این چارچوب نظر پژوهشگران را جلب کرد تا در راستای این نظریه، میزان دانشِ ریاضی را در درس جبر و احتمال در شهرستان کرج، در حوزه‌های فوق بررسی کند.

بیان مسأله

آموزش و یادگیری ریاضیات و سنجش درک ریاضی آن‌ها، فرآیندهای پیچیده هستند که در آن، معلمان و یادگیرندگان به‌گونه‌ای مستقیم با یکدیگر در ارتباطند.

بسیاری از معلمان ریاضی، از ضعف و عدم آمادگی دانش‌آموزان خود در درک مناسب ریاضی، گله دارند و سهم خویش را در بروز مشکلات یادگیری آنان اندک می‌شمارند، در حالی که طرز تلقی معلمان ریاضی از ریاضیات و شناختی که از مخاطبان خود دارند، و نیز روش‌های تدریس آن‌ها، بر یادگیری فردی دانش‌آموزان در پردازش‌های ذهنی، یادگیری، انگیزش‌ها و نگرش‌ها سرچشمه می‌گیرند. اما مشکلات برون‌ریاضی با منشأ برون‌فردی، ریشه در عوامل فرهنگی، اجتماعی، آموزشی و چگونگی تدریس و برخورد معلمان دارد. شناسایی علمی مشکلات و آسیب‌شناختی رفتار و پیشرفت ریاضی فراگیران و تلاش واقع‌بینانه برای رفع آن‌ها موضوع جدی آموزش ریاضی و رسالتی سنگین بر دوش همهٔ کسانی است که به نوعی به تدریس و فعالیت در ریاضیات مشغولند (علم الهدایی، ۱۳۸۱).

در میان این عوامل، نقش معلمان از دیرباز به عنوان نقش اصلی در اجرا و تأمین آموزش کیفی شناخته شده است. «قضاوت دربارهٔ تدریس کارآمد را می‌توان براساس دانش و آگاهی معلم در هر درس و مهارت‌های آموزشی وی انجام داد.» (دانش پژوه، ۱۳۸۲ به نقل از لاکهیه و وسپور). هم‌چنین، مطالعات جدید بیانگر این است که تنها دانستن ریاضی به عنوان یک موضوع درسی، برای آماده کردن معلمان ریاضی کافی نیست. از این‌رو، نسل جدیدی از پژوهشگران به الزاماتی برای آموزش معلمان رسیده‌اند که از جمله می‌توان به دانش ریاضی مورد نیاز برای تدریس اشاره کرد (گویا، ۱۳۸۰).

بسیاری از معلمان ریاضی، از ضعف و عدم آمادگی دانش‌آموزان خود در درک مناسب ریاضی، گله دارند و سهم خویش را در بروز مشکلات یادگیری آنان اندک می‌شمارند

اهمیت و ضرورت مسأله

در دهه‌های گذشته، دانشِ ریاضی معلمان، یک موضوع نگران‌کننده بود (هیل و همکاران، ۲۰۰۴). بینش‌های نظری و تجربی جدید در کار تدریس، (مانند شولمن ۱۹۸۶، ۱۹۸۷ و

مطالعات جدید بیانگر این است که تنها دانستن ریاضی به عنوان یک موضوع درسی، برای آماده کردن معلمان ریاضی کافی نیست

ویلسون[۱۰]، شولمن و ریچرت[۱۱]، ۱۹۸۷). توجه بیشتر نسبت به نقشی که چنین دانشی در آموزش معلم و کیفیت تدریسش ایفا می‌کند، برانگیخته است (NCTAF[۱۲]، ۱۹۹۶). مطالعات دیگری، مفهوم و تنوع دانش ریاضی مورد نیاز تدریس معلمان را مستند کرده است (بال ۱۹۹۰، ما[۱۳]، ۱۹۹۹). نتایج این تلاش‌ها در استانداردهای تدریس به وسیله INTASC[۱۴]- هیئت استانداردهای حرفه‌ای تدریس- هم‌چنین به‌وسیلهٔ بسیاری از کشورها، مکان‌ها و سازمان‌های تدریس حرفه‌ای مانند NCTM نیز منعکس شده‌اند (هیل و همکاران، ۲۰۰۴).

مروری بر ادبیات موضوع

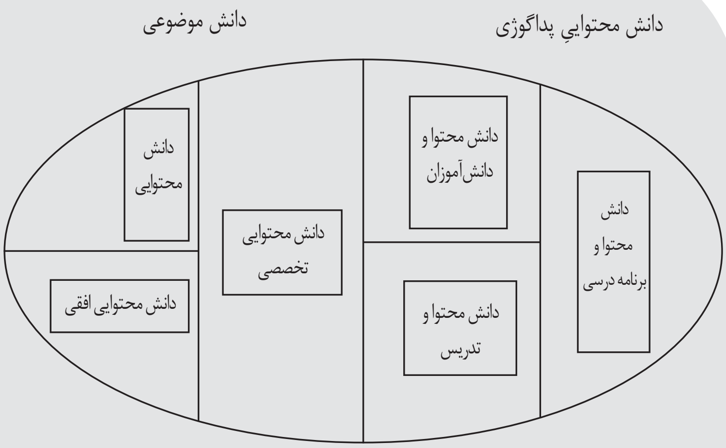
مباحث زیادی در مورد تفسیر زیربناییِ آنچه دانش ریاضی مورد نیاز و موثر برای تدریس ریاضی است، وجود داشته است (ویلبرن و لانگ، ۲۰۱۰). در اواسط دهه ۸۰، شولمن و همکارانش، ایده دانش محتوایی پداگوژی را به عنوان نوع خاصی از دانش موضوعی[۱۵] مورد نیاز تدریس معرفی کردند (هیل[۱۶]، بال و شیلینگ[۱۷]، ۲۰۰۴). مفهوم دانش محتواییِ پداگوژی برای آشنایی با موضوعاتی که برای کودکان جالب یا مشکل است، مفیدترین نتایج را برای تدریس یک ایده محتواییِ خاص و خطاها و سوءبرداشت‌های بارز یادگیرندگان، به عنوان مکملی برای دانش پداگوژی عمومی و دانش موضوعی ارائه کرد. این نام‌گذاری با عنوان «دانش محتواییِ پداگوژی» نه‌تنها تأکیدی بر اهمیت درک محتوایِ درسی در تدریس است، بلکه هم‌چنین، ادعا می‌کند که دانش فردی از یک موضوع، برای تدریس آن موضوع کافی نیست. (منظور از دانش فردی از یک موضوع، یعنی آن‌چه یک فرد تحصیل کرده باید از موضوع بداند.) این تمایز، گامی مهم در ارتباط با ایجاد شرایط و منابع لازم برای تدریس اثربخش ارائه کرد. محققان با کار عمیق در رشته‌های متفاوت درسی، اهمیت دانش محتواییِ لازم را برای تدریس بررسی کردند. مثلاً، بال و همکارانش (۲۰۰۱)، به نوشتن و آزمایش پرداختند تا بتوانند رشد دانش محتواییِ معلمان را برای تدریس و چگونگی تأثیر چنین دانشی بر پیشرفت دانش‌آموزان اندازه‌گیری کنند. پرسش آن‌ها این بود که چه دانش ریاضیاتی لازم است تا به یادگیری ریاضیات دانش‌آموزان کمک کند؟ محققان نشان دادند که در ریاضیات، آن‌چه معلمان، ممکن است نیاز داشته باشند؛ مثلاً در مورد کسرها، ارزش مکانی یا ضریب زاویه؛ با آن‌چه برای دیگران ممکن است کافی باشد، متفاوت است (بال، ۱۹۹۰، ۱۹۸۹، ۱۹۹۱، بورکو و همکاران، ۱۹۹۰؛ هارت و اسمیت، ۱۹۸۵). برخلاف این گنجینه از تحقیقات، هیل و بال و شیلینگ (۲۰۰۴) استدلال کردند که محتوای ریاضیات فعلی که معلمان باید برای تدریس بدانند، هنوز هم باید با دقت نگاشته شود. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که دانش مورد نیاز معلمان برای تدریس ریاضی ابعاد مختلفی دارد و شامل دانش موضوعات مختلف ریاضی (مثلاً اعداد، اعمال و جبر) و حوزه‌های مختلف (مانند دانش محتوایی، دانش محتوا و دانش‌آموزان) است. در حالی که بسیاری از معلمان ریاضی دبیرستانی، در رشتهٔ ریاضی تحصیل کرده‌اند، دانش موضوعی این معلمان، عموماً فاقد عمیق است (ویلبرن و لانگ، ۲۰۱۰؛ به نقل از بری‌یان[۱۸] ۱۹۹۱). به‌طور کلی دانش موضوعی معلمان ریاضی، به تعداد دوره‌های آموزشی دانشگاه، میانگین نمره آن‌ها یا نمرات آزمون استاندارد بستگی ندارد (ویلبرن و لانگ، ۲۰۱۰؛ به نقل از اون[۱۹]، ۱۹۹۳، بال ۱۹۹۰). گویا (۱۳۸۶) بیان می‌کند که «دانش حرفه‌ای معلمان باید به‌جای بررسی درستی و نادرستی یک انتخاب، به افزایش آگاهی نافذ معلمان از امکانات و ارتقای توانایی‌های آن‌ها در مورد تصمیم‌گیری‌های آگاهانه بپردازد». معلمان اغلب رابطه‌ای بین وقایع و رخدادهای کلاس درس خود و تعمیم‌هایی که در مورد تدریس و یادگیری در دانشگاه‌ها به آن‌ها آموزش داده می‌شود، نمی‌بینند. به گزارش اکثر معلمان، تا زمانی که خودشان شروع به تدریس نکرده‌اند، چیز ارزشمندی در مورد تدریس نیاموخته‌اند. استانداردها و برنامه‌های درسی جدید به معلمانی نیازمند است که درک عمیقی از موضوعات درسی خود داشته باشند (گویا، ۱۳۸۶).

دانش ریاضی برای تدریس و ساختارهایش

بال، بس، اسلیپ و تامس (۲۰۰۵)، چارچوبی برای دانش ریاضی مورد نیاز تدریس ارائه کردند. این چارچوب، شامل چهار حوزه متمایز دانش محتواییِ عمومی (CCK)، دانش محتواییِ تخصصی (SCK)، دانش محتوا و دانش‌آموزان (KCS) و دانش محتوا و تدریس(KCT) است. در چارچوب پیشنهادی آن‌ها، KCS و KCT به دانش محتواییِ پداگوژی شولمن نسبت داده شده است و به‌جای شروع از برنامه درسی یا استانداردهای مورد نیاز یادگیری دانش‌آموزان، تأکید بر موضوعی است که مستلزم تدریس است بدین ترتیب، بال و همکاران (۲۰۰۸) تلاش کردند تا نظریه دانش مورد نیاز تدریس شولمن را توسعه دهند (شکل۱ را ببینید).

منظور از دانش محتواییِ عمومی ریاضی، دانش ریاضی برنامه درسی مدرسه‌ای مانند اعداد اول، توانایی ضرب کسرها، تبدیل کسرها به اعداد اعشاری و از این قبیل است. لازم است معلمان، ماده درسی خود را بشناسند و قدرت تشخیص این که چرا دانش‌آموزان‌شان، پاسخ نادرست داده‌اند یا چرا تعریف کتاب درسی نادقیق است را داشته باشند. معلمان باید عبارات و نمادها را به درستی به‌کار ببرند و قادر به انجام کاری باشند که از دانش‌آموزانشان انتظار انجامش را دارند (بال و دیگران، ۲۰۰۸).

دانشِ محتوا و دانش‌آموزان، ترکیب دانستن درباره دانش‌آموزان و دانستن درباره ریاضیات است. لازم است که معلمان، به آنچه که دانش‌آموزان به دانستن آن‌ها تمایل دارند، در مورد آن فکر کنند و آن‌چه را که باعث گیج شدن آن‌ها می‌شود، پیش‌بینی کنند. به خصوص هنگام انتخاب مثال، معلمان آن مثال‌ها به‌گونه‌ای باشند که دانش‌آموزان به آن علاقه ایجاد کنند و باعث ایجاد انگیزه در آن‌ها شود. معلمان باید قادر باشند تفکر برآمده از درک دانش‌آموزان[۲۰] و ناقص[۲۱] را که گاهی از زبان آن‌ها بیان می‌شود، تفسیر کنند. هم‌چنین، با اشتباهات رایج و تصمیم‌گیری در مورد این‌که دانش‌آموزان کدام یک از خطا را بیشتر مرتکب می‌شوند، آشنا باشند. هر کدام از این وظایف، مستلزم تعامل بین درک ریاضیات تخصصی و آشنایی با دانش‌آموزان و تفکر ریاضی آن‌هاست. «در هر حال دانشِ دانش‌آموز و محتوا، ترکیبی شامل اندیشه‌ها و رویه‌های[۲۲] خاص ریاضی و آشنایی با آن‌چه دانش‌آموزان، اغلب می‌اندیشند یا انجام می‌دهند، است.» (بال و همکاران، ۲۰۰۸).



شکل۱) حوزه‌های دانش ریاضی برای تدریس (بال و همکاران، ۲۰۰۸)

روش تحقیق

این پژوهش، به صورت توصیفی انجام شد که در آن پژوهشگر (نویسنده اول) به توصیف دانش محتواییِ عمومی، دانش محتواییِ تخصصی، دانش محتوا و دانش‌آموزان و دانش محتوا و تدریس معلمان پرداخت. سپس ارتباط بین متغیرهای سابقه تدریس، جنسیت، نوع مدرک و میزان تحصیلات را با انواع دانش معلمان مورد سنجش قرار داد.

ویژگی‌های پژوهش

افراد شرکت‌کننده در این پژوهش معلمان ریاضی درس جبر و احتمال بودند که در نواحی چهارگانه کرج، در سال تحصیلی ۸۹-۸۸ مشغول تدریس بودند این مطالعه به صورت سرشماری انجام شد و تعداد افراد شرکت‌کننده ۶۴ نفر بود.

محتوا و تدریس	محتوا و دانش‌آموزان	محتوایی تخصصی	محتوایی عمومی	نوع دانش
۰/۸۳	۰/۹۱	۰/۸۴	۰/۸۲	ضریب پایایی

روش اجرای پژوهش

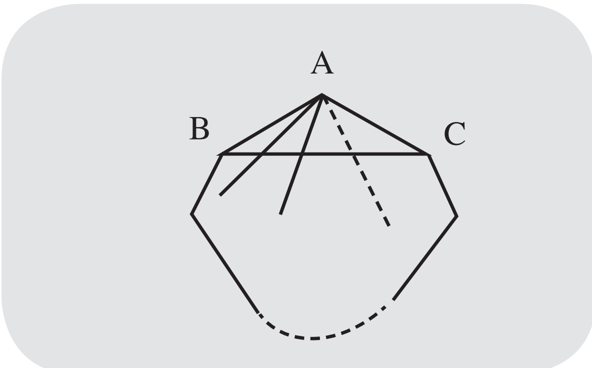
ابتدا استناد یافته‌های پژوهشی این حوزه، پارامترهای مختلف مربوط به دانش‌های مورد نیاز تدریس تعیین شدند. سپس، پرسش نامه‌ای براساس اهداف و سؤالات تحقیق، مطابق با سرفصل‌های کتاب درسی جبر و احتمال سوم دبیرستان، تنظیم شد. این پرسش‌نامه شامل یازده سؤال تشریحی بود که هشت سؤال آن دقیقاً از مسائل کتاب درسی جبر و احتمال انتخاب شده بود. یکی دیگر از سؤالات، مسئله امتحان نهایی هماهنگ کشوری خرداد ۸۶ و یک سؤال دیگر، شبیه مسئله کتاب درسی جبر و احتمال، با کمی تغییر (تبدیل n به n+۱) و دیگری در محدوده محتوایِ کتاب درسی جبر و احتمال بود.

اعتبار محتوای پرسش‌نامه توسط استادان راهنما، مشاور و چند تن از دبیران ریاضی، تأیید شد. ابتدا تحقیق مقدماتی با ۲۰ نفر انجام شد و پایایی داده‌ها، در این تحقیق، جهت تعیین پایایی پرسش‌نامه از آزمون «آلفای کرونباخ» استفاده و پایایی پرسش‌نامه ۰/۸۵ برآورد شد. ضریب پایایی دانش‌ها نیز از طریق آلفای کرونباخ بررسی شد که نتایج آن در جدول ۱ آمده است. مقادیر آلفای محاسبه شده نشان می‌دهد که سؤالات مربوط به هر دانش، از همبستگی درونی قابل قبولی برخوردارند.(**جدول بالا**)

بعضی از سؤالات پرسش‌نامه و توصیف پاسخ‌های معلمان

سؤال اول) با استفاده از اصل استقرای ریاضی، ثابت کنید تعداد قطرهای هر n ضلعی محدب برابر است با $\frac{n(n-3)}{2}$.
(سؤال قسمت الف صفحه ۱۵ کتاب درسی جبر و احتمال سال تحصیلی ۸۹-۸۸)

پاسخ:



P(n): تعداد قطرهای هر n ضلعی محدب $= \frac{n(n-3)}{2}$, $n \ge 3$

آزمون فرض:

P(۳): تعداد قطرهای هر مثلث $= \frac{3(3-3)}{2} = 0$ درست است

فرض استقراء:

P(k): تعداد قطرهای هر k ضلعی محدب $= \frac{k(k-3)}{2}$

حکم استقرا:

P(k+۱): تعداد قطرهای هر (k+۱) ضلعی محدب $= \frac{(k+1)(k-2)}{2}$

اثبات: یک (k+۱) ضلعی محدب دلخواه انتخاب می‌کنیم. (شکل ۴-۱ را ببینید.) از سه رأس مجاور همِ A، B و C نقاط B و C را به هم وصل می‌کنیم تا یک مثلث و یک k ضلعی محدب تشکیل شود.

BC   تعداد قطرهایی که از A می‌گذرد

تعداد قطرهای (k+۱) ضلعی محدب =تعداد قطرهای k ضلعی محدب+$[(k+1)-3]+1$=

$$\frac{k(k-3)}{2}+k-1=\frac{k^2-3k+2k-2}{2}=\frac{k^2-k-2}{2}=\frac{(k+1)(k-2)}{2}.$$

بسیاری از معلمان ریاضی، از ضعف و عدم آمادگی دانش‌آموزان خود در درک مناسب ریاضی، گله دارند و سهم خویش را در بروز مشکلات یادگیری آنان اندک می‌شمارند

توضیح عبارت داخل کروشه: تعداد رئوس، k+۱ است. اگر از رأس A به رئوس دیگر وصل کنیم قطر به‌وجود می‌آید مگر به رأس‌های A ، B و C. پس سه رأس کم می‌شود. ضمناً BC در (k+۱) ضلعی یک قطر است در صورتی که در k ضلعی، یک ضلع است.

نتایج تحلیل پاسخ‌های داده شده به این سؤال:

۲۷ نفر پاسخ‌دهنده، P(n) را غلط نوشتند و به جای یک گزاره‌نما، از یک عبارت ریاضی به صورت زیر استفاده کردند:

$$P(n)=\frac{n(n-۳)}{۲}$$

۱۷ نفر در اثبات حکم استقراء به جای (k+۱) ضلعی با k ضلعی شروع کردند، به‌طوری که k ضلعی را در نظر گرفته، یک رأس به آن اضافه نموده و روند اثبات را ادامه دادند. در صورتی که در حکم استقراء، ساخت (k+۱) ضلعی موردنظر نیست، بلکه محاسبه تعداد قطرهای یک (k+۱) ضلعی دلخواه لازم است.

یک نفر بیان کرد که «این مسئله با استقرای ریاضی حل نمی‌شود، زیرا در تعداد قطرها، نظم خاصی وجود ندارد.» و از استدلال استقرایی استفاده کرد. ۹ نفر، آزمون فرض را به جای سه ضلعی (مثلث)، با چهارضلعی شروع کردند. یک نفر، به غلط بودن صورت سؤال اشاره کرده و صورت سؤال را به شکلی ناصحیح عوض کرد. یک نفر هم آزمون فرض را انجام نداد.

