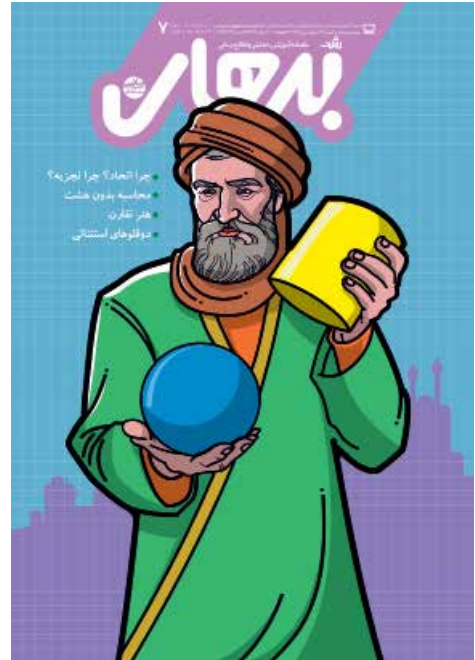


مدیر مسئول: محمد ناصری / سردبیر: سپیده چمن آرا / مدیر داخلی: حسین نامی ساعی  
هیئت تحریریه: آمنه ابراهیم زاده طاری، بهزاد اسلامی مسلم، حمیدرضا امیری، سید امیر حسین بنی جمالی  
زهره پندی، نازنین حسن نیا، محدثه کشاورز اصلانی، حسین نامی ساعی  
همکاران این شماره: جعفر اسدی گرمارودی، هوشمند حسن نیا، حسام سبحانی طهرانی، داوود معصومی مهوار  
ویراستار: بهروز راستانی  
طراح گرافیک: حسین یوزباشی  
با تشکر از همکاری خانم پری حاجی خانی  
نشانی دفتر مجله: تهران، ایران شهر شمالی، پلاک ۲۶۶ / صندوق پستی: ۱۵۸۷۵/۶۵۸۶  
تلفن: ۰۲۱-۸۸۸۳۱۱۶۱ / داخلی ۳۷۵ / شماره: ۰۲۱-۸۸۳۰۱۴۷۸  
تلفن پیامگیر نشریات رشد: ۰۲۱-۸۸۳۰۱۴۸۲ / کد مدیر مسئول: ۰۲۱-۸۸۳۰۱۴۸۲ / کد دفتر مجله: ۱۱۳  
کد مشترکین: ۱۱۴ / تلفن امور بازرگانی: ۰۲۱-۸۸۴۹۰۷۲۰ / roshdmag: @  
وب گاه: www.roshdmag.ir / رایانامه: borhanmotevaseteh1@roshdmag.ir  
وبلاگ اختصاصی مجله: weblog.roshdmag.ir/borhanrahnamaice  
شمارگان: ۲۲۰۰۰ نسخه

# بهره‌ها

رشد ماهنامه آموزشی، تحلیلی و اطلاع رسانی



روی جلد: محمد بن عیسی ماهانی / پشت جلد را نیز ببینید.

## یادداشت سردبیر

ریاضیات و محاسبه‌های ذهنی / سپیده چمن آرا / ۲

## ریاضیات و مدرسه

چرا اتحاد؟ چرا تجزیه؟ / بهزاد اسلامی مسلم / ۳

بچه موش چه رنگی می‌شود؟ / جعفر اسدی گرمارودی / ۴

آنچه از دوست رسد! / سپیده چمن آرا / ۶

رسم اعداد رادیکالی روی محور (بخش دوم) / سیدمهدی بشارت / ۲۸

محاسبه بدون هشت / شراره تقی دستجردی / ۳۰

## ریاضیات و کاربرد

چهار متر پارچه به اندازه هندسه قامت شما / سپیده چمن آرا، آمنه ابراهیم زاده طاری / ۸

