۷
وزارت آموزش و پرورش / سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی / دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی
دوره بیست‌وسوم/شماره۹۷/فروردین۱۳۹۷/ ۴۰صفحه/ ۱۱۰۰۰ریال پیامک تحریریه:۳۰۰۰۸۹۹۵۱۲

رشد
ماهنامه آموزشی، تحلیلی و اطلاع رسانی

برهان

ریاضی
برای دانش آموزان متوسطه اول

هنر کاغذ و تا

اوریگامی

هُــــوَ
الحسیب

ISSN:1735-4943

وزارت آموزش و پرورش /سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی /شرکت افست /دوره۲۳ /شماره۹۷
فروردین ۱۳۹۷ /برای دانش آموزان متوسطه اول/ ۴۰صفحه/۱۱۰۰۰ ریال

۷

رشد
ماهنامه آموزشی، تحلیلی و اطلاع رسانی

برهان ریاضی

نشانی دفتر مجله:
تهران، ایرانشهر شمالی، پلاک ۲۶۶ / تلفن: ۹-۸۸۸۳۱۱۶۱ -۰۲۱ داخلی ۳۷۵
نمابر: ۸۸۴۹۰۳۱۶-۰۲۱ / صندوق پستی:۱۵۸۷۵/۶۵۸۶
تلفن پیامگیر نشریات رشد: ۸۸۳۰۱۴۸۲ -۰۲۱
صندوق پستی امور مشترکین: ۱۵۸۷۵/۳۳۳۱ / تلفن امور مشترکین: ۸۸۸۶۷۳۰۸-۰۲۱
وب‌گاه: www.roshdmag.ir / رایانامه: borhanmotevaseteh1@roshdmag.ir
: http://telegram.me/roshdmag / roshdmag:
وبلاگ اختصاصی مجله: weblog.roshdmag.ir/borhanrahnamaiee
شمارگان: ۱۷۰۰۰ نسخه

روی جلد: آندره کولموگروف
پشت جلد را نیز ببینید.

قابل توجه نویسندگان و مترجمان؛ مطالبی که برای درج در مجله می‌فرستید، باید با اهداف مجله مرتبط باشد و قبلاً در جای دیگری چاپ نشده باشد. لطفاً مطالب ترجمه شده یا تلخیص شده را به همراه مطلب اصلی یا با ذکر دقیق منبع، ارسال کنید. مجله در رد، قبول، ویرایش و تلخیص مطالب آزاد است. مطالب و مقالات دریافتی بازگردانده نمی‌شوند. آرای مندرج در مطالب و مقاله‌ها ضرورتاً مبین رأی و نظر مسئولان نیست. اهداف مجله عبارت اند از:گسترش فرهنگ ریاضی/ افزایش دانش عمومی و تقویت مهارت‌های دانش‌آموزان در راستای برنامه درسی/توسعه تفکر و خلاقیت/ توجه به استدلال ریاضی و منطق حاکم بر آن/ توجه به الگوها و کمک به توانایی استفاده از آن‌ها / توجه به محاسبه‌های ریاضی برای توسعه تفکر جبری و توانایی‌های ذهنی دانش‌آموزان/ توجه به فرهنگ و تمدن ایرانی و اسلامی در بستر فرهنگ ریاضی جهانی/ توجه به کاربرد ریاضی در زندگی و علوم و فن‌آوری/ تقویت باورها و ارزش‌های دینی، اخلاقی و علمی.
خوانندگان رشد برهان متوسطه اول؛ شما می‌توانید مطالب خود را به مرکز بررسی آثار مجلات رشد به نشانی زیر بفرستید:
تهران؛صندوق پستی ۶۵۶۷-۱۵۸۷۵ تلفن: ۸۸۳۰۵۷۷۲-۰۲۱

یکی از لحظه‌های قشنگ برای هر معلم ریاضی، لحظه‌ای است که دانش‌آموزش مسئله‌ای را حل می‌کند و با خوش‌حالی راه‌حل آن را می‌نویسد تا به دوستان دیگرش نشان بدهد. خودِ حل کردنِ مسئله، یک جنبهٔ این قشنگی است، و توانایی نوشتن آن راه‌حل به صورتی که دقیق و صحیح باشد، تمام مراحل و جزئیات راه‌حل را در برداشته باشد، و در عین حال برای دیگران نیز قابل درک باشد، جنبهٔ دیگر آن است که برای بسیاری از ما، از حل کردنِ مسئله سخت‌تر است. در مجله‌های رشد برهان ریاضی متوسطهٔ اول که در این سال تحصیلی چاپ شده‌اند، در هر شماره مطالبی از دوستان هم‌سنّ خود دیده‌ای؛ راه‌حل یک مسئله، راه‌حل متفاوت برای مسئله‌ای دیگر، کشف یک فرمول، و کشف روشی برای انجام یک عملیات و موارد مشابه دیگر. در این شماره نیز مطلبی از دوست دیگرمان، بهار علیبازی، دانش‌آموز پایهٔ نهم چاپ کرده‌ایم. بهار یک مسئلهٔ هندسه را که در جایی غیر از کتاب درسی‌اش دیده بود، حل کرده است و به قدری از حل این مسئله (که به ظاهر سخت می‌نمود) شاد شده بود که آن را برای ما فرستاد تا بررسی کنیم. راه‌حل بهار خیلی زیباست. می‌دانی چرا؟ زیرا در این راه‌حل، او به سادگی از دانشی که پیش از آن یاد گرفته، استفاده کرده و نه تنها مسئله را برای یک چندضلعی خاص مطرح شده حل کرده، بلکه روش حل او برای تمام چندضلعی‌ها هم درست است و او خودش این موضوع را فهمیده و در راه‌حلش آورده است. شادیِ بهار، نه فقط به دلیل حل آن مسئله، که به این دلیل نیز هست که توانسته از مطالبی که قبلاً خوانده، آن‌هایی را که مرتبط با موضوع این مسئله بودند، تشخیص بدهد و از آن‌ها به‌صورت خوبی برای حل مسئله استفاده کند. خب شما هم اگر جای بهار بودید، حتماً همین قدر خوش‌حال می‌شدید! اگر آنچه را که در مدرسه یا بیرون از مدرسه می‌بینید و می‌خوانید، خیلی عمیق درک کنید و یاد بگیرید، مطمئن باشید که می‌توانید از آن در جای مناسب استفاده کنید؛ چه در زندگی واقعی، چه برای حل یک مسئلهٔ تازهٔ ریاضی.

شبکه مشغول است

چگونه دانش احتمال به حل مسائل زندگی کمک می‌کند؟

● نازنین حسن‌نیا
● عکاس: شادی رضائی

«احتمال دارد فردا بیایم.» «ممکن است برف ببارد.» «چند درصد احتمال دارد با ترافیک مواجه شوی؟» «چقدر احتمال دارد ...؟»
هر روز در میان گفت‌وگوهایمان، کلمهٔ «احتمال» را می‌شنویم. وقتی وارد رشتهٔ ریاضی شدم، نمی‌دانستم که روزی با دانش احتمال آشنا خواهم شد. نمی‌دانستم که احتمال یکی از شاخه‌های ریاضی است. برای آشنایی بیشتر، با ریاضی‌دانان جوانی که در این شاخه پژوهش می‌کنند گفت‌وگویی کردم و متوجه شدم دانشمندان ریاضی خیلی از مسائل دنیای پیشرفتهٔ امروز را با این علم مطالعه می‌کنند و برای آن‌ها راه‌حل ارائه می‌دهند. اگر شما هم دوست دارید بدانید که در پشت بسیاری از مسائل زندگی شهری مثل ترافیک یا شلوغی خطوط تلفن همراه و ... چه دانشمندانی مشغول هستند، گفت‌وگوی ما با خانم محدثه رجائی و آقای دکتر میرامید حاجی‌میرصادقی و آقای دکتر علی خزلی و آقای دکتر کسری علیشاهی را بخوانید.

● **برهان:** شنیده‌ایم که شما روی پروژه‌هایی کار می‌کنید که در ظاهر ربط چندانی با ریاضی ندارند. پروژه‌هایی با موضوع موبایل و ترافیک و ... کمی دربارهٔ کارهایتان توضیح می‌دهید؟

● **علیشاهی:** خیلی از ما با نقشه‌های ترافیکی آشنا هستیم و از روی رنگ‌های نقشه، وضعیت ترافیک هر خیابان را می‌فهمیم. شما از روی نقشه فقط می‌توانید ببینید کجا شلوغ هست یا کجا ترافیک کمتری دارد؛ اما کارِ گروه پژوهشی ما این است که با کمک دانش احتمال و آمار به سؤال‌هایی دربارهٔ چگونگی جابه‌جایی مردم در شهر پاسخ دهیم: می‌خواهیم

بفهمیم که مردم در چه ساعت‌هایی چه سفرهایی انجام می‌دهند و مبدأ و مقصد سفرهای شهری آن‌ها کجاست. این اطلاعات برای نهادهایی مانند شهرداری و پلیس راهنمایی و رانندگی در برنامه‌ریزی شهری بسیار ضروری است. برای مثال زمان‌بندی چراغ‌های هوشمند راهنمایی و رانندگی یا تعیین مسیر خطوط اتوبوسرانی یا زمان‌بندی فاصلهٔ حرکت قطارهای مترو با کمک این اطلاعات انجام می‌شود.

• **میرصادقی:** من چند سال قبل روی مسئله‌ای کار می‌کردم که به سیستم‌های موبایل مربوط می‌شد. فرض کنید قرار است پیغامی از شرق شهر به غرب شهر منتقل شود، به طوری‌که هر کس پیغام را شنید به نفر بعدی بگوید. باز فرض کنید آدم‌های این شهر دائم در حال حرف زدن با هم هستند. یعنی یا پیغام را تکرار می‌کنند یا حرف‌های دیگری می‌زنند. یک نفر را در این شهر در نظر بگیرید. اگر دور و بر او به اندازهٔ کافی ساکت باشد او پیغام را می‌شنود و تکرار می‌کند. اما اگر افراد زیادی نزدیک او باشند و دور و بر او شلوغ باشد، ممکن است پیغام را نشنود و از طرفی اگر اطرافش خیلی خلوت باشد، کسی نیست که به او پیغام را برساند یا پیغام او را بشنود! سؤال این است که چه چیزهایی را باید بدانیم تا بفهمیم آیا این پیغام به طرف دیگر شهر می‌رسد یا نه؟ و این کار چقدر طول می‌کشد؟ همان‌طور که گفتم، این مسئله در ابتدا یک مسئلهٔ کاربردی برای مخابرات بوده است، اما در حال حاضر دانشِ ریاضیِ حل این مسئله برای ما مهم‌تر از خود مسئله شده است.

• **خزلی:** من کمی دربارهٔ این دانش ریاضی توضیح می‌دهم. فرض کنید مردم این شهر را به‌صورت نقاطی در نظر بگیریم که در فضا پخش شده و جابه‌جا می‌شوند. اگر پیغام بین دو نفر از افراد شهر منتقل شود، آن دو را با یک پاره‌خط به هم وصل می‌کنیم. چون نمی‌دانیم که انتقال پیغام بین کدام افراد صورت می‌گیرد، فرض می‌کنیم که این انتقال بین هر دو نفر، اتفاق کاملاً تصادفی است و با یک احتمالی انجام می‌شود. بنابراین، مجموعهٔ همهٔ این نقطه‌ها و پاره‌خط‌های بین آن‌ها یک شکل تصادفی می‌سازد. اسم چنین شکلی، گراف تصادفی است. در ساده‌ترین حالت، می‌توانیم شهر را مثل یک صفحه فرض کنیم. در این صورت یک گراف تصادفی روی صفحه که فضایی دو بُعدی است داریم. اما مسئله‌ای که ما داریم روی آن کار می‌کنیم با این حالت ساده خیلی فرق دارد. در واقع، ما فرض می‌کنیم که نقطه‌های تصادفی که

نشان‌دهندۀ مکان افراد هستند در فضایی هستند که خیلی پیچیده‌تر از صفحه است. بعد گراف تصادفی را در نظر می‌گیریم و ویژگی‌های هندسی آن را مطالعه می‌کنیم؛ مثل اینکه نقطه‌ها در کجاها به هم وصل شده‌اند یا فاصلۀ بین نقاط چگونه است. بعد سعی می‌کنیم فقط با توجه به این ویژگی‌ها بفهمیم که آن فضای پیچیده‌ای که نقاط به آن تعلقِ دارند، چه جور فضایی بوده است؛ مثلاً چه بُعدی داشته است. یعنی می‌خواهیم ببینیم که اگر این شکل تصادفی را به ما می‌دادند و ما نمی‌دانستیم که نقاط از ابتدا در چه مجموعه‌ای در نظر گرفته شده بودند، چه چیزهایی در مورد آن مجموعه می‌توانستیم بگوییم. پیچیدگی‌های این مسئله خیلی زیاد است و همه چیز باید با دقت تعریف شود. در واقع، این دیگر یک کار ریاضی محض است، نه کاربردی.

• **برهان:** اصراری ندارید که کاربرد داشته باشد یا نداشته باشد؟

• **خزلی:** دست‌کم الان این مسئله کاربردی نیست. ممکن است در آینده کاربرد پیدا کند اما زیبایی ریاضی آن به اندازۀ کافی برای ما انگیزه‌بخش هست.

• **برهان:** پس انگار همۀ کارها در شاخۀ احتمال به اندازۀ مثال‌های اولتان کاربردی نیست؟

• **میرصادقی:** در این شاخه از ریاضی، گاه بین مفاهیم غیرعملی (نظری) و مسائل کاربردی رفت و برگشت وجود دارد. مثلاً در احتمال، شاخه‌ای به نام هندسۀ تصادفی داریم که کاملاً نظری است. می‌توانم با یک مثال، یک کاربرد از آن را برای شما توضیح دهم. مثلاً فرض کنید در یک شهر، محل افرادی که با موبایل صحبت می‌کنند برای ما مهم است. فردی که ساکن این شهر است و موبایل دارد در هر لحظه در نقطه‌ای از این شهر است. مکان افراد تغییرپذیر است و قطعیت ندارد. پس مکان هر فرد به صورت نقطه‌ای تصادفی در این شهر در نظر گرفته می‌شود. از طرف دیگر هر لحظه ممکن است او با یک احتمالی شروع به صحبت با موبایلش کند یا مکالمه‌اش را تمام کند. اگر مکان همۀ افرادی را که در یک لحظه با موبایل حرف می‌زنند قرمز کنیم، این نقطه‌های قرمز یک شکل هندسی تصادفی می‌سازند. دلیل تصادفی بودن این شکل، تصادفی بودن مکان هر فرد و تصادفی بودن صحبت کردن او با موبایل در یک لحظه است. حالا اگر در نزدیکی یک آنتن موبایل، تعداد زیادی نقطۀ قرمز قرار داشته باشد، ظرفیت آنتن تکمیل است و اگر افراد جدیدی بخواهند با موبایل صحبت کنند، پیغام «شبکه مشغول است» را می‌شنوند و در آن لحظه نمی‌توانند ارتباط برقرار کنند. بررسی این شکل هندسی تصادفی، به شرکت مخابرات کمک می‌کند که آنتن‌ها را در جاهای مناسب نصب کند و پوشش شبکه تلفن همراه را گسترش دهد.

• **برهان:** دانش احتمال به مطالعۀ چیزهایی که قطعی نیست می‌پردازد در حالی‌که احساس می‌شود ریاضی‌دانان باید چیزهایی را مطالعه کنند که قطعی هستند. پس چه چیزی اینجا ثابت می‌شود یا بهتر بگوییم، از چه چیزهایی مطمئن می‌شویم؟

• **علیشاهی:** برای اینکه کاری واقعاً یک کار ریاضی محسوب شود، استاندارد عجیبی وجود دارد و آن هم، «اثبات» است. در جامعۀ ریاضی‌دانان تا شما چیزی را اثبات نکنید انگار هیچ کاری نکرده‌اید. ریاضی به‌صورت جدی از زمان یونانِ باستان وجود داشته و برخی شاخه‌های ریاضی ۲۰۰۰ سال

قدمت دارند. موضوع شانس و احتمال هم موضوعی تاریخی است که بشر از قدیم با آن سر و کار داشته است. پیشرفت زندگی به تدریج احتمال را به‌صورت جدی وارد ریاضیات کرد. سابقهٔ ورود علم احتمال به ریاضی حدود ۲۰۰ سال است. پس در ریاضی، شاخهٔ نو و جوانی به‌حساب می‌آید.

• **میرصادقی:** مثلاً وقتی می‌گوییم «احتمال آمدن این روی سکه یک دوم است» یک جملهٔ قطعی است. ولی دربارهٔ پدیده‌ای تصادفی و غیرقطعی داریم صحبت می‌کنیم.

• **علیشاهی:** در واقع علم احتمال به شما می‌گوید اگر شما احتمال

بسیاری از ریاضی‌دان‌ها هم همین احساس را نسبت به احتمال داشتند و فکر می‌کردند که چون احتمال به موضوعات غیرقطعی یا تصادفی می‌پردازد، پس ریاضی نیست. حتی در حال حاضر هم در اندیشهٔ بعضی ریاضی‌دانان این مقاومت وجود دارد؛ اما «احتمال‌دان‌ها» هم حرف‌های قطعی می‌زنند، ولی حرف‌های قطعی آن‌ها دربارهٔ پدیده‌های تصادفی است. درواقع خود این پدیده‌ها قطعی نیستند ولی ما در مورد آن‌ها حرف‌های قطعی می‌زنیم.

یک سری پیشامد ساده را بدانید یا بتوانید حساب کنید، می‌توانید احتمال پیشامدهای پیچیده‌تر را به‌دست آورید. جالب است که بدانید از حدود صد سال قبل، دانش احتمال توانست با روش‌های جدیدی که در این شاخه از ریاضیات به‌وجود آمده بود، به شاخه‌های دیگر ریاضی کمک کند. این اتفاق باعث شد با استفاده از روش‌های علم احتمال، مسائلی حل شود که پیش از آن، حل آن‌ها غیرممکن بود. کاری که خود من در احتمال نظری می‌کنم، از همین نوع است. به این روش‌ها، روش‌های اثباتِ احتمالاتی می‌گوییم.

