وزارت آموزش و پرورش / سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی / دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی
دوره بیست‌وسوم/شماره ۹۵/بهمن ۱۳۹۶/ ۴۰صفحه/ ۱۱۰۰۰ ریال پیامک تحریریه: ۳۰۰۰۸۹۹۵۱۲
۵

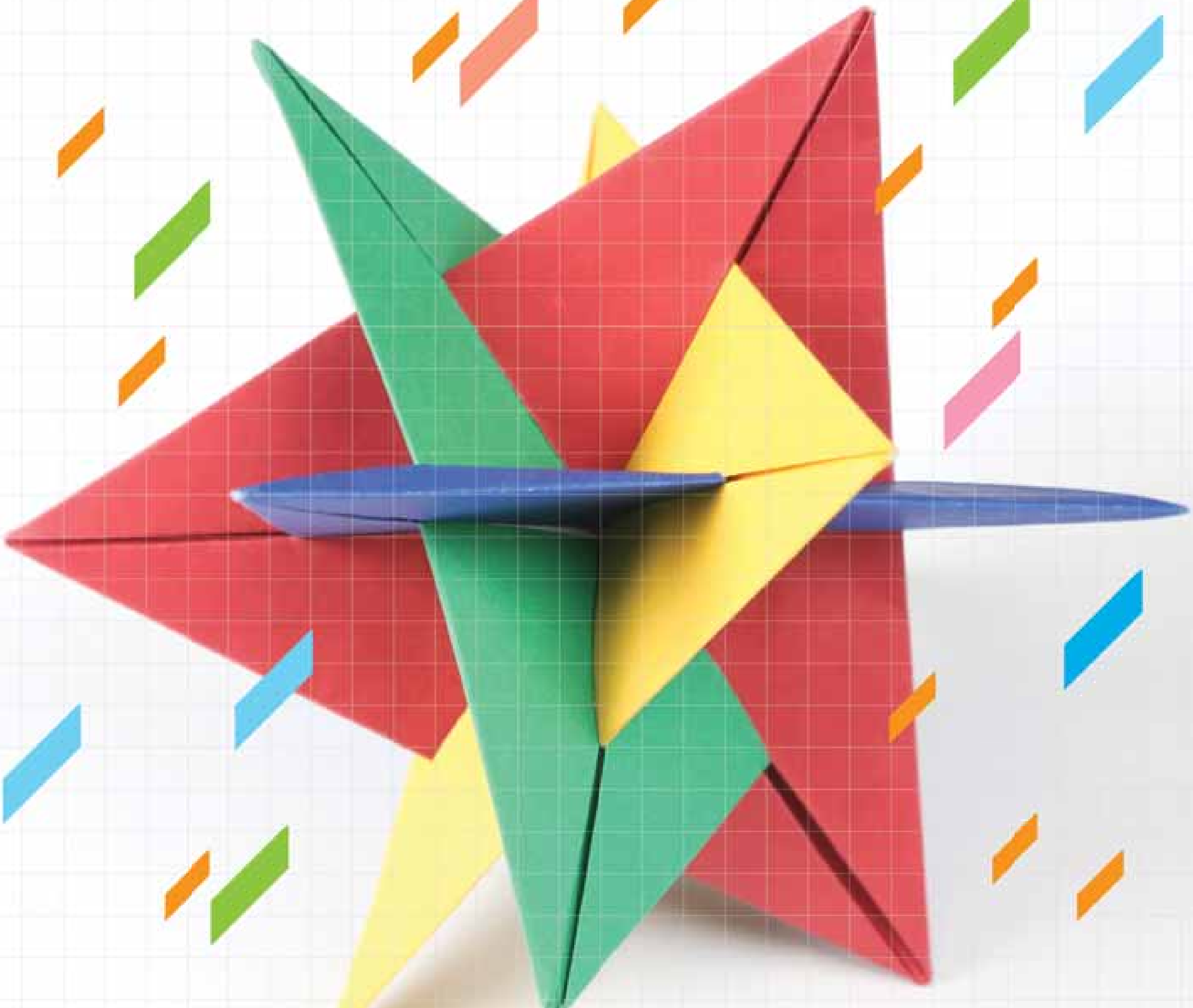
رشد
ماهنامه آموزشی، تحلیلی و اطلاع رسانی

برهان

ریاضی
برای دانش‌آموزان متوسطه اول

هنر کاغذ و تا

اوریگامی



هُوَ
الحسیب

ISSN:1735-4943
وزارت آموزش و پرورش /سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی /شرکت افست /دوره۲۳ /شماره۹۵
بهمن ۱۳۹۶ /برای دانش آموزان متوسطه اول/ ۴۰صفحه/ ۱۱۰۰۰ ریال
۵
رشد
ماهنامه آموزشی، تحلیلی و اطلاع رسانی

برهان ریاضی

نشانی دفتر مجله:
تهران، ایرانشهر شمالی، پلاک ۲۶۶ / تلفن: ۹-۸۸۸۳۱۱۶۱-۰۲۱ داخلی ۳۷۵
نمابر: ۸۸۴۹۰۳۱۶-۰۲۱ / صندوق پستی:۱۵۸۷۵/۶۵۸۶
تلفن پیامگیر نشریات رشد: ۸۸۳۰۱۴۸۲-۰۲۱
صندوق پستی امور مشترکین: ۱۵۸۷۵/۳۳۳۱ / تلفن امور مشترکین: ۸۸۸۶۷۳۰۸-۰۲۱
roshdmag: / وب‌گاه: www.roshdmag.ir / رایانامه: borhanmotevaseteh1@roshdmag.ir
وبلاگ اختصاصی مجله: weblog.roshdmag.ir/borhanrahnamaiee
شمارگان: ۱۸۰۰۰ نسخه

روی جلد: رنه دکارت
پشت جلد را نیز ببینید.

هیجان حل یک مسئله

دوست من،

آیا تا به حال از چیزی هیجان‌زده شده‌ای؟ چه چیزهایی برای تو هیجان‌انگیز هستند؟ **نیلوفر** و **هلیا** هم‌سن‌های تو هستند. آن‌ها امسال در پایهٔ نهم تحصیل می‌کنند. می‌توانی حدس بزنی آن‌ها از چه چیزی هیجان‌زده می‌شوند؟ هر وقت نیلوفر و هلیا با مسئله‌ای روبه‌رو می‌شوند که قدری برایشان دشوار است، هیجان‌زده می‌شوند و وقتی روی حل آن فکر می‌کنند و با تلاش و کمک، به راه‌حل آن پی می‌برند، هیجان بیشتری دارند. از پس یک مسئله بر آمدن برای آن‌ها بسیار هیجان‌انگیز و لذت‌بخش است. چند وقت پیش نامه‌ای از آن‌ها به دست ما رسید. آن‌ها در آن نامه راه‌حل یک مسئله دربارهٔ **غربال اعداد اول** را با دقت و انسجام بسیار برای ما نوشته بودند. در این شمارهٔ مجله، مطلب این دو دوست را در بخش «از میان نامه‌های شما» می‌بینید. راستش وقتی نامهٔ هلیا و نیلوفر به دستمان رسید، به یاد زمانی افتادم که **مریم میرزاخانی** دانش‌آموز بود؛ همان ریاضی‌دان بزرگی که متأسفانه از میان ما رفت. حل بعضی از مسئله‌های ریاضی، زمان و تمرکز زیادی لازم دارد. مریم برای حل مسائل ریاضی هیجان عجیبی داشت و مدت‌های طولانی روی حل یک مسئله فکر می‌کرد. او این ویژگی را در دوران دانش‌آموزی هم داشت. شاید یکی از عوامل موفقیت او برای گرفتن **جایزهٔ فیلدز**، همین پشتکار او در حل مسئله‌ها بود. همان‌طور که می‌دانید، جایزهٔ فیلدز باارزش‌ترین جایزه‌ای است که به ریاضی‌دانانی که سن آن‌ها کم‌تر از چهل سال است، داده می‌شود. حل مسئله در دنیای ریاضیات، برای بعضی از ما هیجان‌انگیز است. اگر تو هم از حل مسئله‌ای هیجان‌زده شدی، حتماً آن را با ما در میان بگذار تا با چاپ آن، بقیهٔ خوانندگان مجله هم در هیجان تو شریک شوند. منتظر نامه‌های شما هستم.

شاد و سربلند باشید/سردبیر

نوبل اقتصاد در دست ریاضی‌دانان

چگونه ریاضیات مالی به عنوان شاخه‌ای از ریاضیات به وجود آمد؟

● نازنین حسن‌نیا ● عکاس: شادی رضائی

شمردن یک کار ریاضی است. وقتی پول می‌شماریم، داریم کار ریاضی انجام می‌دهیم. اما وقتی صحبت از پول است، داریم از اقتصاد هم حرف می‌زنیم. ریاضیات و اقتصاد دو علمی هستند که امروزه خیلی به هم نزدیک شده‌اند. آن‌قدر نزدیک که تعدادی از جوایز نوبل اقتصاد را ریاضی‌دان‌ها گرفته‌اند. همان‌طور که ریاضیات به حل مسئله‌های اقتصاد کمک کرده، علم اقتصاد نیز به ایجاد شاخه‌ای در ریاضیات به نام ریاضیات مالی کمک کرده است. در گفت‌وگو با آقای دکتر داداشی، آقای دکتر صلواتی و آقای دکتر یزدانیان می‌خواهیم ببینیم چگونه این ارتباط بین دانش ریاضی و اقتصاد به‌وجود آمد.

پیدایش شاخه‌ای جدید در ریاضیات: ریاضیات مالی

● **برهان:** چه شد که سروکلهٔ ریاضی‌دان‌ها در اقتصاد پیدا شد؟ گویی علم اقتصاد برای پیشرفت خود به دانش ریاضی نیاز داشته است؟

■ **صلواتی:** در میان رشته‌های علوم‌انسانی، اقتصاد اولین رشته‌ای است که ریاضیات به‌طور جدی وارد آن شده است، مدتی حدود صد سال. در همین مدت کوتاه، پیشرفت‌های زیادی در علم اقتصاد به‌وجود آورده است تا آنجا که در سی سال گذشته، تعدادی از برندگان نوبلِ اقتصاد، ریاضی‌دان بوده‌اند.

■ **داداشی:** شروع ریاضیات مالی با کارهایی بود که **لوییز بَشلیه** در سال ۱۹۰۰ میلادی انجام داد. بازارهای مالی مثلِ بورس، بانک، و بیمه، تا آن زمان در دست سرمایه‌داران و بازاریان بود. بشلیه از روی کنجکاوی شخصی تصمیم گرفت برای پایان‌نامهٔ دکترایش یک کار آماری روی اعداد و ارقام بورس پاریس انجام دهد. او اعداد و ارقام بورس را جمع‌آوری و سعی کرد با کمک آمار و احتمال الگوهایی برای پیش‌بینی قیمت‌ها در آینده به‌دست آوَرَد. کار او آنقدر جدید و دور از ذهن بود که دیگران اصلاً از آن سردرنمی‌آوردند. به همین دلیل او نتوانست از پژوهش‌هایش دفاع کند. اما باعث شد مفاهیم جدیدی در ریاضیات به‌وجود آید. او مفاهیم تازه‌ای در ریاضی ایجاد کرد که با کمک آن‌ها بتواند تغییرات قیمت بورس و سایر ویژگی‌های بورس و بازارهای مالی را به زبان ریاضی بیان کند. به این‌ترتیب شاخه‌ای به اسم ریاضیات مالی، که قبلاً در ریاضیات وجود نداشت، متولد شد.

■ **یزدانیان:** عوامل متغیر بسیار زیادی بر بازارهای مالی به‌ویژه بازار سهام تأثیر می‌گذارد و اگر بخواهیم تغییرات قیمت سهام خاصی را در بورس بررسی کنیم، ابتدا باید ببینیم که چه متغیرها و عواملی بر قیمتِ این سهام اثرمی‌گذارند. برخی از این متغیرها برای ما ناشناخته است؛ بعضی را می‌توانیم شناسایی کنیم و اندازه بگیریم؛ و برخی دیگر هم هست که می‌شناسیم اما نمی‌توانیم اثرگذاری آن‌ها را اندازه‌گیری کنیم. مثلاً رئیس‌جمهور یک کشوری، در مورد یک موضوعی صحبت می‌کند و باعث تغییرات قیمت سهام می‌شود. آیا ما می‌توانیم این اثر را اندازه‌گیری کنیم؟ امروزه افرادی تلاش می‌کنند که بتوانند این اثرات را اندازه‌گیری کنند، اما هنوز روش مشخصی برای آن پیدا نشده است. گاهی وقت‌ها ممکن است بتوانیم متغیرها را شناسایی و اندازه‌گیری کنیم، ولی نتوانیم وارد مسئله بکنیم. زیرا پیچیدگی محاسبات این مسئله به قدری بالا می‌رود که شاید نتوانیم راه‌حلی برای جواب آن پیدا کنیم. اوایل قرن بیستم تلاش‌های جدی صورت گرفت تا بتوانیم هر آنچه که برای ما قابل شناسایی نیست و یا قابل اندازه‌گیری نیست و یا پیچیدگی‌هایی در حل مسئله ایجاد می‌کند، به شکل جدیدی وارد مسئله کنیم. به این‌ترتیب رشتهٔ ریاضیات مالی به‌وجود آمد. این همان فرایندهای تصادفی بود که دنیای مدل‌سازی پدیده‌ها را به سمت دنیای واقعی هدایت می‌کرد و پایه و اساسی قرار گرفت بر پاسخ

ریاضی‌دانان یا اقتصاددانانی که به دلیل کار علمی ریاضی، موفق به دریافت نوبل اقتصاد شده‌اند


1971: Simon Kuznets (1901-1985)


1972: Kenneth Arrow (1921-2017)


1975: Tjalling Koopmans (1910-1985)


1975: Leonid Kantorovich (1912-1986)


1983: **Gerard** Debreu (1921-2004)


1990: Harry M. Markowitz (1927- ...)


1994: John F. Nash (1928-2015)


1997: Robert C. Merton (1944- ...)

به سؤالات عمیقی که تا قبل از آن به صورت مبهم از کنار آن گذشته بودیم و بیشتر از هر جایی در اقتصاد و علم مالیه بروز پیدا کرد. به‌تدریج نظریات اقتصادی و مالی و به‌دنبال آن بازارهای مالی را دگرگون کرد و این چیزی نبود جز ریاضیات مالی.

■ **صلواتی:** صد سال قبل از بشیلیه، یک گیاه‌شناس به‌نام **رابرت براون** مشاهده کرده بود که وقتی دانه‌ای بسیار سبک مثل هاگ در آب می‌افتد، کاملاً تصادفی به اطراف حرکت می‌کند. یعنی حرکتی که انگار مطابق هیچ قانونی نیست و نمی‌توان حرکت این ذره را در لحظهٔ بعد پیش‌بینی کرد. او سعی کرد قانون جدیدی برای این حرکات به‌دست آورد. تلاش زیادی هم کرد و امروزه این نوع حرکات تصادفی را به نام او **حرکت براونی** می‌نامیم. اما هیچ ریاضیاتی در آن به‌وجود نیامد. اوایل قرن بیستم، **اینشتین** کارهای براون را ادامه داد و توانست معادلاتی پیدا کند که بعضی مسائل را حل می‌کرد. بعد از او ریاضی‌دانی به‌نام **وینر** روی این معادلات کار کرد. همانطور که گفته شد، بشیلیه اولین کسی بود که این رفتار تصادفی را در پدیده‌های مالی به کار برد. این ریاضیات جدید، برای بررسی خیلی از اتفاقات دیگر در دنیای فیزیک، مکانیک و علوم مهندسی نیز ابزار خوبی بود. در واقع کنجکاوی و ذکاوتی که یک ریاضی‌دان داشت باعث شد که یک تحول جدی صورت بگیرد.

ریاضیات به پیشرفت علوم دیگر کمک می‌کند!

● **برهان:** چه جالب! یعنی ریاضیات به علوم دیگر کمک می‌کند تا به سؤال‌هایشان پاسخ بدهند؛ و جالب‌تر این که سایر علوم هم با مسائل متنوعی که دارند باعث می‌شوند ریاضی‌دان‌ها دنبال روش‌ها و ابزار جدید حل مسئله باشند و به این ترتیب خودِ ریاضیات هم پیشرفت می‌کند.

■ **یزدانیان:** بله. به‌تازگی مقاله‌ای مربوط به پیش‌بینی قیمت زیتون و فراورده‌های آن در زمان یونان باستان خواندم که به تصادفی بودن بعضی عامل‌های مؤثر بر قیمت اشاره کرده بود. منتها آن موقع آن‌ها نمی‌توانستند آن را به دقت توصیف کنند و توضیح دهند. این مسئله حل نشده باقی ماند تا اینکه عاقبت **ریاضیات مالی** پایه‌گذاری شد. پیدایش این نظریات ریاضی‌دان‌ها را با چالش جدیدی مواجه می‌کرد، چون ریاضیاتی که تا آن‌وقت وجود داشت، برای حل مسائل این شاخهٔ جدید ریاضی کافی نبود. حسابانِ نیوتنی دیگر نمی‌توانست به آن‌ها پاسخ بدهد. ریاضی‌دانان تلاش کردند آنچه را که این علم جدید نیاز داشت بیافرینند. تا اینکه در اواسط قرن بیستم میلادی، **کیوشی ایتو** حسابانِ جدیدی به‌نام **حسابانِ تصادفیِ ایتو** را پایه‌گذاری کرد که سؤالات دنیای تصادفی را حل می‌کند. دانش ریاضیات به همین ترتیب توسعه پیدا می‌کند و پیش می‌رود. بعد از به‌وجود آمدن حسابانِ ایتو، **بِلَک** و **شولز**

بورس
بورس بازاری است سازمان‌دهی شده که در آن انواع اوراق بهادار(مانند سهام) و یا هر نوع کالای دیگری قیمت‌گذاری و خرید و فروش می‌شود، بنابراین دریک طبقه‌بندی کلی می‌توان آن را به بورس‌های کالایی و اوراق بهادار تقسیم کرد.