ریاضی گره از قصه ما باز می‌کند! / داوود معصومی مهوار / ۱۱

هنر تقارن / کیان کریمی خراسانی / ۱۶

## ریاضیات و تاریخ

کشف راز داوینچی / حسام سبحانی طهرانی / ۱۸

## ریاضیات و بازی

محکم تر بکش! / سبا دهقان / ۲۲

GALAXIES / محدثه کشاورز اصلانی / ۲۴

پازل بیشتر حل کنیم! / ۲۶

## ریاضیات و مسئله

کی می‌تونه حل کنه؟ / آمنه ابراهیم زاده طاری / ۲۷

پاسخ کی می‌تونه حل کنه؟ + پاسخ پازلی فکر کنید / ۳۲

## ریاضیات و سرگرمی

دوقلوهای استثنائی / هوشنگ شرقی / ۳۳

کاغذی که جان می‌گیرد / زهره پندی / ۳۶

راز این چهل تکه بدون کنج چیست؟ / محبوبه رضانی، حمید قراکوزلی / ۳۸

## معرفی سایت

سؤال از احتمال، جواب از اینترنت / زهرا صباغی / ۴۰

## ریاضی دانان ایرانی

ابوعبدالله محمد بن عیسی ماهانی / نازنین حسن نیا / رو و پشت جلد

## ریاضیات و محیط زیست ما

فرکتال‌ها در طبیعت / ژما جواهری پور / صفحات داخل جلد

قابل توجه نویسندگان و مترجمان:

مطالبی که برای درج در مجله می‌فرستید، باید با اهداف مجله مرتبط باشد و قبلاً در جای دیگری چاپ نشده باشد. لطفاً مطالب ترجمه شده یا تلخیص شده را به همراه مطلب اصلی یا با ذکر دقیق منبع، ارسال کنید. مجله در رد، قبول، ویرایش و تلخیص مطالب آزاد است. مطالب و مقالات دریافتی بازگردانده نمی‌شوند. آرای مندرج در مطالب و مقاله‌ها ضرورتاً مبین رأی و نظر مسئولان نیست.

اهداف مجله عبارت‌اند از: گسترش فرهنگ ریاضی / افزایش دانش عمومی و تقویت مهارت‌های دانش‌آموزان در راستای برنامه درسی / توسعه تفکر و خلاقیت / توجه به استدلال ریاضی و منطق حاکم بر آن / توجه به الگوها و کمک به توانایی استفاده از آن‌ها / توجه به محاسبه‌های ریاضی برای توسعه تفکر جبری و توانایی‌های ذهنی دانش‌آموزان / توجه به فرهنگ و تمدن ایرانی و اسلامی در بستر فرهنگ ریاضی جهانی / توجه به کاربرد ریاضی در زندگی و علوم و فن آوری / تقویت باورها و ارزش‌های دینی، اخلاقی و علمی.

خوانندگان رشد برهان متوسطه اول؛ شما می‌توانید مطالب خود را به مرکز بررسی آثار مجلات رشد به نشانی زیر بفرستید:

تهران: صندوق پستی ۶۵۶۷-۱۵۸۷۵  
تلفن: ۰۲۱-۸۸۳۰۵۷۷۲



محاسبه ذهنی چه نوع ریاضیاتی است؟

# ریاضیات محاسبه‌های ذهنی

چند روز پیش جایی رفته بودم. دوستان و فامیل دور هم جمع بودیم.

یکی از دوستان معرکه گرفته بود و هر دو تا عددی که به او می‌گفتم، به سرعت در هم ضرب

می‌کرد و حاصل ضرب آن‌ها را می‌گفت. یاد چند سال پیش افتادم. در یکی از برنامه‌های تلویزیون، آقای همین کار را می‌کرد؛ ضرب، تقسیم، جذر، مخرج مشترک و... خلاصه کلی از محاسبه‌های ریاضی را ذهنی و سریع انجام می‌داد.