با یک مثال توضیح می‌دهم: مسئله‌ای قدیمی به اسم مسئلهٔ مهمانی هست که می‌گوید اگر ۶ نفر در یک مهمانی باشند، حتماً یا ۳ نفرشان هستند که دو به دو همدیگر را می‌شناسند یا ۳ نفرشان هستند که هیچ‌کدام همدیگر را نمی‌شناسند. این مسئله سال‌ها پیش ثابت شده است. حالا اگر بخواهیم در یک مهمانی، حتماً ۱۰۰ نفر باشند که یا همه هم را بشناسند یا هیچ‌کدام یکدیگر را نشناسند، چند نفر باید به این مهمانی دعوت شوند؟ توجه داشته باشید که اگر بدانیم در هر مهمانی n نفره حتماً یا صد نفر دوبه‌دو آشنا هستند یا صد نفر دوبه‌دو غریبه، آن وقت در هر مهمانی پرجمعیت‌تر هم، چنین صد نفری وجود دارد. در واقع، مسئلهٔ اصلی پیدا کردن کوچک‌ترین تعداد ممکن است. حدود ۱۰۰ سال پیش برای اولین بار جوابی به این مسئله داده شد. یعنی برای این مسئله عددی ارائه شد که ثابت می‌شد برای آن تعداد مهمان، حتماً جوابی وجود دارد. در نتیجه جواب دقیق مسئله از این عدد بزرگ‌تر نبود. اما خود این عدد خیلی خیلی بزرگ بود. از طرف دیگر می‌شد مثال‌هایی از نحوهٔ آشنایی مهمان‌ها ساخت که در آن‌ها با تعداد مهمان خیلی کمتری، آن صد آشنا یا صد غریبه وجود داشته باشد. با این حال، معلوم نبود که برای هر مهمانی با این اندازه‌ها، چنین شرایطی برقرار باشد. مثلاً اگر صد نفر که همه همدیگر را می‌شناسند دور هم جمع شوند، یک

مهمانی داریم که در آن، صد نفر وجود دارند که همه با هم آشنا هستند! اما این مثال نشان نمی‌دهد که در هر مهمانی صد نفرهٔ دیگر، صد نفر آشنا یا صد نفر غریبه پیدا می‌شود. نکته‌ای که وجود داشت این بود که بین مثال‌های موجود و عدد ثابت شده فاصلهٔ بزرگی بود. در چنین موقعیت‌هایی ریاضی‌دان‌ها سعی می‌کنند ثابت کنند که مقدار مورد نظر از چه عددی نمی‌تواند کوچک‌تر باشد. پس مسئلهٔ جدید این بود که اگر مهمان‌ها از چه تعدادی کم‌تر باشند، مهمانی‌ای با آن تعداد پیدا می‌شود که در آن مهمانی، نه ۱۰۰ نفر پیدا می‌شوند که همه با هم آشنا باشند و نه ۱۰۰ نفر که همه با هم غریبه.

ریاضی‌دان معروفی بنام «اِردوش» با استفاده از روش‌های احتمالاتی برای این مسئله اثبات درخشانی ارائه داد. در واقع، این اثبات اولین مثال تاریخی از به‌کار بردن چنین روش‌هایی است. روش اثبات او چنین بود که یک مهمانی فرضی با n مهمان را در نظر گرفت و فرض کرد که آشنا یا غریبه بودن هر دو نفر در این جمع، تصادفی است و با پرتاب یک سکه معلوم می‌شود. او برای دو نفر خاص از جمع یک بار سکه می‌انداخت. اگر آن سکه شیر می‌آمد آن دو نفر را آشنا در نظر می‌گرفت و اگر خط می‌آمد آن‌ها را غریبه فرض می‌کرد. بعد سراغ دو نفر بعدی می‌رفت و بار دیگر سکه پرتاب می‌کرد و این کار را ادامه می‌داد تا رابطهٔ هر دو نفری مشخص شود. این که آشنا یا غریبه بودن افراد با پرتاب سکه مشخص می‌شد، به اردوش اجازه می‌داد تا از قوانین احتمال در مورد پرتاب چند سکه استفاده کند. او توانست مقداری مثل m را مشخص کند که اگر تعداد مهمان‌ها از آن کم‌تر باشد، احتمال اینکه در این جمع نه، صد نفر دوبه‌دو آشنا باشند و نه، صد نفر دوبه‌دو غریبه، مثبت می‌شود. البته اردوش این مثال‌ها را نمی‌ساخت، بلکه فقط به کمک دانش احتمال ثابت می‌کرد که چنین مثال‌هایی وجود دارند. مثل اینکه من برای شما ثابت کنم عدد گنگی که از صد بزرگ‌تر باشد وجود دارد اما مثالی از چنین عددی را به شما معرفی نکنم. به همین دلیل هم هنوز بعضی از ریاضی‌دانان این نوع اثبات‌ها را دوست ندارند. چون نمی‌توانند آنچه را که از وجودش حرف می‌زنند برای شما بسازند. هر چند که ما را مطمئن می‌کنند که چنین چیزهایی وجود دارند. جالب است که هنوز هم برای این مسئله کسی نتوانسته است اثبات واقعاً بهتری از اثبات اردوش ارائه کند؛ چه اثبات احتمالاتی و چه اثبات غیراحتمالاتی.

محدثه رجائی، متولد ۱۳۶۳ تهران
دانشجوی دکتری ریاضی، دانشگاه تربیت مدرس
زمینه مورد علاقه و تحقیقات: احتمال و فرآیندهای تصادفی.

میرامید حاجی‌میرصادقی، متولد ۱۳۶۳ تهران دکترای ریاضی، دانشگاه صنعتی شریف/ دانشگاه پاریس ۶ فرانسه
محل کار فعلی: دانشگاه صنعتی شریف
زمینه‌های مورد علاقه و تحقیقات: احتمال، آمار.

علی خزلی، متولد ۱۳۶۶ گیلانغرب (استان کرمانشاه) مدرک: دکتری ریاضی، دانشگاه صنعتی شریف / محل کار فعلی: محقق پسادکتری ریاضی، پژوهشگاه دانش های بنیادی / زمینه: فرآیندها و گراف های تصادفی، ریاضی مالی.

کسری علیشاهی، متولد ۱۳۵۸ اصفهان
مدرک : دکتری ریاضی، دانشگاه صنعتی شریف / عضو هیات علمی دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه صنعتی شریف/زمینه‌های مورد علاقه : فرآیندهای تصادفی، روش‌های احتمالاتی، آمار و علوم داده.

پی‌نوشت: از خانم محدثه رجائی که هنگام گفت‌وگو همراه ما بودند و در تنظیم متن این گفت‌وگو ما را یاری کردند بسیار سپاسگزاریم.

ریاضی بستنی فروشی

زهره پندی

وقتی می‌خواهیم خرید کنیم، مخصوصاً وقتی می‌خواهیم خوراکی بخریم، خوب است به قیمت کالا به نسبت اندازهٔ آن توجه کنیم. معمولاً روی بســـته‌بندی جنس‌ها، حجم یا وزن آن‌ها را می‌نویسند. مثلاً روی بسته‌بندی روغن زیتون‌ها، حجم و قیمت نوشته شده است.

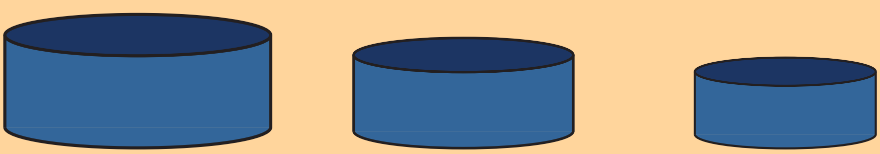
اگر بخواهید روغن زیتون بخرید، خرید یک بستهٔ ۲۰۰۰ سانتی‌متر مکعبی برایتان به صرفه‌تر است یا خرید ۸ تا شیشهٔ ۲۵۰ سانتی‌متر مکعبی؟ به منظور پاســـخ به این سؤال می‌توانید نسبت قیمت به حجم روغن زیتون را در هر یک از بسته‌ها حساب و با هم مقایسه کنید:

قیمت (تومان)	۵۰۰۰	۱۰۵۰۰	۱۷۰۰۰	۳۲۰۰۰
حجم (سانتی‌متر مکعب)	۲۵۰	۶۰۰	۱۰۰۰	۲۰۰۰
نسبت قیمت به حجم (تومان بر سانتی‌متر مکعب)	۲۰	۱۷/۵	۱۷	۱۶

جدول ۱. نسبت قیمت به حجم شیشه‌های روغن زیتون

در آخرین ردیف جدول، قیمت یک سانتی‌متر مکعب روغن زیتون در هر نوع بسته‌بندی محاسبه شده و معلوم است که خرید بستهٔ بزرگ روغن زیتون به‌صرفه‌تر است. اگر با بقیهٔ مســـائل مانند، نگهداری طولانی‌مدت، همراه داشتن پول کافی برای خرید بستهٔ بزرگ و... مشکلی نداشته باشید، بهتر است این بسته را بخرید.

این کار دربارهٔ بسته‌بندی‌هایی که روی آن‌ها وزن یا حجم نوشته شده، کار ساده‌ای است. اما در بستنی فروشی شرایط فرق می‌کند، یک بستنی فروشی سه نوع کاسهٔ استوانه‌ای شکل دارد که هرکدام را بخواهید، کاملاً برایتان پر از بستنی می‌کند.



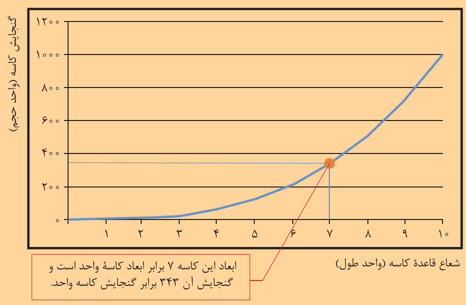
آیا با نگاه کردن می‌توانید حدس بزنید که هر ظرف چند برابر بیشتر یا کمتر از ظرف‌های دیگر گنجایش دارد؟
اگر بدانید هر سه استوانه متشابه هستند، یعنی نسبت ارتفاع به شعاع قاعده در هر سه مساوی است، چطور؟
تخمین زدن طول، خیلی ساده‌تر از تخمین زدن حجم است.شاید بتوانید اندازهٔ شعاع قاعدهٔ سه استوانه یا دست‌کم نسبت بین آن‌ها را تخمین بزنید.
اگر شعاع قاعدهٔ سه کاسه به ترتیب از کوچک به بزرگ a، ۱/۵×a و ۲×a باشد، نسبت ارتفاع‌های آن‌ها هم به همین ترتیب است و می‌توان آن‌ها را با h، ۱/۵×h و ۲×h نمایش داد. آیا می‌توانید نسبت حجم آن‌ها را پیدا کنید؟
بیایید گنجایش کاسه کوچک را عددی مثل V در نظر بگیریم و گنجایش دو کاسه دیگر را بر حسب گنجایش آن پیدا کنیم.

جدول ۲. نسبت گنجایش کاسه‌ها

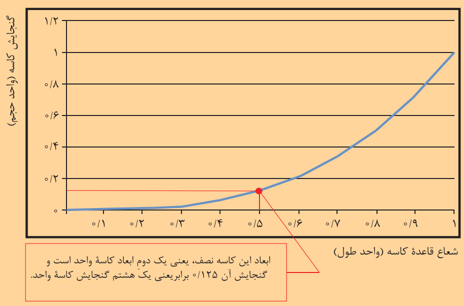
	شعاع	ارتفاع	گنجایش
کاسه کوچک	a	h	(π*a*a)*h=π*a*a*h=V
کاسه بزرگ	۱/۵* a	۱/۵ * h	(π*۱/۵a*۱/۵a)*۱/۵h=۳/۳۷۵(π*a*a*h)=۳/۳۷۵V
کاسه بزرگ	۲ * a	۲* h	(π*۲a*۲a)*۲h=۸(π*a*a*h)=۸V

یعنی با این حســـاب، وقتی ابعاد کاسه ۱/۵ برابر شــــده، گنجایش آن ۳/۳۷۵ برابر و وقتی ابعاد کاسه ۲ برابر شده، گنجایش آن ۸ برابر شده است.
یک کاســـه بســـتنی واحد به شعاع ۱ واحد طول و گنجایش ۱ واحد حجم را در نظر بگیرید و به نمودارهای ۱ و ۲ نگاه کنید. این نمودارها نشـــان می‌دهند که کاسه‌های متشـــابه با این کاسه، اما با اندازهٔ شعاع‌های متفاوت چقدر گنجایش دارند.

نمودار ۱. گنجایش کاسه‌های متشابه ـ کاسهٔ به شعاع قاعدهٔ ۷



نمودار ۲. گنجایش کاسه‌های متشابه ـ کاسهٔ به شعاع قاعدهٔ ۵



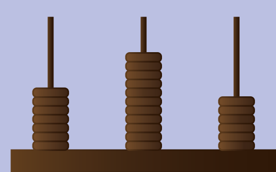
حالا که می‌توانید نســـبت گنجایش ظرف‌ها را تنها با دانســـتن یا تخمین زدن نسبت ابعاد آن‌ها محاسبه کنید، با دانســـتن اینکه قیمت هر ظرف بستنی چقدر است، می‌توانید نسبت قیمت به حجم را در هرکدام حساب کنید و تصمیم به‌صرفه‌تری بگیرید. شاید حتی تصمیم بگیرید که یک بستنی بزرگ بخرید و خانوادگی نوش جان کنید.

یک جور دیگر به میانگین نگاه کنید

جعفر اسدی گرمارودی

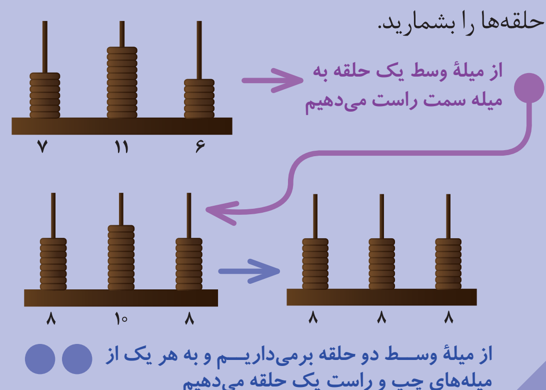
یکسان‌سازی

به این میله‌ها نگاه کنید. می‌خواهیم مجموع حلقه‌ها را به دست آوریم.



ممکن است خیلی‌ها با شمردن تعداد حلقه‌های هر میله و سپس جمع کردن آن‌ها، تعداد کل حلقه‌ها را به دست آورند. اما هنگامی که با تعداد میله‌های بیشتری که دارای حلقه‌های زیادی باشند، روبه‌رو شویم، چنین شمردنی آسان نخواهد بود.

اکنون به نحوهٔ جابه‌جایی حلقه‌ها توجه کنید و سپس تعداد حلقه‌ها را بشمارید.



گاه می‌توانیم با بالا و پایین کردن عددها، آن‌ها را به صورت جمع عددهای یکسان تبدیل کنیم که در این هنگام، در ذهن بیشتر افراد فکری سریع شکل می‌گیرد: تبدیل جمع به ضرب؛ یعنی:

$$۸+۸+۸=۳*۸=۲۴$$

میانگین با بالا و پایین کردن عددها

حالا که جمع این عددها به دست آمده، میانگین این سه عدد را نیز می‌توانیم به دست آوریم:

$$\text{میانگین} = \frac{۲۴}{۳} = ۸$$

دقت کنید، میانگین، ۸ شد. ۸ همان عددی است که با بالا و پایین کردن ۶، ۱۱ و ۷ به دست آمد. بنابراین نه‌تنها با بالا و پایین کردن عددها می‌توانیم حاصل‌جمع را راحت‌تر محاسبه کنیم، بلکه می‌توانیم میانگین آن‌ها را هم داشته باشیم.

مثالی دیگر:

نمره‌های دانش‌آموزی، ۱۲، ۱۷، ۱۴و ۹ است. می‌خواهیم به همین طریق میانگین این نمره‌ها را به دست آوریم. مراحل کار در جدول ۱ آمده است.

گین

نام درس	نمره در درس	نمره میانگین
انگلیسی	۱۸	۱۸/۵
عربی	۱۹	۱۸/۵
هنر	۲۰	۱۸/۵
تفکر و سبک زندگی	۱۷	۱۸/۵
فارسی	۱۹	۱۸/۵
پیام آسمانی	۱۸/۵	۱۸/۵
قرآن	۱۹/۵	۱۸/۵
نگارش	۲۰	۱۸/۵
ریاضی	۱۷/۵	۱۸/۵
علوم	۱۶/۵	۱۸/۵

نمره‌هایی که بالاتر از میانگین و پایین‌تر از میانگین بودند، هر دو گروه خودشان را به میانگین (۱۸/۵) رساندند.

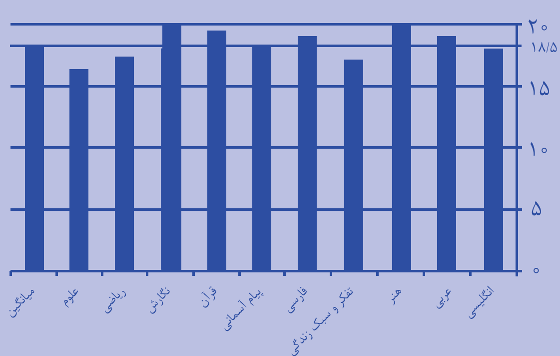
توجه: برای میانگین گرفتن، می‌توان به‌طور تقریبی مشخص کرد که میانگین عددها در چه محدوده‌ای قرار خواهد گرفت.

جدول ۱. مراحل رسیدن به میانگین

	۹	۱۴	۱۷	۱۲
عدد ۱۷ به عدد ۹ دو واحد می‌دهد	۱۱	۱۴	۱۵	۱۲
عدد ۱۵ به عدد ۱۳ یک واحد می‌دهد	۱۱	۱۴	۱۴	۱۳
عدد ۱۴ به عدد ۱۱ یک واحد می‌دهد	۱۲	۱۴	۱۳	۱۳
عدد ۱۴ به عدد ۱۲ یک واحد می‌دهد	۱۳	۱۳	۱۳	۱۳

کلام آخر

مشخص است که همیشه نمی‌توان میانگین را به این صورت به دست آورد؛ به‌خصوص هنگامی‌که میانگین عددها، عددی اعشاری باشد. اما می‌توان به این موضوع اشاره کرد که با بالا و پایین کردن عددها، همهٔ آن‌ها یکسان خواهند شد تا خودشان را به میانگین برسانند. برای روشن شدن این موضوع به نمودار ستونی نمره‌های همان دانش‌آموز کلاس هشتم توجه کنید:



سبز یا قرمز

محدثه کشاورز اصلانی

اگر دغدغهٔ افزایش یا کاهش وزن داشته باشید، حتماً تا به حال فرمول‌های متفاوتی را که به ما می‌گویند، چاق هستیم یا لاغر، دیده‌اید. مثلاً یکی از این فرمول‌ها چنین است:

$$\frac{\text{جرم (کیلوگرم)}}{\text{قد} \times \text{قد (متر مربع)}}$$

که در این فرمول، عدد جرم با وزن شما برابر است. ابتدا با این فرمول، «شاخص تودهٔ بدنتان»[1] (BMI) را حساب کنید. سپس باید ببینید در کدام‌یک از بازه‌های کمتر از ۲۵، بین ۲۵ تا ۳۰ و یا بیشتر از ۳۰ هستید. بر این اساس متوجه می‌شوید که وزنتان طبیعی است، اضافه وزن دارید، یا چـــاق هستید.