و **مِرتون** در سال ۱۹۷۳ مقاله‌ای را چاپ کردند که دربارهٔ بازنگری در ارزش‌گذاریِ یکی از ابزارهای پیشرفته و نوین مالی بود. بعد از حدود بیست سال کار مداوم در این حوزه، در سال ۱۹۹۷ آن‌ها موفق به دریافت جایزهٔ نوبل در اقتصاد شدند. این اتفاق مهمی بود که ریاضی‌دانان در سایر علوم وارد شوند و پیشرفت‌هایی در آن علوم ایجاد کنند. به نظر من اگر ریاضی‌دانان وارد علوم دیگر شوند، سرعت رشد و توسعهٔ آن علوم چند برابر می‌شود، چون به آن مدل می‌دهند. فرض کنید می‌خواهید ارتباط بین چیزی را با چیز دیگر پیدا کنید. اول بررسی می‌کنیم که آیا در حال تغییر هستند یا ثابت‌اند؟ اگر در حال تغییر بودند به آن‌ها متغیر می‌گوییم. سؤالی که بلافاصله پیش می‌آید این است که این متغیر از چه نوعی است؟ متغیر مستقل است یا وابسته است؟ متغیر پیوسته است یا گسسته؟ متغیر تصادفی است یا تعیّنی؟ حالا باید ببینیم ارتباط‌های شناخته شده بین آن متغیرها چیست؟ حالا باید این همه اطلاعات را مرتب و طبقه‌بندی کنید. ریاضیات برای یافتن آن ارتباط، ابزارهای بسیار متنوعی در اختیار شما می‌گذارد که هرکدام شاخه‌ای از ریاضیات هستند؛ مانند **گراف**، **ترکیبیات**، **احتمال**، **آمار**، **حسابان**، **معادلات** و ... .با این ابزارها می‌توانید مسائل را سریع‌تر از پیش حل کنید. حتی اگر مسئله‌ای را نتوانید با دانش امروز حل کنید، باز هم با استفاده از ریاضیات مشخص می‌شود که از چه راه‌هایی به جواب مسئله نمی‌رسید. اگر پدیده‌ها را قابل اندازه‌گیری نکنید و در قالب محاسبات نیاورید، مثل این است که برای محاسبات بسیار پیچیده به جای استفاده از ماشین‌حساب یا نرم‌افزارهای محاسباتی، محاسبات را دستی انجام بدهید. آن وقت خیلی کُند به نتیجه می‌رسید.

آینده، شغل و ریاضیات مالی!

صلواتی: یکی از جذابیت‌های رشتهٔ ریاضیاتِ مالی این است که در آن از رشته‌های مختلف ریاضی استفاده می‌شود البته پدیده‌های مالی خیلی قطعی نیستند. بنابراین برای بررسی آن‌ها باید از متغیرهای تصادفی استفاده کرد. این جاست که پای احتمال و فرآیندهای تصادفی به میان می‌آید. سؤالی که پیش می‌آید این است که تغییرات این متغیرها نسبت به زمان چگونه است؟ برای پاسخ این سؤال، آنالیزِ تصادفی لازم است. پس از آن باید معادلات تصادفی را حل کنید، بنابراین حسابان تصادفی لازم می‌شود. یعنی انگار ریاضیاتِ مالی دارد از تمام توان ریاضیات استفاده می‌کند. به همین دلیل ریاضیاتِ این شاخه بسیار غنی است. یعنی برای کسانی که به کار ریاضیِ خیلی تخصصی علاقه‌مند هستند، مسائل زیادی در این حوزه وجود دارد. برای افرادی هم که به کارهای کاربردی‌تر علاقه‌مند هستند و دوست دارند از ریاضی برای حل

بانک

نهادی اقتصادی است که وظیفه‌هایی چون تجهیز و توزیع اعتبارات، عملیات اعتباری، عملیات مالی، خرید و فروش ارز، نقل و انتقال وجوه، وصول مطالبات اسنادی و سود سهام مشتریان، پرداخت بدهی مشتریان، قبول امانات، نگه‌داری سهام و اوراق بهادار و اشیای قیمتی مشتریان، انجام وظیفه قیمومیت و وصایت برای مشتریان، انجام وکالت خرید یا فروش را بر عهده دارد.

ریاضی‌دانان یا اقتصاددانانی که به دلیل کار علمی ریاضی، موفق به دریافت نوبل اقتصاد شده‌اند

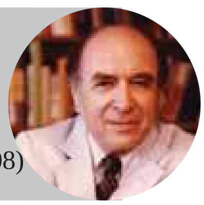

1997: Myron S. Scholes (1941- ...)


2003: Clive W. J. Granger (1934-2009)


2003: Robert F. Engle (1942- ...)


2005: Robert Aumann (1930- ...)


2005: Thomas Shelling (1921-2016)


2007: Leonid Hurwicz (1917-2008)


2012: Lloyd S. Shapley (1923-2016)


2016: Bengt Holmström (1949- ...)

دکتر حسن داداشی:
-متولد ۱۳۵۸
-کارشناسی و کارشناسی ارشد و دکترا: رشته ریاضی دانشگاه صنعتی شریف
-زمینه کاری: آنالیز تصادفی و ریاضیات مالی
- محل اشتغال: دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان

دکتر عرفان صلواتی:
-متولد ۱۳۶۵
-کارشناسی و کارشناسی ارشد و دکترا: رشته ریاضی دانشگاه صنعتی شریف
-زمینه کاری: معادلات دیفرانسیل تصادفی، ریاضیات مالی
-عضو هیئت علمی دانشگاه صنعتی امیرکبیر

دکتراحمدرضا یزدانیان:
- متولد : ۱۳۶۳
- دکترا: ریاضیات کاربردی- دانشگاه علم و صنعت ایران
- زمینه کاري: رياضيات مالي
- عضو هیأت علمی دانشگاه سمنان

بیمه

سازوکاری است که طی آن یک بیمه‌گر، بنا به ملاحظاتی تعهد می‌کند که زیان احتمالی یک بیمه‌گذار را در صورت وقوع یک حادثه در یک دورهٔ زمانی خاص، جبران نماید یا خدمات مشخصی را به وی ارائه دهد. بنابراین، بیمه یکی از روش‌های مقابله با ریسک است. به موجب قانون بیمه ایران، بیمه عبارت است از قراردادی که به موجب آن یک طرف (بیمه گر) تعهد می‌کند در ازای پرداخت وجه یا وجوهی از طرف دیگر (بیمه گذار) در صورت وقوع یا بروز حادثه خسارت وارده بر او را جبران نموده یا وجه معینی را بپردازد. متعهد را بیمه گر، طرف تعهد را بیمه گذار و وجهی را که بیمه گذار به بیمه‌گر می‌پردازد حق بیمه و آنچه را که بیمه می‌شود موضوع بیمه نامند.

مسائل دنیای واقعی استفاده کنند، در این شاخه مسائل بسیاری وجود دارد. می‌بینید که فرصت‌های بسیاری در ریاضیات مالی وجود دارد.

■ **داداشی:** جامعه به یک سری رشته‌ها نیاز روزمره دارد، مانند پزشکی یا مهندسی برق یا مهندسی مکانیک. ولی بعضی رشته‌ها بنیادین‌اند و مردم عادی به آن‌ها احساس نیاز نمی‌کنند.

به نظرم کسی که وارد این قبیل رشته‌ها می‌شود باید کمی حس کارآفرینی هم داشته باشد. فارغ‌التحصیلانی از این رشته که این حس را داشتند، توانستند ایده‌هایشان را در بازار کار مطرح کنند. و با دیده شدن استعدادشان در حل مسائل جدید، بازار به آن‌ها احساس نیاز بیشتری کرد. در نتیجه برای پروژه‌های بعدی‌شان احساس کردند که بدون این ریاضی‌دانان نمی‌توانند کارشان را به خوبی پیش ببرند و برای رسیدن به نتیجهٔ بهتر، راه را برای ورود ریاضی‌دان‌ها به عرصهٔ کارشان باز کردند.

● **برهان:** یعنی همان کاری که بشیلیه کرد و پا پیش گذاشت تا مسئله‌ای را در دنیای واقعی حل کند. آن‌وقت صنعت خودش به‌دنبال این افراد می‌آید تا آن‌ها را به‌عنوان مشاور و متخصص استخدام کنند.

■ **داداشی:** دقیقاً. البته عمر این رشته در کشور ما تنها ۵ سال است و حالا زمان می‌برد تا بتواند خودش را معرفی کند و جایگاه مناسبش را پیدا کند.

نویسنده: حسین شاه‌محمد
تصویرگر: رودابه خائف
ناشر: انتشارات فاطمی

معرفی کتاب

جعفر ربّانی

در این شماره از مجله کتابی را به شما معرفی می‌کنیم که می‌دانیم اگر به دستتان بیفتد، آن را برای همیشه نزد خود نگهداری خواهید کرد. نام کتاب عبارت طولانی «مترو تجریش، شربت سکنجبین، حلقهٔ نامزدی و ۱۴۲ معمای دیگر» است. همان‌طور که در تصویر روی جلد کتاب می‌بینید، ولی ما با همان اسم «۱۴۲ معمای دیگر» آن را می‌شناسیم.

حسین شاه‌محمد که اکنون دارای درجهٔ دکترای ریاضی است و در عالی‌ترین سطح در یکی از دانشگاه‌های آمریکا به تدریس اشتغال دارد، از سن ۱۱ سالگی به حل کردن معما و مخصوصاً معماهای ریاضی علاقه‌مند بوده است و حالا به توصیهٔ دکتر **مهدی بهزاد**، استاد نام‌دار ریاضیات در دانشگاه‌های ایرانی، به نوشتن این کتاب اقدام کرده است.

اجازه بدهید قبل از هر چیز خلاصهٔ معمای شربت سکنجبین را برای شما بگوییم و سپس به معرفی کتاب ادامه دهیم: پادشاهی می‌خواست از دست دو تا از وزیرانش خلاص شود. به همین دلیل در یک روز بهاری گرم آن دو را دعوت کرد و به‌عنوان پذیرایی دو ظرف شربت سکنجبین پر از یخ در مقابل آن‌ها قرار داد. وزیر اول فوراً ظرف را سر کشید، ولی وزیر دوم دقایقی بعد آن را نوشید. وزیر اول زنده ماند، اما وزیر دوم اندک اندک بی‌حال شد و به زودی مرد. چرا؟ کمی فکر کنید و جواب دهید. باز هم فکر کنید! نتوانستید؟! خودم می‌گویم: «ذرّات سم در داخل قالب‌های یخ بود!»

خب! این کتاب مجموعه‌ای از انواع معماها و سؤال‌های ریاضی، حل مسئله، اعداد، هندسه، قصه، تصویر، سرگرمی، هوش و... است؛ بعضی سخت و بعضی آسان. به معلمان ریاضی شما توصیه می‌کنیم از مدیر مدرسه بخواهند، از این کتاب تهیه کند و در اختیار معلمان بگذارد تا معلمان نیز هرازگاهی به یکی از شما دانش‌آموزان ریاضی‌دوست جایزه بدهند. از این مهم‌تر پیشنهاد می‌کنیم که معلمان ریاضی گاهی از این کتاب و کتاب‌های مشابه نیز سؤال طرح کنند. شرح بیشتری نمی‌دهیم. فقط در پایان صورت هفت معما از معماهای کتاب را ـ بدون پاسخ ـ برای شما می‌آوریم تا با محتوای کتاب بیشتر آشنا شوید:

- **مجید** در پارک دو دختربچه را می‌بیند که خیلی شبیه یکدیگرند او هنگام صحبت کردن با آن‌ها متوجه می‌شود که **نوشین** و **ندا** از یک مادر، در یک بیمارستان و با چند دقیقه اختلاف به دنیا آمده‌اند، ولی در کمال تعجب دوقلو هم نیستند. چرا؟
- عنکبوتی درون چاهی به عمق ۱۰ متر افتاد. او هر روز سه متر به بالا صعود می‌کرد و هر شب دو متر به پایین سُر می‌خورد. چند روز طول می‌کشد که عنکبوت از چاه بیرون بیاید؟
- اگر در یک مسابقهٔ دو ماراتن هزار نفری، از نفر سوم جلو بزنید، در همان لحظه نفر چندم هستید؟ اگر از نفر آخر جلو بزنید چطور؟
- نه سکه داریم که هشت تای آن‌ها هم‌وزن‌اند و نهمی کمی سنگین‌تر است. چگونه می‌توان فقط با دو بار وزن کردن با ترازویی دوکفه‌ای، سکهٔ سنگین‌تر را پیدا کرد؟
- دایره‌ای داده شده است. با استفاده از پرگار و خط‌کش که مدرّج نیست، چگونه می‌توان مرکز دایره را پیدا کرد؟
- **امیرحسام** دو تخته فرش خرید و پس از مدتی هرکدام را به مبلغ ۶۰۰۰۰ تومان فروخت. در این معامله روی فرش اول ۲۰ درصد سود و روی فرش دوم ۲۰ درصد ضرر کرد. آیا در این معامله سود کرده است یا ضرر؟
- دو پدر هرکدام با یکی از پسرانشان به سینما می‌روند، ولی فقط سه بلیت می‌خرند. چرا؟

گاهی برخی از مسافران هواپیما که از قبل بلیت سفرشان را خریده‌اند، به دلایلی مثل تغییر برنامهٔ سفرشان یا دیر رسیدن به پرواز، سوار هواپیما نمی‌شوند. منظورم مسافرانی هستند که تا لحظهٔ پرواز، بلیتشان را کنسل نکرده‌اند و جایشان در هواپیما خالی می‌ماند. برخی از شرکت‌های هواپیمایی بر حسب تجربه، تخمینی از درصد تعداد این مسافران دارند و با توجه به این تخمین، تعداد بیشتری بلیت می‌فروشند تا صندلی هواپیمایشان خالی نماند و درامد بیشتری حاصل شود. مثلاً این تخمین در یکی از شرکت‌های هواپیمایی ۱۰ درصد است. در این شرکت تصمیم بر این است که همیشه ۱۰ درصد بیشتر از ظرفیت هواپیما بلیت فروخته شود.