۱ نفر، با بی‌دقتی تمام برای محاسبه تعداد قطرهای k+۱ ضلعی بدین صورت عمل کرده است:

$$\text{تعداد قطرهای (k+۱) ضلعی} = \text{تعداد قطرهای k ضلعی} + \frac{k+۱}{۲}$$

از کجا آورده؟

$$=\frac{(k+۱)(k-۲)}{۲}\;\frac{k(k-۳)}{۲}+\frac{k+۱}{۱}=\frac{k^۲-۲k+۲}{۲}$$

در تجزیه صورت اشتباه کرده! از کجا آورده؟

در اثبات فوق، هویت عدد $\frac{k+۱}{۲}$ معلوم نیست که در طرف دیگر به $\frac{k+۱}{۱}$ تبدیل شده و در تساوی بعدی، برای جمع دو کسر، همان $\frac{k+۱}{۲}$ در نظر گرفته شده و در تجزیه به غلط $k^۲-۲k+۲$ را به صورت $(k+۱)(k-۲)$ درآورده است. یک نفر برای استدلال تعداد قطرها، از استدلال استقرایی استفاده کرده، ۲ نفر بدون هیچ مقدمه‌ای، عدد $\frac{k(k-۳)}{۲}$ را با k-۱ جمع کرده و طرف دوم تساوی را به‌دست آوردند. هم‌چنین، ۲۱ نفر بدون بیان دلیل اشاره کردند که k-۱ قطر به قطرهای k ضلعی اضافه می‌شود و ۸ نفر بدون توضیح لازم، تعداد $(k-۲)+۱$ قطر را به قطرهای k ضلعی اضافه کردند. بالاخره، ۲ نفر عدد $(k-۲)+۱$ را اضافه کردند و فقط ۷ نفر به‌طور کامل به سؤال پاسخ دادند.

سؤال دوم) به استقراء ثابت کنید

$۱+۳+...+(۲n+۱)=(n+۱)^۲$ (سؤال ۱ قسمت پ صفحه ۱۴ کتاب درسی جبر و احتمال سال تحصیلی ۸۹-۸۸ با کمی تغییر)

پاسخ:

آزمون فرض: درست است

$$n=۱:۱+۳=(۱+۱)^۲\Rightarrow ۴=۴$$

فرض استقراء:

$$n=k:۱+۳+...+(۲k+۱)=(k+۱)^۲$$

حکم استقراء:

$$n=k+۱:۱+۳+...+۲(k+۳)=(k+۲)^۲$$

اثبات:

$$۱+۳+...+(۲k+۱)+(۲k+۳)=(k+۱)^۲+(۲k+۳)$$
$$=k^۲+۴k+۴=(k+۲)^۲$$

بنابراین، حکم فوق به ازای هر عدد طبیعی n برقرار است.

بحث در مورد پاسخ‌های داده شده به این سؤال:

از بین پاسخ‌دهندگان، ۱۰ نفر سؤال را غلط پنداشتند (زیرا آزمون فرض را به صورت $(۱+۱)^۲=۱$ نوشتند) و از پاسخ دادن به سؤال صرف‌نظر کردند. ۷ نفر، سؤال را به همان دلیل فوق غلط پنداشتند و صورت سؤال را به شکل $۱+۳+...+(۲n+۱)=n^۲$ تغییر دادند، سپس آن را حل کردند که این همان مسئله کتاب درسی جبر و احتمال، صفحه ۱۴ است. یک نفر، در طرف چپ تساوی P(۱) دچار مشکل شده آن را رها کرد و اصلاً چیزی

ننوشت. ۸ نفر بدون این‌که طرف اول تساوی حکم را بنویسند، به اثبات پرداختند؛ یعنی اثبات را با $(k+1)^2+(2k+3)$ شروع کردند.

۴۶ نفر به این سؤال پاسخ صحیح دادند که یک نفر، عدد ۱ را به طرف دوم تساوی منتقل کرد، سپس آن را با استقراء حل نمود. یک نفر، طرف راست حکم را به توان رساننده سپس از طرفین عدد ۱ را ساده کرد و آن را با استقراء حل کرد. یک نفر هم به جای =، از علامت $\Rightarrow$ استفاده کرد.

در بررسی پاسخ‌های به این سؤال، مشاهده شد که عده‌ای به جای این‌که از یک طرف تساوی شروع و با استدلال استنتاجی به طرف دیگر تساوی برسند، از اواسط کار شروع به استدلال می‌کنند که منجر به استدلالی ناقص می‌شود، به طوری که ارزش تساوی برای دانش‌آموز مشخص نمی‌شود.

سؤال سوم) رابطهٔ R در Z به صورت $xRy \Leftrightarrow 3|x-y$ تعریف شده است. ثابت کنید R یک رابطه بازتابی است (سؤال ۱ صفحه ۷۰ کتاب درسی جبر و احتمال سال تحصیلی ۸۹-۸۸).

پاسخ: بازتابی است.

$$\forall x \in Z; 3|0 \Rightarrow 3|x-x \Rightarrow xRx$$

تحلیل پاسخ‌ها

۲۳ نفر، رابطهٔ بازتابی را به صورت عکس نوشتند. یعنی به جای اثبات گزاره شرطی $p \Rightarrow q$، گزاره شرطی $q \Rightarrow p$ را به این صورت ثابت کردند:

$$\forall x \in Z; xRx \Rightarrow 3|x-x \Rightarrow 3|0$$

۴۱ نفر نیز به این سؤال، پاسخ درست دادند.

سؤال چهارم) دانش‌آموزی مسئله زیر را حل کرده است. درستی یا نادرستی راه‌حل او را بررسی کنید. برای دو پیشامد A و B از فضای نمونه‌ای S داریم $P(A)=P(B)=1$. نشان دهید $P(A\cap B)=1$.

(تمرین ۶ صفحه ۱۲۱ کتاب درسی جبر و احتمال سال تحصیلی ۸۹-۸۸).

راه‌حل دانش‌آموز:

$$P(A)=P(B)=1 \Rightarrow A=B=S$$
$$P(A\cap B)=P(S\cap S)=P(S)=1$$

راه‌حل درست:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=1+1-P(A\cap B)$$
$$=2-P(A\cap B)$$

$$\begin{cases} P(A\cup B)\le 1 \\ P(A\cap B)\le 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2-P(A\cap B)\le 1 \Rightarrow P(A\cap B)\le 1 \\ P(A\cap B)\le 1 \end{cases}$$
$$\Rightarrow P(A\cap B)=1$$

توضیح: از $P(A)=P(B)=1$ نمی‌توان A=B=S را نتیجه گرفت. زیرا اگر $S=[0,2]$ و $A=(0,2]$ و $B=[0,2)$ آنگاه $P(A)=P(B)=P(S)$ ولی $A\neq B\neq C$.

تحلیل پاسخ‌ها

یک نفر بیان کرد که باید قبلاً ثابت می‌شد که چرا A=B=S. ولی خودش، همان راه‌حل دانش‌آموز را به عنوان اثبات، تکرار کرد. ۴ نفر به دلیل نادرست بودن اثبات دانش‌آموز اشاره کردند ولی اثبات صحیح را انجام ندادند. ۲ نفر، به نادرستیِ پاسخ اشاره نمودند ولی توضیح نادقیقی ارائه کردند و گفتند که «A و B باید مستقل باشند یعنی جدا از هم، در صورتی که A و B برابرند!» در حالی که دو مقولهٔ «مستقل» و «جدا از هم» دو تعریف متفاوت دارند، زیرا دو پیشامد زمانی مستقل از هم هستند که رخ دادن یکی، تأثیری بر رخ دادن دیگری نداشته باشد و زمانی جدا از هم هستند که اشتراک دو پیشامد تهی باشد.

از این گذشته، ۴ نفر به نادرستی پاسخ اشاره کردند ولی دلیل مناسبی برای آن ارائه ندادند. یک نفر هم فقط به نادرستی پاسخ اشاره کرده بود و هیچ دلیل و اثباتی برای آن نیاورده بود. ۳ نفر ادعا کردند راه‌حل دانش‌آموز در فضای گسسته درست و در فضای پیوسته نادرست است. ۳ نفر به نادرستی پاسخ دانش‌آموز اشاره کرده و دلیل درست آن را نوشته بودند. این در حالی بود

که ۷ نفر به درستی، ثابت کردند که $P(A\cap B)=۱$، ولی به دلیل غلط‌بودن راه‌حل دانش‌آموز اشاره نکردند. ۳ نفر هم فضا را فقط گسسته در نظر گرفتند و همان اثبات‌های دانش‌آموز را تکرار کردند. اما اکثریت ۳۱ نفری، بیان کردند که «راه‌حل دانش‌آموز کاملاً درست است» و یک نفر با تردید، بیان کرد که «این راه‌حل ناصحیح نیست»، ۱ نفر هم اظهار کرده بود که «به نظرم درستی راه‌حل، بعید می‌آید. ولی دلیلی برای آن ندارم».

دیگری بیان کرده بود که «اثبات اشتباه است» و همان مطالب دانش‌آموز را با نتیجه‌گیری از متمم پیشامد نوشته بود. یک نفر دیگر نیز نوشته بود که «راه‌حل فوق با کمی اغماض از یک دانش‌آموز پذیرفته است» و بعد خودش دقیقاً، همان راه‌حل دانش‌آموز را تکرار کرده بود. بالاخره، یک نفر گفته بود که «راه‌حل دانش‌آموز کاملاً درست می‌باشد و حل او نشان‌دهنده درک مفهوم احتمال و ارتباط پیشامدها با فضای نمونه آن‌ها می‌باشد» و ۴ نفر، هیچ پاسخی ندادند.

سؤال پنجم) نظر تحلیلی خود را در مورد صورت سؤال زیر و پاسخ آن بنویسید (آزمون هماهنگ کشوری ۸۶/۳/۲۳).

رابطهٔ R در $Z^۲-\{(۰,۰)\}$ به صورت مقابل تعریف شده است:

$$(a,b)R(c,d)\Rightarrow \frac{a}{b^۳}=\frac{c}{d^۳}$$

نشان دهید R یک رابطه هم ارزی است.

پاسخ:

$$۱)\ (a,b)R(c,d)\Leftrightarrow \frac{a}{b^۳}=\frac{c}{b^۳}$$

$$۲)\ (a,b)R(c,d)\Leftrightarrow \frac{a}{b^۳}=\frac{c}{d^۳}\Rightarrow \frac{c}{d^۳}=\frac{a}{b^۳}\Rightarrow (c,d)R(a,b)$$

$$۳)\ \left.\begin{array}{l}(a,b)R(c,d)\Rightarrow \dfrac{a}{b^۳}=\dfrac{c}{d^۳}\\ (c,d)R(e,f)\Rightarrow \dfrac{c}{d^۳}=\dfrac{e}{f^۳}\end{array}\right\}\Rightarrow \frac{a}{b^۳}=\frac{e}{f^۳}\Rightarrow (a,b)R(e,f)$$

مشکلات برون‌ریاضی با منشأ درون‌فردی، از ویژگی‌های فردی دانش‌آموزان در پردازش‌های ذهنی، یادگیری، انگیزش‌ها و نگرش‌ها سرچشمه می‌گیرند

چون R هر سه خاصیت بازتابی، تقارنی و ترایایی را دارد، پس R یک رابطه هم‌ارزی است.

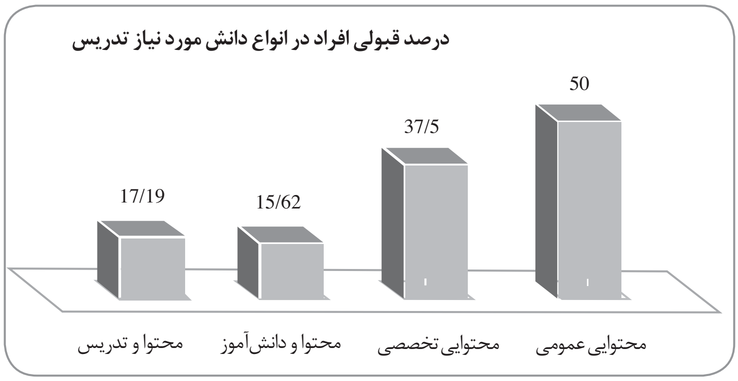
پاسخ:

صورت مسئله دارای دو اشکال عمده است. اول آن‌که تعریف باید به صورت دو شرطی بیان شود. دوم آن‌که رابطه باید روی $(Z-\{۰\})^۲$ تعریف شود. یعنی به جای $Z^۲-\{(۰,۰)\}$ باید $(Z-\{۰\})^۲$ باشد تا تعریف داده شده درست باشد.

تحلیل پاسخ‌ها

در ابتدای هر گزاره شرطی، یک نفر به سؤال و پاسخ، یک کلمه «اگر» افزود در حالی‌که یک دیگر نوشت که «چون رابطه صورت مسئله دو شرطی نیست، پس دو شرطی بودن رابطه‌های ۱ و ۲ الزاماً درست نمی‌باشد». علاوه بر این، یک نفر هم نوشته بود. «رابطهٔ R در $Z^۲-\{(۰,۰),(a,۰),(b,۰)\}$ تعریف شود» و بعضی متوجه اشکال «مخرج نباید صفر باشد» شده بودند ولی قادر به رفع اشکال آن در صورت سؤال نبودند. اما یک نفر دیگر گفته بود که «سؤالی بسیار مناسب برای سنجش میزان تسلط فراگیران بر مفهوم خواص هم‌ارزی روابط است» و دیگری بیان نموده بود که یک نفر گفته، «چون تعریف $(a,b)R(c,d)\Rightarrow \frac{a}{b^۳}=\frac{c}{d^۳}$ به صورت یک شرطی بیان شده، باید اثبات بازتابی‌بودن و تقارنی به صورت یک شرطی بیان شود». یک نفر هم اشکال سؤال را به درستی تشخیص داده بود. اما ۹ نفر پاسخی ارائه ندادند و ۲ نفر، نظری در مورد سؤال نداشتند. البته ۱۹ نفر گفتند که «سؤال و پاسخ آن کاملاً صحیح است» و ۵ نفر، متوجه اشکالات نشدند و اشکال‌های بی‌اساس گرفتند. با این حال، ۳ نفر به یک طرفه بودن ترکیب شرطی سؤال اشکال گرفتند و ۲۱ نفر، فقط به صفر نبودن مخرج اشاره کردند و گفتند که «باید رابطه در $Z-\{۰\}$ تعریف شود.»

موفقیت دانش‌آموز، زمانی بیشتر است که معلمان دارای دانش زیادی در مورد ساختارهای موضوعی تدریسشان هستند



تذکر: در پاسخ به سؤالات تحقیق، نمره قبولی بزرگ‌تر یا مساوی نصف امتیاز کامل هر دانش محسوب شد.

بررسی سطح دشواری تدریس موضوعات کتاب جبر و احتمال

در راستای بررسی پاسخ‌های معلمان در نظرسنجی پیوست پرسش‌نامه، نتایج زیر به دست آمد.

♦ ۱۲/۵٪ معلمان به اشکال در تدریس استقرای ریاضی (فصل ۱ کتاب درسی) اشاره کردند.

♦ ۱۶٪ آزمون‌شوندگان، به اشکال در تدریس جبر مجموعه‌ها (فصل ۲ کتاب درسی) اشاره کردند.

♦ ۳/۵٪ معلمان به اشکال در تدریس هم‌ارزی (فصل ۳ کتاب درسی) اشاره کردند.

♦ ۷/۸٪ معلمان به اشکال در تدریس و حل تمرینات مربوط به احتمال (فصل ۴ کتاب درسی) اشاره کردند (به‌ویژه احتمال پیوسته).

♦ ۶/۳٪ معلمان به کمبود بحث منطق ریاضی در کتاب درسی اشاره کردند.

♦ ۵۴٪ معلمان ابراز کردند که «مشکلی ندارند» یا به مشکلی اشاره نکردند.

۴. اشتباهاتی که معلمان در پاسخ‌هایشان مرتکب شدند

♦ برخی از معلمان در حل مسائل، به جملات فارسی توجهی نداشتند و فقط به علائم و نمادها توجه کردند. همان‌طور که در حل مسئله ۷ توسط دانش‌آموز، به برگشت‌پذیری روابط شرطی اشاره شده بود، ولی ۲۰٪ از معلمان بیان کردند که یکی از اشکالات راه‌حل‌های دانش‌آموزان، نگذاشتن علامت $\Leftrightarrow$ است.

♦ برخی از معلمان، بین استدلال استقرایی و استقرای ریاضی تمایزی قائل نشدند.

♦ برخی از معلمان، صورت سؤال را به دقت نخواندند و به تمام قسمت‌های آن پاسخ ندادند.

نتیجه‌گیری

• دانش مورد نیاز تدریس ریاضی در دوره متوسطه، دارای کاستی‌هایی است که لازم است مسئولان آموزشی برای حل این معضل، چاره‌ای بیندیشند.

• آموزش‌های پیش از خدمت و ضمن خدمت معلمان ریاضی دوره متوسطه، از کارایی لازم برخوردار نیست.

• دانش مورد نیاز تدریس بسیاری از معلمان ریاضی دبیرستان، فاقد عمق کافی است.

پیشنهادهای این تحقیق

• پیشنهاد می‌شود که دانشگاه‌ها و مراکز تربیت معلم، برای دانشجویان، دوره‌های کارآموزی به صورت حضور در کلاس درس دبیران با تجربه برگزار کنند.

• دانش‌های مورد نیاز تدریس ریاضی، به صورت علمی و عملی در دانشگاه‌ها تدریس شود.

• کتاب‌های درسی مطابق با آخرین دستاوردهای آموزش ریاضی، تدوین و تألیف گردند.

پی‌نوشت

1. mathematics for teaching
2. Kotsopoulos
3. Lavigne
4. Ball
5. Heid
6. Jane M Wilburne
7. Michael Long
8. Putnum and Borko
9. Shulman
10. wilson
11. Richert
12. National Commission on Teaching and America's Future
13. Ma
14. Inter State New Teacher Assessment and Support Consortiums
15. Subject matter knowledge
16. Hill
17. Schiling
18. Bryan
19. Even
20. Eemerging
21. incomplete
22. procedures

منابع

۱. علم‌الهدایی، سیدحسن. (۱۳۸۱). **راهبردهای نوین در آموزش ریاضی**، نشر شیوه.

۲. گویا، زهرا، (۱۳۸۰)، توسعه حرفه‌ای معلمان ریاضی: یک ضرورت. **مجله رشد آموزش ریاضی**، ۶۴، دفتر انتشارات کمک‌آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی. وزارت آموزش‌وپرورش.

۳. گویا، زهرا، (۱۳۸۶). آموزش معلمان: چشم‌انداز ارائه شده در یکی از سندهای پروژه ۲۰۶۱، **مجله رشد آموزش ریاضی**. ۸۹، دفتر انتشارات کمک‌آموزشی سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش‌وپرورش.

۴. گویا، زهرا، (۱۳۸۸)، دفتر محتوای پداگوژی برای تدریس ریاضی، گزارش چهلمین کنفرانس ریاضی کشور. دانشگاه صنعتی شریف.

5. Ball D. L., (2003), **Mathematical Proficiency foe all Students: Toward a Strategic Research and Development Program in Mathematics Education**, RAND Mathematics Study Panel.

6. Ball D. L., Bass H., Sleep L. & Thames M., (2005), **A Theory of Mathematical Knowledge for Teaching.** University of Michigan.

7. Ball D. L., Thames M. H. & Phelps G., (2008), **Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special?** Journal of Teacher Education American Association of Colleges for Teacher Education (AACTE).

8. Ball D., & et al. (2001). **Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge**, In V Richardson (Ed.), Handbook of resarch on teaching (4th ed).

9. Grossman P. L., (1990). **The making of a teacher: Teacher knowledge and teacher education**, New York: Teachers College Press.

10. Hill H., Ball, D. & Schilling, S., **Developing Measures of Teachers' Mathematics Knowledge for Teaching**, The elementary school journal, vol 105, No 1, 2004.

11. Kotsopoulos D. & S. Lavigne. (2008). **examining mathematics for teaching through an analysis of teachers' perceptions of student learning paths,** International Electronic Jouranl of Mathematics Education, Volume 3, Number 1.

12. National Commission of Teaching and America's Future, (1996), **What matters most: Teaching and America's Future.** New York: Author.

13. National Council of Teachers of Mathematics, (1991), **Professional standards of teaching mathematics,** Reston, Virginia: NCTM.

14. National Council of Teachers of Mathematics, (2000), **Principles and standards for school mathematics.** Reston, Virginia: NCTM, Accessible at http://www.nctm.org.

15. National Council of Teachers of Mathematics, (2003), **The use of technology in the learning and teaching of mathematics,** NCTN, position statement.

16. Putnam, R. T., & Borko, H., (2000), **What do new views of knowledge and thinking have to say about research on teacher learning?**, Educational Researcher, 29(1).

17. Shulman L. S., (1986). **Those who understand: Knowledge growth in teaching,** Educational Researcher, 15(2).

18. Shulman L. S., (1987), **Knowledge and teaching: Foundations of new reform,** Harvard Educational Review, 57.

19. U. S. Department of Education, (2002), **Meeting the highly qualified teachers challenge: The Secretary's annual report on teacher quality**, Washington, DC: U. S, Department of Education, Office of Postsencondary Education, Office of Policy, Planning, and Innovation.

20. Wilburne J M. & Long, M., (2010), **Secondary Pre-Service Teachers' Content knowledge for State Assessments: Implications for Mathematics Education Programs**, IUMPST, Vol. 1. [www.k-12prep.math.ttu.edu].