یادم هست آن زمان تبی بین پدر و مادرها افتاد که معلم‌ها هم این محاسبه‌ها را به بچه‌ها یاد بدهند تا ریاضیات آن‌ها قوی

شود! یا بچه‌هایشان را به کلاس‌هایی ببرند که این قبیل محاسبه‌ها را به آن‌ها یاد می‌دادند. فکر می‌کنم هنوز هم عده‌ای دنبال

این کارها هستند. حتی کتاب‌هایی نیز در این مورد چاپ شده است! من آن موقع امیدوار بودم - و هنوز هم هستم - که تب این

کارها فروکش کند و پدر و مادرها بفهمند که با محاسبه ذهنی و محاسبه‌های سریع ریاضی، ریاضی فرزندانشان تقویت نمی‌شود!

واقعیت این است که محاسبه، چه روی کاغذ و چه در ذهن، تنها بخش خیلی خیلی کوچکی از ریاضیات است که به اعداد مربوط

می‌شود. به جز محاسبه‌ها، موضوع‌های زیاد دیگری هم هستند که به انواع عددها مربوط می‌شوند. علاوه بر آن، در دنیای ریاضیات

به جز عددها، مفاهیم بسیار دیگری نیز وجود دارند که موضوعات بسیاری با آن‌ها مرتبط‌اند. هر قدر هم که در انجام یک محاسبه، چه

به صورت ذهنی چه روی کاغذ، تبحر به دست آوریم و سرعت عمل کسب کنیم، در همه جنبه‌های متنوع ریاضیات مهارت به دست

نمی‌آوریم. ریاضیاتی که ما نیاز داریم، هم محاسبه دارد، هم شناخت درست مفاهیم را دارد، هم کمی استدلال دارد، هم فهمیدن

روابط بین موضوعات مختلف در آن هست، و... خلاصه با دو تا محاسبه ضرب، چند تا محاسبه توان و یکی دو تا هم محاسبه تقسیم،

کار ما راه نمی‌افتد! اما بگذارید تیشه به ریشه محاسبه‌های ریاضی نزنم و با هم ببینیم که اگر کسی به انجام این قبیل محاسبه‌ها نیز

علاقه‌مند بود، چگونه می‌تواند به کمک آن، توانایی‌های بیشتری را در خود تقویت کند. برای انجام یک عملیات مثلاً ضرب، شما

باید قانون‌هایی را بدانید. این قانون‌ها در واقع از خاصیت‌های متفاوتی مانند ارزش مکانی عددها، بسط دهدهی عددها، تعریف ضرب

و خاصیت پخشی ضرب نسبت به جمع به دست می‌آیند. بنابراین اگر شما بدانید که آن قانون چگونه به دست آمده است، هم

می‌توانید آن را راحت‌تر به خاطر بسپارید، هم می‌توانید برای حالت‌های خاص عددها، مثلاً عددهایی که یک‌ان ۱ دارند، یا موارد

مشابه دیگر، قانون‌هایی ابداع کنید؛ هم اینکه اگر جایی قانون جدیدی دیدید، می‌توانید درستی یا نادرستی آن را بررسی کنید.

این توانایی‌ها، توانایی‌های مهمی در ریاضیات هستند. یادم می‌آید در دوره گذشته مجله برهان متوسطه اول، داستان‌های

«پویا و عمو تراختنبرگ» درباره تعدادی از همین قانون‌های محاسبه ذهنی بود و در آن داستان‌ها نویسنده تلاش کرده

بود، دلیل درستی هر قانون را نیز نشان بدهد تا خواننده، علاوه بر آشنایی با محاسبه‌های ذهنی، توانمندی‌های

دیگری نیز به دست آورد. اگر علاقه‌مند بودید که این مطالب را نیز ببینید، به آرشیو مجله در نشانی اینترنتی

«www.roshdmag.ir» مراجعه کنید.