حالا فرض کنیم یـــک برنامهٔ رایانه‌ای برای همهٔ قدها و جرم‌های معمول در بزرگ‌سالان، این فرمول را حساب کرده باشد و عددهای BMI مربوط به آن‌ها را داشته باشد. این عددها را می‌توان در جدولی نمایش داد که ستون‌های آن قدهای متفاوت و سطرهای آن جرم‌های متفاوت را نشان دهند؛ جدولی شبیه جدول ۱. بنابراین هر شخص می‌تواند قد و جرمش را در جدول پیدا کند و با مشخص کردن خانهٔ مربوطه در جدول، شاخص تودهٔ بدنش را بیابد. این جدول را می‌توان باز هم کارامدتر کرد. مثلاً می‌دانیم BMI کمتر از ۱۸مربوط به

جدول ۱. شاخص تودهٔ بدن برای همهٔ قدها و وزن‌های معمول

قد / جرم	۱۵۰	۱۵۵	۱۶۰	۱۶۵	۱۷۰	۱۷۵	۱۸۰	۱۸۵	۱۹۰	۱۹۵	۲۰۰
۴۰	۱۷/۷۸	۱۶/۶۵	۱۵/۶۳	۱۴/۶۹	۱۳/۸۴	۱۳/۰۶	۱۲/۳۵	۱۱/۶۹	۱۱/۰۸	۱۰/۵۲	۱۰/۰۰
۴۵	۲۰/۰۰	۱۸/۷۳	۱۷/۵۸	۱۶/۵۳	۱۵/۵۷	۱۴/۶۹	۱۳/۸۹	۱۳/۱۵	۱۲/۴۷	۱۱/۸۳	۱۱/۲۵
۵۰	۲۲/۲۲	۲۰/۸۱	۱۹/۵۳	۱۸/۳۷	۱۷/۳۰	۱۶/۳۳	۱۵/۴۳	۱۴/۶۱	۱۳/۸۵	۱۳/۱۵	۱۲/۵۰
۵۵	۲۴/۴۴	۲۲/۸۹	۲۱/۴۸	۲۰/۲۰	۱۹/۰۳	۱۷/۹۶	۱۶/۹۸	۱۶/۰۷	۱۵/۲۴	۱۴/۴۶	۱۳/۷۵
۶۰	۲۶/۶۷	۲۴/۹۷	۲۳/۴۴	۲۲/۰۴	۲۰/۷۶	۱۹/۵۹	۱۸/۵۲	۱۷/۵۳	۱۶/۶۲	۱۵/۷۸	۱۵/۰۰
۶۵	۲۸/۸۹	۲۷/۰۶	۲۵/۳۹	۲۳/۸۸	۲۲/۴۹	۲۱/۲۲	۲۰/۰۶	۱۸/۹۹	۱۸/۰۱	۱۷/۰۹	۱۶/۲۵
۷۰	۳۱/۱۱	۲۹/۱۴	۲۷/۳۴	۲۵/۷۱	۲۴/۲۲	۲۲/۸۶	۲۱/۶۰	۲۰/۴۵	۱۹/۳۹	۱۸/۴۱	۱۷/۵۰
۷۵	۳۳/۳۳	۳۱/۲۲	۲۹/۳۰	۲۷/۵۵	۲۵/۹۵	۲۴/۴۹	۲۳/۱۵	۲۱/۹۱	۲۰/۷۸	۱۹/۷۲	۱۸/۷۵
۸۰	۳۵/۵۶	۳۳/۳۰	۳۱/۲۵	۲۹/۳۸	۲۷/۶۸	۲۶/۱۲	۲۴/۶۹	۲۳/۳۷	۲۲/۱۶	۲۱/۰۴	۲۰/۰۰
۸۵	۳۷/۷۸	۳۵/۳۸	۳۳/۲۰	۳۱/۲۲	۲۹/۴۱	۲۷/۷۶	۲۶/۲۳	۲۴/۸۴	۲۳/۵۵	۲۲/۳۵	۲۱/۲۵
۹۰	۴۰/۰۰	۳۷/۴۶	۳۵/۱۶	۳۳/۰۶	۳۱/۱۴	۲۹/۳۹	۲۷/۷۸	۲۶/۳۰	۲۴/۹۳	۲۳/۶۷	۲۲/۵۰
۹۵	۴۲/۲۲	۳۹/۵۴	۳۷/۱۱	۳۴/۸۹	۳۲/۸۷	۳۱/۰۲	۲۹/۳۲	۲۷/۷۶	۲۶/۳۲	۲۴/۹۸	۲۳/۷۵
۱۰۰	۴۴/۴۴	۴۱/۶۲	۳۹/۰۶	۳۶/۷۳	۳۴/۶۰	۳۲/۶۵	۳۰/۸۶	۲۹/۲۲	۲۷/۷۰	۲۶/۳۰	۲۵/۰۰
۱۰۵	۴۶/۶۷	۴۳/۷۰	۴۱/۰۲	۳۸/۵۷	۳۶/۳۳	۳۴/۲۹	۳۲/۴۱	۳۰/۶۸	۲۹/۰۹	۲۷/۶۱	۲۶/۲۵
۱۱۰	۴۸/۸۹	۴۵/۷۹	۴۲/۹۷	۴۰/۴۰	۳۸/۰۶	۳۵/۹۲	۳۳/۹۵	۳۲/۱۴	۳۰/۴۷	۲۸/۹۳	۲۷/۵۰

کمبود وزن است. بین ۱۸ تا ۲۵ مربوط به وزن طبیعی است. بین ۲۵ تا ۳۰ اضافه وزن تعریف می‌شود و بالاتر از ۳۰ فرد دچار چاقی است. می‌توانیم این عددها را روی جدول پیدا کنیم و به روشی نشان بدهیم؛ مثلاً رنگشان کنیم.

در جدول ۲ رنگ آبی مربوط به کمبود وزن، رنگ سبز مربوط به وزن طبیعی، رنگ زرد مربوط به اضافه‌وزن و رنگ قرمز مربوط به چاقی است. در مورد این جدول دو نکته وجود دارد:

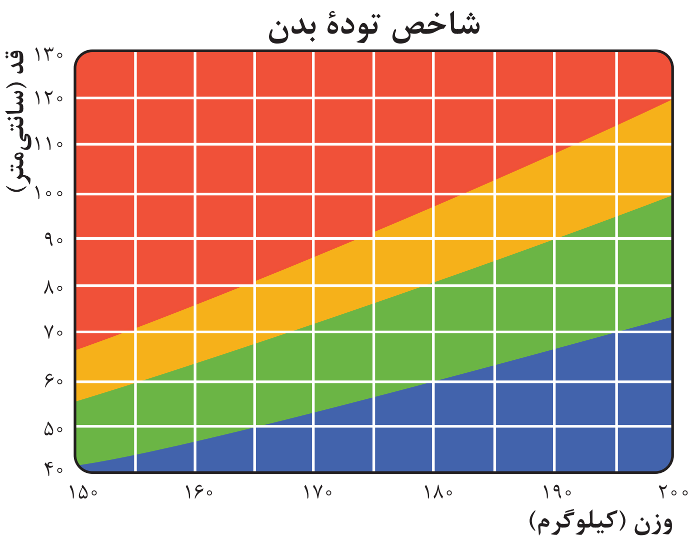
جدول ۲. شاخص تودهٔ بدون به تفکیک رنگ برای وزن طبیعی، اضافه وزن و چاقی

قد / جرم	۱۵۰	۱۵۵	۱۶۰	۱۶۵	۱۷۰	۱۷۵	۱۸۰	۱۸۵	۱۹۰	۱۹۵	۲۰۰
۴۰	۱۷/۷۸	۱۶/۶۵	۱۵/۶۳	۱۴/۶۹	۱۳/۸۴	۱۳/۰۶	۱۲/۳۵	۱۱/۶۹	۱۱/۰۸	۱۰/۵۲	۱۰/۰۰
۴۵	۲۰/۰۰	۱۸/۷۳	۱۷/۵۸	۱۶/۵۳	۱۵/۵۷	۱۴/۶۹	۱۳/۸۹	۱۳/۱۵	۱۲/۴۷	۱۱/۸۳	۱۱/۲۵
۵۰	۲۲/۲۲	۲۰/۸۱	۱۹/۵۳	۱۸/۳۷	۱۷/۳۰	۱۶/۳۳	۱۵/۴۳	۱۴/۶۱	۱۳/۸۵	۱۳/۱۵	۱۲/۵۰
۵۵	۲۴/۴۴	۲۲/۸۹	۲۱/۴۸	۲۰/۲۰	۱۹/۰۳	۱۷/۹۶	۱۶/۹۸	۱۶/۰۷	۱۵/۲۴	۱۴/۴۶	۱۳/۷۵
۶۰	۲۶/۶۷	۲۴/۹۷	۲۳/۴۴	۲۲/۰۴	۲۰/۷۶	۱۹/۵۹	۱۸/۵۲	۱۷/۵۳	۱۶/۶۲	۱۵/۷۸	۱۵/۰۰
۶۵	۲۸/۸۹	۲۷/۰۶	۲۵/۳۹	۲۳/۸۸	۲۲/۴۹	۲۱/۲۲	۲۰/۰۶	۱۸/۹۹	۱۸/۰۱	۱۷/۰۹	۱۶/۲۵
۷۰	۳۱/۱۱	۲۹/۱۴	۲۷/۳۴	۲۵/۷۱	۲۴/۲۲	۲۲/۸۶	۲۱/۶۰	۲۰/۴۵	۱۹/۳۹	۱۸/۴۱	۱۷/۵۰
۷۵	۳۳/۳۳	۳۱/۲۲	۲۹/۳۰	۲۷/۵۵	۲۵/۹۵	۲۴/۴۹	۲۳/۱۵	۲۱/۹۱	۲۰/۷۸	۱۹/۷۲	۱۸/۷۵
۸۰	۳۵/۵۶	۳۳/۳۰	۳۱/۲۵	۲۹/۳۸	۲۷/۶۸	۲۶/۱۲	۲۴/۶۹	۲۳/۳۷	۲۲/۱۶	۲۱/۰۴	۲۰/۰۰
۸۵	۳۷/۷۸	۳۵/۳۸	۳۳/۲۰	۳۱/۲۲	۲۹/۴۱	۲۷/۷۶	۲۶/۲۳	۲۴/۸۴	۲۳/۵۵	۲۲/۳۵	۲۱/۲۵
۹۰	۴۰/۰۰	۳۷/۴۶	۳۵/۱۶	۳۳/۰۶	۳۱/۱۴	۲۹/۳۹	۲۷/۷۸	۲۶/۳۰	۲۴/۹۳	۲۳/۶۷	۲۲/۵۰
۹۵	۴۲/۲۲	۳۹/۵۴	۳۷/۱۱	۳۴/۸۹	۳۲/۸۷	۳۱/۰۲	۲۹/۳۲	۲۷/۷۶	۲۶/۳۲	۲۴/۹۸	۲۳/۷۵
۱۰۰	۴۴/۴۴	۴۱/۶۲	۳۹/۰۶	۳۶/۷۳	۳۴/۶۰	۳۲/۶۵	۳۰/۸۶	۲۹/۲۲	۲۷/۷۰	۲۶/۳۰	۲۵/۰۰
۱۰۵	۴۶/۶۷	۴۳/۷۰	۴۱/۰۲	۳۸/۵۷	۳۶/۳۳	۳۴/۲۹	۳۲/۴۱	۳۰/۶۸	۲۹/۰۹	۲۷/۶۱	۲۶/۲۵
۱۱۰	۴۸/۸۹	۴۵/۷۹	۴۲/۹۷	۴۰/۴۰	۳۸/۰۶	۳۵/۹۲	۳۳/۹۵	۳۲/۱۴	۳۰/۴۷	۲۸/۹۳	۲۷/۵۰

- عددها به بازه‌های پنج تایی تقسیم شده‌اند. بنابراین خیلی از عددها در جدول نیستند. مثلاً اگر جرم شما ۶۳ کیلوگرم باشد، نمی‌توانید خودتان را در این جدول پیدا کنید.
- عددهای BMI کاملاً دقیق هستند.

طبیعتاً این برنامهٔ رایانه‌ای می‌تواند BMI مربوط به همهٔ جرم‌ها و قدها را در این محدوده محاسبه کند، اما تصور کنید در آن حالت با چه جدول شلوغ و بزرگی طرف می‌شویم. ضمن اینکه در بسیاری از موارد، ما نیاز نداریم بدانیم شاخص تودهٔ بدنمان چند است، فقط برایمان مهم است بدانیم در کدام‌یک از محدوده‌ها قرار می‌گیریم.

حالا اگر این بار برنامهٔ رایانه‌ای شاخص تودهٔ بدن را برای همهٔ قدها و جرم‌ها محاسبه کند و با توجه به بازه‌بندی استاندارد، آن‌ها را رنگ کند و به جای جدول، یک نمودار به ما بدهد، نموداری شبیه نمودار ۱ درست خواهد شد. شما با هر قد و وزنی می‌توانید خودتان را در این جدول پیدا کنید. (مگر اینکه قدتان بیشتر از ۲۰۰ سانتی‌متر یا وزنتان بیشتر از ۱۳۰ کیلوگرم باشد.)



نمودار ۱. شاخص تودهٔ بدون برای همهٔ قدها و وزن‌ها

در این نمودار، قد و وزن شما در فرمول BMI محاسبه شده و براساس قرار گرفتن در یکی از چهار دسته، رنگ شده است. بنابراین شما می‌توانید ببینید که در کدام‌یک از این چهار دسته قرار دارید: سبز یا قرمز؟!

پی‌نوشت:
1. Body Mass Index

در مطلب شمارهٔ قبل مجله، در مورد مرحلهٔ گروهی و جدول امتیازهای تیم‌ها بحث شد. در این شماره، ستون دیگری از این جدول را بررسی می‌کنیم.

تیم‌ها براساس امتیازهایی که در سه مسابقهٔ مقدماتی کسب می‌کنند، رده‌بندی می‌شوند. امکان دارد امتیاز تیم‌ها برابر باشد. در این صورت از ستون «تفاضل گل» استفاده می‌کنند. این ستون خنثا، عدد صحیحی است که از اختلاف گل‌های زده و گل‌های خوردهٔ هر تیم در سه مسابقهٔ مقدماتی به دست می‌آید و مانند هر عدد صحیح، سه حالت برای آن پیش می‌آید:

۱. عددی مثبت: وقتی که تعداد گل‌های زده از تعداد گل خورده بیشتر است.

۲. صفر: وقتی که تعداد گل‌های زده با گل خورده برابر است.

۳. عددی منفی: وقتی که تعداد گل‌های زده از تعداد گل خورده کمتر است.

برای نمونه، در جدول‌های ۱ و ۲ نتیجهٔ بازی‌های گروه‌های A و G جام جهانی ۲۰۱۴ برزیل را مشاهده می‌کنید. در این دو گروه شاهد امتیازهای برابر بودیم (از هر گروه چهار تیمی، دو تیم اول جدول رده‌بندی صعود می‌کنند).

جدول ۱. نتیجهٔ بازی‌های گروه A

تیم	بازی	برد	مساوی	باخت	گل زده	گل خورده	تفاضل گل	امتیاز
برزیل	۳	۲	۱	-	۷	۲	+۵	۷
مکزیک	۳	۲	۱	-	۴	۱	+۳	۷
کرواسی	۳	۱	-	۲	۶	۶	۰	۳
کامرون	۳	-	-	۳	۱	۹	-۸	۰

خنثا

حاشیه‌های ریاضی جام جهانی فوتبال

جعفر اسدی گرمارودی

جدول ۲. نتیجهٔ بازی‌های گروه G

تیم	بازی	برد	مساوی	باخت	گل زده	گل خورده	تفاضل گل	امتیاز
آلمان	۳	۲	۱	-	۷	۲	+۵	۷
آمریکا	۳	۱	۱	۱	۴	۴	۰	۴
پرتغال	۳	۱	۱	۱	۴	۷	-۳	۴
غنا	۳	-	۱	۲	۴	۶	-۲	۱

در گروه A، تفاضل گل بیشتر برزیل نسبت به مکزیک سبب قرار گرفتن این تیم در صدر گروه A شد. در گروه G شرایط خیلی حساس بود و تفاضل گل بیشتر آمریکا در برابر پرتغال (۰<۳-) سبب صعود آمریکا به مرحلهٔ یک‌هشتم نهایی و حذف پرتغال شد. حالا شاید بپرسید ستونی که چنین سرنوشتی را برای تیم‌ها رقم می‌زند، چرا با نام «ستون خنثا» در این مطلب آمده است. ویژگی خاصی در این ستون هست که می‌خواهیم به آن بپردازیم. مجموع عددهای ستون تفاضل گل گروه‌های A و G را محاسبه می‌کنیم:

گروه A: +۵+(+۳)+۰+(-۸)=۰

گروه G: +۵+۰+(-۳)+(-۲)=۰

برای روشن شدن موضوع از ستون‌های گل زده و گل خورده استفاده می‌کنیم:

مجموع گل‌های زده در گروه G = ۷+۴+۴+۴=۱۹

مجموع گل‌های خورده در گروه G = ۲+۴+۷+۶=۱۹

اختلاف این دو عدد که همان مجموع ستون تفاضل گل‌هاست، برابر صفر است.

به عبارت دیگر، در یک جدول رده‌بندی مربوط به هر گروه چندتیمی (برای مثال لیگ)، برای هر تعداد گل زده از سوی تیم‌ها به همان اندازه تعداد گل خورده ثبت خواهد شد.

پی‌نوشت:

۱. یادآوری می‌کنیم، در هر مسابقه تیم برنده ۳ امتیاز، تیم بازنده صفر امتیاز و در صورت مساوی شدن هر تیم یک امتیاز کسب خواهد کرد.