21. Wilson, S. M., Shulman, L. S., & Richert, A., (1987), **different ways of konwing: Representations of knowledge in teaching**, In J. Calderhead (Ed.), Exploring, teacher thinking. Sussex: Holt, Rinehart & Winston.

آیا فیثاغورسیان راه بهتری برای تعریف عدد حقیقی نداشتند؟

مهدی رجبعلی‌پور[1]

با گرامیداشت صدمین سال تولد مهندس علیرضا افضلی‌پور، بنیانگذار دانشگاه کرمان قطب جبر خطی و بهینه‌یابی دانشگاه شهید باهنر کرمان و دانشگاه آزاد اسلامی کرمان

چکیده

مطالعه تحولات تاریخی یک موضوع درسی می‌تواند کمک مؤثری در تعیین محتوای آن درس در مقاطع مختلف سنی باشد. به هر حال، موضوعاتی را هم سراغ داریم که رشد تاریخی آن‌ها بن‌بست‌هایی بر سر راه ریاضی به‌وجود آورده و پژوهشگر باید دلایل چنین پدیده‌هایی را شناسایی کند تا در برنامه‌ریزی محتوایی خود مدنظر داشته باشد. یکی از این موارد، پیدایش مفهوم کسر، و به‌طور کلی مفهوم عدد حقیقی، می‌باشد که یک‌بار در تاریخ ریاضیات مصر و بار دیگر در تاریخ ریاضیات یونان، موانعی جدی بر سر راه رشد ریاضی به‌وجود آورد. هدف ویژه این مقاله، آسیب‌شناسی و بررسی امکانات موجود زمان یونانیان برای جایگزین‌های منطقی تعریف کسرها و عددهای حقیقی است.

کلیدواژه‌ها: آموزش ریاضی، تاریخ ریاضی، کسر متعارفی، کسر مصرفی، تناسب، کسر مسلسل، جذب اصم.

سیری در تاریخ

اعداد طبیعی را انسان‌های ماقبل تاریخ به خوبی درک کرده بودند و کسرها را نیز در حد نیاز درک می‌کردند. بنا به مدارک یافت شده، از یازده هزار سال پیش، تندیس‌ها یا تصویرهایی برای نمایش تعداد و حسابداری ابتدایی به‌کار می‌رفته است. اما پیشینه نمادهای کسری که در شهرنشین‌های ایلامی و مصری یافت شده، فراتر از ۳ هزار سال قبل از میلاد نمی‌رود. در مورد کسرهای ایلامی مطالعه دقیقی به‌عمل نیامده و مدارک کافی در دست نیست و ما چیز چندانی در مورد آن نداریم. سومری‌ها (و جانشینان بابلی‌شان) عدد واحد را یک «درجه» فرض می‌کردند و کسرهایی مانند «نیم»، «یک سوم»، «یک چهارم»، «دو پنجم»، «یک ششم»، «سه هشتم»، ... را به ترتیب به صورت «۳۰ دقیقه»، «۲۰ دقیقه»، «۱۵ دقیقه»، «۲۴ دقیقه»، «۱۰ دقیقه»، «۲۲ دقیقه» و «۱۰ ثانیه»، ... بیان می‌کردند. مدارکی وجود دارد که بابلی‌ها عددهایی مانند «هفت»، «یازده» و غیره را وارون‌ناپذیر می‌نامیدند؛ این به معنای آن بود که واحد را نمی‌توانستند به «هفت» یا «یازده» قسمت مساوی تقسیم کنند و گرچه مسئله را تقریبی حل می‌کردند ولی نمایش دقیقی برای کسرهای «یک هفتم»، «یک یازدهم» و غیره نداشتند. ما امروزه قادریم کسر «یک هفتم» را با بسط بی‌نهایت آن در مبنای ۶۰ نمایش دهیم و هنگام کاربرد از هر کجا که مناسب دیدیم بسط را قیچی کنیم؛ ولی ریاضی‌دانان مبتدی بابلی، توانایی درک مفهوم بی‌نهایت را نداشتند و لذا حسابشان در همین‌جا به بن‌بست می‌رسید. مصریان، تصادفاً از بن‌بست بابلی‌ها شروع کرده بودند و به سادگی، «نمادِ نوعیِ» کسرهای «یک چهارم»، «یک هشتم»، «یک شانزدهم»، «یک سی‌ودوم»، و «یک شصت و چهارم» را که به‌تدریج در فرهنگشان شکل گرفته و با دخالت کاهنان که در دوره‌های فترت جای ریاضی‌دانان را می‌گرفتند از تقدسی هم برخوردار شده بودند، به یک «نماد نوعی» برای همه کسرهای یکین (یعنی $1/n$ها) تعمیم دادند. اگر دخالت کاهنان مصری نبود، سیر طبیعی ریاضیات به یک «نماد کلی» برای همه کسرها دست می‌یافت ولی به هر حال کسرهای مصری به‌همین‌جا پایان یافت و پیشرفتی نکرد. (وقتی که قرار است کسر «یک هشتم» نمادی از «ابروی راست» خدا خورشید باشد، کسر «سه‌هشتم» چه معنایی می‌تواند داشته باشد!) اطلاعات زیادی در مورد کسرهای مصری در دست است که به‌طور مبسوط در مقاله [۴] آمده است.

منجمان و مهندسان یونانی با «اختلاط» ریاضیات بابلی و مصری محاسبات خود را انجام می‌دادند ولی ریاضی‌دانان یونانی، با رشد فلسفه و فشار فیلسوفان، نیازمند «ترکیبی» از دانش‌های بشری برای ایجاد یک نظریه جامع و فراگیر ریاضی بودند. آنان، به برکت ریاضیات مصری، کسری‌های یکین را بی‌آن‌که نیازی به بسط بی‌نهایت باشد درک می‌کردند و به یمن ریاضیات بابلی نیز بر مضارب آن‌ها مسلط بودند؛ لذا، از دیدگاه یونانیان، کسر متعارفی p/q یعنی p تا $1/q$؛ گرچه به صراحت گفته نمی‌شد، ولی به عبارت دیگر یک «زوج مرتب» بود که نمایشگر تقسیم «واحد» به p قسمت مساوی، و انتخاب q قسمت آن بود. تالس با الهام از مهندسان و ریاضی‌دانان مصری، به خوبی می‌دانست که اگر خطی دو ضلع از مثلثی را قطع کند و موازی با ضلع سوم باشد، آنگاه قطعاتی که روی ضلع اول ایجاد می‌شود با قطعات نظیر بر ضلع دوم متناسب است. وی که حدود ۶ قرن قبل از میلاد زندگی می‌کرد، همه عددهای حقیقی (مثبت) را به صورت خارج قسمت دو عدد طبیعی p و q می‌دید. دلیل ما، روش اثباتی است که به او منسوب کرده‌اند: واحدی انتخاب کنید که دقیقاً p و q بار دو قطعه روی ضلع اول را پیمانه کند؛ دیده می‌شود که واحد دیگری وجود دارد که قطعات متناظر را به ترتیب p و q بار پیمانه می‌کند. این تصور، تا نیم قرن بعد که فیثاغورس ظهور کرد و مکتب مذهبی ریاضی خود را بنیان گذاشت، بر باورها غالب بود و در حقیقت یکی از رکن‌های فلسفی عقیدتی فیثاغورس محسوب می‌شد.

روایت است که یکی از شاگردان این مکتب و به احتمال زیاد پس از مرگ بانی آن، جذر ۲ را معادل یک کسر متعارفی گرفت و با برهان خلف به تناقض رسید. افشای این امر، خشم فیثاغورسیان را برانگیخت و بساط آنان را به‌هم ریخت. کاشف که به کتمان حقیقت ریاضی نمی‌شد، به روایتی اعدام و به

روایت دیگر از مکتب طرد شد. (زبان حال ریاضیات به گوسفندی می‌مانست که بزرگی از دهان گرگش رها ساخت و شبانگاه بر حلقومش کارد گذاشت!) منجمان و مهندسان یونانی، با گنگ بودن جذر ۲ مشکلی نداشتند و تنها دغدغه‌شان یافتن تقریب مطلوبی از آن به صورت کسرهای مصری یا بسط‌های شصت‌شصتی متناهی بابلی بود. مثلاً بسط متناهی زیر به عنوان تقریبی از جذر ۲ در بسیاری از کارهای مهندسی و نجومی کفایت می‌کرد:

۱ درجه، ۲۴ دقیقه، ۵۱ ثانیه.

ریاضی‌دانان پیشرفته یونان هم نمی‌بایست مشکلی با پذیرش یک بسط شصت‌شصتی نامتناهی به جای جذر ۲ داشته باشند اما مشاجرات بین فیلسوفان پیوسته‌گرا و گسسته‌گرا، و داغ‌تر شدن آن توسط باطل‌نماهای زنون، چنان جنجالی در جامعه علمی به راه انداخت که ریاضی‌دانان مجال اظهارنظر مستقل نیافتند. پیروزی هر یک از طرفین چیزی جز مصیبت برای ریاضیات و به‌طور کلی جامعه نداشت و سرنوشت چنین بود که پیوسته‌گراها پیروز شوند و هر نوع کار با بی‌نهایت ممنوع گردد چرا که اصل پیوستگی بر مفهوم بی‌نهایت استوار بود و باطل‌نماهای زنون هم هر نوع کار با بی‌نهایت را به ریشخند می‌گرفت. در نتیجه هیچ راهی برای نمایش اعداد حقیقی (مثبت) باقی نماند و ریاضی‌دانان برای تعریف آن‌ها ناچار از کاربرد پاره‌خط‌های هندسی شدند چرا که جذر مسئله‌ساز عدد ۲ نیز می‌توانست وتر یک مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین باشد. حساب همچنان در قلمرو عددهای گویا باقی ماند و مبحث عددهای حقیقی به هندسه رانده شد. علم حساب راهی را در پیش گرفت که امروزه با عنوان نظریه اعداد، و در حالت‌های میان‌رشته‌ای با عناوین مختلفی همچون نظریه آماری اعداد، نظریه تحلیلی اعداد، و غیره به حیات خود ادامه می‌دهد. از سوی دیگر با راندن اعداد حقیقی به هندسه، رشته‌ای به نام جبر هندسی زاده شد که تا پایان عصر طلائی اسلام به حیات خود ادامه داد و به مرور با جذب در گرایش‌های نوبنیاد منحل گردید.

در جبر هندسی یونانیان، رده هم‌ارزی تمام پاره‌خط‌های قابل انطباق، نمایشگر یک عدد حقیقی بود. پاره‌خطی را به عنوان واحد در نظر می‌گرفتند و به کمک قضایای هندسی، پاره‌خط‌ها را با هم مقایسه می‌کردند. به‌ویژه، می‌توانستند همه عددها را به صورت پاره‌خط‌های OM روی یک نیم‌محور معین OX نمایش دهند. در حالی‌که جمع و تفریق دو عدد به کمک خط‌کش و پرگار تعریف شد، ضرب سرنوشت دیگری پیدا کرد: حاصل‌ضرب دو پاره‌خط، مساحت مربع مستطیلی بود به آن ابعاد؛ در نتیجه، حاصل‌ضرب دو کمیت هم‌جنس، کمیتی از جنس دیگر شد!

از این‌که آیا رابطه‌ای بین طول‌های پاره‌خط‌ها و مساحت‌های مستطیل‌ها برقرار کردند یا نه اطلاعی نداریم ولی مطمئناً در تناظر هر عدد حقیقی c با مساحت مستطیلی به درازای c و پهنای ۱ تردیدی نداشتند؛ از عکس این مطلب بی‌خبریم. تساوی دو مربع مستطیل قابل انطباق نمی‌توانست تعریفی برای تساوی $ab=cd$ بدهد. معلوم نبود که حاصل جمع دو مساحت چه می‌شود: آیا معادله‌ای مانند $ab+cd=xy$ قابل حل بود؟ شاید هیچ‌یک از مسائل فوق به ذهن یونانیان خطور نکرد و حتی دغدغه تقسیم دو عدد به وجود نیامد. در اینجا هم از همان ابتکار قبلی خود در نمایش اعداد گویا به صورت جفت مرتب m/n بهره جستند. جنس این مفهوم در مورد دو کمیت هم‌جنس، موجودی مطلق بود و شاید تنها دغدغه یونانیان، تساوی دو نسبت a/c و d/b بود.

مسئله اخیر را اودوکسوس برای افلاتون چنین حل کرد؛ مبنای استدلال را بر این گذاشت که اگر $a/c = d/b$، آنگاه نباید هیچ عدد گویایی مانند m/n بین a/c و d/b قرار گیرد. حال، چون تعریفی برای تناسب نداشتند، اودوکسوس در ذهن خود کسر گویای m/n را با a/c طرفین وسطین کرد و سه حالت خوش تعریف زیر را تشخیص داد:

(i) $na < mc$,

(ii) $na = mc$,

(iii) $na > mc$.

(در اینجا na را می‌توان حاصل جمع n کمیت مساوی a تعریف کرد نه مساحت مستطیلی با درازا و پهنای n و a.)

اودوکسوس به‌طور شهودی می‌پذیرفت که نامساوی (i) به مفهوم $a/c < m/n$، تساوی (ii) به مفهوم $a/c = m/n$ و تساوی (iii) به مفهوم $a/c > m/n$ می‌باشد. لذا برای تساوی نسبت به دو

کمیت همجنس a و c با نسبت دو کمیت هم‌جنس d و b، لازم و کافی است که متناظر به رابطه‌های (i) و (ii) و (iii)، رابطه‌های (i′) و (ii′) و (iii′) به ترتیب زیر برقرار باشد:

$$(i') \quad nd < mb,$$
$$(ii') \quad nd = mb,$$
$$(iii') \quad nd > mb.$$

با فرض این‌که قضیه در حالت ساده پیمایش‌پذیری حل شده باشد، اثبات حالت کلی را می‌توان با استفاده از روابط (i)، (ii)، (iii)، (i′)، (ii′) و (iii′) به‌دست آورد.

بدین ترتیب مشکل تناسب برای آکادمی افلاتون حل شد ولی مسائل دیگری را که در بالا یاد کردیم، یا از چشم آنان به‌دور ماند و یا دیگر نخواستند به این‌گونه مسائل بپردازند. همان‌طور که گفتیم، مشابه این کار را در مقابل باطل‌نماهای بی‌نهایت آگین زنون هم انجام داده بودند؛ حکم کردند کسی حق ندارد از بی‌نهایت بزرگ‌ها و بی‌نهایت کوچک‌ها صحبت کند! حتی سه قرن بعد، ریاضی‌دان بزرگی همچون ارشمیدس مجبور بود مسائلی را در خفا به روش‌های بی‌نهایت کوچکی ـ بی‌نهایت بزرگی حل کند و پس از رسیدن به جواب، آن‌ها را به زبان باب طبع آکادمی درآورد. اودوکسوس با همه احترامی که برای افلاتون قائل بود ولی همکاری با او را ادامه نداد و به شهر دیگری مهاجرت کرد و مدرسه‌ای به سلیقه خود بنیان گذاشت؛ کاری که ارسطوی منطق‌دان پس از مرگ افلاتون انجام داد.

محدودیت‌هایی که آکادمی افلاتون بر ریاضیات یونانی تحمیل کرد، باعث رکود ریاضی شد. نبوغ ارشمیدس هم که راه‌های متنوع و آفریننده‌ای را برای ریاضی‌دانان گشود به دلایل زیر نتوانست مانع از این افول شود. یکی این‌که رومیان عملگرا و بیزار از ریاضیات محض بر مناطق یونانی‌نشین اروپا مسلط شدند و گرچه ارشمیدس برخلاف میل رومیان در این نبردها کشته شد، اگر زنده هم می‌ماند توقعات علمی رومیان در جهان‌بینی کلی او نمی‌گنجید. دیگر این که آکادمی افلاتون نیز فقط به آن دست‌آوردهایی اهمیت می‌داد که در چارچوب مکتبشان می‌بود وگرنه ارشمیدس مجبور نبود برای رسیدن به حل مسائل، شگردهای ریاضی غیرمجاز خود را در خفا به‌کار گیرد و سپس به ترجمه آن‌ها به زبان مجاز آکادمی تلاش کند.

بیش از دو هزار سال گذشته تا ریاضی‌دانان امروزی، با کشف تصادفی یک کتاب دعا و در حقیقت نامه شسته شده ارشمیدس به اراتستن، به رازهای ارشمیدس پی ببرند. ریاضی‌دانان بعد از ارشمیدس که به تدریج به اسکندریه مصر مهاجرت کردند، گرچه شارحان و مرورگران قابلی بودند، ولی خلاقیت تازه‌ای از خود نشان ندادند و با فاصله گرفتن از اجتماع، حتی قادر به حفظ موقعیت خود در میان مردم هم نبودند؛ به‌وضع فجیعی از آتن و اسکندریه بیرون رانده شدند و کتابخانه‌هایشان دو سه قرن قبل از ظهور اسلام به تاراج رفت و یا سوخته شد. بدین ترتیب بود که اروپا در سیاهی قرون وسطی فرو رفت و اگر برمکیان با پشتیبانی خلفای عباسی اقدام به خرید و جمع‌آوری باقی‌مانده کتاب‌ها نمی‌کردند، تداوم دانش بشری سرنوشت دیگری پیدا می‌کرد. برخی از ریاضیدانان اسلامی، به‌ویژه محمدبن موسی خوارزمی که به ریاضیات هندی و ایرانی گرایش شدید داشتند، با رواج حساب هندی و گسترش آن به اروپا با عنوان الگوریتم (الخوارزمی)، گام مؤثری در جهت کم‌رنگ کردن تفاوت بین عددهای گویا و گنگ برداشتند. یونانی مآبانی همچون ابوعبدالله محمدبن عیسی ماهانی نیز که دل‌خوشی از تعریف ادوکسوسی تناسب نداشتند، با ابداع کسرهای مسلسل، گام دیگری در جهت نزدیکی دو مفهوم عدد گنگ و گویا برداشتند و با کار خود بیم از فرایندهای بی‌نهایتی را کاهش دادند. شاید عمر خیام را بتوان آخرین ریاضی‌دانی دانست که به جبر هندسی پایبند بود و پس از انتشار رساله خود در حل هندسی تقریباً کامل همه اصناف معادلات درجه سه، ریاضی‌دانان را به جهات تازه‌ای سوق داد و برایشان آشکار ساخت که برای رفع مشکلات روزافزونشان باید به حل‌های عددی نیز توجه کند. رواج بسط‌های شصت‌شصتی و دهدهی و اثبات عدم کارآیی عددهای هندسی، راه را برای ریاضیاتی هموار ساخت که اگر با فشار اشعریون، به اروپا انتقال نمی‌یافت و بومی وطن می‌شد، مایه افتخار ریاضی‌دانان ایرانی می‌بود.

مقاله را با مثالی به پایان می‌رسانیم که می‌توانست جانشینی برای تعریف سامانه عددهای حقیقی باشد و کلیه اجزاء آن در اختیار یونانیان بود؛ دستپاچگی و فشار عجولانه پیروان مکتب‌های مختلف مذهبی فلسفی، آنان را از توجه به آن محروم

منجمان و مهندسان یونانی با «اختلاط» ریاضیات بابلی و مصری محاسبات خود را انجام می‌دادند ولی ریاضی‌دانان یونانی، با رشد فلسفه و فشار فیلسوفان، نیازمند «ترکیبی» از دانش‌های بشری برای ایجاد یک نظریه جامع و فراگیر ریاضی بودند.

کرد و سرنوشت ریاضیات را به بحث‌های بیهوده فلاسفه گره زد. این‌که درک بسط‌های بی‌نهایتی برای یونانیان زودرس بود می‌پذیریم و بیراهه رفتن اتم‌گرایان را در کاربرد مفهوم بی‌نهایت کوچک‌ها و رسیدن به عددی که صفر نبود ولی از همه عددهای مثبت کوچک‌تر بود اذعان داریم. و می‌پذیریم که جامعه علمی یونان از تعریف عدد حقیقی به صورت یک پاره‌خط ناگزیر بود. اما، ریاضی‌دانان یونانی می‌توانستند حاصل‌ضرب دو پاره‌خط را چنان تعریف کنند که از سامانه عددهای حقیقی بیرون نرود: برای تعریف حاصل‌ضرب دو پاره‌خط، دو نیم محور OX و OY را که بر یک راستا نیستند در نظر بگیرید؛ پاره‌خط‌های OA و OC را بر OX و پاره‌خط‌های OU و OB را بر OY چنان جدا کنید که OU=۱ و AU||BC؛ همه این عملیات، در چارچوب هندسه‌های زمان تالس و فیثاغورس یا، به اصطلاح امروزی، هندسه اقلیدسی قابل درک و امکان‌پذیر بود؛ حال OC را حاصل‌ضرب OA و OB بگیرید؛ همچنین OB را خارج‌قسمت OC÷OA گرفته و توجه کنید که در حالت خاصی که عوامل ضرب یا تقسیم اعدادی گویا باشند، آنگاه عملیات هندسی جدید با عملیات حسابی قدیم تطابق می‌کند. بنابراین چهار عمل اصلی جمع و ضرب و تفریق و تقسیم را چنان می‌توان تعریف کرد که حاصل هر چهار عمل از یک جنس بوده و خاصیت‌های جابه‌جایی، انجمنی و پخشی جمع و ضرب نیز به راحتی قابل اثبات باشند.