توانمند باشید / سردبیر





# چرا اتحاد؟ چرا تجزیه؟

بهزاد اسلامی مسلم

## ● برای اینکه راحت تر محاسبه کنیم

عبارت  $a^3+3a^2+2a$  را در نظر بگیرید. اگر به جای  $a$  عدد عجیب  $۱/۰۰۰۹۷۳$  را قرار دهیم، حاصل چه نوع عددی است: مثبت، صفر یا منفی؟

تجزیه و اتحاد جمله مشترک را بلدید؟ پس هیچ نگران نباشید! به جای نگرانی، نگاه کنید:

$$\begin{aligned} & a^3+3a^2+2a \\ &=a(a^2+3a+2) \\ &=a(a+2)(a+1) \end{aligned}$$

حالا برای راحتی از عبارت آخر استفاده می کنیم. وقتی در  $(a+1)(a+2)$  به جای  $a$  بگذاریم  $۱/۰۰۰۹۷۳$ ، وضعیت این طور می شود:

- $a$  که همان عدد  $۱/۰۰۰۹۷۳$  است و منفی است.
- $a+2$  مثبت است.
- $a+1$  منفی است.

حالا در مورد حاصل ضرب این سه عدد می توانیم به راحتی قضاوت کنیم:  $(a+1)(a+2)$  مثبت می شود. یعنی اگر به جای  $a$  بگذاریم  $۱/۰۰۰۹۷۳$ ، حاصل  $a^3+3a^2+2a$  مثبت می شود.

## ● برای اینکه حقایق ریاضی را کشف و اثبات کنیم

در عبارت جبری  $n^2-n$  به جای  $n$  عددهای طبیعی متفاوتی قرار می دهیم:

n	۱	۲	۳	۴	۵
$n^2-n$	۰	۶	۲۴	۶۰	۱۲۰

همان طور که در جدول بالا می بینید، عددهای ۰، ۶، ۲۴، ۶۰ و ۱۲۰ را برای مقدار عددی عبارت جبری به دست آورده ایم. این عددها همه بر ۳ بخش پذیرند. آیا این ویژگی به ازای هر عدد طبیعی دیگر هم که به جای  $n$  قرار گیرد، برقرار است؟ مثلاً اگر در عبارت  $n^2-n$ ، به جای  $n$  عدد ۱۳۹۶ هم قرار دهیم، باز حاصل عبارت جبری  $n^2-n$  بر ۳ بخش پذیر می شود؟ تجزیه و اتحاد مزدوج را بلدید؟ پس برای پاسخ دادن به این سؤال چیزی کم ندارید! ببینید:

$$n^2-n = n(n^2-1) = n(n-1)(n+1)$$

پس  $n^2-n$  برابر است با ضرب سه عدد پشت سر هم. این عددها عبارت اند از:  $n-1$  و  $n$  و  $n+1$ .

از هر سه عدد طبیعی پشت سر هم، یکی از آن ها بر ۳ بخش پذیر است. پس حتماً یکی از سه عدد  $n-1$  و  $n$  و  $n+1$  بر ۳ بخش پذیر است. پس حاصل ضربشان هم بر ۳ بخش پذیر است. یعنی  $(n-1)(n+1)$  بر ۳ بخش پذیر است. در نتیجه  $n^2-n$  بر ۳ بخش پذیر است.

## ● برای اینکه عبارت های جبری را بهتر بشناسیم

در عبارت جبری  $x^2-2x+1$  به جای  $x$  می توانیم عددهای متفاوتی بگذاریم. من خودم چند عدد جای  $x$  گذاشتم و حاصل در هیچ موردی کمتر از صفر نشد! ببینید:

x	۱	۱۰	-۵	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
$x^2-2x+1$	۰	۸۱	۳۶	$\frac{1}{4}$	$3-2\sqrt{3}$

آیا اگر عددی به جز عددهای بالا به جای  $x$  بگذارم، ممکن است حاصل منفی شود؟ یا ویژگی  $x^2-2x+1$  این است که حاصل آن حتماً یا صفر می شود یا مثبت؟ اتحاد مربع دو جمله ای را بلدید؟ پس می توانید به سؤال بالا پاسخ دهید! نگاه کنید:

$$x^2-2x+1=(x-1)^2$$

در عبارت  $(x-1)^2$  هر عددی که دوست دارید، جای  $x$  بگذارید. در آخر محاسبه، حاصل را به توان ۲ می رسانیم. پس حاصل منفی نمی شود (چون مجذور هیچ عددی، منفی نمی شود). پس فهمیدیم که ویژگی  $x^2-2x+1$  این است که حاصل آن، حتماً صفر یا مثبت می شود.