برش هندوانه با چاقوی ریاضی

سپیده چمن‌آرا
عکاس: شادی رضائی

به نظر می‌آید که در خیلی از کارها از ریاضیات استفاده می‌شود. ولی من اصلاً فکر نمی‌کردم که در آشپزی هم ریاضیات لازم باشد. وقتی خانم فاطمه ایمانی روش درست کردن یک نوع بیسکویت به نام «برش هندوانه» را برایم شرح داد و با او دربارهٔ درست کردن شیرینی و کیک بیشتر گفت‌وگو کردم، دیدم که ریاضیات در آشپزی هم هست!

برای تهیهٔ یک شیرینی یا کیک، چند مرحله داریم:
۱. اندازه‌گیری مواد اولیه؛ ۲. ترکیب مواد؛ ۳. ریختن در قالب یا قالب زدن- که بستگی دارد مایهٔ کیک باشد یا خمیر شیرینی و بیسکویت. دربارهٔ تک‌تک مراحل با خانم ایمانی صحبت کردم. دیدم در همهٔ آن‌ها رد پای ریاضیات هست:

اندازه‌گیری مواد اولیه

در دستور پختن کیک و شیرینی، ابتدا مقدار مواد لازم گفته می‌شود. معمولاً اندازهٔ مواد به دو صورت بیان می‌شود: براساس واحد اندازه‌گیری رسمی جرم که گرم یا کیلوگرم است؛ و یا بر اساس پیمانه، که در واقع اندازه‌گیری با حجم مواد است. مثلاً ممکن است دستور کیک این طور باشد:

آرد: ۲۵۰ گرم؛
شکر: ۲۵۰ گرم؛
تخم‌مرغ: ۳ عدد؛
کره: ۱۵۰ گرم؛
وانیل: ۱ ق چ خ؛
نمک: ۱ ق چ خ؛
بیکینگ‌پودر: ۱ ق م خ؛
دارچین: ۱ ق م خ.

یا

آرد: ۲ پیمانه؛
پودرشکر: ۱ پیمانه؛
تخم‌مرغ: ۲ عدد؛
روغن جامد: نصف پیمانه؛
آب‌پرتقال: نصف پیمانه؛
پوست پرتقال: ۱ ق س خ؛
بیکینگ‌پودر: ۲ ق چ خ.

بد نیست بدانید که معمولاً دستورات کیک و شیرینی براساس مقدار آرد است. یعنی سایر مواد نسبت به مقدار مشخصی آرد تعیین می‌شوند. اینجا نسبت و تناسب وجود دارد؛ اگر آرد زیاد یا کم شود، به همان نسبت سایر مواد زیاد یا کم می‌شوند. مثلاً برای یک مهمانی یا برای عید نوروز می‌خواهیم شیرینی بپزیم ولی دستور شیرینی برای تعداد کمی نوشته شده است. می‌توانیم مقدار تمام مواد را دو برابر کنیم، یا همه را سه برابر کنیم، یا یک و نیم برابر (بسته به این که بخواهیم از آن شیرینی چقدر بیشتر تهیه کنیم؟)

گاهی دستور شیرینی که داریم، برای مقدار خیلی زیادتری از نیاز ما است. در این صورت مقدار تمام مواد را باید نصف کنیم یا ثلث کنیم. البته باید دو موضوع را درنظر گرفت:
یکی این که ممکن است در دستورات وزنی، مقدار وزن مواد بر ۲- در نصف کردن مقدارهای دستور- یابر ۳- در ثلث کردن آن‌ها- بخش‌پذیر نباشد. در این صورت باید از تقریب زدن استفاده کنیم. اینکه آن اعداد را با چه عددهایی تقریب بزنیم و اختلاف اعداد تقریبی با مقدارهای واقعی حداکثر چقدر باشد (یعنی دقت تقریب)، گاهی به تجربهٔ ما در آشپزی نیز بستگی دارد. از خانم ایمانی این موضوع را پرسیدم. پاسخ داد:
ایمانی: «اگر مثلاً در نصف کردن مقدار کره در دستور یک شیرینی، عدد ۳۷/۳۳ در بیاید، آن را ۳۷/۵ یا حتی ۳۸ می‌گیرم.»
برهان: «یا مثلاً ۴۰؟»
ایمانی: «نه دیگر تا آن حد! حداکثر ۱ گرم یا ۲ گرم.»
موضوع دوم این است که در دستور آشپزی، همیشه تعداد بعضی مواد گفته می‌شود؛ مانند تخم مرغ، یا در دستورات پیمانه‌ای که تعداد پیمانه گفته می‌شود. گاهی سه قسمت کردن آن تعداد دشوار است، مثلاً سه قسمت کردن ۵ تا تخم مرغ، یا سه قسمت کردن ۵ پیمانه آرد!
ایمانی: «من خودم این مواقع با وزن مواد کار می‌کنم. مثلاً وزن یک تخم مرغ معمولی حدود ۵۰ گرم است و ۵ تخم مرغ حدوداً ۲۵۰ گرم وزن دارد. یک سوم آن می‌شود ۸۳/۳۳ گرم. پس برای آن شیرینی که همه موادش را ثلث کرده‌ام، ۸۵ گرم تخم مرغ استفاده می‌کنم.»
راستی دوستان، در اندازه‌گیری مواد با پیمانه، کسرها را هم دیدم: ظرف‌هایی که نامشان ۲/۱ و ۳/۱ و ۴/۱ پیمانه بود آیا می‌دانید ارتباط این ظرف‌ها با یک پیمانه چیست؟ بله؛ حجم آن‌ها به ترتیب نصف، ثلث، و ربع ظرف اصلی است. خُب دوست من، حالا که ظرف ۳/۱ پیمانه وجود دارد، آیا می‌توانی بگویی در دستورات پیمانه‌ای، برای این که همهٔ مواد را ثلث کنیم باید چه کنیم؟
ایمانی: «پیمانهٔ شیرینی‌پزی یک حجم ثابت برای همهٔ مواد است. می‌توانیم دستورات پیمانه‌ای را به دستور وزنی تبدیل کنیم. به‌عنوان مثال، یک پیمانه شکر حدود ۱۵۰ گرم است.»
ادامهٔ این گفت‌وگو را در شمارهٔ آیندهٔ مجله بخوانید.

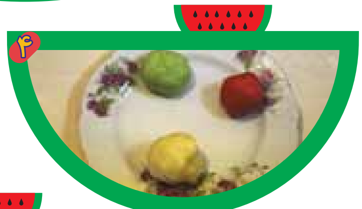
اکنون بیایید شما هم دست به کار شوید و از روی دستور زیر، شیرینی برش هندوانه را درست کنید تا با این ریاضیاتی که از آن صحبت کردیم، در عمل درگیر شوید.

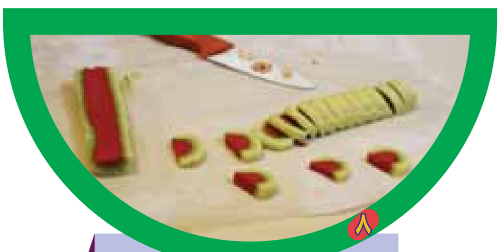
طرز تهیه:

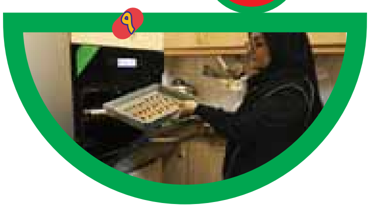
مواد لازم شیرینی برش هندوانه

- کره ؛ ۱۰۰ گرم
- وانیل ؛ ۱/۸ ق چ
- آب سرد ؛ ۲ ق س
- پودر قند ؛ ۴۰ گرم
- زرده تخم‌مرغ ؛ ۱ عدد
- آرد الک‌شده ؛ ۲۰۰ گرم
- نمک ؛ ۱/۸ ق چ
- تخم خرفه ؛ مقداری
- رنگ خوراکی سبز و قرمز ؛ ۱ قطره

ابتدا کره را که به دمای محیط رسـیده است با پودر قند، زرده تخم‌مرغ و وانیل در ظرفی ریخته با همزن برقی بزنید تا سـفید رنگ شود. آرد و نمک را به تدریج به مواد بالا اضافه کنید و با نوک انگشتان دست مخلوط کنید تا خمیر نرم و لطیفی به دست آید مقداری از خمیر را به رنگ سبز در آورده و مقداری دیگر را به رنگ قرمز در آورید. فر را روی ۱۵۰ درجه سـانتی‌گراد تنظیم کنید پس از آن خمیر قرمز رنگ را به شکل استوانه در آورده لایه‌ای نازک از خمیر سبز رنگ را روی کاغذ روغنی باز کرده و سپس لایه نازک دیگری از خمیر بدون رنگ را به همین صورت باز کرده هر دو خمیر را به آرامی روی هم قرار داده و دور خمیر اسـتوانه‌ای قرمز رنگ بکشید و پس از مرتب کردن و فشرده کردن هر سه خمیر آن را در یخچال قرار دهید پس از نیم ساعت خمیر را برداشته از وسط برش طولی داده و سپس برش‌های عرضی داده تا شـبیه برش هندوانه شـود از تخم خرفه نیز به‌جای هسـته‌های هندوانه استفاده







می‌کنیم و روی برش‌های شـیرینی می‌پاشیم و شیرینی‌ها را در سینی چیده به مدت ۱۰ تا ۱۵ دقیقه در دمای ۱۵۰ درجه سانتی‌گراد می‌پزیم. سپس از فر خارج کرده پس از خنک شدن شیرینی‌ها را در ظرف سرو می‌چینیم.

برای دیدن عکس‌های بیشتری از مراحل تهیهٔ این شیرینی، به وبلاگ اختصاصی مجله مراجعه کنید:

weblog.roshdmag.ir/borhanrahnamaiee

به یک سؤال پاسخ دهید:
اگر دسـتور شیرینی‌ای با پیمانه داده شـده باشد و شما فقط پیمانهٔ یک سوم را داشته باشـید، چگونه مواد را اندازه می‌گیرید؟

یا مصوّر

فراخوان دهمین دورهٔ جشنواره عکس رشد

موضوع

«مدرسه، خانهٔ دوم»

- فضای مدرسه
(معماری، کتابخانه، بوفه، نمازخانه، حیاط، آب‌خوری، آزمایشگاه، اتاق بهداشت، گرافیک محیطی، دفتر معلمان، کلاس درس و ...)؛
- انواع مدارس
(هوشمند، ماندگار، چند پایه، روستایی، عشایری و شهری)؛
- برنامه‌های مدرسه
(صبح گاه، پرچم، کتاب‌خوانی، زنگ تفریح، جشن‌ها، مناسبت‌های مذهبی، راهپیمایی، آغاز سال تحصیلی، نمایشگاه‌ها، آموزش در کلاس، دوستی‌ها و قهرها، فعالیت‌های یاددهی و یادگیری، شورای دانش‌آموزی، شورای معلمان، جلسات اولیا و مربیان و ...)؛
- برنامه‌های جنبی
(سرویس مدارس، در راه مدرسه، گردش علمی، اردو، نماز و ...)

بخش «ویژه»

- پوشش‌ها و بازیهای محلی (به ویژه استان‌های مرزی)
- شعار سال: (اقتصاد مقاومی، تولید ـ اشتغال)
- پرسش مهر سال: (چگونه باید در محیط مدرسه تحمل و احترام به افکار دیگران و اخلاق و ادب را تمرین کنیم؟)

بخش دانش‌آموزی با موضوع «آزاد»

- این بخش با «موضوع آزاد» به دانش‌آموزان ۱۳ تا ۱۸ ساله تعلق دارد.

گاه‌شمار

- آخرین مهلت ارسال آثار: ۳۱ تیرماه ۱۳۹۷
- انتخاب و داوری آثار: مردادماه ۱۳۹۷
- افتتاح نمایشگاه و اهدای جوایز: مهرماه ۱۳۹۷

امتیازها

- عکس‌های برگزیده به صورت نمایشگاهی در معرض دید عموم قرار خواهد گرفت.
- به هر یک از آثار راه‌یافته به نمایشگاه، حق التالیف پرداخت خواهد شد.
- برای عکاسانی که آثارشان به نمایشگاه راه یابد، گواهی شرکت در نمایشگاه صادر می‌شود.

جوایز برگزیدگان

مدرسه؛ خانه دوم

- نفر اول: لوح تقدیر، تندیس جشنواره وجایزهٔ نقدی؛
- نفر دوم: لوح تقدیر وجایزهٔ نقدی؛
- نفر سوم: لوح تقدیر و جایزهٔ نقدی.

بخش ویژه

- نفر اول: لوح تقدیر، تندیس جشنواره و جایزهٔ نقدی؛
- نفر دوم: لوح تقدیر و جایزهٔ نقدی؛
- نفر سوم: لوح تقدیر و جایزهٔ نقدی.

بخش دانش‌آموزی

- در این بخش به ۵ نفر جایزهٔ نقدی اهدا خواهد شد.

مقررات جشنواره

۱ شرکت همهٔ عکاسان در این جشنواره، آزاد است.
۲ آثار اِرسالی فقط به‌صورت «تک عکس» پذیرفته می‌شود و هر عکاس می‌تواند با ارسال ۵ عکس در هر یک از موضوع‌ها (جمعا ۱۰ عکس) در جشنواره شرکت کند.
۳ دانش‌آموزان می‌توانند حداکثر ۷ عکس با موضوع آزاد ارسال کنند.
۴ آثار باید با حجم کمتر از ۴۰۰ کیلوبایت بر روی وبگاه جشنواره به نشانی: www.roshdmag.ir بارگذاری شوند.
۵ در صورت راه یابی عکس به نمایشگاه، ارسال عکس با اندازه اصلی ضروری است.
۶ ضروری است هر عکاس نام، نام خانوادگی، شماره تماس، نشانی محل سکونت، کد ملی، پست الکترونیکی، عنوان عکس، محل و تاریخ عکاسی هر عکس را به طور کامل مطابق با برگهٔ فراخوان تکمیل و به همراه آثار ارسال کند.
۷ اصلاح رنگ، کنتراست، تیرگی و روشنی، کراپ در عکس‌ها در حدی که اصالت عکس را تغییر ندهد، قابل‌قبول است.
۸ ارسال اثر توسط عکاس و شرکت در جشنواره، به‌منزله اعلام مالکیت معنوی عکس‌هاست. در صورت اثبات خلاف این امر در هر مرحله‌ای، عواقب حقوقی و جزایی آن به عهدهٔ شرکت کننده است.
۹ از عکس‌های راه‌یافته به جشنواره، با ذکر نام عکاس در نشریات رشد، وابسته به دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی استفاده خواهد شد.

نشانی دبیرخانه جشنواره: تهران: خیابان ایرانشهر شمالی، پلاک ۲۶۶، دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی، طبقهٔ دوم، دبیرخانه جشنواره عکس رشد. صندوق پستی ۱۵۸۷۵–۳۳۳۱

برای کسب اطلاعات بیشتر به وبگاه جشنواره (www.roshdmag.ir) مراجعه کنید یا با شماره تلفن‌های ۸۸۸۳۹۲۳۲ و ۸۸۴۹۰۴۱۴ تماس بگیرید.

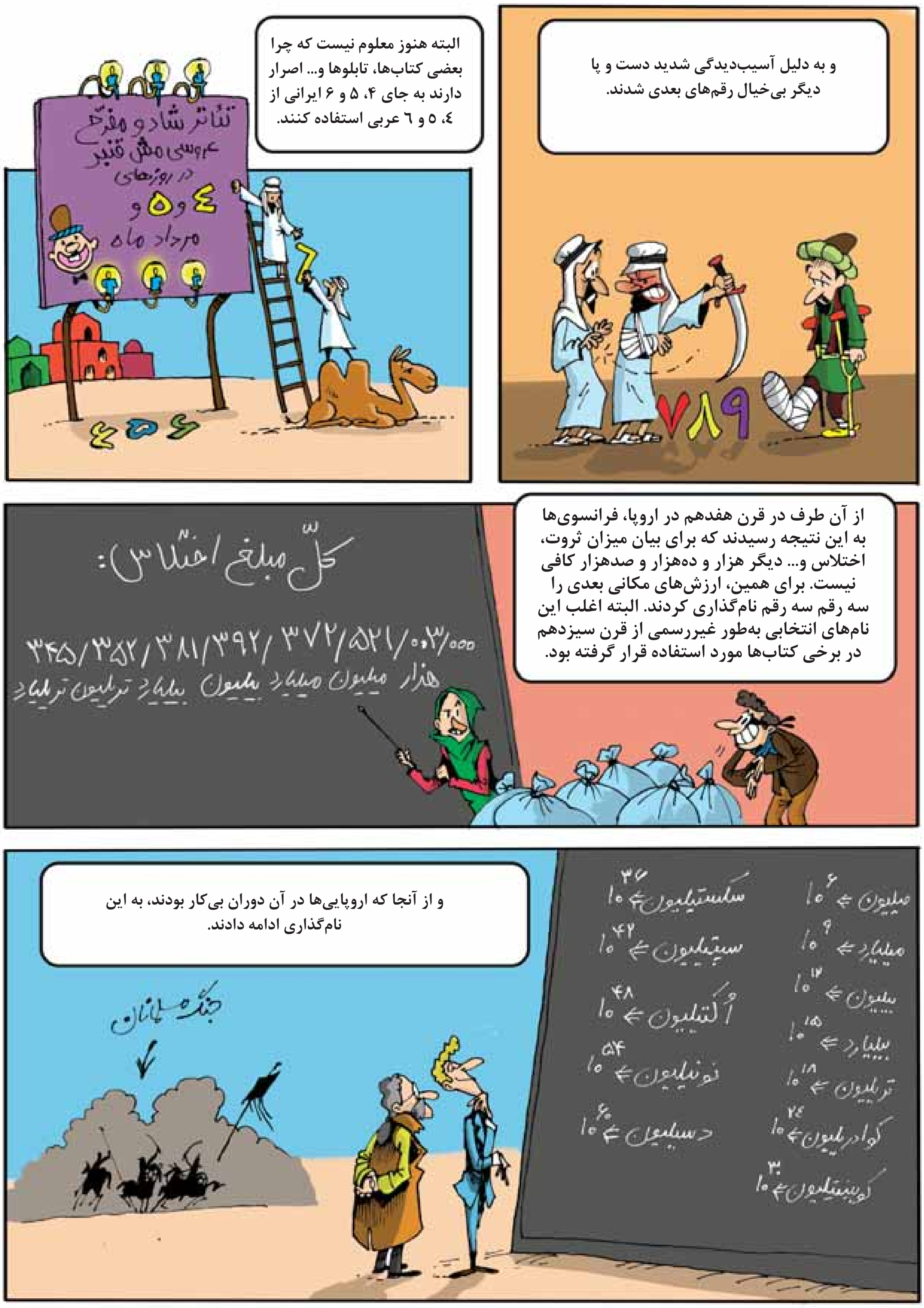
پاسخگویی ثبت‌نام اینترنتی: ۸۸۴۹۰۱۰۸

پست الکترونیکی جشنواره: aksroshd10@roshdmag.ir

از صفر تا گوگول

نویسنده: حسام سبحانی طهرانی/تصویرگر: سام سلماسی


در مورد رقم‌های ۱، ۲ و ۳ نظرها مشترک بود، اما از رقم چهار مشکلات آغاز شد. گمان زده می‌شود که شورای حل اختلاف از آنجا رسمیت یافت!
ما می‌خواهیم چهار را به شکل ٤ بنویسیم.
چرا آخه؟
چون ۴ خیلی شبیه ۲ شده.
خب ٤ هم شبیه حرف E شده.
به ما چه؟
پس عوض کردن شما هم به ما چه؟ عوضش نمی‌کنیم.
ما ۵ را هم می‌خواهیم به شکل ٥ بنویسیم.
این دیگه چرا؟
خب اینکه شبیه حرف «ه» شد. شما گفتید صفر تو پر باشه که شبیه «ه» نشه؛ حالا...
دوست داشتیم!
دست به ۵ که نمی‌زنیم هیچ، صفر هم توخالی می‌کنیم.
و دیگر کار به رقم‌های بعدی نکشید.
این گمانه‌زنی‌ها را خیلی جدی نگیرید!
خوارزمی
و چون به خاطر این دعواها اعصاب نداشتند، دق و دلی‌شان را بر سر رقم شش خالی کردند.