جدول ۱. درآمد حاصل از فروش بلیت بیشتر

تعداد بلیت‌های فروخته شده	۱۵۰	۱۵۱	۱۵۲	۱۵۳	۱۵۴	۱۵۵	۱۵۶	۱۵۷	۱۵۸	۱۵۹	۱۶۰	۱۶۱	۱۶۲	۱۶۳	۱۶۴	۱۶۵	۱۶۶
درآمد حاصل از فروش بلیت‌های بیشتر (برحسب میلیون تومان)	۰	۰/۳	۰/۶	۰/۹	۱/۲	۱/۵	۱/۸	۲/۱	۲/۴	۲/۷	۳	۳/۳	۳/۶	۳/۹	۴/۲	۴/۵	۴/۸

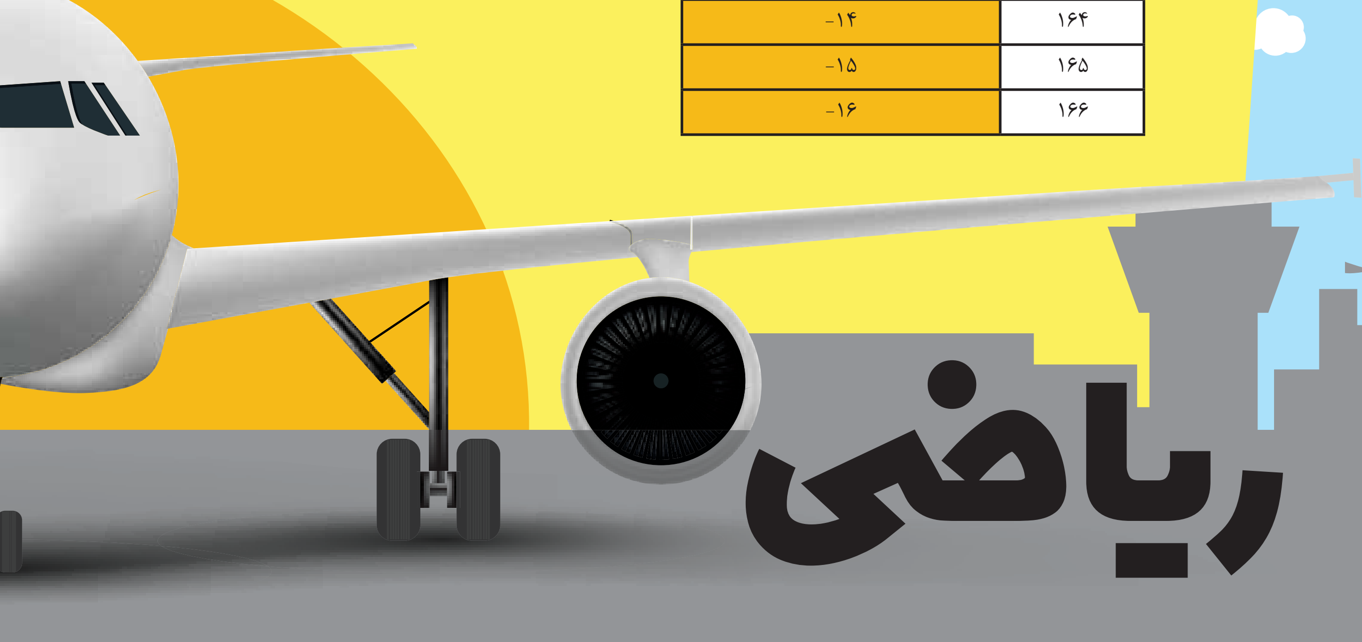
جدول ۲. درآمد حاصل از جریمه

مسافران حاضر	درآمد حاصل از جریمه‌ای که شرکت هواپیمایی باید در هر حالت پرداخت کند (بر حسب میلیون تومان)
۱۵۰	۰
۱۵۱	۱-
۱۵۲	۲-
۱۵۳	۳-
۱۵۴	۴-
۱۵۵	۵-
۱۵۶	۶-
۱۵۷	۷-
۱۵۸	۸-
۱۵۹	۹-
۱۶۰	۱۰-
۱۶۱	۱۱-
۱۶۲	۱۲-
۱۶۳	۱۳-
۱۶۴	۱۴-
۱۶۵	۱۵-
۱۶۶	۱۶-

بدین ترتیب، در این شرکت برای یک پرواز با هواپیمای بوئینگ ۷۳۷ که دارای ۱۵۰ نفر ظرفیت مسافر است، ۱۶۶ بلیت فروخته می‌شود. چون تخمین این است که ۱۰ درصد مسافران نمی‌آیند و ۱۴۹/۴=۰/۹×۱۶۶ از ۱۵۰ کمتر است.

اگر قیمت هر بلیت ۳۰۰ هزار تومان باشد، با این تصمیم یعنی فروختن ۱۶ بلیت بیشتر از ظرفیت هواپیما، تنها در یک پرواز درامد حاصل از فروش بلیت ۴۸۰۰۰۰۰=۳۰۰۰۰۰×۱۶ تومان بیشتر می‌شود.

اما اگر مسافران بیشتری برای سوار شدن به هواپیما بیایند، چه اتفاقی می‌افتد؟ برخی از آن‌ها نمی‌توانند سوار هواپیما شوند و از پرواز می‌مانند. قانون برای این موارد جریمه‌ای برای شرکت هواپیمایی در نظر گرفته است. یعنی اگر تعداد مسافرانی که برای سوار شدن به هواپیما آمده‌اند، از ظرفیت هواپیما بیشتر باشد، شرکت هواپیمایی باید به مسافرانی که از پرواز مانده‌اند، غرامت بپردازد. مثلاً یک میلیون تومان هزینهٔ غذا، اقامت و بلیت در پروازهای بعدی.



ریاضی

راستی چرا همهٔ درآمدها در این جدول کوچک‌تر از صفر هستند؟این جریمه‌ها یا به عبارت دیگر، این قانون تصمیم‌گیری را برای شرکت هواپیمایی سخت می‌کند. چون باید حساب کند، آیا می‌ارزد بلیت بیشتر از ظرفیت بفروشد یا نه. به جدول ۳ نگاه کنید. در هر خانه درامد اضافی شرکت با توجه به تعداد بلیت‌های فروخته شده و تعداد مسافران حاضر پای پرواز محاسبه شده است. برخی از درامدها در این جدول بزرگ‌تر از صفر هستند، یعنی مجموع درامد اضافی حاصل از فروش بلیت بیشتر و جریمه‌های حاصل از تعداد مسافران بیشتر پای پرواز، عددی بزرگ‌تر از صفر شده است. اما هنوز در خیلی حالت‌ها این حاصل از صفر کوچک‌تر است. اینجاست که تجربهٔ شرکت‌های هواپیمایی در تخمین درصد مسافرانی که به پرواز نمی‌رسند، می‌تواند به آن‌ها در تصمیم‌گیری دربارهٔ تعداد بلیت‌های اضافه‌ای که می‌فروشند، اهمیت پیدا می‌کند. اگر قرار بود شما تصمیم بگیرید که چند بلیت بیشتر از ظرفیت بفروشید چه می‌کردید؟

جدول ۳. درآمد اضافی که شرکت هواپیمایی در هر حالت به دست می‌آورد (بر حسب میلیون)

	تعداد بلیت‌های فروخته شده	۱۵۰	۱۵۱	۱۵۲	۱۵۳	۱۵۴	۱۵۵	۱۵۶	۱۵۷	۱۵۸	۱۵۹	۱۶۰	۱۶۱	۱۶۲	۱۶۳	۱۶۴	۱۶۵	۱۶۶
مسافران حاضر	+	۰	۰/۳	۰/۶	۰/۹	۱/۲	۱/۵	۱/۸	۲/۱	۲/۴	۲/۷	۳	۳/۳	۳/۶	۳/۹	۴/۲	۴/۵	۴/۸
۱۵۰	۰	۰	۰/۳	۰/۶	۰/۹	۱/۲	۱/۵	۱/۸	۲/۱	۲/۴	۲/۷	۳	۳/۳	۳/۶	۳/۹	۴/۲	۴/۵	۴/۸
۱۵۱	-۱		-۰/۷	-۰/۴	-۰/۱	۰/۲	۰/۵	۰/۸	۱/۱	۱/۴	۱/۷	۲	۲/۳	۲/۶	۲/۹	۳/۲	۳/۵	۳/۸
۱۵۲	-۲			-۱/۴	-۱/۱	-۰/۸	-۰/۵	-۰/۲	۰/۱	۰/۴	۰/۷	۱	۱/۳	۱/۶	۱/۹	۲/۲	۲/۵	۲/۸
۱۵۳	-۳				-۲/۱	-۱/۸	-۱/۵	-۱/۲	-۰/۹	-۰/۶	-۰/۳	۰	۰/۳	۰/۶	۰/۹	۱/۲	۱/۵	۱/۸
۱۵۴	-۴					-۲/۸	-۲/۵	-۲/۲	-۱/۹	-۱/۶	-۱/۳	-۱	-۰/۷	-۰/۴	-۰/۱	۰/۲	۰/۵	۰/۸
۱۵۵	-۵						-۳/۵	-۳/۲	-۲/۹	-۲/۶	-۲/۳	-۲	-۱/۷	-۱/۴	-۱/۱	-۰/۸	-۰/۵	-۰/۲
۱۵۶	-۶							-۴/۲	-۳/۹	-۳/۶	-۳/۳	-۳	-۲/۷	-۲/۴	-۲/۱	-۱/۸	-۱/۵	-۱/۲
۱۵۷	-۷								-۴/۹	-۴/۶	-۴/۳	-۴	-۳/۷	-۳/۴	-۳/۱	-۲/۸	-۲/۵	-۲/۲
۱۵۸	-۸									-۵/۶	-۵/۳	-۵	-۴/۷	-۴/۴	-۴/۱	-۳/۸	-۳/۵	-۳/۲
۱۵۹	-۹										-۶/۳	-۶	-۵/۷	-۵/۴	-۵/۱	-۴/۸	-۴/۵	-۴/۲
۱۶۰	-۱۰											-۷	-۶/۷	-۶/۴	-۶/۱	-۵/۸	-۵/۵	-۵/۲
۱۶۱	-۱۱												-۷/۷	-۷/۴	-۷/۱	-۶/۸	-۶/۵	-۶/۲
۱۶۲	-۱۲													-۸/۴	-۸/۱	-۷/۸	-۷/۵	-۷/۲
۱۶۳	-۱۳														-۹/۱	-۸/۸	-۸/۵	-۸/۲
۱۶۴	-۱۴															-۹/۸	-۹/۵	-۹/۲
۱۶۵	-۱۵																-۱۰/۵	-۱۰/۲
۱۶۶	-۱۶																	-۱۱/۲

عدد این خانهٔ جدول را شما تحلیل کنید

در این حالت ۱۵۳ بلیت فروخته شده و ۰/۹ میلیون تومان بابت ۳ بلیت بیشتر از ظرفیت دریافت شده است. از طرفی فقط ۱۵۰ مسافر مراجعه کرده‌اند و جریمه‌ای پرداخت نشده است. پس درآمد اضافی برابر ۰+۰/۹ شده است.

در حالتی که ۱۶۴ بلیت فروخته شده، ۴/۲ میلیون تومان بابت ۱۴ بلیت بیشتر از ظرفیت دریافت شده است. از طرفی اگر ۱۶۱ مسافر مراجعه کرده باشند، جریمه‌ای برابر ۱۱ میلیون بابت یازده نفر اضافه بر ۱۵۰ نفر ظرفیت پرداخت شده است. پس درآمد اضافی برابر ۶/۸- = (۱۱-)+۴/۲ شده است.

زهره پندی

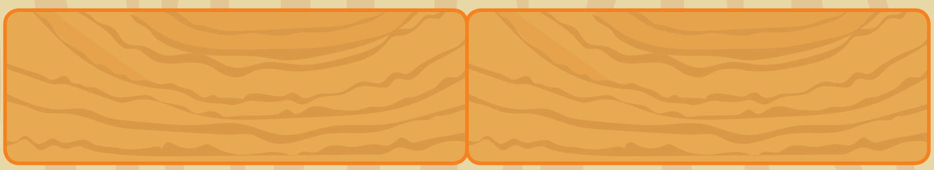
در شرکت هواپیمایی

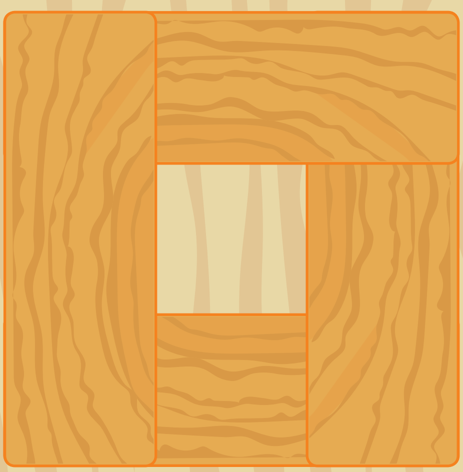
آخرش

محدثه کشاورز اصلانی

بگذارید حرفم را با یک سـؤال خیلی ساده و بدیهی شروع کنم: «من یک تکه چوب بزرگ دارم و تعدادی چوب کوچک به طول نصف آن. اگر بخواهم با کنار هم گذاشتن این چوب‌های کوچک، طولی به اندازهٔ چوب بزرگم درست کنم، به چند قطعه چوب احتیاج دارم؟»

خب من از اول هم گفتم که پاسخ خیلی ساده است. با کنار هم گذاشتن دو قطعه چوب کوچک، می‌توانم طولی به اندازهٔ یک قطعه چوب بزرگ درست کنم.





احتمالاً پاسخ سـؤال بعدی هم باید همین‌قدر ساده باشـد. فرض کنید که من با چوب بزرگ یک مربع درست کرده‌ام (شکل صفحهٔ مقابل). ضمناً من تعـدادی مربع هم با ضلعی به اندازهٔ چوب کوچک دارم، به شکل روبه‌رو:

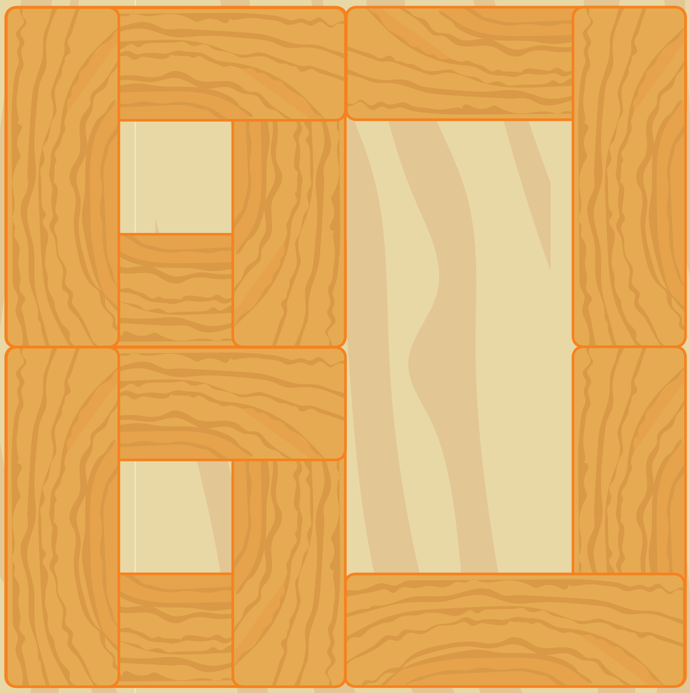
آیا می‌توانم با دو مربع کوچک کل مربع بزرگ را بپوشانم؟

خب از روی شـکل پیداست که دو مربع کافی نیست و به چهار مربع کوچک احتیاج داریم.

این بار تصور کنید با چوب‌های کوچک و بزرگ، تعدادی مکعب ساخته‌ایم.

سؤال این است که برای پر کردن حجم مکعب

چندتا؟



بزرگ به چند مکعب کوچک احتیاج داریم؟
اگر کمی خوب تجسم کنید متوجه می‌شوید که دو ردیف مکعب باید روی هم بچینیم که در هر ردیف، چهار مکعب قرار دارد. پس در کل به هشت مکعب احتیاج داریم!

بیایید از این مکعب‌ها کمک بگیریم و به سراغ واحدهای اندازه‌گیری برویم. شاید بتوانیم از عددهای عجیب و طولانی مربوط به تبدیل واحدها سر در بیاوریم. ۱ متر با ۱۰۰ سانتی‌متر برابر است. یعنی اگر ۱ متر را به ۱۰۰ قسمت مساوی تقسیم کنیم، هرکدام از قسمت‌ها یک سانتی‌متر هستند. حالا به ۱ متر مربع نگاه کنیم. ۱ متر مربع، مربعی است به طول ضلع ۱ متر. من اضلاع این مربع را به ۱۰۰ قسمت مساوی تقسیم می‌کنم. طول ضلع هرکدام از مربع‌های کوچک، ۱ سانتی‌متر است. پس مساحت هرکدامشان ۱ سانتی‌متر مربع است. اما نکتهٔ مفید برای حل مسئله‌های تبدیل واحد این است که بدانیم چند تا از این مربع‌ها داخل یک مربع ۱ متر مربعی جا شده است؟

خوب که فکر کنید، می‌فهمید داخل مربع ۱ مترمربعی، ۱۰۰ ردیف ۱۰۰ تایی مربع کوچک هست. پس پاسخ به این سؤال سخت نیست:

$$\mathbf{1m^2=100cm * 100cm=10000cm^2}$$

همین کار را برای یک مکعب ۱×۱×۱ متری هم می‌توانیم انجام دهیم. بگویید داخل این مکعب ۱ متر مکعبی چند تا مکعب کوچک ۱ سانتی‌متر مکعبی جا می‌شود؟

برای پاسخ به این سؤال، به این فکر کنید که کف مکعب، ۱۰۰۰۰ قسمت شده است و ۱۰۰ ردیف به این شکل روی هم قرار گرفته است.

گل‌زن‌ترین فوتبالیست‌های ملی ایران

جعفر اسدی گرمارودی

در نمودار زیر، تعداد گل زدهٔ شش گل‌زن برتر تاریخ فوتبال ایران را مقایسه کرده‌ایم:

روشن است **علی دایی** با اختلاف قابل توجهی نسبت به بقیه بیشترین تعداد گل تاریخ ایران را به ثمر رسانده است. آیا برداشت ما از این نمودار که بیشترین گلِ زده را نشان می‌دهد، می‌تواند تغییر کند؟ کمی فکر کنیم ببینیم چه اطلاعاتی می‌تواند این موضوع را به چالش بکشـــاند. بیایید تعداد بازی هر بازیکن را نیز به اطلاعاتمان اضافه کنیم و آن را بررسی کنیم. به جدول ۱ توجه کنید.

	گل ملی	تعداد بازی
علی دایی	۱۰۹	۱۴۹
سردار آزمون	۲۲	۲۹

جدول ۱. مقایسهٔ تعداد گل ملی و تعداد بازی‌های علی دایی و سردار آزمون

حالا چگونه ۱۰۹ گل در ۱۴۹ بازی را با ۲۲ گل در ۲۹ بازی مقایسه کنیم و تفاوت آن‌ها را نمایش دهیم؟ در اینجا ریاضی به کمک می‌آید و دانش مورد نیاز میانگین است. یک ستون به نام میانگین به جدول ۱ اضافه می‌کنیم. سپس تعداد گل‌ها را بر تعداد بازی‌ها تقسیم می‌کنیم تا میانگین گل زده در یک بازی به دست آید.