آسیب‌شناسی

از بحث‌های بالا می‌توان به نتایج زیر رسید.

الف) درگیر کردن ریاضیات با فلسفه و مذهب به نفع هیچ‌یک از طرفین نیست و مانع از دقت ریاضیات و خلوص فلسفه و مذهب می‌شود. در ریاضیات باید همیشه توجه کرد که اصول آن الهام گرفته از مشاهدات فیزیکی است و در عین حال ماهیتی کاملاً ذهنی و مستقل از حرکت و جسمیت دارد. هیچ اصلی در ریاضیات از عالم بالا نازل نشده و بشر به میل خود می‌تواند اصول و تعاریف مدل‌های ریاضی را تغییر دهد مشروط به آن‌که تناقضی در دستگاه به وجود آمده مشاهده نگردد. به فرض آن‌که تناقضی در دستگاه یافت شود با کمال صداقت آن را اعلام و در جهت تصحیح الگویی که به‌وجود آورده اقدام یا اصولاً آن را رها کند.

ب) بحث ما، این نظر آقای پاسبانی [۱] را تأیید می‌کند که بهتر است تعریف کسرهای دهدهی یا دودویی و غیره به دوره دبیرستان موکول شود و در دبستان فقط به کسرهای متعارفی و عملیات ساده روی آن‌ها پرداخت شود.

ج) زیبایی یا قدمت یک مطلب یا روش، دلیلی بر گنجاندن آن در برنامه درسی نمی‌شود بلکه باید فایده آن در رشد فکری و آمادگی شهروندی دانش‌آموز به اثبات رسد. بنابراین کپی‌سازی برنامه‌های درسی قدیم بدون بازنگری معلمان و آموزشگران کاری بیهوده است. تزریق فرمول‌های ذهنی در ازای روش‌هایی که دانش‌آموز را به اندیشه و درک یک مفهوم ریاضی مانند جمع کسرها زیان‌آور است. البته پس از آن‌که دانش‌آموز بر مفهوم مسلط شود، آموختن راه‌های میان‌بر برایش لذت‌بخش خواهد بود و قدر آن‌ها را بهتر خواهد دانست.

د) مطالعه و کار با عددهای مرکب (ساعت، درجه، دقیقه و غیره) بهترین راه برای آماده‌سازی دانش‌آموزان دوره راهنمایی با کسرهای دهدهی و دودویی است که البته باید فاصله زمانی کافی بین این موضوعات رعایت گردد تا دانش‌آموز هر یک را به‌خاطر اهمیت خود آن موضوع هضم کند نه صرفاً به عنوان یک پیش‌نیاز برای مطلبی دیگر.

پی‌نوشت

۱. این پژوهش با حمایت کرسی پژوهشی صندوق حمایت از پژوهشگران کشور انجام شده است.

منابع

۱. پاسبانی، حسین. گفت‌وگوی خصوصی. تیرماه ۱۳۸۹.
۲. رجبعلی‌پور، مهدی. کسرهای مصری. فرهنگ و اندیشه ریاضی. انجمن ریاضی ایران. تهران ۱۳۸۸، صص ۱ تا ۳۸.
۳. گرینبرگ، ماروین جی. هندسه‌های اقلیدسی و نااقلیدسی. ترجمهٔ م. هـ. شفیعی‌ها. چاپ دوم، مرکز نشر دانشگاهی، تهران ۱۳۶۳.

نادیده گرفتن عقل سلیم در حل مسایل دنیای واقعی

اعظم کریمیان‌زاده و ابوالفضل رفیع‌پور گتابی
دبیر ریاضی کرمان، عضو هیئت علمی دانشگاه شهید باهنر کرمان
Email: az karimian79@yahoo.com; arafiepour@gmail.com

چکیده

استفاده از مثال‌های دنیای واقعی در ریاضیات، به دانش‌آموزان کمک می‌کند تا مفاهیم ریاضی را به‌طور معنادارتری درک نمایند. اما این‌که مثال‌های دنیای واقعی چگونه و تا چه اندازه در کتاب‌های درسی راه پیدا کرده‌اند و دانش‌آموزان تا چه میزان قادر هستند بین دنیای واقعی و ریاضی ارتباط برقرار کنند، سؤال‌هایی است که در این مقاله به آن پرداخته شده است. مقاله حاضر، حاصل تلاش برای پاسخ‌گویی به سؤال‌هایی است که در یک دوره ضمن خدمت معلمان ریاضی مطرح گردیده است. در این مقاله، ابتدا مسائل کلامی استاندارد و مسائل کلامی تفسیری را تعریف کرده و سپس نتایج یک بررسی میدانی را در مورد عملکرد ۲۰ دانش‌آموز پایه دوم دبیرستان در رشته ریاضی فیزیک را در حل مسایل کلامی تفسیری ارائه می‌کنیم. در پایان، ارتباط بین چند مسئله از کتاب‌های درسی ریاضی ایران و چگونگی پاسخ دانش‌آموزان به مسائل کلامی تفسیری بررسی خواهد شد.

کلیدواژه‌ها: حل مسئله، مسایل کلامی تفسیری، مسایل کلامی استاندارد، عقل سلیم.

مقدمه

نویسنده اول این مقاله، به علت ارتباط زیاد با دانش‌آموزان دوره راهنمایی در خانه ریاضیات کرمان، جهت اطلاع از مباحث مطرح شده در کتاب‌های راهنمایی و ارتباط با معلمان این دوره، در اکثر جلسات و دوره‌های ضمن خدمت مربوط به معلمان ریاضی دوره راهنمایی در کرمان شرکت داشته است. در یکی از جلسات این دوره‌ها در ناحیه دو کرمان در سال تحصیلی ۹۰-۱۳۸۹ که برای معلمان ریاضی دوره راهنمایی برنامه‌ریزی شده بود، مسئله **یافتن سن کاپیتان** ارایه شد.

مسئله یافتن سن کاپیتان:

«در یک کشتی ۱۶ گوسفند و ۱۰ بز وجود دارد. سن کاپیتان چه‌قدر است؟» (به نقل از گریر، فرشافل و موخاپدیای، ۲۰۰۷، ص ۹۰).

مدرس[1] دوره پس از ارایه کردن این سؤال، از معلمان شرکت‌کننده در دوره ضمن خدمت که حدوداً ۴۰ نفر بودند، سؤالات زیر را پرسید.

- اگر این مسئله را در کلاس درس خود به دانش‌آموزان بدهید، انتظار چه پاسخی را دارید؟ چرا؟

در این جلسه از دوره ضمن خدمت، ابتدا معلمان نظرشان را در مورد پیش‌بینی خود از چگونگی پاسخ دادن دانش‌آموزان کلاس‌های درس خود به این مسئله بیان کردند. در واقع، معلمان شرکت‌کننده در این دوره، عملکرد احتمالی دانش‌آموزان خود را در پاسخ‌گویی به این سؤالات حدس زدند. سپس مدرس دوره ضمن خدمت با توضیحاتی در مورد مسایل کلامی استاندارد و مسایل کلامی تفسیری بحث را ادامه داد و در پایان، از معلمان شرکت‌کننده در دوره خواست تا با طرح این مسئله در کلاس درس خویش، میزان نزدیکی حدس خود را در مورد عملکرد ریاضی دانش‌آموزان در حل این نوع مسایل بررسی نمایند. قبل از پرداختن به نتایج بررسی معلمان شرکت‌کننده در این دوره، مسایل کلامی استاندارد و مسایل کلامی تفسیری با بیان مثال‌هایی از هر کدام معرفی می‌شوند.

مسایل کلامی استاندارد و مسایل کلامی تفسیری

گریر، فرشافل و موخاپدیای (۲۰۰۷)، مسایل کلامی استاندارد و مسایل کلامی تفسیری را به صورت زیر تعریف کرده‌اند:

مسایل کلامی استاندارد: مسایلی هستند که دارای یک جواب سر راست عددی بوده و همه داده‌های لازم برای حل مسئله موجودند. در این مسائل، جواب نهایی مسئله با استفاده از عملیات حسابی بر روی اعداد داده شده در مسئله به‌دست می‌آید و جواب نهایی نیازی به تفسیر ندارد. بدین سبب، این‌گونه مسائل کلامی به نوعی مصنوعی هستند و بیشتر می‌توانند به جای مسائل واقعی زمینه‌مدار، معناداری بالقوه ریاضی را در دنیای واقعی بیاموزند (گریر، ۱۹۹۷). در کتاب‌های درسی ریاضی ایران، مثال‌های متعددی از این نوع مسائل وجود دارد. به عنوان مثال، مسئله زیر نمونه‌ای از یک مسئله کلامی استاندارد است.

• **مسایل کلامی استاندارد؛ مسایلی هستند که دارای یک جواب سر راست عددی بوده و همه داده‌های لازم برای حل مسئله موجودند. در این مسائل، جواب نهایی مسئله با استفاده از عملیات حسابی بر روی اعداد داده شده در مسئله به‌دست می‌آید و جواب نهایی نیازی به تفسیر ندارد**

• **مسایل کلامی تفسیری؛ مسایلی هستند که پس از یافتن جواب مسئله در دنیای ریاضی، برای یافتن جواب در دنیای واقعی، باید جواب دنیای ریاضی را تفسیر کرد**

از تعداد بیسکویتی که مریم داشت، نیمی را به مادرش و نیم بقیه را به برادرش داد. برای خودش ۵ بیسکویت باقی ماند. تعداد بیسکویت‌های اولیه او چند تا بوده است؟ (ریاضیات ۱، ص ۱۰۳، مسئله ۳)

مسایل کلامی تفسیری؛ مسایلی هستند که پس از یافتن جواب مسئله در دنیای ریاضی، برای یافتن جواب در دنیای واقعی، باید جواب دنیای ریاضی را تفسیر کرد. مثال دیگری از این نوع مسایل در زیر آمده است.

محمد ۱۰۰ متر را در ۱۷ ثانیه می‌دود. چه‌قدر طول می‌کشد تا یک کیلومتر را بدود؟ (به نقل از گریر، فرشافل و موخاپدیای، ۲۰۰۷، ص ۹۰)

مسئله یافتن سن کاپیتان که در مقدمه آمده است، یک نوع افراطی از یک مسئله کلامی تفسیری است. به گفته گریر، فرشافل و موخاپدیای (۲۰۰۷)، تحقیقات متعددی نشان داده‌اند که اکثر دانش‌آموزان درهنگام مواجه شدن با مسئله یافتن سن کاپیتان، به آن پاسخ عددی می‌دهند و تعداد کمی از آن‌ها، امکان‌پذیر بودن پاسخ‌گویی به این سؤال را مورد شک و تردید قرار می‌دهند. به نظر می‌رسد که دانش‌آموزان هنگام روبه‌رو شدن با این گونه مسایل، بیشتر تلاش می‌کنند به یک پاسخ عددی برسند و در این مسیر، حاضرند حتی منطق و دانسته‌های قبلی خودشان را نادیده بگیرند. آن‌ها دلیل ارایه پاسخ‌های عدی به مسئله یافتن سن کاپیتان را درگیر شدن دانش‌آموزان در بازی مسایل کلامی می‌دانند. به عقیده آنان، بازی مسایل کلامی از مجموعه قواعد مشخصی پیروی می‌کند. گریر، فرشافل و موخاپدیای (۲۰۰۷)، قواعد بازی مسایل کلامی[۲] را به شرح زیر مطرح می‌کنند.

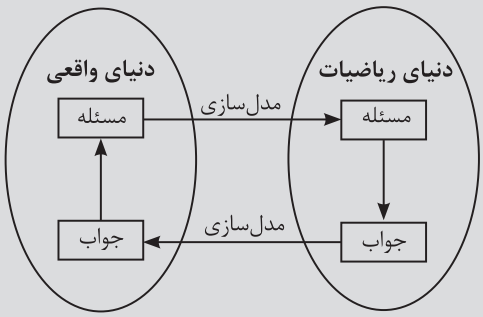
• **هر** مسئله‌ای که توسط معلم، یا در کتاب درسی مطرح شده است، دارای جواب است و جواب مسئله الزاماً معنادار است.

• **هر** مسئله دارای یک جواب واحد، عددی و دقیق است، که باید از طریق انجام یک یا چند عمل حسابی بر روی عددهای داده شده در مسئله به دست آید.[۳]

• در زمانی که بین پاسخ‌هایتان در ریاضی و دانش‌تان در مورد دنیای واقعی تضادی رخ داد. دومی را فدای اولی کنید و آن را نادیده بگیرید.

● پژوهشگران امیدوارند که با انجام پژوهش، بتوان به این سؤال پاسخ داد که «آیا با ارایه مسایل کلامی تفسیری در کلاس درس ریاضی می‌توان انتظار داشت که دانش‌آموزان بتوانند بین ریاضی و عقل سلیم توازن برقرار نمایند؟»

فرشافل (۲۰۰۲) معتقد است که استفاده از مسایل کلامی تفسیری می‌توانند به دانش‌آموزان در برقراری رابطه معنادار بین دنیای واقعی و دنیای ریاضی کمک نمایند. او این‌گونه مسایل را تمرین‌های خوبی برای فعالیت‌های مدل‌سازی ریاضی مطرح می‌کند که در آن، دانش‌آموزان با یک مسئله در دنیای واقعی شروع کرده، پس آن را به مسئله‌ای در دنیای ریاضی صورت‌بندی می‌کنند و در ادامه، آن مسئله را در دنیای ریاضی حل می‌کنند. پس از یافتن جواب در دنیای ریاضی، دانش‌آموزان باید آن را به زبان دنیای واقعی تفسیر نمایند. در نهایت پاسخ به‌دست آمده برای مسئله در دنیای واقعی، باید با مسئله مطرح شده در دنیای واقعی مقایسه شود تا جواب به‌دست آمده برای مسئله زمینه‌مدار معنادار باشد (OECD، ۲۰۰۳).



شکل ۱. **چرخه مدل‌سازی**

در واقع، تفاوت اصلی مسایل کلامی تفسیری و مسایل کلامی استاندارد در گام بررسی از مراحل مدل‌سازی است. گریر، فرشافل و موخاپدیای (۲۰۰۷) مدعی هستند که در صورت استفاده از مسایل کلامی تفسری در برنامه درسی ریاضی مدرسه‌ای، می‌توان قواعد بازی مسایل کلامی را درهم ریخت و به این ترتیب، دانش‌آموزان می‌توانند در برخورد با مسایل دنیای واقعی، عملکرد بهتری داشته باشند.

نتایج یک بررسی میدانی

براساس پیشنهاد مدرس دوره ضمن خدمت از معلمان ریاضی شرکت‌کننده در این دوره درخصوص طرح مسئله یافتن سن کاپیتان و مقایسه نتایج واقعی حاصل از اجرای آن در کلاس درس با حدس‌هایشان در دوره ضمن خدمت، نویسنده اول مقاله نیز ترغیب شد تا چند مسئله کلامی تفسیری را در کلاس درس خود مطرح نماید و نتیجه را با حدس خود مقایسه نماید. در واقع، ذهن نویسنده اول درگیر این مطلب بود که دانش‌آموزان دبیرستانی چگونه مسایل کلامی تفسری را حل می‌کنند.

برای این منظور، سه مسئله کلامی تفسیری به ۲۰ نفر از دانش‌آموزان پایه دوم رشته ریاضی ـ فیزیک در یک دبیرستان دخترانه در شهر کرمان داده شد. این سه مسئله در زنگ سوم یکی از روزهای وسط هفته

● **نتایج این مطالعه نشان داد که دانش‌آموزان در حل مسایل کلامی، عقل سلیم و دانش عمومی خود را از زندگی واقعی نادیده می‌گیرند**

طرح شد و زمان پاسخگویی دانش‌آموزان به هر سه مسئله، ۲۰ دقیقه اعلام شد. جهت آرامش دانش‌آموزان در هنگام پاسخگویی، به آن‌ها گفته شد که نوشتن نام آن‌ها روی برگه الزامی نیست و پاسخ‌گویی به این مسایل، تأثیری در نمرۀ آزمون درسی آن‌ها ندارد. جدول ۱، نتایج حاصل را نشان می‌دهد.

جدول ۱. مسایل کلامی تفسیری به همراه نتایج پاسخ دانش‌آموزان

مسایل کلامی تفسیری اجرا شده در کلاس درس	تعداد کل دانش‌آموزان	تعداد پاسخ‌های عددی	تعداد پاسخ‌های تفسیری
مسئله ۱: ۲۶ گوسفند و ۱۰ بز در یک کشتی قرار دارند. سن کاپیتان چقدر است؟	۲۰	۱۳	۷
مسئله ۲: محمد ۱۰۰ متر را در ۱۷ ثانیه می‌دود. چه‌قدر طول می‌کشد تا یک کیلومتر را بدود؟	۲۰	۲۰	۰
مسئله ۳: مردی قصد داشت بین دو پل را که ۱۲ متر از هم فاصله داشتند، طناب بکشد. اما او فقط قطعه‌های ۱/۵ متری طناب داشت. با چند قطعه می‌توان این کار را انجام داد؟	۲۰	۲۰	۰

همان‌طور که در جدول ۱ مشاهده می‌شود، اکثر دانش‌آموزان کلاس، در پاسخ‌گویی به مسئله یافتن سن کاپیتان پاسخی عددی برای سن کاپیتان ارایه نمودند. اکثر دانش‌آموزان در ارایه پاسخ عددی به این مسئله، عددهای ۱۰ و ۱۶ را با هم جمع و نتیجه را به عنوان سن کاپیتان گزارش کردند. این نتیجه با سایر تحقیقات انجام شده در این زمینه همسو است. در پاسخ‌گویی به مسئله یافتن سن کاپیتان، پاسخ‌های جالبی وجود داشت. به‌طور نمونه، یکی از دانش‌آموزان در برگه خود نوشته بود: «سن کاپیتان زیاد بوده زیرا معمولاً سن کاپیتان‌ها زیاد است و باید با سابقه باشد.» و دیگری تأکید کرده بود که «اصلاً کاپیتان چه ربطی به کسی دارد که بز یا گوسفند دارد؟ آیا شخص چوپان است نه کاپیتان و سن چوپان حدوداً ۳۰ سال است.»

در پاسخ‌گویی به مسئله یافتن سن کاپیتان، تعداد کمی از دانش‌آموزان در ارایه پاسخ مسئله از استدلال و تفسیر استفاده نمودند، اما در پاسخ‌گویی به دو مسئله بعدی، هیچکدام از دانش‌آموزان به تفسیر جواب به دست آمده در دنیای ریاضی نپرداختند.

در پاسخ‌گویی به مسئله دوم و سوم، همه دانش‌آموزان خیلی سریع و بدون هیچ تأملی، پاسخ‌های سرراست عددی دادند. در مسئله دوم، ۱۹ دانش‌آموز از مفهوم نسبت و تناسب استفاده کردند و عدد ۱۷۰ را به عنوان جواب نوشتند. معنای این پاسخ این بود که آن‌ها سرعت را ثابت در نظر گرفته بودند. نفر بیستم نیز از مفهوم نسبت و تناسب استفاده کرده بود ولی در انجام محاسبات عددی اشتباه کرده بود.

در پاسخ‌گویی به مسئله سوم، ۱۸ دانش‌آموز جواب را با استفاده از تقسیم ۱۲ بر ۱/۵ به‌دست آوردند و عدد ۸ را به عنوان جواب مسئله گزارش کردند. در واقع، آن‌ها فراموش کرده بودند که اندازه گره‌ها را هم در نظر بگیرند. ۲ دانش‌آموز دیگر نیز از تقسیم برای پاسخ‌گویی به این مسئله استفاده کردند ولی در محاسبات دچار اشکال شدند.