و به دلیل آسیب‌دیدگی شدید دست و پا دیگر بی‌خیال رقم‌های بعدی شدند.
۷۸۹
البته هنوز معلوم نیست که چرا بعضی کتاب‌ها، تابلوها و... اصرار دارند به جای ۴، ۵ و ۶ ایرانی از ٤، ٥ و ٦ عربی استفاده کنند.
تئاتر شاد و مفرّح
عروسی مش قنبر
در روزهای
٤ و ٥ و
مرداد ماه
از آن طرف در قرن هفدهم در اروپا، فرانسوی‌ها به این نتیجه رسیدند که برای بیان میزان ثروت، اختلاس و... دیگر هزار و ده‌هزار و صدهزار کافی نیست. برای همین، ارزش‌های مکانی بعدی را سه رقم سه رقم نام‌گذاری کردند. البته اغلب این نام‌های انتخابی به‌طور غیررسمی از قرن سیزدهم در برخی کتاب‌ها مورد استفاده قرار گرفته بود.
کلّ مبلغ اختلاس:
۳۴۵/۳۵۲/۳۸۱/۳۹۲/۳۷۲/۵۲۱/۰۰۳/۰۰۰
هزار میلیون میلیارد بیلیون بیلیارد تریلیون تریلیارد
و از آنجا که اروپایی‌ها در آن دوران بی‌کار بودند، به این نام‌گذاری ادامه دادند.
میلیون ⇐ ۱۰^۶
میلیارد ⇐ ۱۰^۹
بیلیون ⇐ ۱۰^۱۲
بیلیارد ⇐ ۱۰^۱۵
تریلیون ⇐ ۱۰^۱۸
کوادریلیون ⇐ ۱۰^۲۴
کوینتیلیون ⇐ ۱۰^۳۰
سکستیلیون ⇐ ۱۰^۳۶
سپتیلیون ⇐ ۱۰^۴۲
اُکتیلیون ⇐ ۱۰^۴۸
نونیلیون ⇐ ۱۰^۵۴
دسیلیون ⇐ ۱۰^۶۰
جنگ صلیبیان

این داستان ادامه دارد ...

ترفندهای حل مسئله

داود معصومی مهوار

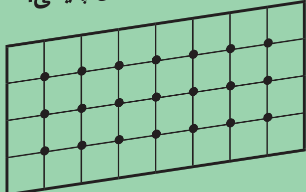
تناظرها یا نخ‌های متصل

فرزند درس‌خواندهٔ چوپان برای شمارش گوسفندها پاهای گوسفندها را می‌شمرد و عدد به دست آمده را بر ۴ تقسیم می‌کرد! استفادهٔ بد از سواد! اما توجه کنید که اگر گوسفندها در جایی باشند که حصاری بدون درز داشته باشد و تنها پایین حصار خالی باشد، راه فرزند چوپان خوب است. در این حالت تنها پاهای گوسفندها را می‌بینیم و از این تناظر یک به چهار کمک می‌گیریم. در ادامه می‌کوشیم تا در چند مسئله چنین تناظرهایی را ببینیم.

مسئلهٔ ۱

در مدرسهٔ حمید نوعی بازی دو نفره رایج است. کاغذی را به‌طور افقی و عمودی بارها خط کشی می‌کنند تا مستطیل‌های کوچکی (که آن‌ها را مستطیل‌های واحد می‌گوییم) در آن ساخته شود. نفر اول کاغذ را از روی یکی از خط‌های کشیده شده، دو تکه می‌کند. از این پس هر کس در نوبت خود می‌تواند یکی از تکه کاغذهای بریده شده را انتخاب کند و از روی یکی از خط‌های راست کشیده شده (حتماً باید هنوز خط داشته باشد.) برش دهد و کاغذ را دو تکه کند. برندهٔ این بازی نیز کسی است که آخرین برش را انجام دهد. حمید خیلی زود توانست در این بازی ماهر شود. او در هر بازی انتخاب می‌کرد که نفر شروع‌کننده باشد یا نفر دوم و همیشه برنده می‌شد. سیاست برد او چه بود؟

یک برش که زده می‌شود، ضلع‌های بعضی از مستطیل‌ها بریده می‌شوند. تعداد ضلع‌های مستطیل‌هایی که در یک برش بریده می‌شوند، ثابت نیست. حتی تعداد مستطیل‌های واحدی که در یک برش آزاد می‌شوند نیز ثابت نیست. در آغاز بازی چندین برش انجام می‌شود ولی هیچ مستطیل واحدی آزاد نمی‌شود. بلکه گروهی از مستطیل‌های واحد به هم چسبیده آزاد می‌شوند. ولی در حرکت‌های حساس پایانی، با هر برش ممکن است یک یا دو مستطیل واحد آزاد شوند. شاید کمکی نکند، اما در شکل زیر چیزی به ذهن می‌رسد. نقطه‌های درون شبکه را ببینید. خط برش قرار است از روی هر کدام از این نقطه‌ها دو بار بگذرد. البته گاهی یک خط برش یکباره از چند نقطه می‌گذرد و بار دیگر ممکن است تنها از یکی بگذرد. باور کنید این موضوع هیچ کمکی نمی‌کند، ولی نکتهٔ سادهٔ دیگری هست که باید ببینیم.



راهنمایی: نقطه‌های پررنگ شده، نظم و یکسانی مستطیل‌های شبکه و راستی خط‌های برش، همگی بی‌اهمیت هستند. تصور کنید که فاصلهٔ خط‌های عمودی یا افقی متفاوت بودند. یا برخی از آن‌ها کج بودند. یا حتی برخی از آن‌ها انحنا داشتند! در هیچ‌کدام از این حالت‌ها باز هم مسئله تغییر نمی‌کند. پس به دنبال چیز دیگری (یک تناظر) باشید.

مسئلهٔ ۲

در یک روستا تنها اسکناس‌های ۱۰۰۰ و ۲۰۰۰ تومانی هست و تا فصل درو پول دیگری به روستا نمی‌آید. تا آن موقع همهٔ خریدهای اهل روستا در خود روستا و بین اهالی صورت می‌گیرد. پس گاهی اهالی روستا بین خودشان پول خرد می‌کنند. هر بار که کسی پول خرد لازم دارد، دقیقاً یک دو هزار تومانی به یکی دیگر از اهالی روستا می‌دهد و دو تا هزار تومانی از او می‌گیرد. این روستا ۱۳۹۶ نفر دارد که همگی پول دارند و تا فصل درو پول خرد می‌کنند. آیا ممکن است که تا فصل درو در رخدادهای پول خرد کردن، هر نفر از روستا در مجموع درست ۱۰ تا اسکناس گرفته باشد؟
در هر رخداد پول خرد کردن، هر کس یک یا دو اسکناس می‌گیرد. شاید بخواهید عدد ۱۰ را به صورت مجموعی از چند تا ۲ و چند تا ۱ بنویسید. مثلاً ۱۰=۲+۲+۲+۲+۲ مربوط به کسی است که ۵ بار دو هزار تومانی داده است و هر بار دو تا هزار تومانی گرفته است. همچنین، ۱۰=۲+۲+۲+۲+۱+۱ مربوط به کسی است که چهار بار دو هزار تومانی خود را خرد کرده و دو بار هم از دیگران دو هزار تومانی گرفته و ۴ تا هزار تومانی به آن‌ها داده است. نوشتن همهٔ حالت‌ها کار سختی است، امّا هر ۱ باید با یک ۲ از شخصی دیگر نظیر باشد و برعکس.

راهنمایی: توجه کنید که تعداد اسکناس‌هایی که انتظار می‌رود هر کس تا فصل درو بگیرد، برای همه برابر ۱۰ است. از طرف دیگر، در بررسی مسئله پی بردیم که در هر پول خرد کردن، یک نفر دو اسکناس می‌گیرد و نفر دیگر یک اسکناس می‌گیرد. از همه مهم‌تر اینکه اهالی روستا ۱۳۹۶ نفر هستند.

حل مسئلهٔ ۱

در آغاز بازی هیچ برشی انجام نشده است، ولی یک تکه کاغذ هست. وقتی یک برش انجام می‌شود، همین یک تکه کاغذ دو تکه می‌شود. توجه کنید، که تکه‌هایی که منظور ماست ممکن است بزرگ باشند و هر یک در خود چندین مستطیل واحد داشته باشند. در روند بازی این رخداد تکرار می‌شود. هر کس که یک برش انجام می‌دهد، یک تکه به تکه‌های موجود اضافه می‌کند. تا جایی که همهٔ تکه‌ها مستطیل‌های واحد باشند که خط دیگری برای برش نداشته باشند. در این هنگام برنده مشخص شده است. اما تعداد این مستطیل‌های واحد از همان آغاز بازی معلوم است. مثلاً اگر روی کاغذ مستطیل شکل ابتدایی ۹ خط عمودی و ۶ خط افقی کشیده باشند، کاغذ به ۱۰×۷ مستطیل کوچک غیر قابل برش تقسیم می‌شود. یعنی در پایان بازی ۷۰ مستطیل برش خورده خواهیم داشت. آغازگر بازی یک تکه را به دو تکه تبدیل می‌کند. نفر دیگر ۲ تکه را به ۳ تکه، آغازگر ۳ تکه را به ۴ تکه تبدیل می‌کند.به همین ترتیب همیشه شخصی که آغازگر بازی بوده است، تعدادی فرد از تکه‌ها را می‌گیرد و تعدادی زوج تحویل می‌دهد و شخص دیگر همیشه تعدادی زوج تحویل می‌گیرد و تعدادی فرد تحویل می‌دهد. پس کسی که در پایان بازی ۶۹ تکه می‌گیرد و ۷۰ تکه تحویل می‌دهد، همان شخص آغازگر بازی است. یعنی اگر تعداد مستطیل‌های غیر قابل برش زوج باشد، همیشه کسی که بازی را آغاز می‌کند خواهد برد. به همین ترتیب اگر این تعداد فرد باشد (مثلاً خط‌های عمودی ۸ تا و خط‌های افقی ۶ باشند و کاغذ ۶۳=۹×۷ تا مستطیل واحد داشته باشد)، شخص آغازگر بازی همیشه بازنده خواهد بود. در اینجا تناظر یک به یک برش‌ها و تکه‌های موجود را بررسی کردیم.

حل مسئلهٔ ۲

در هر رخداد پول خرد کردن ۳ تا اسکناس گرفته می‌شود. یک اسکناس ۲۰۰۰ تومانی و دو تا اسکناس ۱۰۰۰ تومانی. دو تا ۱۰۰۰ تومانی را یک نفر می‌گیرد و یک ۲۰۰۰ تومانی را شخص دیگر می‌گیرد. هنگامی را تصور می‌کنیم که هر کس در پول خرد کردن‌ها، ۱۰ تا اسکناس گرفته باشد. در این صورت تعداد پول‌هایی که همه در رخداد پول خرد کردن گرفته‌اند باید برابر باشد با: ۱۳۹۶۰=۱۰×۱۳۹۶. در آغاز هیچ‌کس هیچ پولی نگرفته است و تعداد پول‌هایی که همه گرفته‌اند، برابر ۰=۰×۱۳۹۶ است. از این پس پول خرد کردن رخ می‌دهد و روشن است که در هر رخداد پول خرد کردن، عدد ۳ به «تعداد پول‌های گرفته شده توسط همه» اضافه می‌شود. یعنی مجموع تعداد پول‌های گرفته شده توسط همه، همیشه مضرب ۳ است و مسئله انتظار دارد که در پایان (آغاز فصل درو) این عدد برابر ۱۳۹۶۰ باشد. ولی این عدد بر ۳ بخش‌پذیر نیست. پس چنین چیزی هیچ‌گاه رخ نخواهد داد. در اینجا تناظر یک به سه را بین رخداد پول خرد کردن و تعداد اسکناس‌های گرفته شده توسط دو طرف بررسی کردیم.

با هم مسئله حل کنیم

جعفر اسدی گرمارودی

در مرحلهٔ مقدماتی جام جهانی، تیم‌های حاضر به گروه‌های چهارتایی تقسیم می‌شوند. هر تیم سه مسابقه انجام می‌دهد و تیم‌ها براساس امتیاز (برد: ۳ امتیاز، مساوی: ۱ امتیاز و باخت: بدون امتیاز) رده‌بندی می‌شوند. از هر گروه دو تیم به مرحلهٔ حذفی صعود خواهند کرد.

یک

آیا امکان دارد یک تیم با کسب شش امتیاز از دور رقابت‌ها حذف شود؟

دو

تیمی بعد از پایان سه بازی مرحلهٔ مقدماتی، ۳ گل زده و ۱ گل خورده است. با این تعداد گل زده و گل خورده، این تیم چه امتیازهایی می‌تواند کسب کند؟

سه

آیا امکان دارد تیمی بدون گل زده از مرحلهٔ مقدماتی رقابت‌ها صعود کند؟

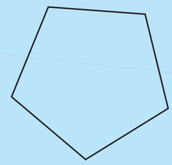
از همکاران تحریریه، آقایان **معصومی** و **سبحانی** برای طراحی مسئله‌ها سپاس‌گزارم.

پاسخ‌ها در وبلاگ اختصاصی مجله:

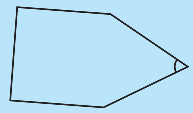
weblog.roshdmag.ir/borhanrahnamaiee

زاویه‌ها را بشماریم

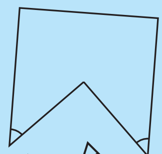
این یک پنج‌ضلعی منتظم اســت که هر زاویهٔ داخلی آن °۱۰۸ است.



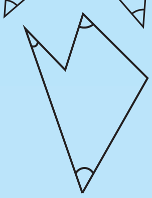
°۱۰۸ یک زاویهٔ باز است. آیا می‌توانید یک پنج‌ضلعی رسم کنید که زاویهٔ تند هم داشته باشد؟ تلاش کنید.



این پنج‌ضلعی یک زاویهٔ تند دارد.



حال این پنج‌ضلعی را ببینید: این یکی دو زاویهٔ تند دارد. تلاش کنید یک پنج‌ضلعی با سه زاویهٔ تند رسم کنید. شاید شکل شما هم شبیه این شده باشد:



خب حالا نوبت یک پنج‌ضلعی با چهار زاویهٔ تند است. آیا می‌توانید آن را رسم کنید؟ اگر هنوز دارید تلاش می‌کنید یک پنج‌ضلعی با چهار زاویهٔ تند رســم کنید ، به شــما توصیه می‌کنم مطلب دوســت خوبمــان، **بهار علیبازی** را که اکنون دانش‌آموز پایهٔ نهم است، بخوانید:

سلام. **بهار علیبازی** هســتم و در پایهٔ هشتم درس می‌خوانم. توانســتم مسئلهٔ زیر را حل کنم. اگر فکر می‌کنید که اثبات این مســئله، موضوع جالبی برای چاپ در مجلهٔ برهان است، دوست دارم که آن را در این مجله چاپ کنید.

مسئله: ۱۳۹۶ضلعی محدب چند زاویهٔ داخلی تند دارد؟

برای حل این مســئله اول سعی کردم الگویی پیدا کنم. بعد از امتحان چند شکل متوجه شــدم، همهٔ آن شکل‌هایی که من امتحان کردم، ســه زاویهٔ داخلی تند دارند. بنابراین در مرحلهٔ بعد فرض کردم این شکل بیشتر از سه زاویهٔ داخلی تند دارد. مثلاً چهار تا که در این صورت چهار زاویهٔ خارجی باز هم دارد و چون هر زاویهٔ باز از ۹۰ درجه بیشتــر است، پس زاویهٔ باز را به‌صورت n+۹۰° نشان دادم:

۹۰+n_1 (زاویهٔ خارجی اول)
۹۰+n_2 (زاویهٔ خارجی دوم)
۹۰+n_3 (زاویهٔ خارجی سوم)
۹۰+n_4 (زاویهٔ خارجی چهارم)

چون مجموع زاویه‌های خارجی هر nضلعی ۳۶۰ درجه است، پس مجموع این زاویه‌ها، یعنی (۹۰+n_4)+(۹۰+n_3)+(۹۰+n_2)+(۹۰+n_1)، ۳۶۰ است. پس: $n_1+n_2+n_3+n_4$=۳۶۰، یعنی: ۳۶۰+۰ و در نتیجه $n_1+n_2+n_3+n_4$=۰.

زمانی که $n_1+n_2+n_3+n_4$=۰ باشد، زاویه‌های خارجی هم که قرار بود با آن‌ها تشــکیل شــوند، به وجود نمی‌آیند و ما گفتیم آن چهار زاویهٔ داخلی تنــد در صورتی وجود دارند که چهار زاویهٔ خارجی باز هم وجود داشته باشند و الان ثابت کردیم که چهار زاویهٔ خارجی باز نمی‌توانند وجود داشته باشند. پس یک nضلعی محدب نمی‌تواند بیشتر از ســه زاویهٔ داخلی تند داشته باشد.