جدول ۲. مقایسهٔ سردار آزمون و علی دایی براساس میانگین گل زده

	گل ملی	تعداد بازی	میانگین گل زده
علی دایی	۱۰۹	۱۴۹	٪۷۳
سردار آزمون	۲۲	۲۹	٪۷۶

میانگین گل زده، سردار آزمون را در وضعیت بهتری قرار می‌دهد. در جدول ۳، بهترین گل‌زنان تاریخ فوتبال ایران را براساس تعداد گل زده مرتب کرده‌ایم و میانگین گل زده در هر مسابقه را نیز در جدول آورده‌ایم. می‌توانیم این جدول را براساس میانگین مرتب کنیم و سپس بازیکنان را مقایسه کنیم (این کار را بر عهدهٔ شما خوانندگان می‌گذاریم).

جدول ۳. بهترین گل‌زنان تاریخ ایران*

نام بازیکن	گل ملی	تعداد بازی	میانگین گل زده در هر بازی
علی دایی	۱۰۹	۱۴۹	۰/۷۳
کریم باقری	۵۰	۸۷	۰/۵۷
جواد نکونام	۳۹	۱۵۱	۰/۲۶
علی کریمی	۳۸	۱۲۷	۰/۳
سردار آزمون	۲۲	۲۹	۰/۷۶
غلامحسین مظلومی	۱۹	۴۰	۰/۴۸
همایون بهزادی	۱۹	۳۵	۰/۵۴
فرشاد پیوس	۱۸	۳۴	۰/۵۳
وحید هاشمیان	۱۵	۵۰	۰/۳

پی‌نوشت:

* برای تهیهٔ این جدول حداقل ۱۵ گل ملی و حداقل ۱۰ بازی ملی ملاک قرار گرفته است.

* این آمار تا پایان بازی ایران و روسیه در تاریخ ۱۸ مهر ۹۶ استخراج شده است.

ریاضیات و مشاغل

داود معصومی مهوار

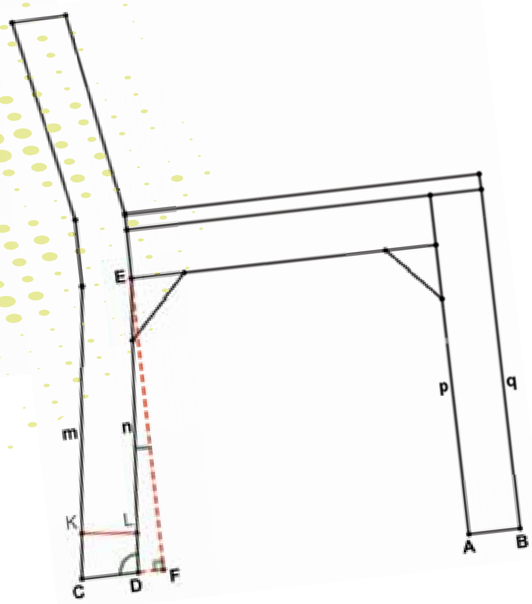
کجی که نمی‌افتد

در کارگاه نجّاری استاد بغدادی یک صندلی زیبا هست که کار خود او است. ببینید.

اگر خوب به شـکل نگاه کنید می‌بینیـد که پایه‌های این صندلـی کمی با هم فرق دارند. پایهٔ جلویی عمود به زمین ایستاده است. ولی سه تا پایهٔ دیگر، همگی اریب کار گذاشته شده‌اند.

دو عکس زیر از نزدیک‌تر گرفته شده‌اند تا بهتر ببینید.

در شکل زیر تنها دو پایه کشیده شده است و نام‌گذاری به کمک آمده است.



از آقای بغدادی پرسیدیم که او چگونه این برش‌ها را محاسبه کرده است. استاد گفت که یک بار با دقت و به کمک ابزارهای اندازه‌گیری یک الگو می‌بُرم و بقیهٔ پایه‌ها را بدون محاسبه و تنها به کمک الگو می‌بُرم.

پایهٔ جلویی کاملاً عمود به زمین طراحی شده است. پس خط AB در آن باید عمود به لبه‌های پایه یعنی خط p یا خط q بریده شود. اما در پایهٔ پشتی لبه‌های پایه یعنی خط‌های m و n با خط عمود بر زمین یعنی خط EF کمی زاویه دارند. در شکل این زاویه نام دارد. پس می‌بینید که لبهٔ پایینی این پایه هم باید کمی زاویه‌دار بریده شود. راستای عمود به لبه‌ها موازی KL است. اگر لبه‌ی پایینی پایه موازی با KL بریده شود، تمام لبه روی زمین قرار نخواهد گرفت و صندلی بد خواهد ایستاد. پس باید زاویه به درستی اندازه‌گیری و بریده شود. این زاویه در مثلّث DEF زاویهٔ خارجی است. پس چنین محاسبه می‌شود:

CDE=DFE+DEF=۹۰°+DEF

پس کار ساده شد. اگر پایه را نسبت به خط عمود با زاویهٔ مثلاً ۱۰ درجه ببریم، لبهٔ پایه را باید با زاویهٔ ۱۰۰ درجه نسبت به لبهٔ n ببریم.

توجّه کنید که همین مطلب را به کمک قضیهٔ خط‌های موازی و مورب نیز می‌شد فهمید. شما بگویید چه جوری؟

برای محکم شدن مفصل‌ها دو تکه مثلث بین پایه و کفی صندلی بریده شده است. این مثلث برای پایهٔ جلویی قائم‌الزاویه است. ولی برای پایهٔ پشتی باید با زاویهٔ ۱۰۰ درجه بریده شود.

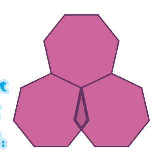
موضوع جالب‌تری هم هست. دو تا پایهٔ کناری هم اریب کار شده‌اند. و محاسبات و برش آن‌ها هیچ فرقی با پایهٔ پشتی ندارد. زیرا کفی صندلی دایره شکل است و هیچ کجای آن فرقی با قسمت‌های دیگرش ندارد. حتی می‌شد برای صندلی پایه‌های اریب دیگری نیز با همین محاسبات برید و در هر جای دلخواه صندلی کار گذاشت.

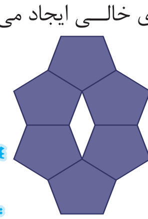
کاشی‌های جادویی

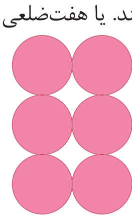
سیدمهدی بشارت

چیست این سقف بلند استاده بسیار نقش
زین معما هیچ دانا در جهان آگاه نیست

وقتی در ایوان مسجد، زیر سقف بلند بسیار نقش آن می‌ایستی، کبوتر روحت به سوی مُقَرنَس‌ها پر می‌کشد و آن‌گاه که به کاشی‌کاری‌های خوش‌رنگ لاجوردی نگاه می‌کنی، احساسی سرشار از معنویت و آرامش سراسر وجودت را پر می‌کند؛ گویی هنرمند، آسمان را با همهٔ عظمتش بر دیوارها و سقف‌ها روایت کرده و فضای رازآلود آن را با کاشی‌های فیروزه‌ای بازآفرینی کرده است. ما در این نوشتار از دنیای وسیع هنر و هندسه کاشی‌کاری، فقط می‌خواهیم یک گام ابتدایی و کوچک برداریم و آن اینکه یاد بگیریم چگونه می‌توانیم شکلی بکشیم که قابل کاشی‌کاری باشد، یعنی از کنار هم گذاشتن آن‌ها سطح پوشانده شود، بدون آنکه گوشه‌ای خالی بماند یا روی هم برود. مثلاً می‌دانیم مربع یا مستطیل این ویژگی را دارد. یا مثلاً همه شما لانه زنبور را دیده‌اید. شش‌ضلعی‌های منتظم، با عسل‌های خوشمزه! اما شکل‌هایی هم هستند که این قابلیت را ندارند. مانند دایره، یا پنج‌ضلعی منتظم، که فضای خالی ایجاد می‌کنند. یا هفت‌ضلعی منتظم که روی هم می‌رود.


تصویر ۱


تصویر ۲


تصویر ۳

به ایجاد شکل‌هایی که سطح را کاملاً می‌پوشانند و فضای خالی ایجاد نمی‌کنند یا روی هم نمی‌روند، کاشی‌کاری[1] می‌گویند.

با جئوجبرا

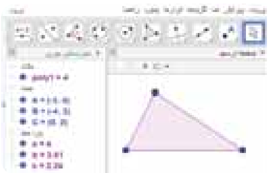
می‌خواهیم بقیهٔ کار را با نرم‌افزار جئوجبرا انجام دهیم:

- این برنامه را می‌توانید از سایت «Geogebra.org» به رایگان دریافت کنید. جئوجبرا نسخه‌های متفاوتی برای ویندوز و اندروید دارد که ظاهرهای متفاوتی دارند. توضیحات ما براساس نسخهٔ ویندوز «Geogebra Classic» است.

فعالیت اول: آیا همهٔ کاشی‌های مثلثی سطح را می‌پوشانند؟

۱ محورهای مختصات و خطوط شبکه را پنهان کنید.

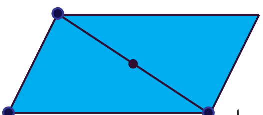
۲ به منوی **گزینه‌ها**[2] بروید. **نام‌گذاری**[3] را انتخاب کنید و «برای هیچ‌کدام از اشیای جدید»[4] را بزنید.


تصویر ۴

۳ ابزار **چندضلعی**[5] (ستون پنجم، آیکون اول) را انتخاب کنید. روی سه نقطهٔ متفاوت در صفحه ترسیم کلیک کنید و در آخر روی نقطهٔ اول مجدداً کلیک کنید تا مثلث ABC ایجاد شود. (تصویر ٤). مشاهده می‌شود که در پنجره عبارات جبری، در مقابل هر نقطه مختصات آن و همچنین طول پاره‌خط‌ها و مساحت مثلث نوشته شده است.

۴ ابزار **نقطهٔ میانی**[6] (ستون دوم، آیکون پنجم) را انتخاب کنید و روی پاره‌خط AC (یا روی نقاط A و C) کلیک کنید تا نقطهٔ D وسط پاره‌خط AC ایجاد شود. رنگ این نقطه سیاه خواهد بود.

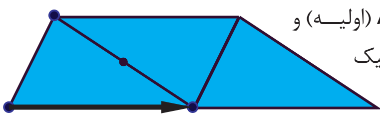
۵ ابزار **دوران**[7] (ستون نهم، آیکون چهارم) را انتخاب کنید. آن‌گاه ابتدا روی مثلث و سپس روی نقطهٔ D کلیک کنید. یک پنجرهٔ محاوره‌ای برای تعیین زاویهٔ دوران باز می‌شود. زاویهٔ ۱۸۰ درجه را وارد کنید و دکمهٔ «قبول» را بزنید. (تصویر ٥)


تصویر ۵

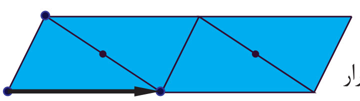
به این ترتیب شما مثلث ABC را ۱۸۰ درجه حول D (وسط ضلع AC) دوران داده‌اید و مثلث A'B'C' به وجود آمده است.

۶ ابزار «**بردار بین دو نقطه**»[8] (ستون سوم، آیکون ششم) را انتخاب کنید و روی نقطهٔ B و سپس C بزنید تا بردار $\overrightarrow{BC}$ ایجاد شود.

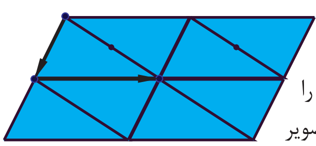
۷ ابزار «**انتقال**»[9] (ستون نهم، آیکون پنجم) را انتخاب کنید و روی مثلث ABC (اولیه) و سپس روی بردار کلیک کنید تا مثلث $A_1'B_1'C_1'$ ایجاد شود. به این ترتیب شما مثلث ABC را با بردار $\overrightarrow{BC}$ انتقال داده‌اید. (تصویر ٦)

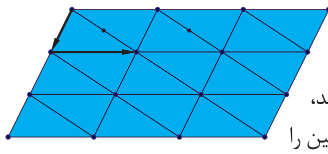

تصویر ۶

۸ مرحله‌های ۴ و ۵ را برای سومین مثلث تکرار کنید تا (تصویر ۷) ایجاد شود.


تصویر ۷

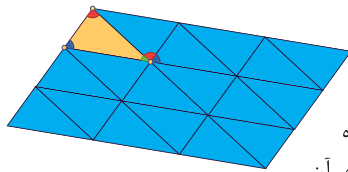
۹ مطابق مرحله ۶ بردار $\overrightarrow{AB}$ را نیز ایجاد کنید و مانند مرحله ۷ تمام مثلث‌ها را با بردار $\overrightarrow{AB}$ انتقال دهید تا تصویر ۸ ایجاد شود.


تصویر ۸



۱۰ همهٔ مثلث‌های سمت راست را دوباره با بردار $\overrightarrow{BC}$ انتقال دهید، سپس همهٔ مثلث‌های پایین را دوباره با بردار $\overrightarrow{AB}$ انتقال دهید تا تصویر ۹ ایجاد شود. به این ترتیب شما ۱۸ مثلث دارید که مشاهده می‌کنید سطح را پوشانده‌اند. با همین روش می‌توانید تعداد مثلث‌ها را افزایش دهید.

تصویر ۹



۱۱ در پنجرهٔ عبارت‌های جبری در کنار هر شیء، یک دایره وجود دارد که وقتی روی آن کلیک کنید به دایرهٔ توخالی تبدیل می‌شود و آن شیء از صفحهٔ ترسیم پنهان می‌شود. دقت کنید که این شیء وجود دارد، فقط دیده نمی‌شود. حالا همهٔ بردارها و همهٔ نقاط به جز A، B و C را پنهان کنید. همهٔ مثلث‌ها به مثلث اولیه وصل هستند، رنگ این مثلث را تغییر دهید تا معلوم شود مثلث اصلی است.

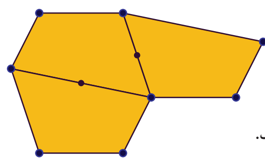
تصویر ۱۰

۱۲ ابزار «**جابه‌جایی**»[10] (ستون اول، آیکون اول) را انتخاب کنید و نقاط A، B و C را با موس جابه‌جا کنید. چه اتفاقی می‌افتد؟

● **آیا می‌توان نتیجه گرفت هر مثلثی می‌تواند سطح را بپوشاند؟** ● **آیا می‌توان نشان داد که مجموع زوایای مثلث ۱۸۰ درجه است؟** به رنگ زاویه‌ها در تصویر ۱۰ توجه کنید.

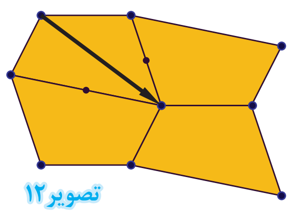
فعالیت دوم: آیا همهٔ چهارضلعی‌ها سطح را می‌پوشانند؟

۱ از منوی «**پرونده**»[11]، یک «**پنجرهٔ جدید**»[12] باز کنید (یا Ctrl+n را بزنید). خط‌های شبکه و محورهای مختصات را پنهان کنید و نام‌گذاری را «برای هیچ‌کدام از اشیای جدید» قرار دهید.



تصویر ۱۱

۲ با ابزار چندضلعی یک چهارضلعی ایجاد کنید (ترجیحاً مربع یا مستطیل نباشد). نام آن ABCD خواهد بود.

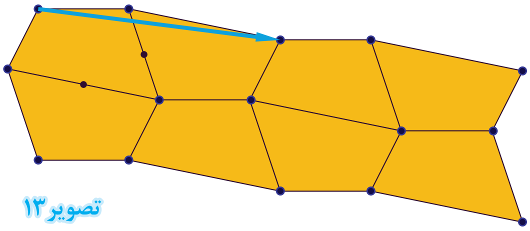


تصویر ۱۲

۳ با دوران این چهارضلعی حول وسط دو تا از اضلاع تصویر ۱۱ را ایجاد کنید.

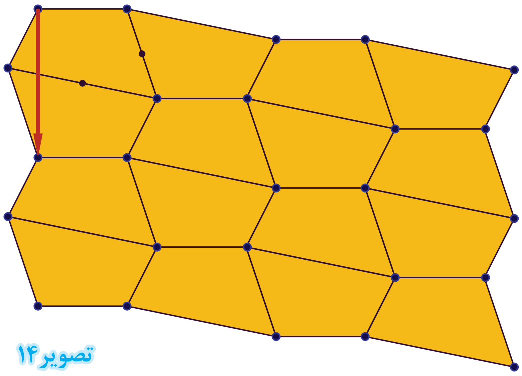
۴ بردار قطر $\overrightarrow{AC}$ را ایجاد کنید و با آن چهارضلعی اولیه را انتقال دهید تا تصویر ۱۲ ایجاد شود.

۵ بردار قطر را پنهان کنید و با بردار آبی‌رنگ هر ٤ چهارضلعی را انتقال دهید (تصویر ۱۳).