● استفاده از مسایل کلامی تفسیری می‌توانند به دانش‌آموزان در برقراری رابطه معنادار بین دنیای واقعی و دنیای ریاضی کمک نمایند

پاسخ عددی به مسئله اول، پاسخ خطی به مسئله دوم و در نظر نگرفتن اندازه گره‌ها در مسئله سوم نشان می‌دهد که دانش‌آموزان هنگام پاسخگویی به مسایل زمینه‌مدار دنیای واقعی، عقل سلیم خود و تجربه‌های واقعی زندگی‌شان را کنار گذاشته و سریع درگیر انجام محاسبات می‌شوند. در چنین شرایطی، آن‌ها پاسخ عددی را بدون تفسیر، قابل قبول می‌دانند. این نوع رفتار حل مسئله دانش‌آموزان، به اندازه‌ای ذهن محققان را مشغول کرد که آن را یک **پدیده منحصر به فرد** نامیدند و کنجکاو شدند بدانند که این پدیده منحصر به فرد چگونه رخ می‌دهد؟

ارتباط پاسخ دانش‌آموزان با مسایل کتاب‌های درسی ریاضی

ارایه پاسخ مناسبی به این سؤال، نیازمند یک کار تحقیقی جدید است. اما تجربه نویسندگان نشان می‌دهد که تجربه قبلی دانش‌آموزان ایرانی در کلاس‌های درس ریاضی، یکی از دلایل رخ‌دادن چنین پدیده منحصر به فردی می‌تواند باشد. دانش‌آموزان نوعیِ[4] ایرانی، معمولاً در کلاس درس و کتاب‌های درسی ریاضی، با مسایلی مواجه می‌شوند که همیشه قابل حل هستند و پاسخ آن‌ها معنادار است. دو مثال زیر که برگرفته از کتاب‌های درسی ریاضی مدرسه‌ای است، شاهدی بر این مدعاست. در این دو مثال، پدیده دویدن، به عنوان یک مسئله خطی در نظر گرفته شده است.

مثال ۱:

دونده‌ای سه دور زمین را در ۶۴۸ ثانیه دویده است. در چند ثانیه، یک دور را دویده است؟ (کتاب درسی چهارم دبستان، صفحه ۱۶۶، مسئله ۲۵).

مثال ۲:

علی و برادر کوچکترش حمید با هم یک مسابقه دو ۱۰۰ متر دادند. از آنجا که حمید کوچکتر بود، علی به او اجازه داد جلوتر بایستد. نمودار زیر چگونگی مسافت طی شده نسبت به زمان سپری شده از شروع مسابقه را برای علی و حمید نشان می‌دهد.

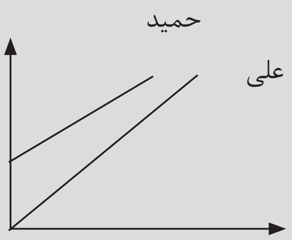
با توجه به نمودار روبه‌رو که پس از پایان مسابقه رسم شده، به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف) در شروع مسابقه، حمید چند متر جلوتر از علی ایستاده بود؟

ب) چند ثانیه طول کشیده است تا علی و حمید به انتهای خط مسابقه برسند؟

ج) چه کسی برنده شده است؟

د) اگر حمید و علی دویدن را از یک نقطه شروع می‌کنند، چه کسی برنده می‌شد و چند ثانیه زودتر به خط پایان می‌رسید؟ (کتاب درسی ریاضیات ۱، صفحه ۱۱۶، مسئله ۵)



«آموزش ریاضی مدرسه‌ای چه هدفی را دنبال می‌کند؟» آیا می‌خواهیم خروجی نظام آموزشی، افرادی باشند که در مواجهه با مسایل دنیای واقعی، عقل سلیم خود را نادیده بگیرند؟

همان‌طور که در مثال ۲ دیده می‌شود، نمودار مسافت طی شده نسبت به زمان، خطی ترسیم شده است. این در حالی است که در کتاب درسی یا راهنمای معلم، هیچ اشاره‌ای درخصوص ثابت فرض کردن سرعت نشده است. اگرچه در **صفحه ۱۸ از فصل پنجم راهنمای تدریس کتاب درسی ریاضی اول دبیرستان** آمده است که استفاده از بسترها و زمینه‌های واقعی برای مشاهده رابطه خطی، روش اصلی این بخش است.» ولی به نظر می‌رسد که فرض‌های مثال ۲ نه تنها بر مبنای دنیای واقعی پایه‌ریزی نشده‌اند، بلکه به‌طور غیرمستقیم به دانش‌آموزان این‌گونه القا می‌کنند که سرعت دویدن همیشه ثابت است و نمودار مربوط به آن، همواره خطی است. دست کم در این مسئله، کتاب درسی دنیای واقعی را به‌طور عمدی یا سهوی نادیده می‌گیرد و این پدیده غیرخطی را خطی فرض می‌کند.

بنابراین، می‌توان این حدسیه را مطرح کرد که یکی از دلایل خطی پنداشتن مسایل غیرخطی از جانب دانش‌آموزان و عدم تفسیر نتایج به دست آمده از حل مسایل ریاضی، رویکرد اتخاذ شده در کتاب‌های درسی ریاضی و کلاس‌های درس ریاضی است. البته بررسی این حدسیه نیازمند مطالعه عمیق‌تر و یافتن شواهد بیشتری از کلاس درس ریاضی و کتاب‌های درسی ریاضی است و این امر، به صورت یک پروژه تحقیقی در دست انجام است.

بحث و نتیجه‌گیری

زمانی که در کلاس ضمن خدمت گفته شده، از معلمان درباره عملکرد ریاضی دانش‌آموزان نوعیِ ایرانی در حل مسایل تفسیری پرسش شد، اکثر معلمان ریاضی حدس می‌زدند که حدود ۴۰ تا ۵۰ درصد دانش‌آموزان در برخورد با این نوع مسایل، به‌طور موفق عمل می‌کنند. البته بسیاری از معلمان پس از بررسی عملکرد دانش‌آموزان کلاس خود در حل مسایل کلامی، به این نتیجه رسیدند که تنها تعداد کمی از دانش‌آموزان آن‌ها، توانایی حل مسایل کلامی تفسیری را دارند. با این وجود، نویسنده اول مقاله که خود معلم کلاس درس است، از همان ابتدا، حدس می‌زد که دانش‌آموزان، به دلیل عدم رویارویی با مسایل کلامی تفسیری در درس‌های ریاضی مدرسه‌ای، عملکرد موفقی در حل مسایل کلامی تفسیری نداشته باشند که نتایج مطالعه میدانی، این حدس را تأیید نمود.

نتایج این مطالعه نشان داد که دانش‌آموزان در حل مسایل کلامی، عقل سلیم و دانش عمومی خود را از زندگی واقعی نادیده می‌گیرند. در واقع در حل مسایل کلامی ریاضی، دانش‌آموزان از قواعدی پیروی می‌کنند که آن‌ها را تشویق می‌کند تا عقل سلیم خود را در برخورد با جواب‌های ریاضی نادیده بگیرند. نادیده گرفتن عقل سلیم در حل مسایل ریاضی قبلاً توسط هاوسن (۱۹۹۶) در تحلیل کتاب‌های درسی هشت کشور جهان که جزیی از مطالعه تیمز بوده است، گزارش شده بود. هم‌چنین، پدیده نادیده گرفتن عقل سلیم و اثر منفی آن بر روی عملکرد ریاضی دانش‌آموزان ایرانی در پایه‌های هفتم و هشتم در حل

مسایل ریاضی مربوط که مطالعه تیمز توسط رفیع‌پور و گویا (۱۳۸۳) بررسی شده بود و نتایج آن مطالعه نیز مؤید یافته‌های این تحقیق بود.

با توجه به یافته‌های سه مطالعه ذکر شده، این سؤال به‌طور جدی مطرح می‌شود که «آموزش ریاضی مدرسه‌ای چه هدفی را دنبال می‌کند؟» آیا می‌خواهیم خروجی نظام آموزشی، افرادی باشند که در مواجهه با مسایل دنیای واقعی، عقل سلیم خود را نادیده بگیرند؟ اگر چنین نیست، می‌بایست قبل از آن که دیر شود، رویکردی برای اصلاح آن ارایه نماییم. یکی از راهکارهایی که گریر، فروشافل و موخاپدیای (۲۰۰۷) به آن اشاره می‌کنند، استفاده از مسایل کلامی تفسیری در منابع آموزشی و کلاس‌های درسی است. پژوهشگران امیدوارند که با انجام پژوهش، بتوان به این سؤال پاسخ داد که «آیا با ارایه مسایل کلامی تفسیری در کلاس درس ریاضی می‌توان انتظار داشت که دانش‌آموزان بتوانند بین ریاضی و عقل سلیم توازن برقرار نمایند؟»

پی‌نوشت

۱. نویسنده دوم این مقاله

۲. در واقع، قواعد بازی‌های کلامی، قواعد نانوشته‌ای هستند که دانش‌آموزان در طی دوران تحصیل خود، آن‌ها را از طریق نظام آموزشی دریافت می‌کنند. و سعی می‌کنند به گونه‌ای عمل کنند تا در آزمون‌های مدرسه‌ای موفق باشند و موجب رضایتمندی معلمان و اولیا خود شوند.

۳. این همان فرآیندی است که در ادبیات پژوهشی حوزه مسایل کلامی، به در نظر گرفتن کلمات کلیدی مشهور است.

4. Typical

منابع

1. Greer, B. (1997). Modelling reality in mathematics classrooms: The case of word problem. Learning and Instruction. 7(4), 293-307.

2. Greer, B., Verschaffel, L., & Mukhopadhyay, S. (2007). Modelling for life: Mathematics and children's experience. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. -W. Henne, & M. Niss (Eds), Modelling and applications in mathematics education (ICMI Study 14) (pp. 89-88). New York: Springer.

3. Howson, G. (1996). Mathematics and common sense. In C. Alsina, J. M. Alvarez, B. Hodgson, C. Llaborde, A. Perez (Eds), 8th international congress on mathematical education selected lestures (pp. 257-269). Sevilla: S.A.E.M. THALES.

4. OECD. (2003). The PISA 2003 assessment framework: Mathematics, reading, science, problem solving knowledge and skills. Paris: OECD.

5. Verschaffel, L. (2002). Taking the modeling perspective seriously at the elementary school level: Promises and pitfalls (plenary lecture). In A.D. Cockburn & E. Nardi (Eds.), Proceeding of the 26th Conference of the international group for the psychology of mathematics education, vol 1 (pp. 64-80). Norwich, England University of East Anglia.

۶. رفیع‌پور، ابوالفضل و گویا، زهرا (۱۳۸۳). چرا عملکرد ریاضی دانش‌آموزان ایرانی در تیمز منحصر به فرد بود؟ **مجلهٔ رشد آموزش ریاضی**، شمارهٔ ۷۵، دفتر انتشارات کمک‌آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش‌وپرورش.

۷. بخشعلی‌زاده، شهرناز و همکاران. (۱۳۸۷). **ریاضی ۱، سال اول دبیرستان**. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش‌وپرورش.

۸. شیدفر، عبدالله و همکاران. (۱۳۸۸). ریاضی چهارم دبستان. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش‌وپرورش.

۹. کتاب معلم (راهنمای تدریس) ریاضی ۱ سال اول دبیرستان، قابل دستیابی در وب سایت http://math-dept.talif.sch.ir/index.php?page id=118، تاریخ دستیابی، ۲۸ فروردین ۱۳۹۰.

خانه ریاضیات تهران

گزارش افتتاحیه خانه ریاضیات تهران

بوستان سئول / چهارم آبان ۱۳۹۰

سقفی افراشته برای دوستداران ریاضیات

گزارش: **محمد دشتی**
عکس: **طیبه رحیمی**

اشاره

بوستان سئول در منطقه ۳ شهرداری تهران در روز چهارشنبه چهارم آبان ۱۳۹۰ شاهد حضور اعضای هیأت امنای خانه ریاضیات تهران، اساتید دانشگاه‌های شهر تهران، دانش‌آموزان برنده مسابقات تورنمنت شهرها و گروهی از دانشجویان رشته‌های ریاضی بود.

مسئولان شهری و متولیان حوزه فرهنگی و اجتماعی شهرداری تهران نیز در تکاپو بودند تا مراسم افتتاح خانه ریاضیات تهران به شایستگی انجام شود. همزمان با افتتاح این خانه، همایش خانه‌های ریاضیات ایران در روزهای ۵ و ۶ آبان برگزار شد. تقریباً هر میهمان و مراجعه‌کننده‌ای که به محل مراسم افتتاحیه خانه ریاضیات تهران می‌آمد، سراغ دکتر مانی رضائی، مدیر خانه ریاضیات تهران و مسئول همایش را می‌گرفت.

ما هم از این قاعده پیروی کردیم و به اتفاق همکار عکاسم خانم رحیمی به دفتر برگزاری مراسم رفتیم، دکتر رضائی را در ساعات پایانی روز و در آستانه برگزاری مراسم افتتاحیه پرانرژی‌تر و شاداب‌تر از آنی که انتظارش را داشتیم دیدیم. با علاقه‌مندی به استقبالمان آمد، و هر جایی را که لازم بود بشناسیم و در مورد آن اطلاعی داشته باشیم، نشانمان داد.

ریاضیات موجودی زنده است، مثل هر موجود زنده دیگری رشد می‌کند، تکامل می‌یابد، دچار تضاد می‌شود و از میان این تضادها شکوفاتر و نیرومندتر سربرمی‌آورد، ریاضیات عین زندگی است!

مراسم افتتاحیه خانه ریاضیات با ورود میهمانان رسمی مراسم، آقایان دکتر محمدعلی نجفی، دکتر سید محمد ایازی، و آقای پشمچی‌زاده آغاز شد و اندکی بعد آقای دکتر محمدجواد لاریجانی نیز به این جمع پیوست.

در حاشیه این مراسم نمایشگاهی از فعالیت‌های خانه‌های ریاضیات سراسر کشور برگزار شده بود و در مدت زمان برگزاری همایش این غرفه‌ها از ساعت ۹ صبح تا ۸ شب پذیرای بازدیدکنندگان بودند.

در روزهای دیگر همایش، شورای خانه‌های ریاضیات، اتحادیه خانه‌های ریاضیات ایران و دانش‌آموزان حاضر در همایش در دو نوبت صبح و عصر در محل بوستان سئول و ایوان شمس، واقع در تالار حرکت برنامه‌هایی را به اجرا درآوردند و محیطی صمیمی برای بحث و تبادل‌نظر پیرامون دانش ریاضی، یافته‌های جدید و مسائل دیگر حوزهٔ ریاضی را فراهم آوردند.

در پایان روز دوم نیز، پس از برگزاری مسابقه نهایی بین دانش‌آموزان حاضر در کارگاه‌های آموزشی به برگزارکنندگان نمایشگاه لوح تقدیر اهداء شد و هدایایی نیز به برگزارکنندگان تورنمنت شهرها (۵۴ دانش‌آموز منتخب) تعلق گرفت. گزارش این مراسم صمیمی را با هم می‌خوانیم.

*** خانه ریاضیات متعلق به همه تهرانی‌ها است!**

پس از تلاوت آیاتی از کلام‌اله مجید و پخش سرود جمهوری اسلامی ایران آقای پشمچی‌زاده، شهردار منطقه ۳ تهران در سخنان کوتاهی گفت:

بنده شادی و خوشحالی خود و همکارانم را از وجود این خانه در منطقه ۳ ابراز می‌دارم و امیدوارم در این خانه که متعلق به همه تهرانی‌ها است، بتوانیم در کنار همدیگر شاهد تلاش‌ها و کوشش‌های بی‌وقفه‌ای برای توسعه و ترویج علم ریاضی باشیم. با آغاز فعالیت رسمی خانه ریاضیات تهران، قطعاً تحولات خوبی در حوزه ریاضی اتفاق خواهد افتاد و امیدواریم که تمامی خانواده‌های تهرانی بتوانند از فعالیت‌های خانه استفاده کنند.

*** اطمینان داریم که مراکز آموزشی، علمی، پژوهشی و نهادهای فرهنگی و اجتماعی ما را یاری خواهند کرد.**

این مراسم با سخنان دکتر مانی رضائی مدیر و عضو هیأت امنای خانه

نام ریاضی‌دان را تنها به کسی می‌شود اطلاق کرد که در کار خود به احساس یک هنرمند برسد و به اندازهٔ یک هنرمند از محصول کار خود لذت ببرد!

ریاضیات تهران ادامه پیدا کرد.

وی ضمن خیرمقدم به حاضران در مراسم و قدردانی از تلاش‌های شورای تهران و شهرداری منطقه ۳ گفت:

در زمستان سال ۱۳۸۹ هیأت مؤسس خانه ریاضیات تهران تشکیل شد و پس از چند جلسه بحث و بررسی پیرامون نیازها و امکاناتی که وجود دارد، اساسنامه خانه ریاضیات تدوین و در خرداد ماه ۱۳۹۰ به تصویب رسید.

به دنبال تصویب اساسنامه، هیأت امنای خانه تعیین شدند و در اولین جلسه هیأت، اعضای شورای علمی ـ اجرایی منصوب شدند تا امر برنامه‌ریزی برای فعالیت‌های خانه و هدایت علمی و نظارت اجرایی بر کارها را برعهده گیرند.

در همان جلسه، هیأت امنا اینجانب را به عنوان مدیر خانه ریاضیات تهران منصوب کرد و ریاست شورا و ارایه گزارش به هیأت امنا را برعهده مدیرخانه قرار داد.

از پایان خرداد ماه ۱۳۹۰ تاکنون شورای علمی ـ اجرایی خانه ۱۰ جلسه تشکیل داده است که طی این جلسات ضمن تهیه پیش‌نویس چارت سازمانی خانه، برنامه‌ریزی لازم برای فعالیت‌های آن و تعیین مسئول برای بخشی از فعالیت‌های خانه انجام شده است. گزارش این جلسات به هیأت امنا ارایه شده و اهم فعالیت‌های پیشنهادی به تصویب رسید.

در برنامه‌های شش‌ماهه دوم سال ۱۳۹۰ برگزاری سمینارها و کارگاه‌های آموزشی و پژوهشی با موضوع ریاضیات برای عموم شهروندان پیش‌بینی شده است. از سویی دیگر ارتباط با گروه‌های دانشجویی، برای گسترش فعالیت‌های خانه نیز در دستور کار قرار دارد.

خانه ریاضیات تهران، همانند دیگر خانه‌های ریاضیات به دانش‌آموزان، معلمان و علاقه‌مندان به ریاضی تعلق دارد. اطمینان دارم که دانشگاه‌ها، سازمان آموزش‌وپرورش تهران و مراکز پژوهشی و نهادهای آموزشی و علمی تهران بزرگ به کمک ما خواهند آمد تا محیطی پویا برای فعالیت‌های خانه ریاضیات فراهم کنیم. از همه دانشجویان و معلمان عزیز ریاضی دعوت می‌کنیم تا با حضور در این خانه، این محل را مکانی برای تراوش‌های ذهنی، علمی و پژوهشی خود کنند و با ارایه ایده‌های جدید، ما را در جهت توسعه دانش ریاضی، یاری و حمایت کنند.

*** جامعه‌ای که ریاضی بداند منطقی فکر می‌کند و درست تصمیم می‌گیرد**

پس از ارایه گزارش توسط دکتر رضائی مجری برنامه خانم مریم گویا از آقای دکتر محمدعلی نجفی عضو شورای شهر تهران، وزیر اسبق آموزش‌وپرورش و عضو هیأت امنای خانه ریاضیات برای بیان سخنانش دعوت کرد.

وی نیز با اظهار خوشحالی از شرکت در این مراسم گفت: امروز اتفاق شوق‌برانگیزی برای همگی کسانی که به ریاضیات علاقه‌مند هستند، صورت گرفته است. افتتاح خانه ریاضیات تهران اتفاق مبارکی است و امیدواریم، این خانه برای سالیان متوالی کانون اُنسی برای علاقه‌مندان به ریاضی و محلی برای بحث و گفت‌وگو درخصوص علم ریاضی و مسائل پیرامون آن باشد.

این اقدام شایسته شهرداری تهران که به همت و پایمردی، جناب آقای دکتر ایازی و جناب آقای مُشاری به نتیجه رسیده است، واقعاً اقدام قابل تقدیری است که باید قدر دانسته شود.

خوشبختانه شهرداری تهران در سال‌های اخیر اقدامات مؤثری را در حوزه مسائل فرهنگی و اجتماعی انجام داده است و حیف بود که در مورد تأسیس خانه ریاضیات از دیگر شهرهای کشور عقب بماند. سابقهٔ تأسیس خانه‌های ریاضیات، سابقه‌ای بیش از ۱۰ ساله است که در این امر آقای دکتر علی رجالی زحمات و تلاش‌های ارزشمندی را انجام داده‌اند و شهرداری‌های سطح کشور هم در بسیاری از مواقع در راه‌اندازی و ادامه فعالیت خانه‌های ریاضیات شریک و همراه بوده‌اند.

اطلاع دارید که امروزه دیگر آن تفکر سنتی که نسبت به علم ریاضیات وجود داشت و آن را علمی انتزاعی، مجرد و مملو از فرمول‌ها و قضایا می‌دانست وجود ندارد. امروزه نگاه به ریاضیات، ابزاری برای شکل بخشیدن به نظم فکری مردم و جامعه است. ابزاری که حرکت انسان را از رفتار غریزی

به سوی رفتار منطقی و عقلانی هدایت می‌کند. این ابزار نه تنها در زندگی روزمره انسان‌ها نقش و تأثیر دارد، بلکه از ابتدای قرن بیستم در تمامی رشته‌های علمی جای پای ابزار و روش‌های ریاضی به‌چشم می‌خورد.