نتیجه: هر nضلعی محدب حداکثر سه زاویهٔ داخلی تند دارد.

من بعد از اثبات این مســئله خیلی خوش‌حال شــدم. درواقع احساس کسی را داشتم که این مسئله را برای اولین بار کشف کرده است. در مدرســه‌ای که در آن درس می‌خواندم هم مرا تشویق کردند و واقعاً احساسم در آن لحظه وصف‌نشدنی بود.

گـــترهٔ ماه مبارک

پروژهٔ یک روزهٔ دانش‌آموزی در مدرسهٔ مفید دخترانه، مدرسهٔ زندگی

زهره پندی

قصه از اینجا شـــروع شد که روز دوشنبه، هشتم خرداد ۱۳۹۶، برابر با سوم ماه رمضان ۱۴۳۸، قرار بود افطاری بمانیم مدرسه و یکهو دلمان برای یکی از دوستانمان که پارسال افطاری پیش ما بود، ولی امســـال با خانواده‌اش به شهر برلین در آلمان رفته بود و آنجا زندگی می‌کرد، تنگ شد. فکر کردیم سر افطار با او تماس بگیریم و او را هم در این مراســـم شریک کنیم. اما اول باید می‌فهمیدیم افطار در برلین چه ساعتی است و آن ساعت در برلین، چه ساعتی در تهران است.

این شد که پروژه‌ای را آغاز کردیم تا در آن نه فقط دربارهٔ برلین، بلکه دربارهٔ خیلی شهرهای دیگر داده جمع کنیم و این داده‌ها را روی یک نقشـــه بزرگ نمایش دهیم. شما هم شهری، مثلاً یکی از پایتخت‌های جهان را، انتخاب کنید و با ما همراه شود.

۱. به آدرس زیر سری بزنید و ساعات اذان صبح و مغرب در آن شهر را پیدا کنید:

http://www.farsigo.com/city.php

این وبگاه هر روز اوقات شـــرعی همان روز را در اختیارتان قرار می‌دهد.

ما هم ساعت سحر و افطار برلین را پیدا کردیم.

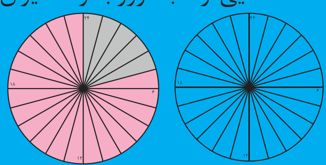
اوقات شرعی و قبله در جهان

به افق شهر Berlin
در کشور آلمان
9:56:7
دوشنبه 8 خرداد 1396
3 رمضان 1438
29 می 2017

اذان صبح	02:37
طلوع آفتاب	04:53
اذان ظهر	13:04
غروب آفتاب	21:16
اذان مغرب	21:49
نیمه‌شب	-----

۲. خب! در برلین ســـاعت ۲:۳۷ دقیقه صبح زمان اذان بود. اما ۲:۳۷ دقیقـــه در آلمان! ما باید می‌فهمیدیم که این زمان یعنی چه ســـاعتی در ایران. پس به آدرس یک آژانس مسافرتی سر زدیم و اختلاف ساعت آلمان با ایران را پیدا کردیم. این اختلاف ۲:۳۰- اســـت. یعنی وقتی آنجا ساعت ۲:۳۷ و موقع اذان صبح اســـت، اینجا ساعت ۵:۰۷ اســـت که اگر با ۲:۳۰- جمع شود، می‌شود: ۲:۳۷. به همین ترتیب وقتی آنجا ۲۱:۴۹ و موقع اذان مغرب است، اینجا ۰۰:۱۹ روز بعد است. شما هم اختلاف ساعت شـــهر مورد نظرتان را در کشـــور دیگر را با ایـــران پیدا کنید و محاسبات مربوط به آن را انجام دهید.

۳. تصمیم گرفتیم در دایرهٔ ۲۴ ســـاعتهٔ زیر نشـــان دهیم که دوستمان در برلین در چه ساعت‌هایی از شبانه‌روز به وقت ایران روزه است.



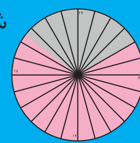
به این منظور باید تقریباً از ساعت ۵ تا ۲۴ را رنگ می‌کردیم، (رنگ صورتی برای روزه و رنگ توسی برای غیر روزه)

۴. این هم زمانی که یک نفر در تهران روزه است:

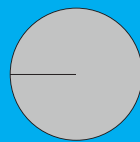
اوقات شرعی و قبله در جهان

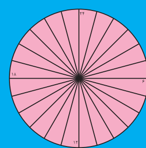
به افق شهر تهران
در کشور ایران
12:52:35
دوشنبه 8 خرداد 1396
3 رمضان 1438
29 می 2017

اذان صبح	04:08
طلوع آفتاب	05:51
اذان ظهر	13:02
غروب آفتاب	20:13
اذان مغرب	20:34
نیمه‌شب	00:11



شما هم نمودار دایره‌ای ساعت روزه‌داری در شهر مورد نظرتان را با هر رنگی که دوست دارید، درست کنید.

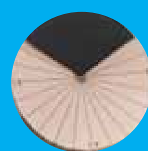




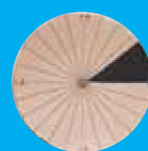
۵. در پروژهٔ دانش‌آموزی «گسترهٔ ماه مبارک»، این کار را برای شهرهای مختلفی در دنیا انجام دادیم. نمودارهای دایره‌ای را با استفاده از دو دایرهٔ هم‌اندازه (یکی صورتی و یکی توسی) درست کردیم.

یک شعاع از دایرهٔ توسی و شعاع مربوط به ساعت اذان صبح را در دایرهٔ صورتی برش دادیم و دو دایره را طوری در هم قرار دادیم و چرخاندیم که نمودار دایره‌ای مناسب برای نمایش ساعت‌های روزه‌داری به رنگ صورتی و ساعت‌های غیرروزه‌داری به رنگ توسی نمایش داده شود.

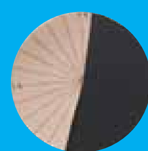
و به این ترتیب نمودارها را آماده کردیم.



تهران ـ ایران



ریکجاویک ـ ایسلند



بوینس آیرس ـ آرژانتین

۶. در پایان همهٔ نمودارهای دایره‌ای را در جای خود، روی یک کرهٔ زمین بزرگ چسباندیم و به مشاهده پرداختیم.

۷. الگوهای زیبایی در این نمودارها دیده می‌شد.

به نمودارهای روی یک نصف‌النهار نگاه کنید، طول جغرافیایی همهٔ این مناطق با هم مساوی است. همان‌طور که دیده می‌شود، هرچه از پایین به بالا حرکت می‌کنیم، طول مدت روزه‌داری بیشتر می‌شود و بالا با پایین تفاوت زیادی دارد.

به نمودارهای روی یک مدار نگاه کنید. عرض جغرافیایی همهٔ این مناطق با هم برابر است. وقتی از شرق به غرب می‌رویم، انگار وقت اذان صبح از یک شهر به شهر دیگر می‌رسد و اذان مغرب هم همین‌طور از شرق به غرب جلو می‌رود، اما طول روزه‌داری روی مدار تقریباً یکسان است.

با مشاهدهٔ کره زمینی که پر از نمودارهای دایره‌ای روزه‌داری بود، سؤال‌های متفاوتی به ذهنمان رسید؛ مثلاً:

۱. آیا می‌توانیم نمودار مربوط به جایی را که نمودارش را نداریم، پیش‌بینی کنیم؟

۲. آیا همیشه، یعنی در همهٔ روزهای سال، روز و شب شهرها همین ترکیب را دارند؟

ما حدس‌هایی هم زدیم و شواهدی هم برای حدس‌هایمان پیدا کردیم.

شما هم سؤال‌هایی در این‌باره بپرسید و به دنبال پاسخشان باشید.

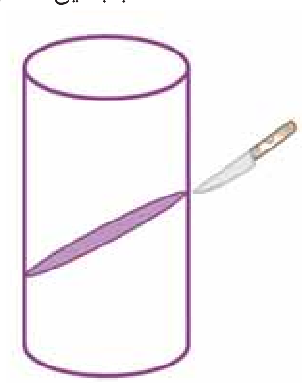
نمودار شهرهای روی یک نصف النهار

نمودار شهرهای روی یک مدار

مقطع بزنیم

سیدمهدی بشارت

خاطرم هست، اولین باری که در کلاس به بچه‌ها گفتم می‌شود یک استوانه را طوری برش زد که مقطع آن یک مستطیل شود، هیچ‌یک از بچه‌ها باورش نشد! جالب‌تر آنکه من هم باورم نمی‌شد که بچه‌ها مطلب به این سادگی را باور نکنند!



بعدها فهمیدم که بچه‌ها تنها تصورشان از برش استوانه، مانند شکل زیر است و اینکه مقطع استوانه‌ای مستطیل شود، از جنس «نوع دیگر نگاه کردن» است.

با چی مقطع بزنیم؟

تصور ذهنی از مقطع‌هایی که در یک شکل می‌توان زد کار سختی است، چون نمی‌توان شکل را روی کاغذ کشید، باید واقعاً آن را ساخت! آن هم با چیزی که بشود به راحتی آن را برش زد.

قسمت بدتر ماجرا اینجاست که وقتی با زحمت آن را می‌سازی و با دقت آن را برش می‌زنی، دیگر آن شکل را نداری تا بتوانی از یک زاویهٔ دیگر آن را برش بزنی! و دوباره باید آن را بسازی تا بتوانی دوباره برش بزنی!

یک‌بار در کلاس از بچه‌ها پرسیدم: «شکلمان را با چه بسازیم تا بتوانیم آن را مقطع بزنیم؟» جواب‌های بچه‌ها خیلی متنوع بود. اولین چیزی که به ذهن بچه‌ها می‌رسید «سیب زمینی» و مانند آن بود؛ هویج، سیب یا خیار. ولی خودشان می‌گفتند که بعضی از شکل‌ها، مثل استوانه یا کره را به این راحتی نمی‌شود با سیب‌زمینی ساخت. برای ساختن این شکل‌ها می‌شود از خمیر استفاده کرد که راحت در دست مثل کوفته قلقلی گرد و کروی می‌شود. البته اشکالش این است که سفت نیست و موقع برش به‌راحتی شکلش خراب می‌شود.

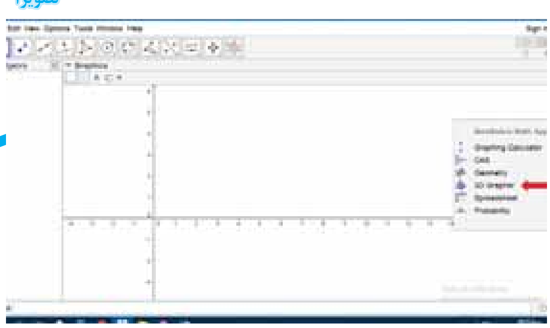
پیشنهادهای بعدی ساخت با چوب یا گچ و برش با اره، و همچنین ساخت با پرینتر سه‌بعدی و برش با لیزر و... بود که خوب‌اند، ولی کارهای ساده و دم‌دستی نیستند.

بعضی هم به شبیه‌سازی‌های رایانه‌ای اشاره می‌کردند؛ شبیه‌سازی با نرم‌افزارهایی مثل 3D Max، Solid Work، CATIA و Geogebra. این نرم‌افزارها امکانات زیادی در اختیار شما می‌گذارند. ما امروز می‌خواهیم سراغ نرم‌افزار «جئوجبرا» برویم.

شروع کار با جئوجبرا

جئوجبرا نرم‌افزاری رایگان است و از آدرس «geogebra.org» به راحتی دانلود می‌شود. وقتی نرم‌افزار را باز می‌کنید، صفحهٔ تصویر ۱ را می‌بینید.

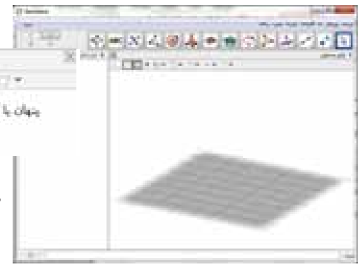
تصویر۱



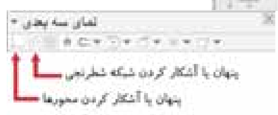
«3D Grapher» را انتخاب کنید تا به نمای سه بعدی بروید.
همچنین می‌توانید از منوی «options» قسمت «language»، زبان برنامه را به فارسی (Persian) تغییر دهید.

در قسمت بالا و راست صفحه، کنار عبارت نمای سه‌بعدی یک مثلث کوچک قرار دارد. اگر انتخابش کنید، تصویر ۲ را خواهید دید. به ترتیبی که در تصویر نشان داده شده است، می‌توانید شبکهٔ شطرنجی را آشکار و محورها را پنهان کنید.

تصویر۳



تصویر۲

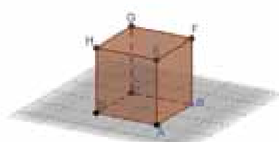


صفحه به صورت تصویر ۳ در می‌آید.

مقطع مکعب

ساده‌ترین شکلی که می‌توان رسم کرد، مکعب است. روی منوی نهم (با علامت) کلیک کنید. از بین گزینه‌های پیشنهادی مکعب را انتخاب کنید.

حالا کافی است روی دو نقطه از صفحه کلیک کنید تا برایتان یک مکعب بکشد. خیلی هیجان‌انگیز است!

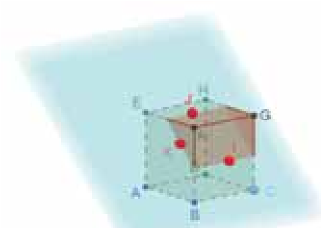


تصویر۴

حالا می‌خواهیم برش بزنیم. یعنی می‌خواهیم مکعب را با یک صفحه تقاطع بدهیم. اینجا رسم صفحه برای ما حکم همان چاقوی برش را دارد.

برای رسم صفحه باید سه نقطه از آن معلوم باشد. آیکون دوم را انتخاب کنید و به کمک آن سه نقطهٔ دلخواه روی سطح مکعب معین کنید. دقت کنید، بهتر است نقاط را روی سطح وجه‌های مکعب انتخاب کنید نه روی یال‌های آن. در این صورت بعداً به راحتی می‌توانید آن‌ها را حرکت دهید.

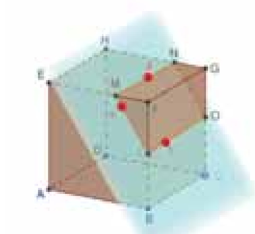
حالا آیکون را انتخاب کنید. این آیکون به شما امکان می‌دهد، با مشخص کردن سه نقطه، صفحهٔ گذرنده از آن‌ها را رسم کنید. بعد از انتخاب این آیکون، روی سه نقطه‌ای که در مرحلهٔ قبل مشخص کرده بودید، کلیک کنید. صفحهٔ گذرنده از این سه نقطه رسم خواهد شد (تصویر ۵).



تصویر۵

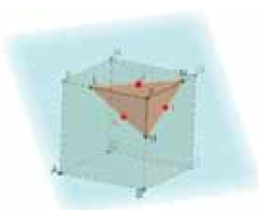
در تصویر ۵ نقاط I، J و K روی سه سطح مجاور مکعب قرار دارند و صفحهٔ گذرنده از آن‌ها مکعب را مقطع زده است.

برای آشکارتر شدن مقطع، از آیکون تقاطع دو سطح، یعنی استفاده می‌کنیم. ابتدا روی این آیکون (آیکون هفتم) کلیک کنید. بعد از آن باید دو سطحی را که می‌خواهید تقاطع آن‌ها رنگی شود، انتخاب کنید. در اینجا ما یک‌بار روی مکعبی که کشیده‌ایم و بلافاصله روی صفحهٔ سطح مقطع کلیک می‌کنیم. مقطعی که به وسیلهٔ صفحه از مکعب بریده شده است، به رنگ نارنجی نمایش داده می‌شود (تصویر ۶). در اینجا سطح مقطع چهارضلعی MNOL است.



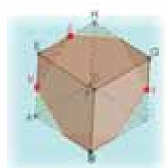
تصویر۶

می‌توانیم شکل را از زاویه‌های متفاوت ببینیم. برای این‌کار باید صفحه را توسط ماوس «drag» کنیم. روی اولین آیکون کلیک کنید. سپس ماوس را روی صفحه حرکت دهید.



تصویر۷

با جابه‌جا کردن نقاط I، J و K می‌توانید برش‌های متنوعی ایجاد کنید. برای این‌کار کافی است باز هم روی آیکون اول کلیک کنید و سپس روی هر کدام از نقطه‌ها که می‌خواهید کلیک کنید و جایش را تغییر دهید. در تصویر ۷ سطح مقطع یک مثلث شده است.



تصویر۸

بازی‌های اندرویدی
AndroidGames

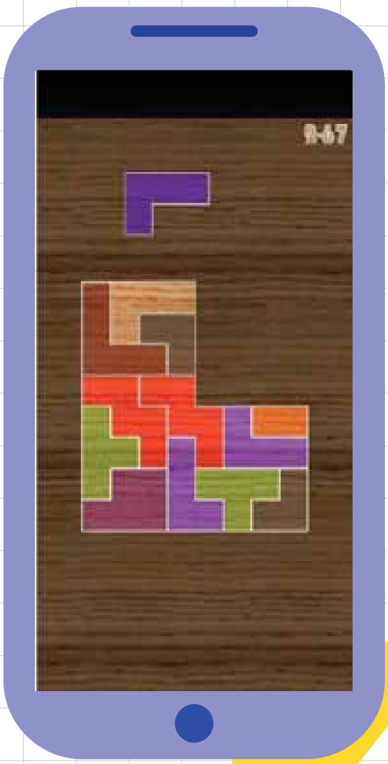
زهرا صباغی / کیمیا هاشمی

Phit droid

صفحهٔ بازی «فیت‌درویـد» (Phitdroid) بسیار ساده است. یک چندضلعی در وسط صفحه وجود دارد که شما باید با شکل‌هایی که در اختیار دارید، آن چندضلعی را پر کنید. این پازل دارای چندین مرحله است که هر کدام از آن‌ها صدها پازل دارد. این بازی به‌صورت تک نفره است.

مشابه این بازی، بازی «تانگرام اچ‌دی» (Tangram HD) است که باید شکل‌های مشخص شده را با هفت قطعه‌ای که در اختیار دارید، بسازید. در بازی تانگرام می‌توانید قطعه‌ها را هم بچرخانید.