تصویر ۱۳

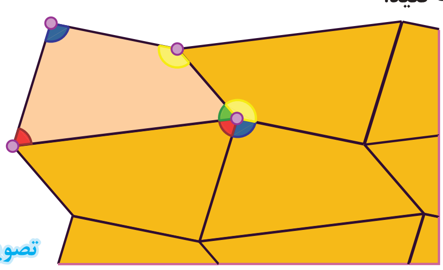
۶ بردار آبی را پنهان کنید و با بردار قرمز هر ۸ چهارضلعی را انتقال دهید (تصویر ۱۴). به این ترتیب ۱۶ چهارضلعی به دست آمد. شما با همین روش می‌توانید چهارضلعی‌ها را از هر طرف افزایش دهید.



تصویر ۱۴

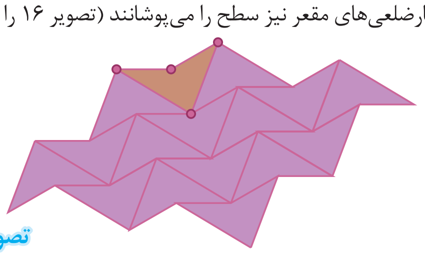
۷ همهٔ نقطه‌ها و بردارها را پنهان کنید و فقط نقطه‌های A، B، C و D باقی بمانند. رنگ چهارضلعی اولیه را عوض کنید تا معلوم شود اصلی است. نقطه‌های A، B، C و D را جابه‌جا کنید. چه اتفاقی می‌افتد؟

● **آیا می‌توان نتیجه گرفت هر چهارضلعی می‌تواند سطح را بپوشاند؟** ● **آیا می‌توان نشان داد که مجموع زوایای چهارضلعی ۳۶۰ درجه است؟ به رنگ زاویه‌ها در تصویر ۱۵ توجه کنید.**



تصویر ۱۵

نقطه‌ها را باز هم حرکت دهید تا چهارضلعی اولیه مقعر شود. چهارضلعی‌های مقعر نیز سطح را می‌پوشانند (تصویر ۱۶ را ببینید).



تصویر ۱۶

پی‌نوشت‌ها:
1. Tessellation
2. Options
3. Labeling
4. No new objects
5. Polygon
6. Midpoint or Center
7. Rotate around Point
8. Vector
9. Translate by Vector
10. Move
11. File
12. New File

کلاس علوم

حسین نامی ساعی

آقای **دقیق**، هفتهٔ گذشته آخر زنگ علوم، در آزمایشگاه گفت: «بچه‌ها، کلاس علوم هفتهٔ آینده در مجموعهٔ ورزشی شهید حسینی که نزدیک مدرسه است، برگزار می‌شود. حتماً با لباس و کفش ورزشی بیایید و رضایت‌نامه از خانواده هم همراهتان باشد».

یک هفته گذشت و زنگ علوم رسید. ما به همراه آقای دقیق به مجموعهٔ ورزشی شهید حسینی رفتیم. آقا بچه‌ها را به گروه‌های ۵ نفره تقسیم کرد. سپس آقای دقیق ما را به قسمت مخصوص مسابقات دوومیدانی ورزشگاه برد. همه لباس‌های ورزشی بر تن کرده بودیم. اول به محوطهٔ مخصوص مسابقات دوی ۳۰۰ متر رفتیم. قرار بود همه در مسابقهٔ دوی ۳۰۰ متر رقابت کنیم.

همه می‌دانستیم که زنگ ورزش نیست و آقای دقیق هم کاری را بی‌ارتباط با علوم انجام نمی‌دهد، ولی هنوز چیزی دربارهٔ هدفش نگفته بود. همهٔ گروه‌ها باید جدا جدا در مسابقهٔ دوی ۳۰۰ متر با هم مسابقه می‌دادند تا سرگروه‌ها مشخص شوند.

آقای دقیق با زمان‌سنج و سوت به دست در انتهای خط پایان ۳۰۰ متر ایستاد و تک‌تک گروه‌ها هم به ترتیب در نقطهٔ شروع مسابقه قرار گرفتند. با صدای سوت آقا، مسابقه شروع شد. به این ترتیب از هر گروه ۲ نفر انتخاب و سرگروه‌ها مشخص شدند. بعد همهٔ سرگروه‌ها هم در مسابقهٔ دیگری در دوی ۳۰۰ متر با هم مسابقه دادند تا نفرات اول، دوم و سوم تعیین شوند. بهترین‌ها **محمد**، **علی** و **حسن** بودند که انتخاب شدند.

آقای دقیق بعد از مشخص شدن برنده‌ها همهٔ بچه‌ها را دور هم جمع و تازه درس را شروع کرد:

درس علوم آن روز:

آقای دقیق گفت: «مسافت ۳۰۰ متر ثابت بود. محمد این ۳۰۰ متر را در ۶۰ ثانیه، علی در ۶۵ ثانیه و حسن در ۷۰ ثانیه دویده بودند.

این یعنی تندی متوسط محمد از همه بیشتر بود و در زمان کمتری این ۳۰۰ متر را دویده بود. علی و حسن که تندی کمتری نسبت به محمد داشتند، در زمان بیشتری این مسافت را دویده بودند.»

آقای دقیق توضیحات بیشتری داد: «با ثابت بودن مسافت، هر کس که تندی متوسط بیشتری داشته باشد، در زمان کمتری مسافت را طی می‌کند. درواقع با ثابت بودن مسافت، زمان با تندی نسبت معکوس دارد.

هرچه تندی بیشتر باشد، زمان کمتری برای طی مسافت صرف می‌شود.
و هرچه تندی کمتر باشد، زمان بیشتری برای طی مسافت گرفته می‌شود.

خب اگر مسافت را با X و تندی را با V و مدت زمان صرف شده را با T نمایش دهیم، با ثابت بودن X، این تناسب به‌صورت زیر است:

V با T رابطهٔ معکوس دارد. $V \propto \frac{1}{T}$

باز هم مسابقه

پس از این توضیحات، مرحلهٔ بعدی مسابقه به این شکل بود که سرگروه‌های منتخب در یک مسیر مستقیم و استاندارد مسابقهٔ دو می‌دادند و هرکدام که ظرف ۵ دقیقه بیشترین مسافت را

درپیـــت دوومیدانی

طی می‌کرد، برندهٔ میدان بود.
در این مرحله هم باز محمد با دویدن ۱۲۰۰ متر در ۵ دقیقه، اول و علی با دویدن ۱۱۵۰ متر در ۵ دقیقه، دوم و حســن با دویدن ۱۱۰۰ متر در ۵ دقیقه، سوم شد.

و ادامهٔ درس

دوباره آقای دقیق بعد از این مسابقه همهٔ بچه‌ها را جمع کرد و نیمهٔ دوم درس را شـــروع کرد و گفت: «بچه‌ها در این مرحله از مســـابقه، زمان ثابـــت و ۵ دقیقه بود و دیدیم که در زمان ثابت ۵ دقیقه هر دانش‌آموز که دارای تندی بیشـــتر بود، مسافت بیشتری را پیمود. این یعنی با ثابت بودن زمان مســـابقه، تندی با مسافت طی شده رابطهٔ مستقیم دارد.

هرچه تندی بیشتر باشد، مسافت بیشتری را در زمان ثابت طی می‌کنیم.

باز با فرض اینکه مســـافت را با X و تندی را با V و زمان را با T نمایـــش دهیم، با ثابت بودن T، تندی V با مســـافت X رابطهٔ مستقیم دارد و این رابطهٔ مستقیم به این صورت نمایش داده می‌شود: $V \propto X$».

پس از این بحث، آقـــای دقیق مثال جدید زد: «خب بچه‌هـــا فرض کنید محمـــد ۳ کیلومتر را در ۱۵ دقیقـــه و علی ۶ کیلومتـــر را در ۴۰ دقیقه دویده است. خب سرعت کدام‌یک بیشتر اســـت: محمد یا علی؟» هر کـــس نظری داد و از جمع‌بندی نظرات بچه‌هـــا فهمیدم که برای پاسخ به این سؤال کافی است که با یک تناسب حســـاب کنیم که علی ۳ کیلومتـــر را در چند دقیقه می‌دود:

دقیقه	کیلومتر
۴۰	۶
$X = \frac{۴۰ \times ۳}{۶} = ۲۰$	۳

یعنی علی ۳ کیلومتر را در ۲۰ دقیقه می‌دود که نســـبت به محمد که ۳ کیلومتر را در ۱۵ دقیقه دویده، سرعتش کمتر است.

مسافت: عبـــارت است از طول کل مسیر طی شده توسط یک متحرک که ارتباطی به ابتدا و انتهای مسیر ندارد.
مجموع طول‌هایی که متحـــرک برای رفتن از مبدأ به مقصد می‌پیماید، مســـافت طی شـــده گفته می‌شود.
جابه‌جایی: عبارت است از برداری که از ابتدای مســـیر حرکت یک متحرک به انتهای مســـیر متصل می‌شود.
فرض کنید قرار اســـت به مسافرت بروید. ابتدا مقصد خود را مشخص می‌کنید. سپس از منزل خود که مبدأ یا نقطهٔ شـــروع اســـت، حرکت می‌کنید تا به مقصد برســـید. در این مسیر باید موانعی مانند کـــوه، رودخانه و... را دور بزنید تا به نقطهٔ پایان یا مقصد برسید. اگر نقطهٔ شروع حرکت (مبـــدأ) را به نقطهٔ پایان (مقصد) وصل کنید، درواقع جابه‌جایی مشخص شده است.
تندی متوسط: مسافت پیموده شده در واحد زمان.
سرعت: مسافتی اســـت که متحرک در واحد زمان (یعنی در یک ثانیه) می‌پیماید.
سرعت متوسط: جابه‌جایی در واحد زمان.

هندوستان؛ سرزمین عددویه!

نویسنده: حسام سبحانی طهرانی/تصویرگر: سام سلماسی


با بهترین فلفل‌های هندی از ایشان پذیرایی کردیم. خوشبختانه رنگ و روی این حیوانات بیچاره برگشت.
بله، تاکنون این‌قدر رنگی نشده بودند!!
آبنبات فلفلی هاپوکمار
فلفل فروشی شاهرخ خان
فلفل خوری جبار سینگ
فلفل ساب آمیتاب باچان
ماهی فلفلی راج کاپور و پسران (به غیر از کاپور)
آقا، عدد داری؟
آقا، عدد داری؟
آقا، عدد داری؟
آقا، عدد داری؟
داداش فلفلِ کشیدنی می‌خواسَتی؟
ولم کنیییید!


چی؟! من که خال نخواستم!
بَه‌بَه! عجب فلفلی شد شترت! ده سکه، لطفاً.
ایستگاه خال‌زنی
یک نگاهی به این تابلو بکن
عجب کتابخانه‌ای!
جانمی جان! عدد!
در هند خیلی باستان، هر عدد را با یک نماد نمایش می‌دادند. مثلاً «۱» را با خورشید به خاطر یکتا بودنش، «۲» را با چشم، «۴» را با اقیانوس به خاطر تعداد اقیانوس‌ها
اعداد الفبایی
اوه اوه! این هم لابد مثل «ابجد هَوّز» نوشته. از خیر این یکی بگذریم.
شبیه این را کجا دیده بودم؟
اعداد برهمایی
چه‌قدر جاالب! این‌ها دیگر برای ۱۰ و ۱۰۰ و ۱۰۰۰ و ... نماد جدید ندارند.
عددنویسی جدید

این داستان ادامه دارد ...

یک مسئله چند راه‌حل

داود معصومی مهوار

• حسنک در مجموع ۳۵ مرغ، خروس و گوسفند داشت. تعداد پاهای این ۳۵ حیوان در مجموع ۹۲ تا بود. او چند گوسفند و چند مرغ و خروس داشت؟

رایج‌ترین راه‌حل این مسئله نوشتن دستگاه معادلات است.

تعداد گوسفندها = a

تعداد مرغ و خروس‌ها = b

تعداد حیوان‌های حسنک = a+b =۳۵

تعداد پاهای مرغ یا خروس ۲ تاست. پس تعداد پاهای مرغ و خروس‌ها برابر 2b می‌شود.

تعداد پاهای گوسفند ۴ تاست. پس تعداد پاهای گوسفندها برابر 4a می‌شود.

تعداد پاهای حیوان‌ها ۹۲= 4a+2b

پس چنین دستگاه معادلاتی داریم:

a+b=۳۵

4a+2b=۹۲

حل مسئله: روش حذفی

دو طرف معادلهٔ نخست را در ۴ ضرب می‌کنیم تا ضریب a در معادلهٔ نخست برابر ۴ بشود؛ یعنی برابر ضریب a در معادلهٔ دوم بشود.

$$\begin{cases} 4a + 4b = 4 \times 35 \\ 4a + 2b = 92 \end{cases}$$

حالا دو معادله را از هم کم می‌کنیم:

$$4a + 4b - (4a + 2b) = 140 - 92 \rightarrow 4a + 4b - 4a - 2b = 48$$

$$\rightarrow 2b = 48 \rightarrow b = 0/5 \times 48 = 24$$

از معادلهٔ نخست داشتیم: a+b=۳۵ و اکنون می‌دانیم که: b=۲۴ پس a پیدا می‌شود.

$$a + b = 35 \rightarrow a = 35 - b \rightarrow a = 36 - 24 = 11$$

یعنی حسنک ۱۱ گوسفند و ۲۴ مرغ و خروس دارد.

می‌شد دو طرف معادلهٔ نخست را در ۲ ضرب کنیم تا ضریب b در هر دو معادله برابر بشود. این کار را تمرین کنید.

حل مسئله: روش جایگزینی

در این روش یکی از مجهول‌ها را (از یکی از دو معادله) بر حسب مجهول دیگر محاسبه می‌کنیم و مقدار آن را در معادلهٔ دیگر قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} a+b=35 \rightarrow a=35-b \\ 4a+2b=92 \rightarrow 4(35-b)+2b=92 \end{cases}$$

$$4\times 35-4b+2b=92 \rightarrow 140-2b=92$$

$$\rightarrow 140-92=2b \rightarrow 48=2b \rightarrow b=24$$

اکنون که b را پیدا کرده‌ایم، از همان a=۳۵-b کمک می‌گیریم:

$$a=35-b \rightarrow a=35-24 \rightarrow a=11$$

یعنی حسنک ۱۱ گوسفند و ۲۴ مرغ و خروس دارد.

می‌شد در معادلهٔ نخست b را بر حسب a پیدا کنیم و مقدار آن را در معادلهٔ دوم جایگزین کنیم. این کار را تمرین کنید. همچنین می‌شد در آغاز سراغ معادلهٔ دوم برویم و a (یا b) را از آن پیدا کنیم و مقدار آن را در معادلهٔ نخست جایگزین کنیم. این کار را هم تمرین کنید.

حل مسئله: روش دوحذفی

مقدار a را از هر دو معادله به دست می‌آوریم و برابر هم قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} a+b=35 \\ 4a+2b=92 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a=35-b \\ 4a=92-2b \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a=35-b \\ a=\frac{92-2b}{4} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a=35-b \\ a=\frac{46-b}{2} \end{cases}$$

$$\rightarrow 35-b=\frac{46-b}{2} \rightarrow 2\times(35-b)=2\times\frac{46-b}{2} \rightarrow 70-2b=46-b$$

$$\rightarrow 70-46=2b-b \rightarrow 24=b$$

اکنون پیدا کردن a ساده است.

$$a=35-b \rightarrow a=35-24 \rightarrow a=11$$

یعنی حسنک ۱۱ گوسفند و ۲۴ مرغ و خروس دارد.

می‌شد از هر دو معادله مقدار b را بر حسب a پیدا کنیم و مقدارهای پیدا شده را با هم برابر قرار دهیم. این کار را تمرین کنید.

اما اگر به چنین چیزی می‌رسیدیم، چه نتیجه‌ای می‌گرفتید؟

$$\begin{cases} a=35-b \\ a=34-b \end{cases}$$

اگر به چنین چیزی می‌رسیدیم چه نتیجه‌ای می‌گرفتید؟

$$\begin{cases} a=35-b \\ a=35-b \end{cases}$$

حل مسئله بدون کمک دستگاه

حسنک ۳۵ حیوان دارد. اگر همهٔ حیوان‌های او مرغ و خروس بودند، هر یک دو پا داشتند و مجموع تعداد پاهای حیوان‌ها ۷۰=۳۵*۲ می‌شد. ولی الان او هم مرغ و خروس دارد و هم گوسفند. نیز می‌دانیم که تعداد پاهای این حیوان‌ها برابر ۹۲ است. یعنی ۲۲ تا (۲۲=۷۰-۹۲) بیشتر از حالتی که همه دو پا بودند. این ۲۲ تا پا متعلق به گوسفندها هستند. هر گوسفند ۴ تا پا دارد، ولی ما گوسفندها را نیز ۲ پا فرض کرده بودیم. پس از هر گوسفند ۲ تا پا را نشمرده بودیم. پس حتماً تعداد گوسفندها ۱۱ تا ($\frac{22}{2}=11$) بوده است که پس از نشمردن ۲ تا از پاهای هر یک از ۱۱ گوسفند، ۲۲ تا پا را از قلم انداخته بودیم. پس حسنک ۱۱ تا گوسفند و ۲۴ تا مرغ و خروس دارد. می‌شد در آغاز همهٔ حیوان‌ها را چهارپا بگیریم و پیش برویم تا ببینیم چند تا پا زیادی شمرده‌ایم و ادامه بدهیم. این کار را هم تمرین کنید. این روش شبیه کدام‌یک از روش‌های حل دستگاه است؟

اصلاح و پوزش

در آخرین پاراگراف صفحهٔ ۲۹ شمارهٔ ۴ این مجله (دی ماه ۹۶)، متن ها تداخل کرده اند. ضمن پوزش، متن اصلاح شده را در زیر بخوانید:

از خانم میرمحمدصادقی، مدیر دبستان دخترانه و آقای ارشی، عضو طرح و برنامه مجتمع رشد که در این گفت‌وگو ما را همراهی کردند، سپاسگزاریم.