علم ریاضی امروزه در دنیا علم و دانش شناخته شده‌ای است و اگر جامعه‌ای بخواهد مبتنی و در مسیر دانش حرکت کند و توسعه دانش‌گرا را که (یکی از شعارهای سال‌های اخیر است) دنبال کند و به آن دست یابد، یکی از لوازم و ضروریات این توسعه، علم و دانش ریاضی است.

امروزه مدل‌های ریاضی می‌تواند پاسخگوی بسیاری از مسائل و مشکلات اجتماعی باشد. این مدل‌ها از پیچیده‌ترین مسائل شروع می‌شوند و مدل‌های ساده‌ای را که در زندگی روزمره مردم در اجتماع هم به کار می‌آیند، شامل می‌شوند.

همین مدل‌های ساده ریاضی و به‌وجود آمدن یک گفتمان در جامعه که مبتنی بر این مدل‌ها است، باعث شده است که در ۲۵ سال اخیر همهٔ کشورها به فکر عمومی‌کردن علم ریاضی بیفتند. موضوع عمومی‌کردن ریاضی، مسئله مورد نیاز جامعه امروز ما است. به نظر من اگر بتوانیم جامعه‌ای را با ریاضی، روش‌ها، ابزارها و گفتمان علم ریاضی آشنا کنیم و او را در این زمینه تربیت کنیم و پرورش دهیم، بسیاری از مشکلات، سهل‌تر رفع خواهند شد و به شیوه‌هایی بهتر، عمیق‌تر و مؤثر برای حل مشکلات دست خواهیم یافت.

در واقع عمومی‌کردن علم ریاضی می‌تواند ما را در تربیت و پرورش شهروندانی توانمندتر و کارآمدتر یاری کند تا بتوانند با تحلیل و تبیین مسائل خود به عنوان شهروندی مؤثر در جامعه حضور و ظهور داشته باشند و با شناخت چارچوب مسئولیت‌های خود، مدیریت شهری را برای تدبیر و اداره پیشبرد بهتر امور شهر یاری کنند.

ایجاد پیوندی مستحکم بین مردم و مدیران شهری و بین آحاد مردم در یک شبکه اجتماعی مؤثر نیز از طریق ایجاد زمینه‌هایی برای توسعه علم و دانش امکان‌پذیر است که خانه ریاضیات تهران می‌تواند گام‌هایی مؤثر را در توسعه شبکه اجتماعی شهری بردارد. مطمئناً عموم و بخصوص علم ریاضی در استحکام این شبکه و تقویت آن نقش مؤثری خواهند داشت.

با شناختی که از دوستانم در خانه ریاضیات تهران دارم، به اتفاق‌های خوب و مؤثر در این خانه، در آینده‌ای نزدیک بسیار امیدوار و با وجود آقای دکتر رضائی به عنوان مدیر خانه که از نیروهای حرفه‌ای و علاقه‌مند حوزه ریاضی هستند می‌توانیم آینده‌ای روشن را برای خانه متصور باشیم.

*** باید سیاستمدارها را قانع کنیم که ریاضی می‌تواند آن‌ها را در تصمیم‌گیری صبورانه و درست کمک کند**

دکتر محمدجواد لاریجانی، رئیس پژوهشگاه دانش‌های بنیادی دیگر سخنران این مراسم بود. وی نیز با سپاس نعمت‌های بیکران الهی و اظهار خوشنودی از افتتاح این خانه در سخنانی گفت:

در بین علوم و معارف بشری، برخی علوم، پایه هستند. پایه به دو معنی است. یکی اینکه پدیده‌های بسیار اساسی را مورد مداقّه قرار می‌دهند.

نخستین وظیفه ریاضی، ساختن و تحویل دادن انسان به جامعه است. انسانی که می‌اندیشد و می‌تواند درست را از نادرست تشخیص دهد. انسانی آزاد! نه آدم و اره‌ای آهنین!

پدیده‌هایی را که در بسیاری از علوم دیگر کاربرد دارد. در معنایی دیگر پایه به معنای این است که این علوم در بقیه علوم نقش اساسی دارند. ریاضیات به هر دو معنا پایدار است. یعنی صرفاً یک روش نیست.

در جمهوری اسلامی ایران توجه به علوم پایه و بلکه به سایر علوم یکی از افتخارات نظام است. زمانی که آقای دکتر نجفی وزیر علوم بودند با تلاش ایشان و جمعی از اساتید بزرگ ریاضی، علوم پایه رشد پیدا کرد و بخصوص در زمینه علم ریاضی و فیزیک دو کار مهم اتفاق افتاد. یکی از این اتفاقات راه‌اندازی دوره‌های دکترا در دانشگاه‌های کشور و دیگری تأسیس مرکز تحقیقات فیزیک نظری و ریاضیات بود که بعدها به پژوهشگاه علوم بنیادی تغییر نام داد. این دو پدیده نقش مهمی در تبدیل ایران به یک کشور پیشرفته در منطقه، در حوزه ریاضیات داشتند.

آقای دکتر شهشهانی هم که در این جمع هستند تلاش‌های زیادی در این زمینه داشته‌اند و آقای دکتر رجالی هم که اکنون در خدمتشان هستیم بیش از ۱۰ سال است که موضوع خانه‌های ریاضیات را دنبال می‌کنند.

موضوع ریاضی، دانشی بسیار زنده و سرزنده است ولی ما باید بتوانیم کاری کنیم که بچه‌های ما در مدارس بتوانند با فراگیری آموزش‌هایی که به آنان ارایه می‌شود مسائل سخت زندگی خود را حل کنند. بچه‌های ما اگر خوب آموزش ببینند می‌توان در زمینهٔ ریاضیات پیشرفت‌های خیلی خوبی داشته باشند. آن‌ها گاهی اوقات بدون آن‌که حروف قضیه‌ای را خیلی بدانند، می‌توانند به خوبی آنرا حدس بزنند و این پدیدهٔ خیلی عجیبی است که کسانی که با بچه‌های دبیرستان سروکار داشته‌اند آن‌را به خوبی درک می‌کنند.

خانه ریاضی باید، خانه بچه‌ها، بخصوص دبیرستانی‌های ما باشد. کنکور پدر بچه‌های ما را درآورده است. آن‌ها را وادار می‌کند شب تا صبح تست بزنند. البته نه اینکه بد باشد. بالاخره از این همه ورودی، بچه‌هایی که در کنکور نمره‌های بالاتری می‌آورند، بچه‌های بااستعدادی هستند. این نشان می‌دهد که سیستم در تشخیص خیلی پِرت ندارد. بلکه پِرت آن در مورد کسانی است که خیلی موفق به ورود به دانشگاه نمی‌شوند و چه بسا همین‌ها بتوانند ریاضی‌دان‌های بزرگی بشوند.

ما باید برای بچه‌ها بسیاری از مسائل جدید و نو را در خانه ریاضیات مطرح کنیم. باید از ریاضی‌دان‌های حرفه‌ای استفاده کنیم تا مطالب امروز ریاضی را برای بچه‌ها تبدیل به خوراک مناسب و مفید کنند. باید به بچه‌های دبیرستانی ایده داد تا بتوانند با کمی دیدن و خطّ‌خطی کردن چیزهای زیادی یاد بگیرند.

نکته دیگر اینکه عموم مردم هم می‌توانند به میزان زیادی از ریاضی استفاده کنند و یاد بگیرند.

باید توجه سیاستمدارها را هم به سرمایه‌گذاری در زمینه ریاضیات جلب کنیم. این کار خیلی مهمی است. سیاستمدارها انسان‌های خیلی عجیب و پیچیده‌ای هستند. همه‌چیز را بلدند و در عین حال هیچ چیزی را بلد نیستند! ولی آنچه مهم است، این است که تصمیمات مهمی می‌گیرند و تصمیمات آن‌ها در سرنوشت کشور تأثیر زیادی دارد. در کشور ما خطر

عمومی‌کردن علم ریاضی می‌تواند ما را در تربیت و پرورش شهروندانی توانمندتر و کارآمدتر یاری کند تا بتوانند با تحلیل و تبیین مسائل خود به عنوان شهروندی مؤثر در جامعه حضور و ظهور داشته باشند

مهمی از ناحیه سیاستمدارها وجود دارد. آن‌ها چون آدم‌های صبوری نیستند و می‌خواهند مسائل را سریع به کاربرد تبدیل کنند، کارها را خراب می‌کنند. و ما باید با آشنایی آنان با علم ریاضیات، آن‌ها را در تصمیم‌گیری منطقی و صبورانه کمک کنیم. خیلی مهم است که سیاستمدارها را قانع کنیم که ریاضی، حوزه‌ای مهم مؤثر و پیشرفته در حوزهٔ دانش بشری است و می‌تواند خیلی به آن‌ها کمک کند.

مسئله بعد ارتباط با رسانه است. خانه ریاضیات می‌تواند تبدیل به مکانی شود تا با بهره‌گیری از ریاضی‌دان‌ها برای رسانه‌ها برنامه درست کند. ریاضی‌دان‌ها حوصله ندارند که بنشینند و مطالب را برای عموم مردم بگویند و رسانه‌ها باید با انعکاس گفته‌های آنان، این حرف‌ها را به میان عموم مردم ببرند.

در این میان خانه ریاضیات می‌تواند حوصله به خرج دهد و با هنرمندی، ضمن استفاده از نقاشی، انیمیشن و دیگر جذابیت‌های اذهان مردم را در زمینه ریاضی بارور کند. می‌تواند پدر و مادرها را متوجه کند که رشتهٔ خوب فقط رشتهٔ پزشکی و مهندسی برق نیست. رشته ریاضی هم یکی از رشته‌های بسیار قشنگ است و بچه‌ها می‌توانند در این رشته تحصیلات عمیقی داشته باشند.

ما این تجمع را به فال نیک می‌گیریم و امیدواریم که به‌زودی شاهد افتتاح شعبه‌های دیگر خانه در نقطه، نقطه شهر تهران باشیم تا انشاءاله

ریاضیات عالی‌ترین دست‌آورد اندیشه و اصیل‌ترین زاده ذهن آدمی است. موسیقی روح را آرامش می‌دهد. نقاشی چشم را می‌نوازد، شعر موجب برانگیختن احساس می‌شود، فلسفه ذهن را قانع می‌کند، مهندسی زندگی را بهبود می‌بخشد. ولی ریاضیات دارای مجموعه این ارزش‌ها است.

خانه‌های ریاضیات پاتوقی علمی برای بچه‌های شهر باشد.

*** خانه ریاضیات جایگاهی ویژه در کانون‌های علم و زندگی دارد**

آخرین سخنران مراسم افتتاحیه خانه ریاضیات تهران، دکتر سید محمد ایازی، معاون امور اجتماعی، فرهنگی شهرداری تهران و رئیس هیأت امنای این خانه بود.

وی سخنانش را با خیرمقدم به حضار و تشکر ویژه از دکتر علی رجالی آغاز کرد و گفت: اگر پیگیری‌های سماجت‌گونه دکتر رجالی نبود ما امروز شاهد افتتاح این خانه نبودیم. باید وجود ایشان را به ریاضی‌دان‌های کشور تبریک گفت که چنین سرمایه ارزشمندی در بین خودشان دارند.

شهرداری و شورای اسلامی شهر تهران، تلاشی جدی را در دستور کار خود قرار داده‌اند تا این نهاد خدمتگزار از یک سازمان خدماتی به نهادی فرهنگی و اجتماعی تبدیل شود.

بخش عمده‌ای از وجود یک نهاد اجتماعی به مفهوم و ماهیت مشارکت شهروندان در اداره شهر و بخشی از آن توجه به مسائل فرهنگی و اجتماعی شهر باز می‌گردد و بسیار بااهمیت است.

ما در حال حاضر کانون‌های علم و زندگی را در سطح شهر تهران راه‌اندازی کرده‌ایم و جای خوشنودی است که خانواده‌های ما فرزندانشان را با اطمینان خاطر به سراهای محله می‌فرستند و قطعاً علم ریاضی و پایگاهی به نام خانه ریاضیات تهران، طالبان زیادی در بین خانواده‌های تهرانی خواهد داشت.

انشاءاله ما به دنبال آن هستیم که در دهه ریاضیات جشنواره بزرگ ریاضی تهران را در این خانه برگزار کنیم و بتوانیم دراین مراسم حضور ۳۷۴ نفر مسئول خانه‌های ریاضیات محلات تهران را هم شاهد باشیم، تا کارهای انجام شده در این خانه، مانند دیگر کارهای شهرداری تهران و خانه ریاضیات به عنوان الگویی در سرتاسر کشور مطرح و معرفی شود.

سخن آخر

خانه ریاضیات تهران به منظور اشاعه دانش ریاضی و ایجاد بستر مناسبی برای آموزش‌های ضمنی و جانبی و آگاهی از تاریخ تمدن ایرانی ـ اسلامی و آشنایی نوجوانان با مسائل مختلف علوم ریاضی از طریق مشاهده، همفکری و دسترسی به منابع مختلف اطلاعاتی ایجاد شده است.

هدف اصلی خانه ریاضیات عمومی‌کردن ریاضیات، آشنایی جوانان و نوجوانان با تاریخ ریاضی و کاربردهای ریاضیات و نیز گسترش فرهنگ صحیح اطلاع‌رسانی و تحقیق گروهی در میان شهروندان است.

این خانه، پس از اعلام آمادگی شهرداری تهران برای ایجاد خانه ریاضیات و امضای توافقنامه بین رئیس هیأت مدیره شورای خانه ریاضیات ایران و معاونت امور اجتماعی و فرهنگی شهرداری تهران، به عنوان واحدی غیردولتی زیرنظر وزارت علوم، تحقیقات و فناوری تشکیل شد.

المپیادها فردگرایی را ترویج کرده‌اند

گفت‌وگو: محمد دشتی
عکس: طیبه رحیمی

اشاره

در مدت زمان برگزاری مراسم افتتاحیه خانه ریاضیات تهران و همایش خانه‌های ریاضیات ایران نام دکتر علی رجالی بیش از هر نام دیگری مطرح و به عناوین مختلف به‌گوش می‌رسید. مسئولان شرکت‌کننده در مراسم، پیشکسوتان ریاضی کشور، دانشجویان حاضر در همایش و همهٔ کسانی که با ریاضی سروکار دارند دکتر علی رجالی، عضو هیأت علمی دانشگاه صنعتی اصفهان و همچنین عضو هیأت مدیره خانه ریاضیات تهران را می‌شناختند و از تلاش‌های بی‌وقفه و مجددانه وی در توسعه علم و دانش ریاضی و راه‌اندازی خانه‌های ریاضیات در کشور یاد می‌کردند.

در حاشیه این مراسم با وی به گفت‌وگو نشستیم و او صمیمانه به پرسش‌هایمان پاسخ داد.

◻ آقای دکتر رجالی، از خانه‌های ریاضیات برایمان بگویید.

○ بحث خانه‌های ریاضی از سال ۲۰۰۰ میلادی آغاز شد. یونسکو این سال را «سال جهانی ریاضیات» نام‌گذاری کرد و به همین مناسبت ستادی به ریاست رئیس جمهور در کشور تشکیل شد که چند نفر از وزرا و تعدادی از ریاضی‌دان‌ها هم عضو آن ستاد بودند. یکی از طرح‌هایی که به «ستاد سال جهانی ریاضیات» ارائه شد تشکیل خانه‌های ریاضیات در ایران به عنوان یک ایده بومی بود که مورد توجه قرار گرفت و عملیاتی شد.

ما این مراکز را برای جوانان و معلمان کشور راه‌اندازی کردیم. نخستین خانه ریاضیات کشور در سال ۱۳۷۷ در اصفهان با حمایت شهرداری اصفهان، مجموعه دانشگاه‌های استان، آموزش‌وپرورش و معلمان و دانش‌جویان علاقه‌مند به ریاضی تأسیس شد.

ما در سطح جهان کلوپ‌های ریاضی، نمایشگاه‌های ریاضی، اطاق بازی ریاضی و مسابقات ریاضی داریم ولی در شانزدهمین مطالعه کمیسیون بین‌المللی آموزش ریاضی، خانه ریاضیات به عنوان یک الگو نو در آموزش ریاضی در سطح جهان مطرح شد.

خوشبختانه خانه‌های ریاضیات، توانسته‌اند درخصوص توسعه آموزش ریاضی گام‌های خوبی بردارند و آنرا به خوبی اشاعه دهند.

◻ آیا این خانه‌ها توانسته‌اند خلاء‌های موجود در آموزش ریاضی را که در مدارس وجود دارد پر کنند؟

○ حدود ۳۵ سال است که بنده با معلمان ریاضی کشور ارتباط دارم و چیزهای زیادی از آنان آموخته‌ام.

مشکل ما تنها بحث مدارس و احیاناً معلمینی که آمادگی لازم برای تدریس را ندارند نیست. سیستم کلی آموزشی و برنامه‌ریزی ما مشکل دارد. مشکل عمده این است که مسئولان به آموزش‌وپرورش به عنوان نهادی مصرف‌کننده و نه تولیدکننده نگاه می‌کنند.

در حال حاضر متأسفانه جایگاه آموزش‌وپرورش نه به عنوان جایگاه اول که به عنوان جایگاهی چندمین در نظر گرفته شده است. علیرغم اینکه خانواده‌ها هزینه هم می‌کنند ولی این هزینه‌ها در جای خودش صرف نمی‌شود و چون درست هزینه نمی‌کنیم نتیجه هم نمی‌گیریم. یعنی به جای اینکه پولمان را برای جذب معلم خوب و نخبه هزینه کنیم، آنرا برای کلاس‌های غیرضروری و کتاب‌های تست و کمک‌آموزشی هزینه می‌کنیم.

من بارها عرض کرده‌ام که ما فقط آموزش داریم و پرورش نداریم. اساساً محیط مدارس، محیطی نیست که بچه‌ها در آن پرورش پیدا کنند.

همین که بچه‌های ما، فضایی در اختیار داشته باشند که بتوانند در آن بدوند و توی سروکله هم بزنند پرورش اتفاق می‌افتد. ولی واقعاً کدام مدرسه ما این امکان را دارد.

مدرسه‌ای که در آپارتمان تشکیل می‌شود، چگونه می‌تواند جای پرورش باشد.

◻ از تجربیات خانه‌های ریاضیات بگویید.

○ ما تجربه‌های قشنگی در این خانه‌ها داریم. در یکی از شب‌های عید من به خانه ریاضیات اصفهان رفتم. دیدم بچه‌ها سفره هفت‌سین پهن می‌کنند. به بچه‌ها گفتم؛ شما از خانه‌هایتان فرار کرده‌اید تا آنجا کار نکنید؟!... بچه‌ها با ناراحتی پرسیدند: مگر اینجا کجاست؟ اینجا هم خانهٔ ما است. یعنی بچه‌ها خانه ریاضیات را خانه دوم خود می‌دانستند و حتی در شب عید حاضر نبودند آن را ترک کنند.

ما در حال حاضر در خانه‌های ریاضیات گروه‌هایی را داریم که در زمینه ریاضیات و هنر، ریاضیات و پزشکی، ریاضیات و برق کار می‌کنند و این گروه‌ها هستند که می‌توانند برای آینده جامعه ایده و حرف‌های نو و جدیدی داشته باشند.

◻ آیا اعضای خانه در مسابقه و یا رقابت‌های خاصی هم شرکت می‌کنند؟

○ ما هم جنبه‌های ترویج علم را در نظر داریم و هم به‌کارگیری علم ریاضی را در زندگی روزمره دنبال می‌کنیم و به دنبال توسعه آن هستیم.

در دنیا مسابقات زیادی درخصوص ریاضیات انجام می‌شود ولی تنها یک المپیاد هست که بچه‌های ما در آن شرکت می‌کنند. جالب است که بدانید اولین دوره مسابقات ریاضی هم در اصفهان برگزار شد و بنده و آقای دکتر یحیی تابش از برگزارکنندگان این مسابقه بودیم. پس از آن المپیادهای فیزیک و شیمی در کشور راه افتاد و بچه‌های ایرانی توانستند در سطح دنیا بدرخشند.

متأسفانه المپیادها، فردگرایی را ترویج کرده‌اند و بچه‌های ما مجال تجربه کار گروهی و درک لذت جمعی را از دست داده‌اند.

◻ شما این المپیادها و مسابقات را چگونه ارزیابی می‌کنید؟

○ عرض کردم یکی از آسیب‌های این مسابقات ترویج روحیه فردگرایی است.

ما در خانه ریاضیات اصفهان تأکید داشتیم که بچه‌ها در هیچ مسابقه فردی شرکت نخواهند کرد. سال‌ها بود که مسئولین «تورنمنت شهری روسیه» از ما برای شرکت در تورنمنت ریاضی شهرها دعوت کرده بودند تا شهرهای ایران هم به این مسابقه بپیوندند.