## ● برای اینکه معادله ها را حل کنیم

اتحاد جمله مشترک را بلدید؟ پس می توانید معادله  $x^2+3x-10=0$  را حل کنید! اول تجزیه کنیم:

$$x^2+3x-10=(x+5)(x-2)$$

به ما گفته شده که  $x^2+3x-10=0$ . پس  $(x+5)(x-2)=0$ . ضرب دو عدد در چه صورت برابر صفر می شود؟ وقتی که یکی از آن ها صفر باشد. پس  $x-2=0$  یا  $x-5=0$ . در نتیجه  $x$  یا ۲ است یا ۵. این دو عدد، جواب معادله مان هستند.



# چرا موش چهار رنگی می‌شود؟

جعفر اسدی گرمارودی

با این توضیحات در مورد رنگ موش‌ها، می‌خواهیم پیش‌بینی کنیم...



سیاه ناخالص (Bb) (مادر)



سیاه ناخالص (Bb) (پدر)



بنای یادبود  
برای  
موش‌هایی  
که در  
تحقیقات  
ژنتیک از  
بین رفته‌اند

گاهی برای شناخت بهتر برخی از پدیده‌ها، لازم است علوم مختلف به کمک یکدیگر بیایند. در ژنتیک، «احتمال» به توصیف چگونگی انتقال صفات ارثی کمک می‌کند تا پیش‌بینی‌های لازم به عمل آید. برای اینکه کاربرد احتمال در این زمینه را ببینیم، بدون وارد شدن به مباحث تخصصی ژنتیک، به ذکر یک آزمایش ساده ژنتیکی می‌پردازیم.

هر موجودی دارای ویژگی‌های ظاهری مانند رنگ مو، رنگ چشم و... است. در برخی از این ویژگی‌ها امکان دارد فرزند به پدر و مادر خود شبیه باشد و در برخی دیگر ممکن است کوچک‌ترین شباهتی بین آن‌ها وجود نداشته باشد. برای روشن شدن این موضوع به بررسی رنگ بدن موش می‌پردازیم. در شکل‌ها سه نوع موش را مشاهده می‌کنیم.

وقتی موشی دارای ژن سیاه خالص (BB) است، یعنی از پدر سیاه بودن (B) و از مادر نیز سیاه بودن (B) را به ارث برده است.



وقتی موشی دارای ژن سیاه ناخالص (Bb) است، یعنی از یکی، یا پدر یا مادر، سیاه بودن (B) و از دیگری قهوه‌ای بودن (b) را به ارث برده است که سیاه صفت غالب بوده است.



وقتی موشی دارای ژن قهوه‌ای خالص (bb) است، یعنی از پدر قهوه‌ای بودن (b) و از مادر نیز قهوه‌ای بودن (b) را به ارث برده است.











احتمال نوزاد قهوه‌ای خالص =  $\frac{1}{4}$

احتمال نوزاد سیاه ناخالص =  $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

احتمال نوزاد سیاه خالص =  $\frac{1}{4}$

به همین ترتیب علاوه بر رنگ می‌توانیم خصوصیات دیگر نسل‌های آینده‌ی هر موجودی را پیش‌بینی کنیم.

جدول زیر تمام ترکیبات مختلف از پدر و مادر را نمایش می‌دهد.