با هم مسئله حل کنیم

یک

هجده ورزشکار برای تمرین آمده بودند. متأسفانه هرکدام از آن‌ها به تنهایی با وسیلهٔ نقلیهٔ خود (دوچرخه یا خودرو) آمده بود. تعداد چرخ‌های وسیله‌های نقلیهٔ آن‌ها روی هم ۴۶ تا بود. چند نفر از آن‌ها با دوچرخه و چند نفر با خودرو (همهٔ خودروهای ورزشکاران چهارچرخه بود) آمده بودند؟

دو

مهسا و مهشید از فروشگاهی مداد و خودکارهایی یکسان خریدند. مهسا ۵ مداد و ۵ خودکار خرید و ۱۷۵۰۰ تومان پرداخت. مهشید هم ۷ مداد و ۹ خودکار خرید و ۲۹۵۰۰ تومان پرداخت. بهای یک مداد و نیز بهای یک خودکار چقدر است؟

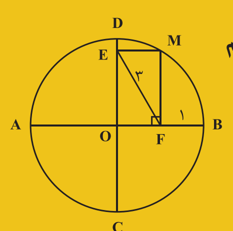
سه

چهار معلم در کنار هم در یک طرف یک میز بزرگ نشسته‌اند و چند دانش‌آموز هم کنار هم آن سوی میز نشسته‌اند. مستخدم با یک سینی شیرینی که در آن ۲۸ عدد شیرینی قرار دارد، وارد می‌شود و سینی را روی میز می‌گذارد. هر معلم به دانش‌آموزانی که شاگردش هستند، یک شیرینی می‌دهد و هر دانش‌آموز هم به معلمانی که معلم خودش نیستند، یک شیرینی می‌دهد. بعد همه با تعجب می‌بینند که سینی خالی شده است! چند دانش‌آموز پشت میز بودند؟

چهار

دو اتوبوس در دو طرف یک جاده به طول ۱۰۰ کیلومتر ایستاده‌اند و هم‌زمان با سرعت ۵۰ کیلومتر در ساعت به طرف هم حرکت می‌کنند. همان لحظه پرنده‌ای که روی دماغهٔ اتوبوس نشسته، پرواز می‌کند و با سرعت ۸۰ کیلومتر در ساعت به طرف اتوبوس دوم می‌رود و وقتی به آن می‌رسد، بلافاصله با همان سرعت به طرف اتوبوس اول برمی‌گردد. به همین ترتیب بین دو اتوبوس پرواز می‌کند تا وقتی که دو اتوبوس به هم برسند. پرنده در مجموع چند کیلومتر پرواز می‌کند؟

پنج



در شکل مقابل قطرهای AB و CD بر هم عمودند. از نقطهٔ M روی دایره دو عدد ME و MF بر AB و CD رسم شده‌اند. اگر: EF=۳ و FB=۱، طول شعاع دایره چقدر است؟

پاسخ‌ها در وبلاگ اختصاصی مجله: weblog.roshdmag.ir/borhanrahnamaiee

نیلوفر بی‌تاب، هلیا کاسی
دانش آموزان پایه نهم/دبیرستان
نمونه دولتی شهید بینایی

معمای غربال

چندوقت پیش به مسئله‌ای برخوردم که حل آن برای من و بقیهٔ بچه‌ها دشوار بود. مسئله این بود: «عددهای کوچک‌تر از ۲۰۱۷ را می‌نویسیم و غربال می‌کنیم. ۱۳۹۵ چندمین عددی است که خط می‌خورد؟»

برای حل آن باید عددهای ۱ تا ۲۰۱۶ را می‌نوشتم که خیلی سخت بود. در همین لحظه چراغ فکرم روشن شد و توانستم راه‌حل جدیدی کشف کنم:

همان‌طور که می‌دانید اولین عدد ۲ است و من باید مضارب عدد ۲ را خط می‌زدم. پس ۲۰۱۶ را تقسیم بر دو کردم (زیرا از ۱ تا ۲۰۱۶ نصف عددها زوج هستند و با این کار تمام اعداد بخش‌پذیر بر ۲ خط می‌خورد). ۱۰۰۸ عدد با دو خط می‌خورند. اما به خاطر اینکه خود عدد ۲ عدد اولی است، نباید آن را خط زد. پس عددهای خط‌خورده ۱۰۰۷ تا هستند.

وای! نزدیک بود یادم برود که عدد یک هم خط می‌خورد (چون نه اول است نه مرکب). پس تعداد اعداد خط‌خورده دوباره برابر با ۱۰۰۸ می‌شود.

در مرحلهٔ بعد باید مضارب عدد ۳ را خط می‌زدم. این مرحله مانند مرحلهٔ قبل نبود. زیرا باید تک‌تک اعداد بخش‌پذیر بر ۳ را پیدا می‌کردم. برای پیدا کردن مضارب عدد ۳ باید از مجذور آن، یعنی عدد ۹ شروع می‌کردم. از عدد نه شروع کردم و مضارب عدد ۳ را که قبلاً با عدد دو خط نخورده بودند، خط زدم:

۹، ۱۵، ۲۱، ۲۷، ۳۳، ...

۱۳۹۵ بر ۳ بخش‌پذیر است، پس در همین مرحله خط می‌خورد. اما مضارب عدد ۳ تا ۱۳۹۵ خیلی زیادند. تصمیم گرفتم با روش الگویابی برای آن‌ها الگویی کشف کنم.

چند تا از اعداد بخش‌پذیر بر سه را که قبلاً با دو خط نخورده بودند، نوشتم:

شماره الگو	۱	۲	۳	۴	۵
عدد	۹	۱۵	۲۱	۲۷	۳۳

اختلاف بین هر عدد و عدد بعدی‌اش ۶ است. پس توانستم الگوی زیر را کشف کنم:

$6n+3$

کارم بسیار آسان شد. یک معادله نوشتم:

$6n+3=1395$

$6n=1395-3$

$6n=1392 \Rightarrow n=1392\div 6 \Rightarrow n=232$

عدد مجهول برابر با ۲۳۲ شد. بعد از این کار تعداد مجموع اعداد مرکبی را که خط زدم با هم جمع کردم:

$1008+232=1240$

پس ۱۳۹۵، ۱۲۴۰مین عددی است که خط می‌خورد.

نکته: این فرمول فقط برای پیدا کردن مضارب عدد ۳ است. شما هم برای مضارب اعداد اول دیگری مانند ۵ یا ۷ الگویی بیابید.

گزارشـــی از یک بازی دربارۀ انتقـــال و مختصات پایۀ هفتم در کلاس درس ریاضی خانم معظمی گودرزی دبیرستان دورۀ اول تربیت، بروجرد

قدم‌ها را بشماریم

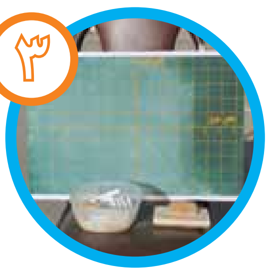
سپیده چمن‌آرا ● عکاس: حامد ترابی گودرزی

۱

دانش‌آموزان کلاس به چهار گروه شـــش نفری تقســـیم شـــده بودند: زرد، ســـبز، آبی و صورتی. هـــر دانش‌آموز در نقـــش یک نقطه بود. نام نقطه‌هـــا را ـ که حرف‌های بزرگ انگلیسی بود ـ به گردن‌هایشان آویخته بودند. هر دانش‌آموز دو نام داشت: یکی نام نقطۀ اولیه، دیگری نام نقطۀ انتقال‌یافته.

۲

روی زمیـــن یـــک صفحـــۀ مختصات رســـم شده بود: از هر طـــرف تـــا ۵ واحد. خُب قطعـــاً نمی‌شـــود که صفحۀ مختصـــات واقعـــی را که تا بی‌نهایـــت ادامـــه دارد روی زمین ـ یا حتی کاغذ و دفتر ـ رسم کرد.



۳

روی یک تختۀ سبز هم یک صفحـــۀ مختصات رسم شده بود که با گچ می‌شد روی آن نوشت. در بـــازی از این تخته استفاده می‌شد.

در دور اول، گـــروه آبی و قرمز با هم مســـابقه دادند و گروه زرد و ســـبز نیز با هم. با قرعه‌کشـــی، یکی از دو گروه رقیب، شـــد گروه «انتقـــال» و دیگری گروه «بردار».

۴

ابتدا چند نفر از اعضای گروه انتقال می‌رفتند و روی نقاط متفاوت صفحهٔ مختصات می‌ایستادند تا گوشه‌های یک چندضلعی را تشکیل دهند. گروه بردار باید یک بردار اعلام می‌کرد که وقتی تک‌تک نقاط گروه انتقال، با آن بردار انتقال پیدا می‌کردند، از صفحهٔ مختصاتی که روی زمین کشیده شده بود، بیرون نمی‌افتادند.

اعضای گروه زرد روی صفحهٔ مختصات رأس‌های یک مثلث را تشکیل دادند و اعضای گروه بردار پس از مشورت با هم، بردار $\begin{bmatrix} -۲ \\ +۳ \end{bmatrix}$ را اعلام کردند.

۵

حالا یک نفر دیگر از اعضای گروه انتقال (زرد) باید این بردار را روی همان تختهٔ کوچک رسم می‌کرد.

۶ گروه سبز باید دقت می‌کرد که اولاً گروه زرد درست منتقل شود، و دوم اینکه بردار درستی را روی تخته رسم کند. اعضای گروه زرد، پس از انتقال، نام‌های خود را که به گردنشان بسته شده بود، پشت‌ورو می‌کردند. یعنی حالا نقاط جدیدی بودند!

۷ در مرحلهٔ بعد جای گروه‌های زرد و سبز عوض شد؛ یعنی جای گروه سبز گروه انتقال بود و جای گروه زرد گروه بردار و همان مراحل تکرار شد. بعد از آنکه برندهٔ گروه‌های زرد و سبز معلوم شد، بین گروه‌های آبی و قرمز هم همین مراحل تکرار شد.

۸ برنده‌های دور قبل، با هم بازی می‌کردند. این بار تعداد رأس‌های شکل‌ها بیشتر شد تا کار هر دو گروه سخت‌تر شود. در این مرحله، اعضای گروه انتقال می‌رفتند روی نقاط خیلی انتهایی دستگاه مختصات می‌ایستادند و گروه بردار مجبور می‌شد از عدد صفر در مختصات بردارش استفاده کند.

۹ هیجان بچه‌ها حین بازی خیلی زیاد بود و همین گاهی باعث می‌شد یا اشتباه منتقل شوند یا بردار را اشتباه رسم کنند یا برداری که اعلام می‌کنند، برای کار در صفحهٔ مختصات روی زمین مناسب نباشد. خلاصه با کوچک‌ترین بی‌دقتی می‌باختند و از دور مسابقه حذف می‌شدند.

۱۰ این بازی باعث شد که توجه دانش‌آموزان به چند موضوع جلب شود:

- انتقال همزمان و یکسان تمام نقاط یک شکل؛
- ترتیب مختصات در یک بردار (اینکه اولی طول است و مربوط به محور xها، و دومی عرض است و مربوط به محور yها)
- جهت بردارها (از روی مثبت یا منفی بودن عددهای مختصات بردار)؛
- وجود عدد صفر در مختصات یک بردار.

از خانم زهرا سلطانی، مدیر دبیرستان تربیت که اجازهٔ تهیهٔ این گزارش را دادند، سپاس‌گزاریم.

فلو

FLOW
AndroidGames

بازی‌های اندرویدی

زهرا صباغی / کیمیا هاشمی

بازی ساده و جذاب «فِلُو» (flow) یک بازی تک‌نفره است که می‌تواند شما را درگیر خود کند. در این بازی باید نقطه‌های هم‌رنگ را به هم وصل کنید؛ البته با دو شرط:

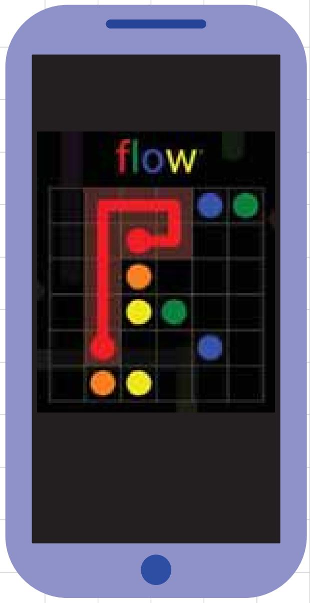
- **هیچ دو خطی یکدیگر را قطع نکنند.**
- **تمام خانه‌های صفحه از خطوط رنگی پر شوند.**

توجه: از یک خانه تنها به خانه‌های مجاور می‌توان حرکت کرد.

شکل ۱

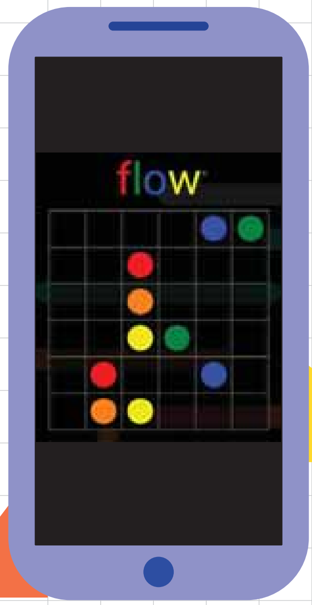
بـــرای انجام این بـــازی باید اول فکر کنید و بعد وارد عمل شـــوید. زیرا انجام حرکت‌های اضافی و اشـــتباه از امتیاز شـــما کم می‌کند و ســـتاره‌های کامل هر مرحله را دریافت نمی‌کنید. این بازی برای سیســـتم‌های اندروید و «ios» به‌صورت رایگان قابل ذخیره و نصب است.

● فردی برای شروع بازی شکل ۲ نقاط قرمز را طوری به هم وصل کرده است که بیشترین تعداد خانه را اشغال کند. آیا او موفق می‌شود این بازی را کامل کند؟



شکل ۲

● شما در بازی شکل ۳ برای شروع کدام نقاط را انتخاب می‌کنید؟ ● آیا خانه‌ای در این بازی وجود دارد که فقط مسیر یکی از رنگ‌ها بتواند از درون آن بگذرد و امکان رد شدن مسیر بقیهٔ نقاط از آن نباشد؟
● این بازی را با حرکت اولیه‌ای که به نظرتان درست است، کامل کنید.

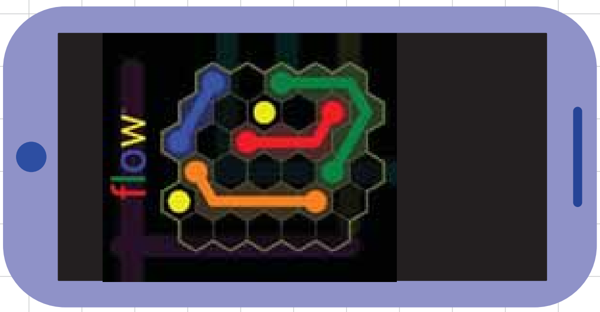


شکل ۳

● نقاط بازی شکل ۴ نیز مانند بازی بالا، شامل ۵ رنگ است، اما کاشی‌های این صفحه ۶ضلعی هستند! این بار کدام رنگ را برای شروع انتخاب می‌کنید؟

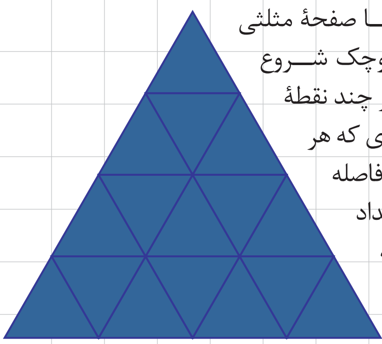
شکل ۴

● آیا می‌توانید تنها با تغییر دادن یک مسیر، بازی شکل ۵ را کامل کنید؟



شکل ۵

● آیا می‌توانید یک بازی فلو با صفحهٔ مثلثی طراحی کنید؟ از یک نمونهٔ کوچک شروع کنید! در صفحهٔ بازی زیر حداکثر چند نقطهٔ رنگی می‌توانید قرار دهید، به‌طوری که هر دو نقطه حداقل یک خانه با هم فاصله داشته باشند؟ (فاصلهٔ دو نقطه تعداد خانه‌های خالی بین آن‌هاست که کوتاه‌ترین مسیر بین این دو نقطه از آن می‌گذرد)


شکل ۶

لیلا چهار رنگ متمایز از شش رنگ سبز، نارنجی، آبی، زرد، قرمز و قهوه‌ای را انتخاب کرده بود.
در بازی نیمه‌کارهٔ زیر سه بار این چهار رنگ حدس زده شده‌اند و لیلا دربارهٔ درستی یا نادرستی حدس‌ها به کمک دایره‌های سفید و سیاه پاسخ داده است.