ما با مسئولین این مسابقات در مسکو صحبت کردیم و در یکی از کنگره‌ها که با حضور ایران برگزار شد در یک جمع‌بندی تصمیم گرفتند که اجازه دهند ایران به صورت تیمی در مسابقات شرکت کند. سالانه ۷۰۰ تا ۸۰۰ تیم در این مسابقات شرکت می‌کنند و از آن زمان تا به حال اصفهان هم، همه ساله در این مسابقات شرکت کرده است. یکی دیگر از مشکلات المپیاد این است که المپیاد از بدنه آموزش و پرورش جدا است. یعنی معلمین آموزش‌وپرورش درگیر برگزاری مسابقات المپیاد نیستند.

□ شما که مشکلات را می‌دانید آیا اقدامی هم در این خصوص کرده‌اید؟

❍ بله عرض کردم، برای جلوگیری از فردگرایی ما به‌طور تیمی در مسابقات شرکت می‌کنیم و مرحله اول برگزاری تورنمنت شهرها را هم به معلمان عزیز واگذار کرده‌ایم. در نتیجه معلمان هم سؤالاتی را طرح می‌کنند و با مرحله اول مسابقات همراه می‌شوند. با برگزاری مرحله نهایی همه ساله تعدادی از دانش‌آموزان به صورت گروهی به مسابقات تورنمنت شهرها در مسکو اعزام می‌شوند و در اردوی تابستانی مسکو شرکت می‌کنند.

□ آیا به جز اصفهان، شهرهای دیگر کشور هم در این مسابقات حضور دارند و آیا مسابقهٔ دیگری هم در این خصوص برگزار می‌شود؟

❍ پس از آنکه اصفهان در این مسابقات شرکت کرد، در حال حاضر ۸ شهر دیگر هم از شهرهای ایران در این مسابقات شرکت می‌کنند.

ما در آموزش‌وپرورش در رابطه با مدل‌سازی در ریاضی هم مشکل داریم. در همین رابطه چند سالی است که با همکاری مؤسسه «فرونتال» هلند مسابقه‌ای را تحت عنوان «المپیاد» برگزار می‌کنیم که در آن بیشتر، سؤال‌های مربوط به زندگی روزمره و مدل‌های ریاضی مربوط به آن مطرح می‌شود. به‌طور خلاصه باید عرض کنم که هدف خانه‌های ریاضیات این است که کمبودهای مختلفی را که در زمینه آموزش ریاضی وجود دارد تا حدی که امکانش هست برطرف کند.

ریاضیات چالش‌آور

بررسی خانه‌های ریاضیات در ایران

علی رجالی، خانه ریاضیات اصفهان

در این گزارش، به اختصار اهداف و فعالیت‌های اصلی انجام شده توسط خانه‌های ریاضیات، در دهه اخیر در ایران، را نشان می‌دهیم. این گزارش، آن‌چه را که می‌تواند در چارچوب آموزش غیررسمی انجام شود، تشریح می‌کند و توضیح می‌دهد که چگونه علاقه‌مندان به ریاضیات و آموزش ریاضی، یک همکاری مولد داشته‌اند.

همان‌طور که در باربو و تیلور[1] (۲۰۰۹) آمده است، «ایده خانه‌های ریاضیات در ایران، به تشکیل یک کمیسیون عالی به ریاست رئیس جمهور [وقت] ایران و برای به رسمیت شناختن سال جهانی ریاضیات (۲۰۰۰ میلادی) برمی‌گردد که در سال ۱۳۷۵، به نام ستاد ملی سال جهانی ریاضیات شکل گرفت» (ص ۸۸).

این کمیسیون به عنوان یکی از هدف‌هایش، ایجاد خانه‌های ریاضیات را در نظر گرفت که نخستین آن‌ها، در سال ۱۳۷۷ در اصفهان تشکیل شد و تا حال، خانه‌های ریاضیات در اصفهان، نیشابور، تبریز، یزد، کرمان، خمین، کاشمر، سبزوار، بابل، زنجان، قزوین، گنبد و نجف‌آباد به وجود آمده‌اند و یک کمیسیون خاص نیز به نام «شورای خانه‌های ریاضیات ایران»، برای ایجاد همکاری بین آنان تأسیس شده است.

خانه‌های ریاضیات شش هدف اساسی دارند:

۱. عمومی‌کردن ریاضیات؛
۲. تحقیق در زمینه تاریخ ریاضیات؛
۳. تحقیق در زمینه کاربردهای ریاضی، آمار و علوم کامپیوتر؛
۴. ترویج تکنولوژی اطلاعات؛
۵. گسترش علوم ریاضی بین جوانان؛
۶. ارتقای شیوه‌های انجام کار گروهی بین دانش‌آموزان، دانشجویان و معلمان.

این اهداف از طرق زیر، قابل دستیابی هستند:

- ایجاد تسهیلاتی برای آموزش‌های غیررسمی ریاضی؛
- معرفی تکنیک‌های جدید آموزشی؛
- ایجاد بانک‌های اطلاعات علمی؛
- ترغیب روحیه پژوهش‌های مشارکتی؛
- مدل‌سازی و به‌کارگیری علوم ریاضی؛
- پذیرش ایده‌های نوین مرتبط با موارد فوق.

طیف گوناگونی از فعالیت‌های انجام شده برای عموم مردم، دانش‌آموزان دوره‌های مختلف تحصیلی و خانواده‌هایشان، معلمان و حتی استادان دانشگاه، فارغ‌التحصیلان، محققان و

هنرمندان، همگی توسط خانه‌های ریاضیات برنامه‌ریزی شده‌اند. این فعالیت‌ها قبلاً در باربیو و تیلور (۲۰۰۹، ص ۸۸ تا ۹۲) و رجالی (۲۰۰۹) برای بولتن کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی (ICMI) به مناسبت دهمین سالگرد تأسیس خانه ریاضیات اصفهان (IMH)[۲] نوشته شده است. و برای اطلاعات بیشتر، می‌توان به وب‌سایت خانه ریاضیات اصفهان به نشانی www.mathhouse.org مراجعه کرد.

فعالیت‌های سازماندهی شده توسط خانه ریاضیات اصفهان عبارتند از:

۱. سمینارها (شامل سمینارهای عمومی و موضوعات ویژه در ریاضی و آموزش ریاضی): به‌طور مثال در هر سال، ۵ تا ۶ سمینار توصیفی عمومی و سمینارهای تخصصی متعدد برای گروه‌های ویژه‌ای از دانش‌آموزان، دانشجویان، معلمان و اعضای خانه برگزار می‌شود.

۲. نمایشگاه‌های ریاضیات و تکنولوژی اطلاعات: در کنار این نمایشگاه‌ها روزها و هفته‌های خاصی معرفی می‌شوند. به‌طور کلی، خانه‌های ریاضیات تسهیلات تکنولوژیکی فراهم آورده است که شرکت‌کنندگان بتوانند از نرم‌افزارها استفاده کنند و آن‌ها را گسترش دهند، به اینترنت دسترسی پیدا کنند و از منابع الکترونیکی برای یادگیری ریاضیات بهره‌مند شوند.

۳. فعالیت‌های دانش‌آموزان دبیرستانی: این فعالیت‌ها متنوع هستند و شامل گروه‌های پژوهشی که نتایج تحقیقات آن‌ها در جشنواره‌های سالیانه، یا در نشریات عرضه می‌شوند، مسابقات تیمی ریاضی به عنوان نمونه در قالب تورنمنت بین‌المللی شهرها، شبکه مدرسه اصفهان برای ایجاد ارتباط الکترونیکی بین مدارس و تکنولوژی اطلاعات برای آموزش و پژوهش فراهم می‌نماید، کارگاه‌های روباتیک، کمپ‌ها و کارگاه‌های حل مسئله.

۴. فعالیت‌های دانشجویی: روز آمار، گروه‌های درگیر در تحقیقات گروهی، از طریق ارتباط الکترونیکی با محققان ایرانی خارج از کشور، کارآفرینی برای ایجاد فرصت به دانشجویان برای طراحی صفحات وب و نرم‌افزارها، کارگاه‌های مقدماتی برای استفاده از نرم‌افزارهای ریاضی و آمار.

۵. فعالیت‌های معلمان: گروه‌های پژوهشی در زمینه‌های گوناگون آموزشی، کارگاه‌های تکنولوژی اطلاعات برای آموزش معلمان جهت آشنا کردن آن‌ها با تکنولوژی اطلاعات، کارگاه‌هایی پیرامون اهداف، استانداردها و مفاهیم آموزش ریاضی برای معلمان دوره ابتدایی.

علاوه بر این، در خانه ریاضیات اصفهان، گروهی از محققان در حال گسترش فعالیت‌های ویژه‌ای برای تدریس ریاضی و علوم کامپیوتر به دانش‌آموزان نابینا هستند. فراتر از آن، خانه ریاضیات اصفهان و دیگر خانه‌های ریاضیات، کتابخانه‌های تخصصی دارند که امکان دسترسی به منابع دیگر مورد علاقه در آموزش ریاضی را در سراسر ایران فراهم می‌آورند.

اضافه بر این، خانه‌های ریاضیات بر مشارکت با یکدیگر، با مؤسسات ایرانی گوناگونی از قبیل مرکز نجوم ادیب، انجمن ریاضی ایران، انجمن آمار ایران، انجمن معلمان ریاضی اصفهان، اتحادیه انجمن‌های معلمان ریاضی ایران، انجمن علمی پیشرفت ایران نوین، انجمن علمی ـ فرهنگی موج نور اصفهان برای نابینایان و بنیاد دانش و هنر همکاری می‌کنند. صورت‌های جدید همکاری با دیگر مؤسسات خارجی از قبیل دانشگاه تربیت معلم فونتیز، انستیتو تحقیقاتی فرودنتال در هلند، انجمن Animath[۳] که طیف فعالیت‌های آموزشی غیررسمی موجود در ریاضی را در فرانسه هماهنگ می‌کند و انجمن تحقیقات آموزشی معلمان (IREM)[۴].

در کمتر از یک دهه، خانه‌های ریاضیات در ایران به پیشرفت‌های زیادی دست یافته‌اند و روزبه‌روز در سطح بین‌المللی بیشتر شناخته می‌شوند.

مرجع

* این مقاله، پیوست دهم کتاب باربیو و تیلور با مشخصات زیر است:

1. Barbeau E. J., Taylor, P. J. (Eds.) (2009). Challenging Mathamatics In and Beyond the Classroom. The 16th ICMI Study. New York: Springer Science.
2. Rejali, A. Isfahan Mathemaics House. ICMI Bulletin (to appear).
3. Zehren, C. & Bonneval, L. M. (Eds.) (2009). Dossier: Mathematiques hors classe. Bulletin de l’APMEP, N 482, p. 337-403.

پی‌نوشت

1. International Comission of Mathematical Instruction (ICMI)
2. Isfahan Mathematics House (IMH)
۳. به منبع ۳ مراجعه کنید.
4. Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathematiques

آموزش ریاضی

چکیده پایان نامه کارشناسی ارشد

بررسی باور معلمان در مورد استفاده دانش‌آموزان پایه اول ابتدایی از انگشتان در دست

دانشجو: عطیه شیخیان شهر بابکی
استاد راهنما: دکتر زهرا گویا
استاد مشاور: دکتر امیرحسین اصغری
داوران: دکتر اسماعیل بابلیان، دکتر مونا نبیعی، دکتر مرتضی منیری
دانشگاه محل تحصیل: دانشگاه شهید بهشتی
تاریخ دفاع: ۱۸ شهریور ۱۳۹۰

چکیده

توانایی شمردن و درک عددی از اولین مرحله‌هایی است که در صورت فراهم شدن محیط مناسب، به کودک کمک می‌کند

تا ارتباط خوبی با ریاضی برقرار کند و درک و فهم ریاضی خود را توسعه دهد. دنیای کودکان پر از واژه‌های عددی است. تجربیات محسوس و ملموس کودکان بیش از هر کمیتی با تعداد و شمارش همراه است و بدین سبب، زمانی که آن‌ها وارد دوره‌های پیش‌دبستانی و دبستان می‌شوند، ذهنیت آماده‌ای برای یادگیری درک مفهوم عدد از طریق شمردن یا شمارش تعداد اشیا پیدا کرده‌اند. کودکان مهارت‌های حسابی را در سه مرحله مدل‌سازی مستقیم، استراتژی‌های شمارش و حقایق عددی کسب می‌کنند. انگشتان دست به عنوان یکی از ابزارهای منحصر به فرد و برجسته‌اند که می‌توان از آن‌ها، یک بازنمایی ذهنی ملموس و منعطف از افراز اعداد در ذهن ساخت و نیز در توسعه و رشد استراتژی‌های شمارشی جایگاه ویژه‌ای دارند. هم‌چنین، تحقیقات حوزه علوم پزشکی در ارتباط با درک عددی و انگشتان مؤید این نکته است. بنابراین با توجه به جایگاه انگشتان در رشد و توسعه درک عددی کودکان، این تحقیق با هدف بررسی باور معلمان در مورد استفاده دانش‌آموزان از انگشتان شکل گرفت. روش تحقیق اکتشافی بود و داده‌ها از طریق مصاحبه‌های بالینی نیمه‌ساختاری با دو گروه معلمان و دانش‌آموزان جمع‌آوری شد. تجزیه و تحلیل داده‌ها نشان داد که دانش‌آموزان از انگشتان در مرحله مدل‌سازی و استراتژی‌های شمارشی به عنوان نگهدارنده دنباله اعداد شمرده شده استفاده می‌کنند. اما باور معلمان در این مورد، مانعی برای رسیدن کودکان به مهارت محاسبات ذهنی است.

کلیدواژه‌ها: کودکان پایه اول ابتدایی، استفاده از انگشتان، شمارش، مدل‌سازی، استراتژی‌های شمارشی، حقایق عددی.

چالش های یادگیری حرفه‌ای معلمان ریاضی تازه‌کار در دوره متوسطه

دانشجو: طیبه امیریان
استاد راهنما: دکتر زهرا گویا
استاد مشاور: دکتر امیرحسین اصغری
داوران: دکتر اسماعیل بابلیان، دکتر مونا نبیعی، دکتر مرتضی منیری
دانشگاه محل تحصیل: دانشگاه شهید بهشتی
تاریخ دفاع: ۱۸ شهریور ۱۳۹۰

چکیده

در دو دهه اخیر، در ادبیات مربوط به آموزش معلمان ریاضی، به دو دسته دانش ـ حرفه‌ای و موضوعی ـ توجه شده است، در حالی‌که در ایران، بیشترین توجه بر روی دانش موضوعی بوده و کمتر به دانش حرفه‌ای اهمیت داده شده است. در هر حال، ادبیات این حوزه مؤید این است که می‌توان آموزش‌هایی طراحی کرد که در آن، معلمان خود عامل ارتقای دانش حرفه‌ای خویش شوند؛ بر نحوه تدریس خود نظارت کنند و در بهبود نحوه تدریس خود سهیم باشند. این تحقیق به لزوم توسعه دانش حرفه‌ای معلمان تازه‌کار ریاضی دوره متوسطه می‌پردازد. شرکت‌کنندگان، مدرک کارشناسی خود را در رشته دبیری ریاضی اخذ کرده بودند و همگی در حال تحصیل در دوره کارشناسی ارشد بودند. جمع‌آوری داده‌های مصاحبه‌ها از طریق ضبط شنیداری و یادداشت‌های میدانی صورت گرفت. یافته‌های تحقیق در چهار دسته شامل نقش آموزش‌های قبل از خدمت و درس‌های علوم تربیتی، نقش مدیر در اولین سال تدریس معلمان، عوامل مؤثر بر زندگی حرفه‌ای معلمان تازه‌کار و نقش هندسه در زمان تحصیل دوره دبیری و اولین سال تدریس ارایه شده‌اند. با تجزیه و تحلیل داده‌های جمع‌آوری شده از زاویه‌های مختلف، ریشه‌های تشویش‌های معلمان تازه‌کار شناسایی شوند تا بتوان به استناد آن‌ها، راهکارهایی برای مواجه با این تشویش‌ها و کاهش آن‌ها تبیین نمود. معلمان می‌توانند با ثبت و ضبط تجربیات کلاسی

خود و همکاران‌شان، منابع مفیدی برای دانشجو ـ معلمان و معلمان تازه‌کار فراهم نمایند تا بتوانند از این تجربیات، به نحوی شایسته در کار تدریس خود و معلمان تازه‌کار استفاده کنند. این پژوهش به‌طور مشخص، به تبیین دو توصیه آموزشی برای کمک به معلمان ریاضی تازه‌کار پرداخته است که اولی نقش آموزشگران معلمان ریاضی و دیگری تشکیل گروه منتقدان است.

کلیدواژه‌ها: آموزش معلمان ریاضی، معلمان ریاضی تازه‌کار، دانش موضوعی، دانش حرفه‌ای.

بررسی مقایسه‌ای نگرش دانش‌آموزان دختر رشته ریاضی فیزیک و رشته ادبیات و علوم انسانی پایه دوم دبیرستان و پیش‌دانشگاهی ناحیه یک کرمان به درس ریاضی و رابطه آن با پیشرفت تحصیلی ریاضی آنان.

دانشجو: مطهره جعفری‌نژاد
استاد راهنما: دکتر محمدرضا فدائی
استاد مشاور: دکتر نعمتا.. موسی‌پور
دانشگاه محل تحصیل: دانشگاه آزاد اسلامی، واحد کرمان
داوران: دکتر علیرضا منظری توکلی، دکتر محمدرضا مولایی
تاریخ دفاع: ۲۰ بهمن ماه ۱۳۸۹

چکیده

هدف از پژوهش حاضر بررسی مقایسه‌ای نگرش دانش‌آموزان دختر دورهٔ متوسطه و پیش‌دانشگاهی و رابطه آن با پیشرفت تحصیلی ریاضی آنان می‌باشد. در این پژوهش از روش توصیفی استفاده شده و جامعه آماری شامل دانش‌آموزان دختر رشته ریاضی و فیزیک و رشته ادبیات و علوم انسانی بوده است. نمونه مورد بررسی، ۲۹۲ دانش‌آموز دختر مشغول به تحصیل در پایه دوم و پیش‌دانشگاهی رشته ریاضی و فیزیک و رشته ادبیات و علوم انسانی (مدارس عادی) ناحیه یک شهر کرمان بودند. برای سنجش نگرش نسبت به ریاضی از مقیاس فنما ـ شرمن (MAS)، استفاده شد که دارای هشت حوزه محتوایی می‌باشد. این حوزه‌ها عبارتند از:

۱. نگرش نسبت به موفقیت در ریاضیات
۲. نگرش مادران نسبت به ریاضیات
۳. نگرش پدران نسبت به ریاضیات
۴. اضطراب ریاضی
۵. انگیزش
۶. سودمندی ریاضیات
۷. نگرش نسبت به معلمان ریاضی
۸. اعتماد به نفس در یادگیری ریاضی

برای تحلیل داده‌ها از روش‌های مناسب آماری استفاده شد. تجزیه و تحلیل آماری داده‌های حاصل از این تحقیق آشکار نشان داد که: نگرش دانش‌آموزان رشته ریاضی و فیزیک در همه حوزه‌ها به‌طور معنی‌داری بیشتر و مثبت‌تر از نگرش دانش‌آموزان رشته ادبیات و علوم انسانی بوده است. همچنین، دانش‌آموزان رشته ادبیات و علوم انسانی ریاضیات را برای زندگی و تحصیلات آینده سودمند ندانسته‌اند و در درس ریاضی دارای اضطراب بالایی بوده‌اند. دانش‌آموزان رشته ریاضی و فیزیک دارای انگیزش و اعتماد به نفس بالاتری در یادگیری ریاضی بوده و در درس ریاضی دارای اضطراب بالایی بوده‌اند. همچنین؛ بین نگرش ریاضی دانش‌آموزان دختر پایه دوم هر دو رشته و دانش‌آموزان پیش‌دانشگاهی رشته ادبیات و علوم انسانی با پیشرفت تحصیلی آنان رابطه معنی‌داری حاصل شد، اما این وضعیت در دورهٔ پیش‌دانشگاهی رشته ریاضی و فیزیک به دست نیامده است.

کلیدواژه‌ها: نگرش، ریاضیات، دانش‌آموزان متوسطه، رشته‌های تحصیلی، پیشرفت تحصیلی.