		مادر	
		B	b
پدر	B	 BB	 Bb
	b	 bB	 bb

#### پی‌نوشت‌ها:

۱. صفت غالب صفتی است در نسل اول ظهور می‌کند در حضور دیگر صفات مشابه خود را نشان می‌دهد.
۲. از همکار خوبم، آقای محمدعلی گیوه‌چی، برای کمک‌هایشان در نوشتن این مطلب، سپاسگزارم.

با توجه به این که جدول چهار تا خانه دارد و با فرض هم‌شانس بودن هر یک از خانه‌ها، احتمال هر خانه برابر یک‌چهارم خواهد بود:





# آنچه از دوست رسد

سپیده چمن آرا  
گزارشی از دیدار با خوانندگان مجله

من و آقای هوشمند حسن‌نیا - از اعضای تحریریه مجله - در آذرماه سال گذشته، با دانش‌آموزان دو مدرسه دیدارهایی داشتیم: دبیرستان دوره اول «فرزانگان کرج» و دبیرستان دوره اول پسرانه «آئینه» (منطقه ۵ تهران). در این دیدار با دانش‌آموزان کلاس‌های مختلف، درباره مجله گپ زدیم و نظر آن‌ها را شنیدیم. این دوستان، دو یا سه شماره اول از این دوره از مجله به دستشان رسیده بود و قسمت‌هایی از آن‌ها را خوانده بودند. حتی آقای مهدوی خواه، دبیر ریاضی پایه هشتم آئینه، از مطالب مجله به خصوص از دست‌سازهای ریاضی و پروژه‌های جئوجبرایی آن در کلاس‌های ریاضی خود استفاده می‌کرد و بعضی از دانش‌آموزان، این مطالب را به صورت پروژه انجام می‌دادند و به دیگر هم‌کلاسی‌های خود ارائه می‌کردند. ابتدا کمی درباره خود مجله و مطالب آن سه شماره با این دوستان گفت‌وگو کردیم. سپس از آن‌ها خواستیم هر پیشنهادی برای مجله دارند، بدهند. دوستان کلی پیشنهاد جالب داشتند. بعضی نظرات حتی با هم متناقض بودند. به هر حال ما از آن‌ها کلی ایده گرفتیم. پیشنهادهای این دوستان را در ادامه می‌خوانید. در مواردی که پیشنهاد دهنده، نام خود را نیز ذکر کرده بود (و ما هنگام پیاده کردن فایل صوتی آن را داشتیم)، نام او را هم نوشته‌ایم:

- کاغذ مجله گلاس‌نازک بشود. ● ریاضی را در قالب داستان در مجله بیان کنید. ● روی جلد‌ها با استفاده از شکل‌های هندسی یا اشیای ریاضی، کار گرافیکی انجام شود (پرنیان و پرنیان - پایه نهم). ● مطالبی مانند رمزنگاری که در دوره قبلی بود، مجله را جذاب می‌کند (یگانه - پایه نهم). ● برای پشت جلد، از دانش‌سننی‌هایی که برای این سن جالب‌تر است استفاده شود، مانند آریگامی یا مکعب روبیک (سارا و هستی - پایه نهم). ● داخل مجله برای آموزش آریگامی یا چیزهایی مشابه آن، یک قسمت‌هایی باشد که بتوانیم ببریم و از مجله جدا کنیم (گلناز - پایه نهم). ● مطالب مجله برای بچه‌ها جذاب است، چون موضوعات را به بیان ساده گفته است. اگر مطالبی مثل هندسه گره‌ها یا دنباله فیبوناچی یا نسبت طلایی که برای دانش‌آموزان جالب است، با زبان ساده بیاید، خوب است. ● جدول بگذارید. ● سودوکوی پنج‌تایی بگذارید. ● وقتی خواستم داستان فی‌پی را بخوانم، ترتیب مطالب مشخص نبود. برای کمیک‌ها شماره بگذارید. ● رابطه‌های عددی جالب و جذابی در مجله بیاورید. ● راه حل‌های جالب مسائل ریاضی و راه‌های تستی را بنویسید (فاطمه - پایه نهم). ● درباره رشته‌های مرتبط با ریاضی در مجله اطلاعاتی بدهید که به تعیین رشته نهمی‌ها کمک کند. ● از شکل‌های قشنگ بیشتر استفاده کنید. طنز هم بیشتر باشد (باران - پایه هفتم). ● مطالب خنده‌دار هم بگذارید. ● از کاریکاتور هم استفاده کنید. ● از شعر، به خصوص شعر طنز هم استفاده کنید. ● هر چه مجله خوش آب و رنگ‌تر باشد، برای بچه‌ها جذاب‌تر می‌شود.