حدس	رنگ ۴، رنگ ۳، رنگ ۲، رنگ ۱	پاسخ
۱	قرمز، قرمز، قهوه‌ای، قهوه‌ای	●●
۲	نارنجی، قرمز، قهوه‌ای، سبز	●○○
۳	قهوه‌ای، سبز، آبی، قرمز	●●○○

پاسخ حدس نخست دو دایرهٔ سیاه است. یعنی هر دو رنگ حدس نخست در ترکیب اصلی هستند و در جای درست نیز نشسته‌اند. پاسخ حدس دوم نیز یک دایرهٔ سیاه و دو دایرهٔ سفید است. یعنی یکی از رنگ‌های حدس در ترکیب اصلی هست و در جای درست نیز نشسته است و دو تا از رنگ‌های این حدس در ترکیب اصلی هستند، ولی جای آن‌ها درست حدس زده نشده است. دو دایرهٔ سیاه و دو دایرهٔ سفید در پاسخ حدس سوم نیز به این معنی است که هر چهار رنگ حدس سوم واقعاً رنگ‌های ترکیب اصلی هستند، ولی تنها دو تا از آن‌ها در جای درست خود نشسته‌اند.

حالت	رنگ ۴، رنگ ۳، رنگ ۲، رنگ ۱
۱	؟، قرمز، قهوه‌ای، ؟
۲	قرمز، ؟، قهوه‌ای، ؟
۳	؟، قرمز، ؟، قهوه‌ای
۴	قرمز، ؟، ؟، قهوه‌ای

بررسی‌های نفیسه

الف. حدس ۱ نشان می‌دهد که قهوه‌ای حتماً رنگ ۱ یا رنگ ۲ است و قرمز نیز رنگ ۳ یا رنگ ۴ است. یعنی چهار حالت زیر همهٔ حالت‌های شدنی هستند.

ب. حالت ۱ شدنی نیست. زیرا اگر شدنی بود، پاسخ حدس ۲ باید دو دایرهٔ سیاه می‌داشت.
پ. حالت ۲ نیز شدنی نیست. زیرا اگر این ترکیب واقعی باشد، قهوه‌ای رنگ ۲ است. پس قهوه‌ای و قرمز در حدس ۳ هر دو در جای نادرست نشسته‌اند. از طرف دیگر، در همین حدس ۳ آبی نیز جای درست ندارد و به جای قهوه‌ای در جایگاه دوم نشسته است. پس دست‌کم سه تا از رنگ‌های حدس در جای نادرست نشسته‌اند و پاسخ این حدس نمی‌تواند دو دایرهٔ سیاه باشد. **ت.** حالت ۳ نیز نشدنی است. زیرا اگر این ترکیب واقعی باشد، قهوه‌ای رنگ ۱ است. پس رنگ ۱ و رنگ ۳ در حدس ۳ هر دو نادرست‌اند. از طرف دیگر، در همین حدس ۳ رنگ ۴ نیز قهوه‌ای است، در صورتی که حالت ۳ برای قهوه‌ای جایگاه ۱ را پیشنهاد داده است. پس حدس ۳ دست‌کم سه رنگ با جای نادرست دارد و پاسخ این حدس نمی‌تواند دو دایرهٔ سیاه باشد. **ث.** حالت ۴ نیز نشدنی است. زیرا اگر این ترکیب واقعی باشد، هیچ‌یک از رنگ‌های قهوه‌ای و قرمز در حدس ۲ جای درستی ندارند. همچنین در همین حدس ۲ رنگ ۱ نیز به جای قهوه‌ای (که پیشنهاد حالت ۴ است) سبز انتخاب شده است.
پس دایرهٔ سیاه در پاسخ حدس ۲ مربوط به رنگ‌های قهوه‌ای، قرمز و سبز نیست و باید مربوط به رنگ نارنجی باشد!
رنگی که به گواه پاسخ حدس ۳، اصلاً در ترکیب واقعی نیست. نفیسه کمی گیج شده است. او نمی‌داند چرا هیچ‌یک از حالت‌ها شدنی نیست.

فکر بکر!

یکی دو قُلُپ دیگر فکر کنیم!

داود معصومی مهوار

بررسی‌های نرگس

الف. یک دایرهٔ سیاه در پاسخ حدس ۲ نشان می‌دهد که تنها یکی از رنگ‌های این حدس در جای درست نشسته است. اما این رنگ سبز نیست. زیرا اگر جای سبز واقعاً رنگ ۱ باشد، در حدس ۳ رنگ قرمز به اشتباه در جایگاه ۱ نشسته است و خود رنگ سبز نیز در جای نادرست یعنی رنگ ۳ نشسته است. پس دو دایرهٔ سیاه در پاسخ حدس ۳ باید مربوط به رنگ‌های آبی و قهوه‌ای باشند. یعنی قهوه‌ای رنگ ۴ است! این خلاف چیزی است که پاسخ حدس ۱ گفته بود. زیرا بنا بر پاسخ حدس ۱، جای قهوه‌ای باید رنگ ۱ یا رنگ ۲ باشد، نه رنگ ۴. پس رنگ درست در حدس ۲ یا رنگ قهوه‌ای است، یا رنگ قرمز که هر دو را بررسی می‌کنم. **ب.** اگر رنگ درست در حدس ۲ قهوه‌ای باشد، قرمز رنگ ۳ نیست و با توجه به حدس ۱ حتماً باید رنگ ۴ باشد. به این ترتیب تنها جایی که برای سبز می‌ماند، رنگ ۳ است. (زیرا در الف ثابت کردم که سبز رنگ ۱ نیست) در نتیجه تنها جای مانده یعنی رنگ ۱ مربوط به تنها رنگ مانده یعنی آبی است. ولی این ترکیب یعنی قرمز، سبز، قهوه‌ای و آبی نمی‌تواند ترکیب واقعی باشد. زیرا با پاسخ حدس ۳ سازگار نیست. **پ.** اگر رنگ درست در حدس ۲ قرمز باشد، قهوه‌ای رنگ ۲ نیست و با توجه به حدس ۱ حتماً باید رنگ ۱ باشد. رنگ‌های ۲ و ۴ برای سبز و آبی می‌مانند و حالت‌های زیر را می‌سازند:

حالت	رنگ ۴، رنگ ۳، رنگ ۲، رنگ ۱
۱	🟤 🟢 🔴 🔵
۲	🟤 🔵 🔴 🟢

ولی هیچ‌یک از این دو حالت با پاسخ حدس ۳ سازگار نیستند و در نتیجه، این دو حالت نیز شدنی نیستند. نرگس هم از بررسی‌های خود گیج شده است و دنبال اشتباه خود می‌گردد.

بررسی‌های اعظم

الف. دایرهٔ سیاه در پاسخ حدس ۲ مربوط به رنگ سبز نیست. زیرا اگر واقعاً سبز رنگ ۱ باشد. رنگ‌های قهوه‌ای و قرمز که به ترتیب رنگ ۲ و ۳ در حدس ۲ هستند، هیچ‌یک نباید در جای درستی نشسته باشند. پس دو دایرهٔ سیاه پاسخ حدس ۱ مربوط به رنگ‌های ۱ و ۴ خواهند بود. یعنی رنگ ۱ باید قهوه‌ای باشد! در صورتی که فرض کرده بودیم رنگ سبز است! این شدنی نیست. پس واقعاً سبز رنگ ۱ نیست. پس رنگ درست در حدس ۲ یا رنگ قهوه‌ای است، یا رنگ قرمز است. که هر دو را بررسی می‌کنم. **ب.** اگر رنگ درست در حدس ۲ قهوه‌ای باشد، در حدس ۳ رنگ‌های ۲ و ۴ هر دو نادرست چیده شده‌اند و دو دایرهٔ سیاه پاسخ باید مربوط به رنگ‌های ۱ و ۳ باشند. یعنی رنگ ۱ قرمز است! این با پاسخ حدس ۱ که می‌گفت قرمز رنگ ۳ یا رنگ ۴ است، سازگار نیست. پس رنگ درست حدس ۲ رنگ قهوه‌ای نیست. **پ.** اگر رنگ درست در حدس ۲ قرمز باشد، در حدس ۳ رنگ‌های ۱ و ۳ هر دو نادرست چیده شده‌اند و دو دایرهٔ سیاه پاسخ باید مربوط به رنگ‌های ۲ و ۴ باشد. یعنی رنگ ۴ قهوه‌ای است! این با پاسخ حدس ۱ که می‌گفت قهوه‌ای رنگ ۱ یا رنگ ۲ است، سازگار نیست. پس رنگ درست حدس ۲ رنگ قرمز هم نیست. اعظم هم سرگرم بررسی استدلال‌های خود است. او نیز فکر می‌کند اشتباهی از او سر زده است. زیرا بنا بر استدلال‌های او، هیچ‌یک از رنگ‌های حدس ۲ در جای درست ننشسته‌اند. واقعیت این است که نفیسه، نرگس و اعظم هر سه درست استدلال کرده‌اند. هیچ‌یک هیچ اشتباهی نکرده‌اند. درواقع هر یک از آن‌ها به روش خود و به درستی ثابت کرده است که مسئله شدنی نیست! و ایراد دارد! یعنی لیلا دست‌کم در یکی از پاسخ‌های خود دچار اشتباه شده است.

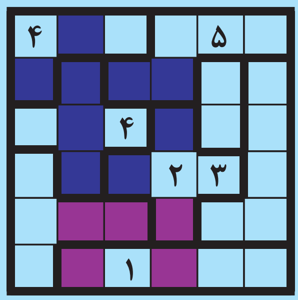
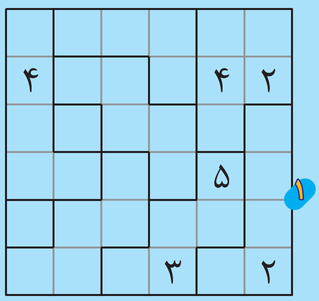
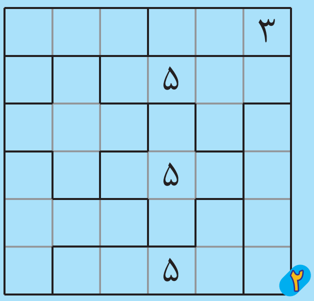
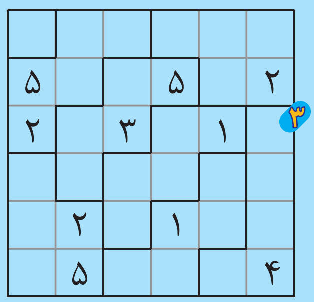
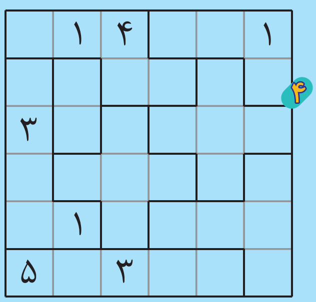
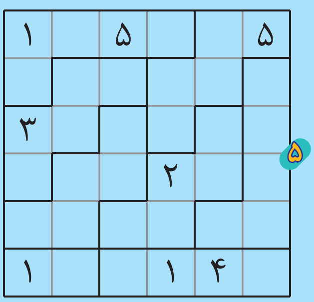
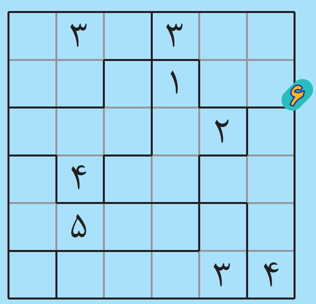
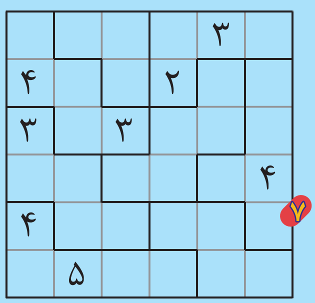
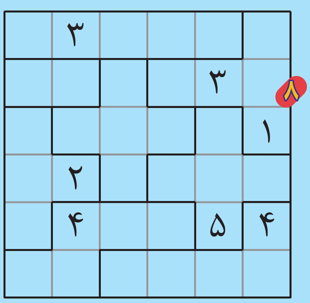
SUGURU

پازل حل کنیم

محدثه کشاورز اصلانی

قوانین /

در جدول‌ها تعدادی خط پررنگ می‌بینید که فضاهای بسته‌ای درست کرده‌اند. به این فضاهای بسته «جعبه» می‌گوییم. جعبه‌های ۱ تا ۵ خانه‌ای در جدول‌ها وجود دارند. جعبه‌های ۱خانه‌ای باید با عدد ۱ پر شوند. جعبه‌های دوخانه‌ای باید با اعداد ۱ و ۲ پر شوند و ... به همین ترتیب جعبه‌های ۵ خانه‌ای باید با اعداد ۱ تا ۵ پر شوند. عدد قرار گرفته در هرکدام از خانه‌های جدول نباید با عددهای خانه‌های همسایه‌اش (همسایه‌های افقی، عمودی و مورب) مساوی باشد. مهم نیست این خانه‌ها در یک جعبه باشند یا نباشند. مثلاً در جدول زیر، برای پر کردن خانه‌های خالی، در خانه‌های بنفش رنگ نمی‌توانیم عدد یک را قرار دهیم. همچنین در خانه‌های آبی‌رنگ نمی‌توانیم عدد ۴ را بگذاریم.

تعداد بیشتری از این پازل‌ها را می‌توانید به صورت رایگان در سایت «krazydad.com» پیدا کنید.
پاسخ پازل‌ها را در وبلاگ اختصاصی مجله به آدرس «weblog.roshdmag.ir/borhanrahnamaiee» ببینید.

پنج پُرزور

ماشین‌حساب دوست‌داشتنی من

شراره تقی دستجردی

سلام دوستان. «ماشین‌حساب دوست‌داشتنی من» با این هدف نوشته می‌شود که نشان دهد، چگونه می‌توان به کمک ماشین‌حساب، به جای درگیر شدن در انجام محاسبات، روی جواب‌های به دست آمده متمرکز شد و راحت‌تر به نتایج هر فعالیت رسید.

فعالیتی که این بار می‌خواهیم انجام دهیم، نیازمند ماشین‌حسابی است که بتواند حداقل ۱۱ رقم را نشان دهد. البته اگر به چنین ماشین‌حسابی دسترسی ندارید، می‌توانید برخی از محاسبات را خودتان انجام دهید. می‌خواهیم الگوهایی بین توان‌های عدد ۵ ببینیم و سپس بررسی کنیم آیا حدسی که از این مشاهدات زده‌ایم، قابل اثبات است یا نه. پس بدون درنگ شروع کنید. در اینجا چند توان ۵ آورده شده است. شما این کار را حداقل تا توان ۱۵ ادامه دهید.

5^{1}	۵
5^{2}	۲۵
5^{3}	۱۲۵
5^{4}	۶۲۵
5^{5}	۳۱۲۵
5^{6}	۱۵۶۲۵
5^{7}	...
5^{8}	...
5^{9}	...
5^{10}	...
5^{11}	...
5^{12}	...
5^{13}	...
5^{14}	...
5^{15}	...

اکنون به سؤالات زیر پاسخ دهید:

۱. همان‌طور که می‌بینید، تا اینجا هر توان ۵ از عدد یک تا شش، عددی که رقم یکانش ۵ است. دلیل آن چیست؟ آیا برای هر توان دیگری از عدد ۵ هم چنین است؟

۲. رقم دهگان نیز همواره ۲ است. درستی این مشاهده را برای هر توان دیگر از عدد ۵ نشان دهید.

۳. چه الگویی بین رقم صدگان توان‌های ۵ می‌بینید؟

۴. برای رقم هزارگان چطور؟ آیا الگویی دیده می‌شود؟

۵. درستی الگوهایی را که در سؤال ۳ و ۴ دیده‌اید، بررسی کنید.

بسیار خُب، اکنون می‌توانیم همین سؤالات را برای توان‌های طبیعی عددهای دیگری مثل ۲، ۳ و... نیز بپرسیم (منظور از توان‌های طبیعی این است که توان‌ها از مجموعهٔ اعداد طبیعی انتخاب شوند). آیا برای رقم‌های یکان، دهگان، صدگان و... برای توان‌های هر عددی، الگویی وجود دارد؟ برای توان‌های طبیعی کدام عددها ارقام یکان شامل همهٔ ارقام ۰ تا ۹ هستند؟ برای مثال، رقم یکان توان‌های ۵، فقط ۵ است و برای توان‌های ۲ می‌توانید آزمایش کنید که رقم یکان فقط عددهای ...، ...، ... و .... هستند (خودتان جاهای خالی را پُر کنید).