افسانه پادشاه و ریاضی‌دان: بی‌نهایت معما

عنوان: افسانه‌ی پادشاه و ریاضیدان
نویسندگان: مهدی بهزاد، نغمه ثمینی
ناشر: نشر دیبایه
شمارگان: ۳۰۰۰ نسخه
نوبت چاپ: اول، ۱۳۹۰

این کتاب را با هدف خاصی خواندم اما جنبه‌های دیگر کتاب بیشتر نظرم را جلب کردند که نخست به آن‌ها می‌پردازم. جنبه ادبی کتاب با مشاورت ویراستار و نویسنده و مترجم توانایی هم‌چون خانم منیژه جوادی همسر نویسنده اول کتاب عاری از نقص است و می‌تواند در میان کتاب‌های ریاضی ـ ادبی ایران جاودانه بماند. جنبه هنری کتاب نیز عالی است وگرنه همکاری هنرشناس توانایی هم‌چون خانم دکتر ثمینی نقض غرض می‌بود. این دو جنبه، همراه با طنزی لطیف که زاییده همکاری یک ریاضی‌دان و یک هنرشناس بوده و بر سراسر کتاب حکمفرماست، معجون گوارایی فراهم آورده است که ساعت‌ها می‌تواند پیر و جوان را سرگرم و راضی نگه دارد. به‌ویژه لطافت این طنزها، در اجرای صوتی قسمت‌های کوچکی از کتاب، ضمن مراسم رونمایی هنرمندانه آن در تالار ابن‌سینای شهرک غرب تهران، کاملاً مشهود بود.

اما هدف من از خواندن این کتاب، جنبه‌های همگانی‌سازی ریاضیات بود که باید با تأمل بیشتری در مورد آن صحبت کنم. یک وجه این هدف، بررسی تأثیر کتاب بر توجه جامعه به اهمیت علوم پایه بود که نتیجه بسیار مثبتی داشته است؛ مخصوصاً از استراق‌سمع‌های خواسته

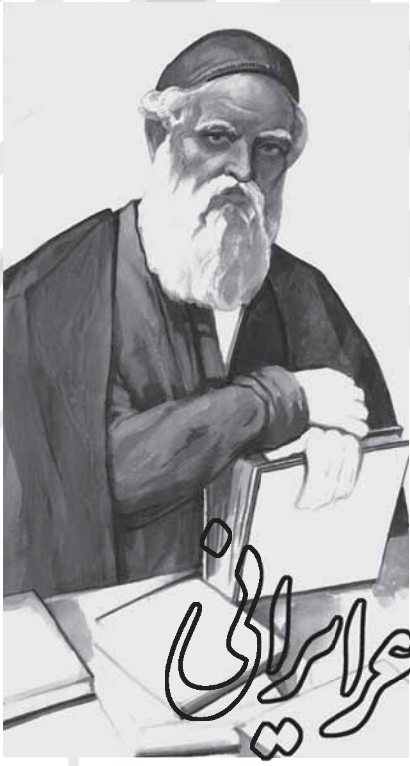
مهدی رجبعلی‌پور

و ناخواسته‌ای که از جمعیت حاضر در مراسم رونمایی کتاب می‌کردم معلوم بود که همان قطعات اجرا شده، اثر خود را گذاشته‌اند. (دختر خانمی با هیجان به مادر یا دوست بزرگ‌تر از خودش می‌گفت نمی‌دانست توی مملکت این همه آدم‌های بزرگ وجود دارد.) طبیعتاً خواننده با احساس، هر بهره‌ای ولو اندک از بخش ریاضیات کتاب برده باشد، رایحه مثبتی در محیط اطراف خود پخش می‌کند که از ریاضی ـ ترسی افراد جامعه می‌کاهد و راه را برای همگانی‌سازی آن می‌گشاید. گرچه پس از سال جهانی ریاضیات (۲۰۰۰)، نمایش‌ها و بازی‌های ریاضی، به یمن تبلیغات و برکت وجود خانه‌های ریاضی در ایران رونق گرفته است ولی با شهامت می‌توان ادعا کرد که نوشتن این کتاب در نوع خود پدیده تازه‌ای است که در قیاس با کارهای مشابه، هم‌چون نمایشنامه «شمس پرنده» در مقابل یک بازی تخت حوضی است.

وجه دیگر هدفم، مطالعه میزان درک ریاضیات مطرح شده در کتاب توسط عموم بود که به امید آن، برنامه کاری‌ام را در کرمان تغییر دادم تا در رونمایی کتاب چیزی دستگیرم شود و این نقد خود را کامل کنم ولی نشد. کاملاً مشهود بود که مجریان رونمایی، قادر به اجرای بخش‌های ریاضی کتاب نیستند. من شخصاً نسبت به این یک وجه آخر تردید دارم و در حسرت یافتن یک نمونه موفق آن هستم. از سال جهانی ریاضیات من و همسرم در کرمان تلاش می‌کنیم تا به این اکسیر نایاب دست بیابیم ولی نمی‌رسیم. برای آن که منظورم را به خوبی بیان کنم و از آنجا که روحیه حاکم بر کتاب طنزآلود است، چرا نقد خود را با یک تجربه شخصی طنزآمیز به پایان نرسانم؛ شاید انگیزه‌ای شود که نویسندگان محترم کتاب، شتاب بیشتری به ارزیابی دقیق کار خود داده و مهم‌ترین قسمت طرح خود یعنی اجرای نمایشی آن را عملی سازند. بهترین محک این کتاب یافتن هنرپیشگانی است که قادر به بازی در آن باشند.

دوستی داشتم ده سال بزرگ‌تر از من و در حرفه داروسازی. هرگاه دور هم می‌نشستیم یاد مصیبت‌هایش در یک درس ریاضی اجباری دوران دانشجویی‌اش در آمریکا می‌افتاد. می‌گفت هنوز هم بعد از سال‌ها کار در این رشته، نمی‌فهمد چرا آن درس سخت و بی‌فایده را برای او گذاشته بودند. این دوست من چند سال پیش ناگهان سرطان گرفت و به رحمت خدا پیوست ولی دو سالی قبل از تشخیص سرطان، یک روز خوشحال و خندان مرا دید و گفت که همه عمر در اشتباه بوده است و تازه متوجه شده که ریاضیات چقدر شیرین و ساده است. با تعجب پرسیدم چطور به این نتیجه رسیده است. جواب داد به تازگی برنامه‌های تدریس ریاضیات آقای سید کاظم نائینی را دنبال می‌کند. من خودم در جالب بودن برنامه‌های آقای دکتر نائینی شک نداشتم و در حقیقت تنها برنامه جالب تلویزیون بود که تماشا می‌کردم و به جوان‌های فامیل هم توصیه می‌کردم به جای مطالعه کتاب‌های ضاله کنکوری این برنامه‌ها را پیگیری کنند. اما چیزی که من را در مورد دوستم به شگفتی وامی‌داشت، چرخش ناگهانی او بود. مصرانه پرسیدم اگر ممکن می‌شود یک مفهوم ریاضی را که به تازگی یاد گرفته برایم شرح دهد. جواب داد همین مشتق! (توی دلم گفتم: یافتم! یافتم!) ادامه داد «برنامه را که خوب گوش کردم، پی بردم ما خودمان سال‌ها با مشتق سروکار داشته‌ایم ولی متوجه نمی‌شدیم! ما وقتی که یک دارو می‌سازیم این دارو مشتقاتی هم دارد و...» ادامه سخنان دوست داروساز برای من لطف تازه‌ای پیدا کردند ولی دیگر در جهتی نبودند که من دنبالش بودم.

من این داستان را مخصوصاً ذکر کردم که نویسندگان عزیز کتاب، رسالت اصلی خود را از یاد نبرند و این سخت‌ترین قسمت کار یعنی آوردن کتاب روی صحنه تئاتر را هّم و غّم خود قرار دهند. ما مشتاقیم چنین نمایشنامه‌ای را ببینیم و دانشجویان آموزش ریاضی هم تشنه ارزیابی اثرات آن هستند. ظاهراً رسالت آقای دکتر بهزاد هم همین بوده است و همکاری خانم دکتر ثمینی هم توجیه دیگری نمی‌تواند داشته باشد. اگر شرط ببندم که یافتن هنرپیشگانی برای این نمایش کار ممتنعی است، مسلماً نه آرزوی برد این شرط را می‌کنم و نه امید باخت آن را دارم. (بعد از ۶۶ سال عمر، فهمیدم که واژه‌های «امید» و «آرزو» مترادف نیستند و چقدر با هم تفاوت دارند.)



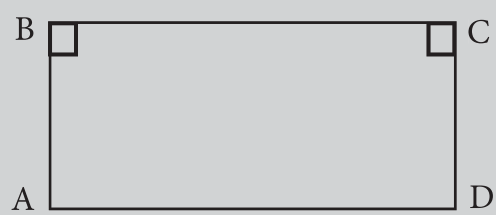
حکیم عمر خیام

ریاضیدان، منجم، فیلسوف و شاعر ایرانی

اشاره

از شماره گذشته (شماره ۱۰۶) با استفاده از محتوای پوسترهای «سال ریاضیات ۱۳۷۹» که به معرفی ریاضی‌دانان ایرانی ـ اسلامی اختصاص دارد، و با هدف شناخت بیشتر این مشاهیر، مجله رشد آموزش ریاضی در هر شماره یکی از ریاضی‌دانان را معرفی کرده است. این پوسترها به همت «ستاد ملی سال جهانی ریاضیات» در وزارت علوم، تحقیقات و فناوری و با همکاری انتشارات فاطمی منتشر شده است.

خیام و پس از او خواجه نصیرالدین طوسی قضیهٔ پنجم اقلیدس را مجدداً بررسی کردند. قضیهٔ پنجم اقلیدس فرضی دربارهٔ خطوط موازی و از اصول موضوع هندسهٔ اقلیدسی است. خیام در رسالهٔ فی شرح ما اشکل من مصادرات کتاب اقلیدس چهارضلعی ABCD را که اضلاع AB و CD آن با هم مساوی و هر دو بر BC عمود هستند در نظر می‌گیرد. این همان چهارضلعی دو قائمهٔ متساوی الساقین است که در منابع تاریخ ریاضیات غرب به ساکری ریاضیدان ایتالیائی قرن هجدهم میلادی نسبت داده شده. در این چهارضلعی زاویه‌های A و D



مساوی هستند و باید با حاده و یا منفرجه و یا قائمه باشند. خیام با استفاده از اصلی که خود آن را به ارسطو نسبت می‌دهد ثابت می‌کند که این زوایای A و D تنها می‌توانند قائمه باشند و از این طریق می‌کوشد تا قضیه پنجم اقلیدس را ثابت کند.

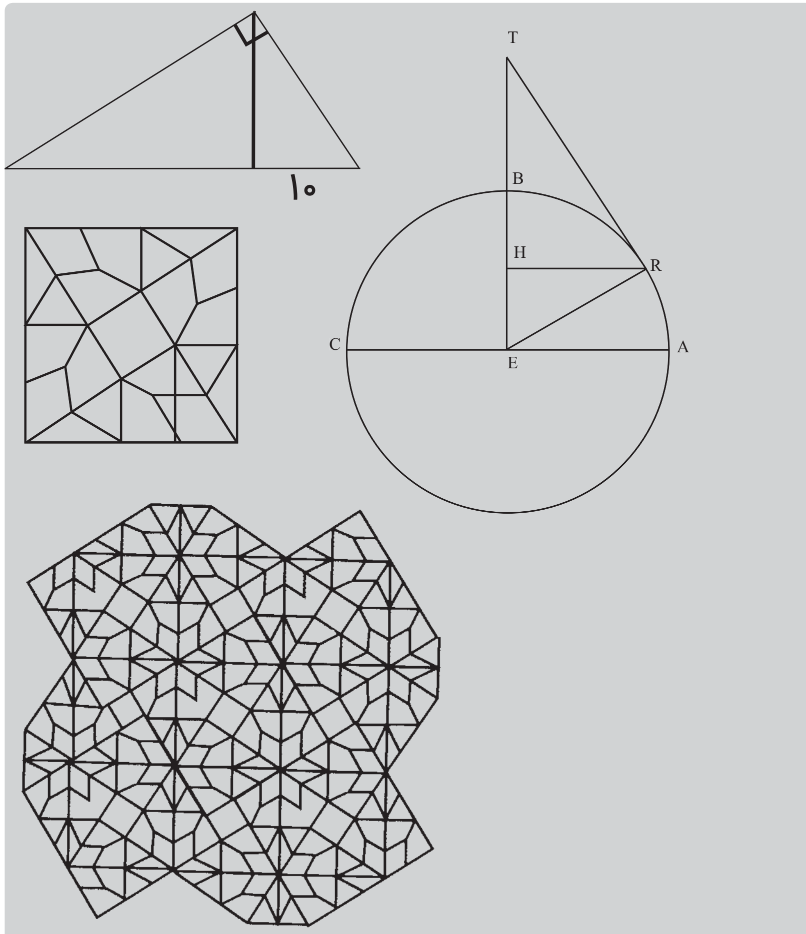
بعد از خیام ریاضیدانان دورهٔ اسلامی و در پی آنان ریاضیدانان اروپائی همچنان برای اثبات اصل موضوع پنجم اقلیدس کوشیدند. ادامهٔ این کوشش‌ها سرانجام منجر به پیدایش هندسه‌های نا اقلیدسی در قرن نوزدهم میلادی شد.

فرض‌های حاده بودن و منفرجه بودن زاویه‌های A و D که خیام آن‌ها را رد می‌کند به‌ترتیب نخستین قضایای هندسه‌های نااقلیدسی لباچفسکی و ریمان هستند.

پژوهش‌های عمر خیام در حوزه‌های مختلف نجوم، جبر،

موسیقی و هندسه درخور توجه هستند و در این زمینه‌ها از او رساله‌هایی به یادگار مانده است که حاوی دستآوردها و نوآوری‌های ارزشمندی است.

کارهای خیام در جبر و هندسه از اصالت ویژه‌ای برخوردار است. او در جبر به بررسی معادلات درجهٔ دوم و سوم پرداخت و روش‌های ویژه‌ای برای حل آن‌ها ابداع کرد. دسته‌بندی کامل و منظم این معادلات به وسیله خیام را یکی از اوج‌های ریاضیات دورهٔ اسلامی دانسته‌اند. او معادلات جبری درجهٔ سوم را به روش هندسی حل کرده است.



خیام از منجمانی بود که به دستور ملکشاه سلجوقی در رصدخانهٔ اصفهان به تألیف زیج ملکشاهی پرداخت. بر این اساس تقویم جلالی یا تقویم ملکی پدید آمد که اساس تقویم کنونی ایران نیز هست.

راه‌حل یک مسئله بوسیله خیام

خیام در رسالهٔ کوتاهی با عنوان رساله فی قسمة ربع الدائرة مسئله زیر را مطرح کرده است.

در این شکل می‌خواهیم نقطه R را روی قوس AB طوری پیدا کنیم که: AE: RH=EH:HB

راه‌حل:

می‌توان ثابت کرد که در مثلث ERT داریم ET=ER+RH

یعنی ERT مثلث قائم‌الزاویه‌ای است که وتر آن برابر با مجموع یکی از اضلاع جانبی و ارتفاع وارد بر وتر می‌باشد. از اینجا خیام نتیجه می‌گیرد که اگر ارتفاع این مثلث را X و طول EH را ۱۰ واحد فرض کنیم، آنگاه $X^{۳}+۲۰۰X=۲۰X^{۲}+۲۰۰۰$

که این معادله به کمک مقاطع مخروطی حل می‌شود.

اخیراً معلوم شده است که هدف از حل این مسئله ترسیم نقش کاشیکاری زیر بوده است.

(به پاره‌خط‌های متساوی در شکل مربع مبنا توجه کنید)

کتاب‌های ریاضی خیام

مقالهٔ فی‌الجبر و المقابله

عمده‌ترین اثر ریاضی خیام کتاب جبر و مقابلهٔ اوست. وپکه در سال ۱۸۵۱ میلادی متن عربی و ترجمهٔ فرانسوی آن را با ضمائم و حواشی گرانبها به چاپ رسانید. ترجمهٔ انگلیسی آن یک بار در ۱۹۳۱ میلادی و بار دیگر در سال ۱۹۵۰ میلادی منتشر شد. در سال ۱۹۸۱ ترجمهٔ فرانسوی دیگری از این اثر به کوشش رشدی راشد و احمد جبار انتشار یافت.

رساله فی شرح ما اشکل من مصادرات کتاب اقلیدس

این دومین اثر ریاضی خیام است که به‌خصوص از لحاظ تاریخ ریاضیات اهمیت دارد. این رساله دربارهٔ اصل موضوع معروف اقلیدس مربوط به خطوط متوازی و مباحث مربوط به نسبت و تناسب است.

مشکلات‌الحساب

احتمالاً این همان کتابی است که خیام در رسالهٔ جبر خود دربارهٔ آن چنین گفته است: «... و هندیان را در استخراج جذر و کعب طریقه‌ای است مبتنی بر اندک استقرائی و آن شناسایی مربعات اعداد نه‌گانه- یعنی مربع یک و دو و سه... و نیز حاصل ضرب بعضی در بعضی است- یعنی حاصل ضرب دو در سه و امثال آن. و ما را کتابی است در براهین درستی این راه‌ها و منجر شدن آن‌ها به مطلوب و ما انواع این طریقه‌ها را افزون کرده‌ایم- یعنی استخراج مال و مال مال، کعب و کعب کعب و غیره را بر آن‌ها افزوده‌ایم- و این اضافات تازه است...» از این اثر که حاوی روش یافتن ریشهٔ n ام اعداد است تاکنون نسخه‌ای یافته نشده است.

نامه‌های رسیده

مجله رشد آموزش ریاضی با دریافت مقاله‌ها، روایت معلمان، دیدگاه‌ها، نقد و بررسی کتاب از سوی خوانندگان گرامی، پربارتر خواهد شد. تا پایان آذر ۱۳۹۰، نامه‌ها و مطالب دوستان زیر، به‌دست ما رسیده است. ضمن تشکر از همگی آن‌ها، منتظر دریافت نامه‌های شما هستیم.

حمید دافعی، از زنجان؛
چیا زرگر، از مهاباد؛
اقدس عباسی‌ممقانی، از تهران؛
احمد سعیدی، از قم؛
آلنوش وارهامیان؛ از تهران؛
سیدیحیی طباطبایی‌یزدی، از تهران؛
زهره صفار، از گرگان؛
شهربانو بهرامی، از فلاورجان؛
نغمه حاجی‌صادقی، از تهران؛
شعبانعلی گرجیان، از فریدونکنار؛
منیره یدالهی، از تهران؛
داریوش نوروزی، از تهران؛
محسن عسکری، از تهران؛
احسان مروجی‌هرندی، از تهران؛
زیبا معبودی، از تبریز؛
غلامرضا حجتی، از تبریز؛
محسن رستمی مال‌خلیفه، از تبریز؛
محسن یزدان‌فر، از تهران؛
فیروزه فروزبخش، از تهران؛
اکرم ندائی، از تهران؛
مصطفی تبریزی، از تهران؛
مهناز استکی، از تهران؛
جهانگیر علیزاده، از گچساران؛
کامران شاهولی، از ایذه.

IN THE NAME OF GOD

Ministry of Education
Orgrnization of Research & Educational Planning
Teaching-Aids Publications Office

107

Roshd
Mathematics
Education Journal

vol.29 no.3 2012 ISSN:1606-9188

www.roshdmag.ir
e-mail: rizai@roshdmag.ir
P. O. Bax: Tehran 15875 - 6585

برگ اشتراک مجله‌های رشد

نحوهٔ اشتراک:

شما می‌توانید پس از واریز مبلغ اشتراک به شماره حساب ۳۹۶۶۲۰۰۰ بانک تجارت، شعبهٔ سه‌راه آزمایش کد ۳۹۵، در وجه شرکت افست از دو روش زیر، مشترک مجله شوید:

۱. مراجعه به وبگاه مجلات رشد؛ نشانی: www.roshdmag.ir و تکمیل برگهٔ اشتراک به همراه ثبت مشخصات فیش واریزی.

۲. ارسال اصل فیش بانکی به همراه برگ تکمیل شدهٔ اشتراک با پست سفارشی (کپی فیش را نزد خود نگهدارید).

◆ نام مجلات درخواستی: ....

◆ نام و نام خانوادگی: ....

◆ تاریخ تولد: .... ◆ میزان تحصیلات: ....

◆ تلفن: ....

◆ نشانی کامل پستی: ....

استان: .... شهرستان: .... خیابان: ....

شمارهٔ فیش: .... مبلغ پرداختی: ....

پلاک: .... شمارهٔ پستی: ....

◆ در صورتی که قبلاً مشترک مجله بوده‌اید، شمارهٔ اشتراک خود را ذکر کنید: ....

امضا:

● نشانی: تهران، صندوق پستی امورمشترکین: ۱۶۵۹۵/۱۱۱
● وبگاه مجلات رشد: www.roshdmag.ir
● اشتراک مجله: ۱۴ـ۷۷۳۳۹۷۱۳/۷۷۳۳۵۱۱۰/۷۷۳۳۶۶۵۶ـ۰۲۱

◆ هزینهٔ اشتراک یکساله مجلات عمومی (هشت شماره): ۹۶۰۰۰ ریال
◆ هزینهٔ اشتراک یکساله مجلات تخصصی (چهار شماره): ۶۰۰۰۰ ریال