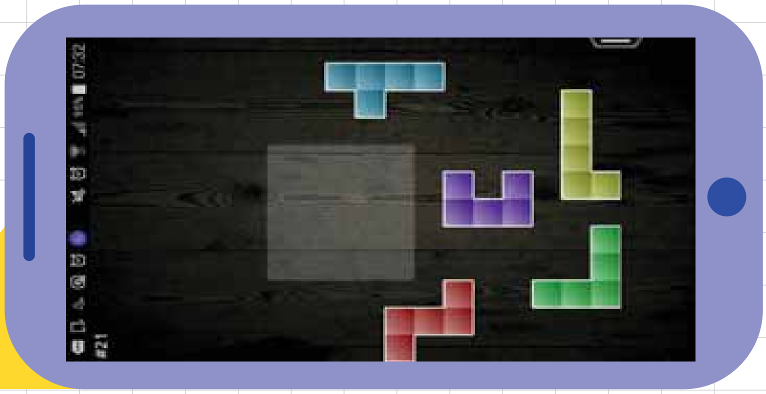

تصویر ۲


تصویر ۱

• در هر یک از چهارگوشهٔ صفحهٔ تصویر ۳ کدام یک از کاشی‌ها، تحت هیچ شرایطی، امکان قرار گرفتن ندارند؟

• یک بازیکن حل کردن این پازل را با قرار دادن کاشی سبز شروع کرده است. فکر می‌کنید با این حرکت می‌توان پازل را کامل کرد؟ آیا می‌توان در همین مرحله از بازی ثابت کرد که این حرکت، بازی مناسبی است یا باید تا استفاده کردن از بیشتر کاشی‌ها صبر کرد و بنا به شرایط پیش آمده تصمیم گرفت؟

تصویر ۳

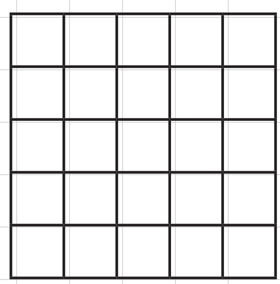


● بازی تصویر ۴ را ادامه دهید. در هر مرحله برای پر کردن آخرین سطری که نیمه‌کاره کاشی‌کاری شده است، چه انتخاب‌هایی دارید؟ برای مثال، بعد از گذاشتن کاشی سبز، در سطر آخر هنوز دو خانه خالی مانده‌اند. به کمک کدام یک از این کاشی‌ها می‌توان این دو خانه را پر کرد، بدون اینکه برای پر کردن بقیهٔ خانه‌های مجاور آن‌ها به مشکل بر بخوریم؟

در هر مرحله، گزینه‌هایی را که برای پر کردن سطر نیمه کاره دارید، مشخص کنید. سپس با در نظر گرفتن کاشی‌هایی که برای مرحله‌های بعدی باقی مانده‌اند، از بین این گزینه‌ها انتخاب کنید.

تصویر ۴

● آیا می‌توانید در این بازی، پازلی طراحی کنید که دو پاسخ داشته باشد؟ به‌طور دقیق‌تر می‌توان گفت: آیا می‌توانید کاشی‌هایی طراحی کنید که با دو چینش متفاوت آن‌ها در صفحهٔ بازیِ ۵×۵، تمام صفحه را پر کنند و هیچ خانه‌ای را هم خالی نگذارند؟

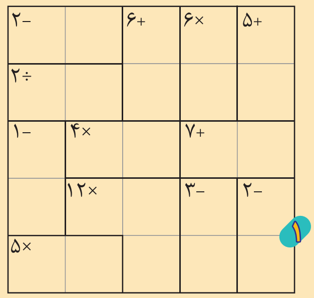
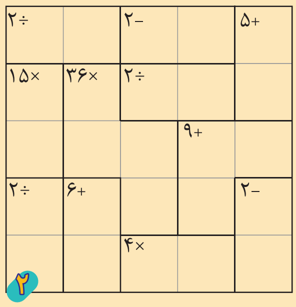
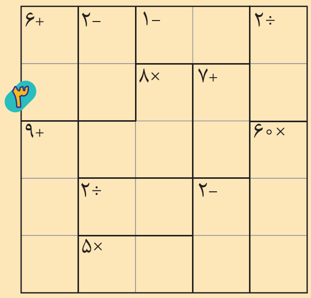


تصویر ۵

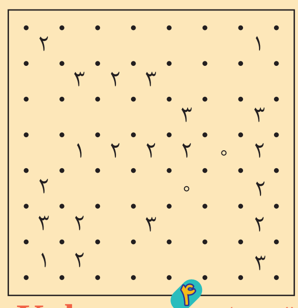
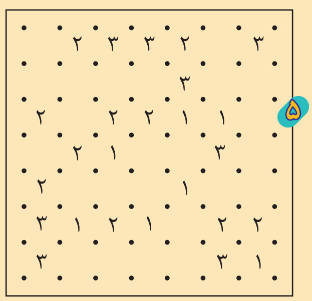
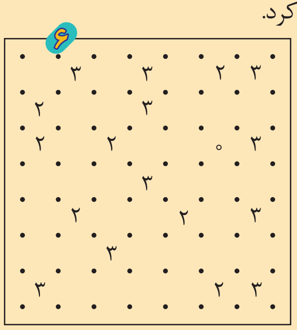
پازل حل کنیم

محدثه کشاورز اصلاحی

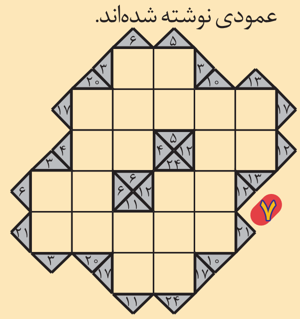
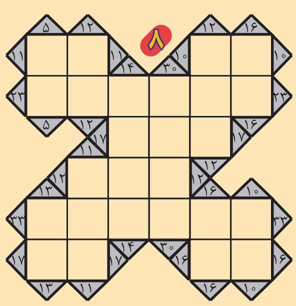
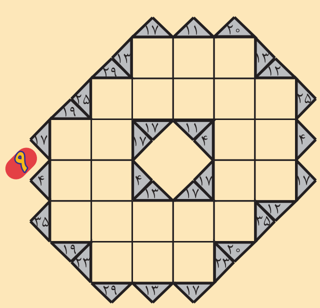
قوانین Inky خانه‌های جدول را باید طوری پر کنید که عددهای ۱ تا ۴ در هر سطر و هر ستون دقیقاً یک بار تکرار شوند. عددهایی که در جعبه‌های سیاه ـ که با کادرهای پررنگ‌تر جدا شده‌اند ـ قرار دارند، باید طوری باشند که با عملیات گفته شده حاصل مورد نظر را بدهند. عددهای نوشته شده در جعبه‌های سیاه می‌توانند تکراری باشند، البته مادامی که در یک سطر یا ستون نباشند. این پازل را می‌توان بدون حدس زدن حل کرد.

قوانین Slitherlink می‌توانید نقطه‌ها را به‌صورت عمودی یا افقی به هم وصل کنید (خط مورب نمی‌توان رسم کرد). در انتهای پازل باید یک شکل بسته بکشید که خط‌های آن یکدیگر را قطع نکرده باشند و یا منشعب نشده باشند. عددهایی که در پازل می‌بینید، نشان‌دهندهٔ تعداد خط‌هایی هستند که باید دور مربع کشیده شوند. مربع‌های خالی به این معنا هستند که ممکن است دور آن‌ها بین صفر تا ۳ خط کشیده شود. هر پازل یک جواب منحصربه‌فرد دارد. این پازل را می‌توان بدون حدس زدن حل کرد.

قوانین Kakuro پازل‌های «کاکورو» شبیه پازل‌های «سودوکو» و جدول کلمات متقاطع هستند، با این تفاوت که به جای حروف در جدول کلمات متقاطع، اینجا اعداد ۱ تا ۹ جایگزین شده‌اند. در یک کلمه (در یک ردیف یا ستون با یک راهنما) نباید اعداد تکراری وجود داشته باشد. جمع عددهایی که در یک کلمه می‌نویسید، باید مساوی عدد راهنمای آن باشد. عددهای راهنما در سمت راست و چپ کلمه‌های افقی، یا در بالا و پایین کلمه‌های عمودی نوشته شده‌اند.

پاسخ پازل‌ها را در وبلاگ اختصاصی مجله به آدرس «weblog.roshdmag.ir/borhanrahnamaiee» ببینید.

ماشین حساب دوست داشتنی من ● شراره تقی دستجردی

سلام دوستان، مطالب «ماشین‌حساب دوست‌داشتنی من» با این هدف اصلی نوشته می‌شوند که نشان دهند، چگونه می‌توان به کمک ماشین‌حساب، به جای درگیر شدن در انجام محاسبات، روی جواب‌های به دست آمده متمرکز شد تا راحت‌تر به نتایج هر فعالیت رسید. فعالیت این بار بررسیِ عددهایی است به شکل $۲^n-۱$ که در آن‌ها n عددی طبیعی است. پیشنهاد می‌کنم قبل از شروع، حتماً ماشین‌حسابتان را بیاورید تا در انجام محاسبات به شما کمک کند. من ابتدا حاصل چند عدد را به دست آوردم، به امید آنکه الگویی ببینم:

$$۲^{۳}-۱=۷ \; ● \; ۲^{۴}-۱=۱۵ \; ● \; ۲^{۵}-۱=۳۱ \; ● \; ۲^{۶}-۱=۶۳ \; ● \; ۲^{۷}-۱=۱۲۷ \; ● \; ۲^{۸}-۱=...$$

همان‌طور که می‌بینید، برخی از عددهای حاصل اول هستند. شاید این حدس به ذهن بیاید که برای توان‌های فرد، حاصل $۲^n-۱$ اول است. برای بررسی حدسمان، ساده‌ترین کار این است که حاصل $۲^n-۱$ را برای ۱۰، ۹، ۲، n=۱ نیز حساب کنیم:

$$۲^{۱}-۱=۱$$

همان‌طور که می‌بینید، چون $۲^{۱}-۱$ اول نیست، پس حدس ما درست نبوده است.

به یاد داشته باشید که گاهی حدس‌های ما درست از آب در نمی‌آیند! اما نباید ناامید شد. می‌توان حدس‌های تازه‌ای زد.

شاید بتوانیم حدسمان را با استثنا قائل شدن برای عدد یک این‌طور اصلاح کنیم که برای هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک و فرد، حاصل $۲^n-۱$ اول است. پس اکنون باید برای n=۹ نیز این حدس جدید را بررسی کرد:

$$۲^{۹}-۱=۵۱۱$$

همان‌طور که می‌بینید، برای حدس اخیرمان هم به بن‌بست خوردیم! (**۵۱۱** به **۷** بخش‌پذیر است). اما ناامید نشوید. با نگاه دوباره به عددهای به دست آمده، می‌توان حدس دیگری زد:

عدد $۲^n-۱$ برای ۷، ۵، ۳، n=۲ و برای ۱۰، ۹، ۸، ۶، ۴، n=۱ اول نیست.

بسیار خب! پس شاید با توجه به این دسته‌بندی بتوان گفت که اگر عددِ توان، یعنی n، اول باشد، $۲^n-۱$ نیز اول است و اگر عدد توان اول نباشد، $۲^n-۱$ نیز اول نیست. دوباره باید حدسمان را بررسی کنیم. شما در تساوی‌های زیر، جاهای خالی را پر کنید. از ماشین‌حسابتان کمک بگیرید.

$$۲^{۱۱}-۱=... \; ● \; ۲^{۱۲}-۱=... \; ● \; ۲^{۱۳}-۱=... \; ● \; ۲^{۱۴}-۱=... \; ● \; ۲^{۱۵}-۱=... \; ● \; ۲^{۱۶}-۱=...$$

با توجه به آنچه در بالا محاسبه کردید، می‌بینید که برای برخی از توان‌های اول، حاصل $۲^n-۱$ اول است و برای برخی از آن‌ها نه. اما چیزی که تا به اینجا مشاهده می‌شود، این است که برای توان‌هایی که اول نیستند، حاصل $۲^n-۱$ نیز اول نشده است. اکنون نوبت شماست. حدسمان را مبنی بر اینکه برای عددهای غیراول، حاصل $۲^n-۱$ اول نیست، بررسی کنید. اگر درست است، سعی کنید درستی آن را ثابت کنید و اگر نادرست است، حدس جدیدی بزنید. در مورد توان‌های اول چه می‌توان گفت؟ آیا می‌توانید بگویید برای کدام nهای اول، حاصل $۲^n-۱$ نیز اول است؟

لطفاً نتایج خود را برای ما نیز ارسال کنید. دوستان خوبم، اگر به دیدن نتایج بیشتری که ریاضی‌دان‌ها تاکنون در این مورد به دست آورده‌اند، علاقه‌مند هستید، «عددهای **مرسن**» را در کتاب‌ها، مقالات و یا اینترنت جست‌وجو کنید.

در جستجوی اعداد اول

به بند کشیدن مسئله

کلاس ریاضی آقای انسان‌دوست

هوشنگ شرقی

در میان همهمهٔ بچه‌ها و مثل همیشه آقای انسان‌دوست وارد کلاس شد و بعد از آرام کردن بچه‌ها گفت: «بچه‌ها امروز می‌خواهم در مورد موضوعی مهم در ریاضیات با شما صحبت کنم. **مدل‌سازی ریاضی** یعنی اینکه به یک مسئله که با کلمات بیان شده است، سر و شکلِ ریاضی بدهیم و آن را با رابطه‌هایی به زبان ریاضی بنویسیم تا بتوانیم با بررسی آن رابطه‌ها، مسئله را حل کنیم. مثلاً ممکن است به معادله‌هایی برسیم و با حل آن‌ها مسئله‌مان را حل کنیم. بیایید با یک نمونه شروع کنیم. در یک کارگاه صحافی ۹۲ برگ مقوای سفید و ۱۳۵ برگ مقوای رنگی بود. **رضا**، شاگرد صحافی، مشغول صحافی کتاب‌ها بود و برای صحافی هر کتاب یک مقوای سفید و یک مقوای رنگی مصرف می‌کرد. در بین کارش یک لحظه متوجه شد که تعداد مقواهای سفید باقی مانده نصف تعداد مقواهای رنگی است. او تا آن موقع چند کتاب را صحافی کرده بود؟» **سهراب** فوراً دستش را بلند کرد و گفت: «آقا کاری ندارد! تعداد مقواهای سفید را می‌گیریم x و تعداد مقواهای رنگی را می‌گیریم y و...» آقا با بلند کردن دستش سهراب را که بی‌وقفه صحبت می‌کرد، به آرامش دعوت کرد و گفت: «اجازه بدهید، این طوری نمی‌شود مسئله را حل کرد. یادتان باشد که همیشه ابتدا مسئله را خوب بخوانید. همیشه سعی کنید برای درک خوب مسئله، خودتان را در فضای مسئله بگذارید. فرض کنید خودتان شاگرد صحافی هستید. اول کار ۹۲ برگ مقوای سفید و ۱۳۵ برگ مقوای رنگی داشتید. بعد چند کتاب را صحافی کردید و باقی‌ماندهٔ تعداد مقواهای سفید نصف باقی‌ماندهٔ تعداد مقواهای رنگی بود. آنچه می‌خواهید تعداد کتاب‌هایی است که صحافی کرده‌اید. پس به‌عنوان اولین انتخاب تعداد کتاب‌ها را x بگیریم». بعد آقای انسان‌دوست روی تخته نوشت: x = تعداد کتاب‌های صحافی شده

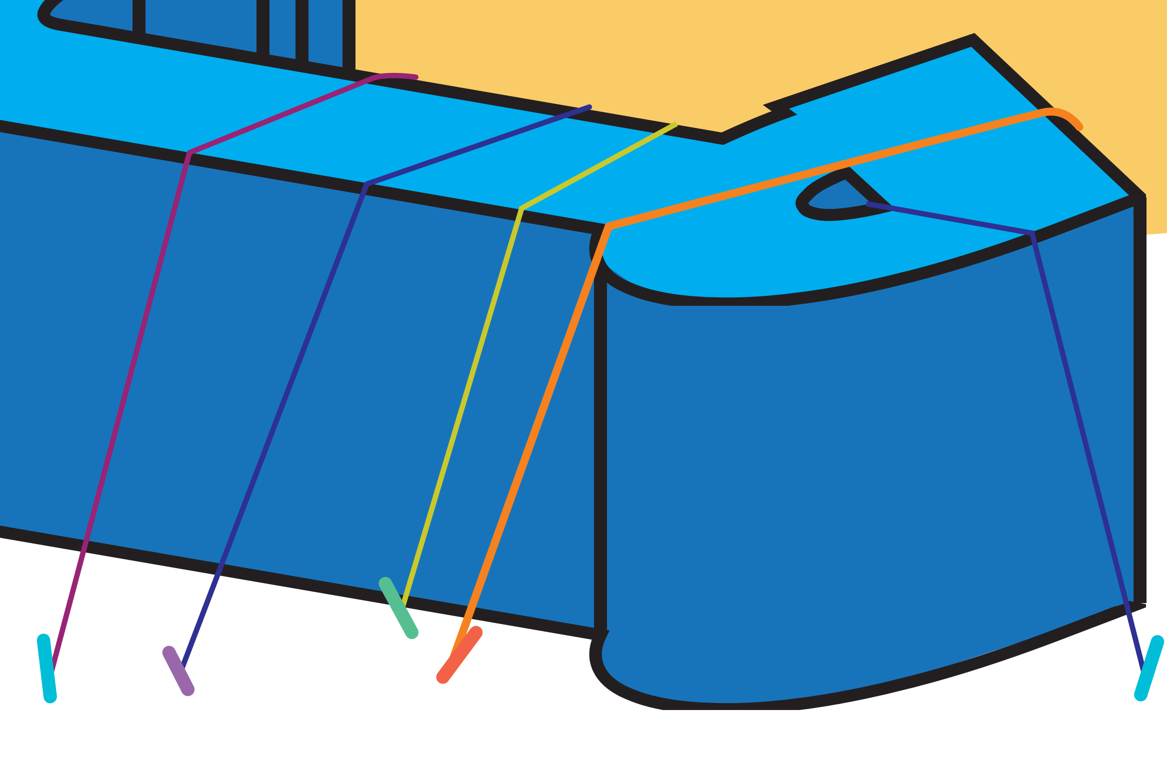
بعد رو به بچه‌ها گفت: «خب، اگر x کتاب صحافی شود، چند مقوای سفید و چند مقوای رنگی مصرف می‌شود؟» **بابک** گفت: «خب معلوم است آقا، هر کتاب یک مقوای سفید و یک مقوای رنگی می‌خواهد. سپس x کتاب، x مقوای سفید و x مقوای رنگی مصرف می‌کند». آقا گفت: «آفرین! سپس باقی‌ماندهٔ مقواها به راحتی به دست می‌آید». و روی تخته نوشت: x -۱۳۵ : باقی‌ماندهٔ مقواهای رنگی و x - ۹۲ : باقی‌ماندهٔ مقواهای سفید

بعد ادامه داد: «می‌دانیم تعداد مقواهای باقی‌ماندهٔ سفید، نصف تعداد مقواهای رنگی باقی مانده است؛ یعنی: $\frac{۱۳۵-x}{۲}=۹۲-x$ و بقیهٔ کار ساده است». و روی تخته نوشت:

$$۲(۹۲-x)=۱۳۵-x \Rightarrow ۱۸۴-۲x=۱۳۵-x$$

$$\Rightarrow ۱۸۴-۱۳۵=۲x-x \Rightarrow x=۴۹$$

آقا ادامه داد: «یعنی تا آن موقع ۴۹ کتاب صحافی شده است. بیاییم امتحان کنیم: بعد از صحافی ۴۹ کتاب، ۴۹ مقوای سفید و ۴۹ مقوای رنگی مصرف می‌شود. پس ۴۳ مقوای سفید و ۸۶ مقوای رنگی باقی می‌ماند



و تعداد مقواهای سفید باقی‌مانده نصف تعداد مقواهای رنگی باقی مانده است». بعد آقا رو به ما گفت: «حالا یک مسئلهٔ دیگر برایتان دارم و امیدوارم خودتان آن را حل کنید!» و روی تخته صورت مسئله را به این ترتیب نوشت: از یک خواهر و برادر پرسیدند: شما چند خواهر و برادر دارید؟ خواهر جواب داد: تعداد برادران من مساوی تعداد خواهرانم است. برادر پاسخ داد: تعداد برادران من نصف تعداد خواهرانم است. آن‌ها چند خواهر و برادر هستند؟» بچه‌ها مشغول نوشتن و کار کردن روی مسئله شدند. کمی بعد بابک دستش را بالا برد و گفت: «آقا فکر می‌کنم اینجا دیگر باید تعداد خواهرها را x و تعداد برادرها را y بگیریم. یعنی دو تا مجهول داریم». آقا گفت: «بله درست است، ولی دقت کنید که خود دختر و پسری که دارند جواب می‌دهند را هم در نظر بگیرید. درواقع می‌توانید تعداد دخترهای خانواده را x و تعداد پسرها را y بگیرید».