آموزش اریگامی داشته باشید. ● اطلاعات مربوط به ریاضی‌دان‌ها را بلافاصله در صفحه اول بگذارید، نه پشت جلد، که خواننده شود. ● چیستان و جدول‌های ساده بگذارید. ● برای درس‌های دیگر هم مجله چاپ بشود (پرنیان - پایه هفتم). ● درباره ارتباط ریاضی با زیست‌شناسی نیز مطلب بنویسید. ● اگر ادبیات مجله خودمانی و محاوره‌ای باشد، بیشتر جذب آن می‌شویم. همچنین درباره کاربردهای ریاضی بیشتر برایمان بنویسید. ● مطالب درسی و علمی را که در مدرسه می‌خوانیم! بنابراین بهتر است جنبه‌های دیگری از ریاضی را در مجله نشان دهید. ● رشته‌های دانشگاهی مرتبط با ریاضی را برایمان معرفی کنید. ● اخبار ریاضی، مانند جدیدترین مسائلی که ریاضی‌دان‌ها توانسته‌اند حل کنند، یا مسابقه‌ها یا جایزه‌های ریاضی در مجله بیاید. ● مطالب اجتماعی هم در آن باشد و از نظر آماری بررسی شود. ● درباره اعداد در زبان‌های مختلف، مانند یونانی و این‌ها بنویسید. ● کتاب‌ها یا فیلم‌های جدید معرفی شوند و از نظر هنری که با ریاضیات و هندسه مرتبط است، بررسی شوند. ● درباره ساخت فضایی‌ها در فیلم «جنگ ستارگان» یا مهندسی چیزهایی که در فیلم «هری پاتر» هست،



بنویسید. ● در ابتدای متن‌های مربوط به کتاب درسی، کادری بیاید که تعریف‌های اصلی را یادآوری کند. ● یکی از فصل‌های کتاب درسی راه گسترده‌تر و بالاتر از سطح کتاب، ولی به اختصار توضیح بدهید. ● چیستان مطرح کنید (محمدی - پایه نهم و آرش - پایه هفتم). ● در پایان مطالبی که سؤالی مطرح شده است، آدرس بدهید ● پاسخ را ارسال کنیم و برایش جایزه بدهید. ● در لابه‌لای متن غلط‌های املایی بگذارید که بگردیم و پیدا کنیم و به این هوا، مطلب را بخوانیم. ● بازی و ریاضی بیشتر باشد. ● درباره اینکه ریاضی را چگونه بخوانیم و مسائل را چگونه حل کنیم و چگونه ریاضی را بهتر یاد بگیریم، بنویسید (محمدحسین منجری - پایه نهم). ● داستان‌هایی که ریاضی دارد، بنویسید (آرین - پایه هشتم). ● بنویسید دانشمندان چگونه به یک فرمول رسیدند (سعید - پایه هشتم). ● مطالبی بنویسید که بتوانیم آن‌ها را آزمایش کنیم و انجام دهیم (مهیار - پایه هشتم). ● درباره فیزیک هم بنویسید (متین - پایه هشتم). ● سؤال درسی یا پاسخش بگذارید (سپهر - پایه هشتم). ● انتهای هر مطلب سؤالاتی مطرح کنید (عرب‌زادی - پایه هشتم آینه). ● زندگی ریاضی‌دان‌ها و تاریخچه فرمول‌ها را بنویسید (مانی - پایه هشتم). ● بخش معرفی سایت بیشتر باشد. ● از عکس خود دانش‌آموزان برای صفحه‌های مجله (مثلاً در حال حل مسئله برای صفحه «کی می‌تونه») استفاده کنید (آرین حجاری - پایه هشتم). ● مطالب شماره‌های قدیم برهان را در کادرهایی لابه‌لای مطالب مجله معرفی کنید (سعید - پایه هشتم). ● مطالب مهم را در صفحه‌های وسط مجله بگذارید. ● تعداد صفحات کمیک بیشتر شود (پرهام، علیرضا - پایه هفتم). ● طنز بیشتر شود (محمد - پایه هفتم). ● زندگی‌نامه ریاضی‌دانان برود داخل مجله. پشت مجله دیده نمی‌شود (آروان - پایه هفتم). ● پشت جلد مطالب فوق برنامه باشد، مثل نکات تستی (امیرمهدی - پایه هفتم). ● درباره مساحت کره زمین هم بنویسید (رضا - پایه هفتم). ● درباره ریاضی‌دان‌ها بیشتر بنویسید. ● درباره طرز درس خواندن هم بنویسید (آرش - پایه هفتم). ● مجله سرگرمی و اطلاعات عمومی داشته باشد (متین - پایه هفتم). ● مطالب خوب را اول مجله بگذارید.