دوستان خوبم، لطفاً نتایج خود را برای ما ایمیل کنید:

borhanmotevaseteh1@roshdmag.ir

فکر کردن

باز هم یک روز سرد زمستان بود و با آقای **انسان‌دوست** کلاس ریاضی داشتیم. وقتی آقا وارد کلاس شد، گفت: «درس جلسه پیش که یادتان هست؟ یک فرمول یا دستور برای پیدا کردن مدت زمان لازم برای اینکه چند نفر یک کار را تمام کنند. آنجا بود که گفتم اگر یک مسئله را با فکر خودتان حل کنید، خیلی بهتر از آن است که ده‌ها مسئله را با یک فرمول که آن را حفظ کرده‌اید، حل کنید. امروز تصمیم گرفتم چند مسئله به شما بدهم که اهمیت این موضوع را بیشتر درک کنید. در این مسئله‌ها تفکر و خلاقیت نقش بسیاری دارند. حالا همه قلم و کاغذ بردارید و مسئله‌ای را که می‌گویم حل کنید.»

بعد از کمی مکث ادامه داد: «مدرسهٔ شما ۳۵۰ دانش‌آموز دارد. فرض کنید یک دور مسابقهٔ حذفی پینگ‌پنگ بین همهٔ دانش‌آموزان برگزار شده است. در دور اول همهٔ بچه‌ها دو به دو با هم مسابقه می‌دهند و نصف آن‌ها حذف می‌شوند و به همین ترتیب. اما هر بار که عدهٔ دانش‌آموزان باقی‌مانده عددی فرد شود، فقط یک نفر استراحت می‌کند و بقیه دو به دو مسابقه می‌دهند و آن یک نفر در دور بعد وارد مسابقه می‌شود و الی آخر. تا اینکه یک نفر بماند که برندهٔ نهایی است. اگر برای هر دور مسابقه بین دو نفر یک بسته توپ مصرف شود، در مجموع چند بسته توپ مصرف خواهد شد؟»

بچه‌ها همگی شروع کردند به حساب کردن و من هم مثل آن‌ها شروع به جمع زدن کردم: در مرحلهٔ اول نصف ۳۵۰، یعنی ۱۲۵ مسابقه برگزار و ۱۲۵ بسته توپ مصرف می‌شود. در مرحلهٔ دوم یک نفر استراحت می‌کند و ۱۲۴ نفر دیگر ۶۲ مسابقه می‌دهند و ۶۲ بسته توپ دیگر مصرف می‌شود. در مرحلهٔ سوم با آن یک نفر، ۶۳ نفر می‌مانند و باز یک نفر استراحت می‌کند و ۳۱ مسابقه برگزار می‌شود و... همین موقع صدای **امین** رشتهٔ افکارم را پاره کرد: «آقا من پیدا کردم: ۳۴۲ بسته توپ!»

آقا با لبخند گفت: «کاملاً غلط است! جمع کردن هم بلد نیستی! البته شوخی می‌کنم ولی بی‌دقتی می‌کنی. یک بار دیگر با دقت بیشتری کارت را انجام بده!»

کمی گذشت و وقتی من تقریباً به انتهای کارم رسیده بودم، **سهراب** گفت: «آقا یافتم! ۳۴۹ بسته توپ!»

کمی بعد من هم همین را پیدا کردم و گفتم. چند نفر دیگر هم به همین جواب رسیدند.

آقا گفت: «بله درست است جواب همین است، اما راه کوتاه‌تری برای رسیدن به همین جواب وجود ندارد؟»

یادش به خیر! آقای انسان‌دوست معلم ریاضی ما بود. اما نه، درواقع معلم انسانیت، اندیشه و سبک زندگی ما بود. همیشه می‌گفت: «ریاضیات به ما همهٔ این‌ها را می‌دهد، چون ریاضیات به ما منطق و طرز فکر می‌دهد.» کلاس درسش برعکس تصور ما که کلاس ریاضی باید همیشه خشک و یکنواخت باشد، سرشار از شادی، لذت و سرگرمی بود. نمی‌فهمیدیم کی تمام می‌شد. خیلی وقت‌ها به جای آنکه یک موضوع ریاضی را مستقیماً درس بدهد، با یک داستان، معما یا بازی به آن گریز می‌زد و با ایجاد پرسش ما را هم درگیر مسئله می‌کرد. طوری که وقتی همهٔ ما گرم بحث بودیم، بدون آنکه متوجه شویم، چیزهای زیادی می‌آموختیم. در این بخش اگر خدا بخواهد، می‌خواهم در هر شماره از مجله یکی از خاطراتم را از این کلاس‌ها برایتان بگویم.

سهراب گفت: «این عدد یکی کمتر از تعداد بچه‌هاست. لابد فرمولش همین است!»
آقا با اخم نگاهی به او کرد و گفت: «به جای فرمول بازی، کمی فکر کن!»
افشین گفت: «آقا یافتم! مگر نه این است که فقط یک نفر برندهٔ نهایی مسابقه می‌شود، پس باید ۳۴۹ نفر حذف شوند و برای حذف هر نفر، یک مسابقه انجام می‌شود. یعنی هر نفر فقط یک بار می‌بازد و برای حذف او همین یک باخت کافی است. برای هر حذف هم یک بسته توپ مصرف می‌شود، پس ۳۴۹ بسته توپ مصرف می‌شود!»
آقا گفت: «آفرین بر تو! نکته همین جاست. حالا اگر به فرمول خیلی علاقه دارید، فرمولش را هم می‌گوییم: اگر n نفر در یک دور مسابقهٔ یک حذفی شرکت کنند تا فقط یک نفر برنده شود، تعداد مسابقه‌های انجام شده $n-1$ است!»
سهراب پرسید: «آقا این فرمول به چه درد ما می‌خورد؟!»
آقا بلافاصله گفت: «به هیچ درد! چون فقط به کار همین نوع مسئله‌ها می‌آید. من که گفتم به جای فرمول به تفکر خودتان تکیه کنید. حالا یک مسئله دیگر مطرح می‌کنم: احتمالاً همه‌تان صفحهٔ شطرنج ۸×۸ معمولی را دیده‌اید که ۶۴ خانه دارد و خانه‌ها یک در میان سیاه و سفید هستند. بیشتر شما با مهره‌های دومینو هم آشنایی دارید که از دو خانهٔ مربع‌شکل چسبیده به هم تشکیل می‌شوند که روی آن‌ها نقطه‌هایی حک شده‌اند. اگر فرض کنیم هر خانهٔ مربع‌شکل مهرهٔ دومینو مساوی یک خانهٔ صفحهٔ شطرنج باشد، پس هر مهرهٔ دومینو می‌تواند دو خانهٔ مجاور از صفحهٔ شطرنج را پر کند. حالا فرض کنید ۳۱ مهرهٔ دومینو را به‌صورت تصادفی روی صفحهٔ شطرنج قرار دهیم، به طوری که هر مهره، دو خانهٔ شطرنج را بپوشاند. در این صورت ۶۲ خانهٔ شطرنج پر می‌شود و دو خانه خالی می‌ماند. آیا می‌توان این ۳۱ مهره را به ترتیبی روی صفحهٔ شطرنج قرار داد که دو خانهٔ باقی‌مانده، دو گوشهٔ روبه‌روی هم (یعنی دو سر یک قطر مربع صفحهٔ شطرنج) باشند؟»
مدتی سکوت در کلاس حاکم شد و بعد امین گفت: «باید امتحان کنیم. ما که اینجا صفحهٔ شطرنج و دومینو نداریم. امتحان کنیم شاید بشود!» بابک گفت: «احتمالاً نمی‌شود و گرنه آقا نمی‌گفت آیا می‌توان...» آقا گفت: «از این‌ها بگذرید، سعی کنید فقط منطقی فکر کنید و پاسخ دهید. ببینید هر مهرهٔ دومینو دو خانهٔ کنار هم را می‌پوشاند، یعنی یک خانهٔ سفید و یک خانهٔ سیاه. پس ۳۱ مهره، ۳۱ خانهٔ سیاه و ۳۱ خانهٔ سفید را می‌پوشانند.» همین جا بود که یک‌دفعه فریاد سهراب بلند شد! ـ آقا یافتم یافتم!
و آقا با لبخند گفت: «خیلی خوب! بگو ارشمیدس چی یافتی!» و سهراب ادامه داد: «آره آقا اگر با ۳۱ مهرهٔ دومینو، ۶۲ خانه را در صفحهٔ شطرنج بپوشانیم، این ۶۲ خانه، ۳۱ خانهٔ سیاه و ۳۱ خانهٔ سفید خواهد بود. پس دو خانهٔ باقی‌مانده، یکی سفید و یکی سیاه است. اما خانه‌های روی هر قطر در صفحهٔ شطرنج همه یک‌رنگ‌اند. درواقع یک قطر به‌طور کامل سفید و قطر دیگر سیاه‌رنگ‌است. پس امکان ندارد این دو خانهٔ خالی دو سر یک قطر باشند!» آقای انسان‌دوست لبخندی زد و گفت: «آفرین پسرم! معلوم است که با شطرنج و صفحهٔ آن کاملاً آشنایی داری!» سهراب گفت: «آره آقا، از بچگی زیاد شطرنج بازی می‌کردم!» آقا ادامه داد: «متوجه شدید که چطور شد؟ خیلی ساده بود، اما دقت و توجه می‌خواست. منظور من از تفکر خلاق همین بود. حالا برای اینکه روی این موضوع کمی تمرین کنید، چند مسئله برایتان دارم که راه‌حل هرکدام بیشتر از دو خط نیست! اما تفکر دقیق و خلاق حرف اول را در آن‌ها می‌زند. این مسائل را از صفحهٔ ۲۶ مجله ببینید. تا چند روز بعد همهٔ ما در مدرسه مشغول بحث روی مسئله‌های زیبای آن جلسه بودیم. شما هم به آن‌ها فکر کنید. مطمئن باشید ارزش آن را دارد!

به جای فرمول بازی

کلاس ریاضی آقای انسان دوست • هوشنگ شرقی

ستاره‌های کاغذی

پری حاجی‌خانی

در
مجلهٔ
شمارهٔ
۶ دورهٔ قبل
مطلبی با عنوان «ماجراهای
نوار کاغذی» چاپ شده بود که نشان می‌داد
با گره زدن یک نوار کاغذی می‌توانیم یک
پنج‌ضلعی بسازیم. در این شماره از مجله
می‌خواهیم با استفاده از همان روش
ستاره‌های زیبایی درست کنیم.
برای درست کردن این ستاره
باید مراحل زیر را طی کنیم.


۱


۲


۳


۴


۵


۶


۷


۸
۹
۱۰
۱۱
۱۲
۱۳
۱۴
۱۵
۱۶

آب حیات

بشر و همهٔ موجودات زندهٔ روی زمین برای ادامهٔ حیات به تمام بخش‌های محیط زیست نیازمندند. در این بین، «آب» مهم‌ترین عنصر حیاتی است و منابع جریان و نگهداری از این مایع زندگی رودخانه‌ها و تالاب‌ها هستند. زندگی نمونه‌های گیاهی و جانوری زیادی به‌صورت مستقیم به وجود رودها بستگی دارد. علاوه بر آن، تولید منابع غذایی و کشاورزی به جریان رودخانه‌ها وابسته است.ایران در کمربند خشک جهان قرار گرفته و منابع آب شیرین محدودی در اختیار داریم. بنابراین حفاظت از رودها، تالاب‌ها و منابع آب زیرزمینی در کشور ما اهمیت بسیار زیادی دارد. حتماً شما هم برای گردش به کنار رودخانه‌ها و تالاب‌های نزدیک محل زندگی خود رفته‌اید. حالا می‌خواهیم نقشه‌ای از رودها، جوی‌ها و تالاب‌های شهر و روستای خود تهیه کنید. برای این کار باید به دانش ریاضی‌تان مراجعه کنید. شما در ریاضی با دستگاه مختصات آشنا شده‌اید. محورهای افقی و عمودی در نمودارهای مختصات می‌توانند بیانگر کمیت‌های متفاوتی از جمله فاصله باشند. همچنین محورهای نمودار مختصات می‌توانند تقسیمات متفاوتی را بر حسب اندازه و یکا داشته باشند. مثلاً هر یک واحد می‌تواند یک سانتی‌متر یا یک کیلومتر باشد. اگر یک رودخانه را یک خط و یا یک منحنی و تالاب‌ها را نقاط در نظر بگیریم، می‌توانیم با نقطه‌یابی آن‌ها را روی یک دستگاه مختصات نشان دهیم. به این ترتیب می‌توانید با داشتن یک نمودار مختصاتی که مرکز آن منزلتان باشد، فاصلهٔ خود را از بخش‌های متفاوت رودخانه‌ها و تالاب‌ها مشخص کنید. این تمرینی است برای استفادهٔ کاربردی از نمودارهای مختصات.

ژما جواهری‌پور

جایزه بزرگ

مسابقه!

در پنجمین مسابقه از سلسله مسابقات **ریاضیات و محیط زیست** مجله رشد برهان متوسطه اول، قصد داریم با شما، با دید هندسه و ریاضیات به منابع آبی و تالاب‌های محل زندگی‌تان سری بزنیم.

جدول زیر را تکمیل کنید.

مشخصات شرکت‌کننده در مسابقه

نام و نام خانوادگی	
پایه تحصیلی	
نام استان، شهرستان یا روستا	
نام مدرسه، آدرس و تلفن	
نام و شماره تماس رابط	

شرایط مسابقه

- تمام رودخانه‌ها و تالاب‌های نزدیک منزل خود را تا شعاع ۶۰ کیلومتری شناسایی کنید.
- یک دستگاه مختصات با مقیاس مناسب رسم کنید. مرکز دستگاه مختصات را منزلتان در نظر بگیرید و با روش نقشه‌یابی رودخانه‌ها و تالاب‌های نزدیک محل زندگی خود را ترسیم کنید. آن را به‌صورت فایل «pdf» ذخیره کنید.
- شرح مختصری از روش انجام کار و محاسبات انجام شده به‌صورت فایل pdf تهیه کنید.
- فایل‌ها را از طریق «ایمیل» به دفتر مجله رشد برهان ریاضی متوسطه اول بفرستید:

borhanmotevasete1@roshdmag.ir

- مهلت ارسال پاسخ: ۱۳۹۶/۱۲/۳۰
- در صورت نیاز، فایل «word» جدول را در وبلاگ اختصاصی مجله بیابید:

weblog.roshdmag.ir/borhanrahnamaiee

شاخص های ارزیابی

۱. تعداد آثار دانش‌آموزان شرکت‌کننده به نسبت تعداد کل دانش‌آموزان هر مدرسه؛ ۲. کامل بودن توضیحات ۳. رعایت دقیق مقیاس ۴. دقت در محاسبات (خطای کمتر) ۵. روش های خلاقانه در محاسبات ۶. **بخش ویژه:** فعالیت‌های جنبی که دانش‌آموزان یک مدرسه در حفاظت از منابع آبی انجام داده‌اند.

علاوه بر سه دانش‌آموز برتر مسابقه، سه مدرسه به‌عنوان مدرسه های برتر کشور نیز انتخاب خواهند شد و از تمامی دانش‌آموزان شرکت‌کننده در این مسابقه تقدیر به عمل خواهد آمد.

مختصات و هندسه

دستگاه مختصات در قرن هفدهم میلادی توسط فیلسوف و دانشمند بزرگ فرانسوی، رنه دکارت، ابداع شد. با این ابداع، تحول بزرگی در ریاضیات به وجود آمد و برای نخستین بار، بین هندسهٔ اقلیدسی و جبر، ارتباط نظام‌مندی برقرار شد.

در هندسهٔ مختصاتی می‌توانیم هر نقطه از صفحه را با دو عدد مشخص کنیم: به ترتیب اولی را با x نشان می‌دهیم و آن را طول نقطه می‌نامیم؛ دومی را با y نشان می‌دهیم و آن را عرض نقطه می‌نامیم و به این دو عدد، «مختصات» نِقطه می‌گوییم. برای این کار، دو خط متقاطع (معمولاً عمود بر هم) در صفحه رسم می‌کنیم و برای آن‌ها جهت و واحد اندازه‌گیری مشخص می‌کنیم. به این ترتیب می‌توانیم هر شکل هندسی در صفحه را مانند خط‌ها و منحنی‌ها، با یک معادله نمایش دهیم. چنین معادله‌ای، برحسب x و y نوشته می‌شود و اگر مختصات نقطه‌های روی آن شکل، در این معادله نوشته شوند، یک تساوی درست به دست می‌آید. به عنوان نمونه؛ معادلهٔ یک خط راست خاص، $4x+y=9$ است یا معادلهٔ یک دایرهٔ خاص، $x^2+y^2=4$ می‌باشد.

اولین بار دکارت این نمایش برای نقاط را به کار برد ولی بعد از او دانشمندان و ریاضی‌دانانی چون نیوتن، فرما و پاسکال، با استفاده از این نمایش، بخش‌هایی از ریاضیات را توسعه دادند.

شاید بد نباشد بدانید که دستگاه مختصاتی که دکارت به کار می بُرد، فقط دو نیم خط متقاطع بود (درواقع ربع اول صفحه مختصات امروزی) که در آن، طول و عرض نقطه‌ها عددهای مثبت هستند! زیرا در آن زمان هنوز ریاضی‌دانان، اعداد منفی را به رسمیت نمی‌شناختند.

تصاویر: ۱/رنه دکارت ۲/پِیر دو فرما ۳/آیزاک نیوتن۴ /بلز پاسکال