کمی بعد **افشین** دستش را بالا برد و گفت: «آقا من حل کردم، بیاییم پای تخته؟» با اجازهٔ آقا، افشین رفت پای تخته و این‌ها را نوشت: y : تعداد پسرها / x : تعداد دخترها

بعد گفت: «تعداد خواهران دختری که از او سؤال شده، x-1 است، چون خودش را باید از تعداد دخترها کم کنیم. ولی تعداد برادرانش همان y است. پس طبق گفتهٔ او: y=x-1 و تعداد برادران پسری که از او سؤال شده y-1 است، ولی تعداد خواهرانش x و طبق گفتهٔ او $y-۱=\frac{x}{۲}$. در نتیجه: $y=\frac{x}{۲}+۱$. پس:

$$y=x-۱,\ y=\frac{x}{۲}+۱\Rightarrow x-۱=\frac{x}{۲}+۱$$

$$\Rightarrow x-\frac{x}{۲}=۱+۱\Rightarrow \frac{x}{۲}=۲$$

$$\Rightarrow x=۴,\ y=۴-۱=۳$$

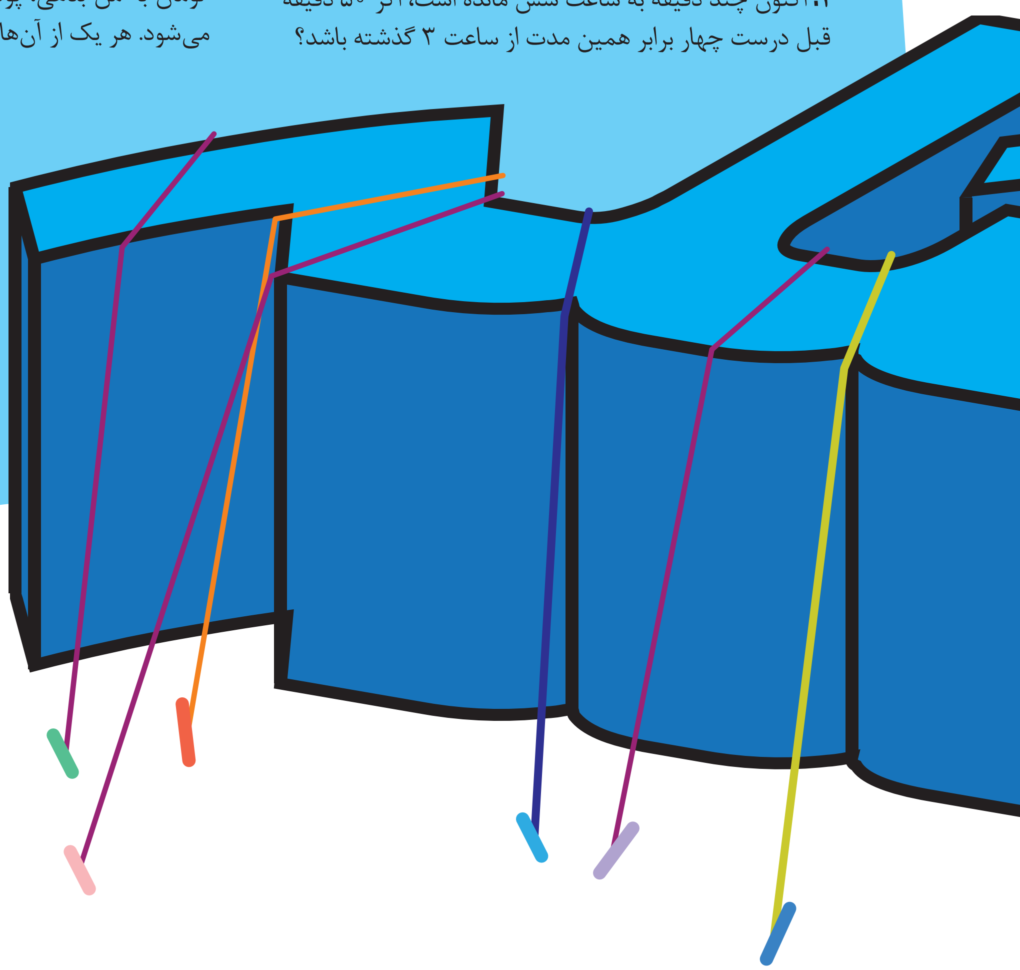
یعنی در این خانواده، سه پسر و چهار دختر وجود دارد».

بعد آقا این مسئله را هم برای کار بیشتر به ما داد:

۱. سن پدری سه برابر سن پسرش است. ۱۰ سال دیگر سن پدر دو برابر سن پسر می‌شود. پدر و پسر اکنون چند سال دارند؟

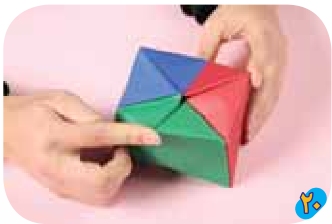
۲. اکنون چند دقیقه به ساعت شش مانده است، اگر ۵۰ دقیقهٔ قبل درست چهار برابر همین مدت از ساعت ۳ گذشته باشد؟

۳. بابک به رضا گفت: درست است که پول تو سه برابر پول من است، ولی اگر فقط ۱۰۰۰ تومان به من بدهی، پولت دو برابر پول من می‌شود. هر یک از آن‌ها چقدر پول دارند؟



هرم‌های چر

هرم یا چهاروجهی منتظم یکی از حجم‌هایی هســـت که همهٔ ما با آن آشنایی داریم و می‌دانیم که با استفاده از چهار مثلث متساوی‌الاضلاع می‌توانیم یک هرم بســـازیم. حالا با استفاده از هرم یک حجم هیجان‌انگیز می‌سازیم. برای ساخت هرم‌های چرخان باید مراحل زیر را با هم طی کنیم.



در انتهـــای این مراحل، تصویرهای شـــماره ۲۰ و ۲۱ حجم به دســـت آمده را نشان می‌دهند که می‌توانیم با چرخاندن آن حالت‌های مختلفی از این حجم را مشاهده کنیم.

این حجم از ترکیب سه برگه که هر کـــدام دو هرم ایجاد می‌کنند ســـاخته می‌شـــود. در مجموع این حجم شـــش هـــرم منتظم دارد. ســـاخت این حجم نسبت به آنچه در شماره‌های قبل آموخته‌اید، کمی پیچیده‌تر اســـت ولی تـــلاش کنید بـــه زحمتش می‌ارزد.

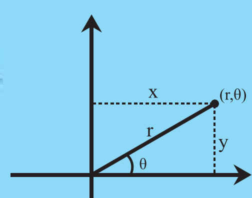
خان

پری حاجی‌خانی

ژما جواهری‌پور

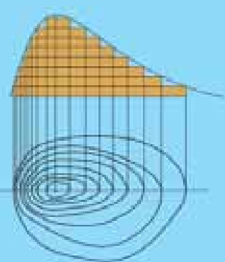
گل‌ها و درخت‌ها در صفحه x و y

شاید شما هم بارها دربارهٔ اهمیت پوشش گیاهی شنیده و یا خوانده باشید. آیا تا به حال به فضاهای سبز اطراف خود دقت کرده‌اید؟ آیا می‌دانید اهمیت این ریه‌های تنفسی در چیست؟ اگر شما در مناطق سرسبز شمال زندگی می‌کنید حتماً با جنگل‌های هیرکانی، این ذخیره‌گاه ارزشمند گیاهی آشنایی دارید و اگر در جنوب کشور زیبایمان زندگی می‌کنید شاید یک سفر دریایی در بین جنگل‌های حرا داشته‌اید. اگر زاگرس‌نشین هستید حتماً درختان زیبای بلوط را می‌شناسید. اگر در غرب



کشور هستید حتماً در دشت‌های غنی از گیاهان دارویی و کوهستانی این مناطق گردش نموده‌اید. اگر هم شهرنشین هستید لااقل یک بار به یکی از بوستان‌های نزدیک منزل خود سر زده‌اید. این‌ها همه و همه فضاهای سبز دوست‌داشتنی اطراف ما را تشکیل می‌دهد. پوشش‌های گیاهی علاوه بر تصفیه و تلطیف هوا، ذخایر ژنتیکی گیاهی بسیار گران‌بهایی نیز دارند. بدون این منابع گیاهی حیات سایر جانداران امکان‌پذیر نخواهد بود و همچنین حفظ ذخایر آب زیرزمینی را مدیون وجود این رویشگاه‌های گیاهی هستیم. با آغاز فصل بهار و رویش طبیعت اغلب خانواده‌های ایرانی به سراغ باغچه‌های خود می‌روند و گل‌های زینتی این فصل را می‌کارند. علاقه‌مندی به سبزی و آبادانی در بین ما ایرانیان ریشه اعتقادی و تاریخی دارد. امسال برای اینکه شما هم در حفاظت از محیط‌زیست خود نقش داشته باشید یک درخت بکارید و با دانش ریاضی که دارید، در بهسازی باغچه خانه‌تان کمک کنید. یک نقشه از باغچه تهیه کنید.

شما با دستگاه مختصات (y و x) آشنا شده‌اید و می‌توانید با نقطه‌یابی، موقعیت هر مکان را در دستگاه مختصات نشان دهید. پس ● محورهای مختصات را در یک صفحهٔ مدرج با یک مقیاس انتخابی رسم کنید. ● حال موقعیت هرکدام از درختان و گل‌های داخل باغچه را در این دستگاه مختصات نشان دهید. به این ترتیب فاصلهٔ بین گل‌ها هم قابل اندازه‌گیری است. ابتدا بر روی این دستگاه مختصات، نقطهٔ مورد نظر برای کاشت گل‌های جدید را مشخص کنید. توجه کنید که حتماً با تحقیق، میزان فضای مورد نیاز هر گیاه را در نظر بگیرید. ● شاید باغچهٔ خانهٔ شما مسطح نیست. باز هم ریاضی می‌تواند برای تهیهٔ نقشه به شما کمک کند. فرض کنید که در یک باغچه یک تپهٔ کوچک واقع شده باشد برای اینکه بتوانید این پستی و بلندی‌ها را هم در نقشه نشان دهید از مدل شکل زیر استفاده کنید؛ یعنی نقاط هم‌ارتفاع را بر روی یک منحنی نشان دهید. برای رسم این منحنی‌ها قوانین زیر را داریم:



● **قانون ۱:** هر خط حدفاصل (خط کنتور) نمایشگر خطوطی است که کاملاً هم‌ارتفاع هستند. ● **قانون ۲:** خطوط حدفاصل هیچ‌گاه با یکدیگر برخورد نمی‌کنند. ● **قانون ۳:** رفتن از یک خط حدفاصل به یک خط حدفاصل بالاتر، نشان‌دهندهٔ افزایش ارتفاع می‌باشد. ● **قانون ۴:** هر چقدر، خطوط حدفاصل به همدیگر نزدیک‌تر باشند، شیب زمین تندتر و هر چقدر فاصلهٔ این خطوط با همدیگر بیشتر باشد، شیب زمین ملایم‌تر است.

مسابقه!

جایزه بزرگ

در هفتمین مسابقه از سلسله مسابقات **ریاضیات و محیط زیست** مجله رشد برهان متوسطه اول، قصد داریم با شما، سراغ باغچه خانه خود یا یکی از اقوام برویم تا با دانش ریاضی خویش به هرچه زیباتر شدن آن کمک کنیم.

جدول زیر را تکمیل و همراه عکس باغچه و نقشه‌ها برای ما ارسال کنید و جایزه بگیرید.

مشخصات شرکت‌کننده در مسابقه	نام و نام خانوادگی	
	پایه تحصیلی	
	نام استان، شهرستان یا روستا	
	نام مدرسه، آدرس و تلفن	
	نام و شماره تماس رابط	
	نام گیاهان، نحوه نگهداری	
توضیحات نقشه	مقیاس	
	شرح جزئیات (نام گیاهان)	
	شرح مختصر از مراحل کار	

شرایط مسابقه

* یک نقشه از باغچه تهیه کنید و آن را در یک دستگاه مختصات مناسب با مقیاس مشخص نمایش دهید.
در این نقشه باید موقعیت هر کدام از درختان یا گل‌های باغچه یا سایر تزئینات (مانند سنگ‌فرش یا حوض یا ...) در مختصات مناسب به شکل درست توسط نقاط یا خطوط، نمایش داده شده باشد.
*اگر باغچه شما مسطح نیست، نقشه مناسب این سطوح هم‌ارتفاع را نیز جداگانه در دستگاه مختصاتی مانند دستگاه مختصات قبل، نشان دهید.
*عکس مناسب از نمای بالای باغچه‌ای که نقشه آن را کشیده‌اید، تهیه کنید.

* جدول را به‌صورت فایل «pdf» ذخیره کنید و از طریق «ایمیل» به دفتر مجله رشد برهان ریاضی متوسطه اول بفرستید: borhanmotevasetehi@roshdmag.ir
*در صورت نیاز، فایل «word» جدول را در وبلاگ اختصاصی مجله بیابید: weblog.roshdmag.ir/borhanrahnamaiee * مهلت ارسال پاسخ: ۱۳۹۷/۱/۳۰
علاوه بر سه دانش‌آموز برتر مسابقه، سه مدرسه به‌عنوان مدرسه‌های برتر کشور نیز انتخاب خواهند شد و از تمامی دانش‌آموزان شرکت‌کننده در این مسابقه از این مدرسه‌ها تقدیر به عمل خواهد آمد.

نظریه احتمال


۱


۲


۳


۴


۵

«نظریهٔ احتمال» شاخه‌ای از ریاضیات است که در آن اتفاق‌هایی که تصادفی هستند، تحلیل می‌شوند. آشنایی بشر با شانس و عدم قطعیت، تاریخچه‌ای به درازای تمدن بشریت دارد. شواهدی از بازی‌هایی که شانس در آن‌ها بسیار نقش دارد، از ۳۵۰۰ سال پیش در مصر باستان به دست آمده است. برخی آشنایی مردم با این بازی‌ها را به شش هزار سال قبل هم برمی‌گردانند.

بسیاری بر این باور هستند که منشأ علمی شدن احتمال، یافتن احتمال های بُرد و باخت در بازی‌های شانسی بوده است. درواقع با کارهای فرما و پاسکال در قرن هفدهم میلادی، روی مسئله‌ای که به «مسئلهٔ امتیازها» مشهور است، آغاز شده است. البته برخی محققان با مطالعهٔ تاریخچهٔ «مخاطره» (یا ریسک) دریافته‌اند که مسائل مشابهی در محاسبه‌های مربوط به تقسیم سهم در فسخ قراردادهای شراکتی وجود داشته است. بنابراین شاید مسائل مربوط به شراکت و بازرگانی، خیلی پیش از مسئلهٔ مشهور امتیازها، فکر عده‌ای را به موضوع شانس و احتمال به خود مشغول کرده بود و منشأ واقعی علم احتمال بوده است.

پس از آن در قرن هجَدهم نام ریاضی‌دانان بسیاری مانند یاکوب برنولی و آبراهام دموآور و کنت دو بوفون در شکل‌گیری و پیشرفت نظریهٔ احتمال به چشم می‌خورد. در نیمهٔ دوم سدهٔ نوزدهم، دانشمندان روسی تأثیر زیادی در پیشرفت نظریهٔ احتمال داشتند. چبیشف و شاگردانش، لیاپونوف و مارکوف از جملهٔ این افراد هستند. اما بالاخره در قرن بیستم ساختار اصل موضوعی احتمال بنا شد و در میان همهٔ افرادی که در این پیشرفت نقش داشتند، درخشان‌ترین نام در این عرصه، آندره کولموگروف روسی است که اصول موضوع احتمال را در کتابی به نام «مبانی نظریهٔ احتمال» در آلمان منتشر کرد.

امروزه نظریهٔ احتمال در رشته‌های گوناگون، مانند مهندسی‌ها، علوم مدیریت و حتی پزشکی و حقوق کاربرد بسیار دارد.

تصاویر: ۱/آندره کولموگروف ۲/یاکوب برنولی ۳/پافنوتی چبیشف ۴/آندره مارکوف ۵/الکساندر لیاپونوف

منابع:
۱. وب‌سایت دانشکدهٔ مهندسی برق دانشگاه صنعتی شریف.
۲. وب‌سایت سواد آماری.
۳. سایت ویکی‌پدیا.