از خانم طیبیه محروقی و آقای علی‌اصغر جعفریان، مدیران این مدارس، که اجازه دادند با دانش‌آموزان گفت‌وگو کنیم سپاسگزاریم.





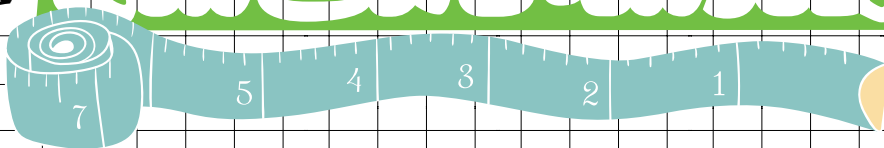


# مغز پارچه

به اندازه

بلندتر است شما

سپیده چمن آرا  
آمنه ابراهیم زاده طاری  
عکاس: اعظم لاریجانی



چادری  $\frac{3}{5}$  یا  $\frac{3}{7.5}$  متر برای افراد قد بلندتر است. ولی اگر عرض پارچه کمتر باشد، مثلاً ۱۱۰ یا ۱۱۵ سانتی متر،  $\frac{4}{5}$  متر و حتی برای افراد بلندقد، ۵ متر و نیم یا ۵ متر و ۷۵ سانتی متر پارچه لازم است. بعد از خرید پارچه باید آن را بترسیم.

از بچگی می‌دیدم که عمه‌جان برای دوختن چادر برای من و دخترهای دیگر فامیل اندازه‌هایی می‌گیرد و بعد با استفاده از آن اندازه‌ها، پارچه را می‌برد و چادر را می‌دوزد. همیشه دوست داشتم بدانم چه ارتباطی بین آن اندازه‌ها و شکل چادر هست. چند وقت پیش برای گرفتن جواب این سؤال به خانۀ عمه رفتیم. او هم برای ما از نحوه دوختن چادر و مقنعه گفت. گفت‌وگوی ما را در ادامه می‌خوانید.

**برهان:** من دیده بودم که شما پارچه را روی سر دخترها می‌انداختید و می‌بریدید!

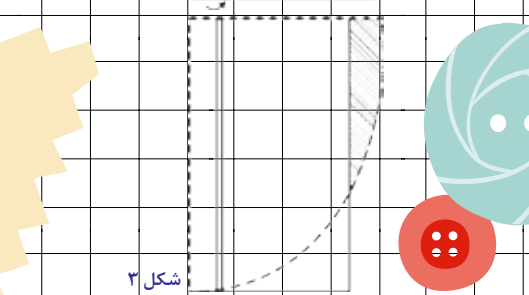
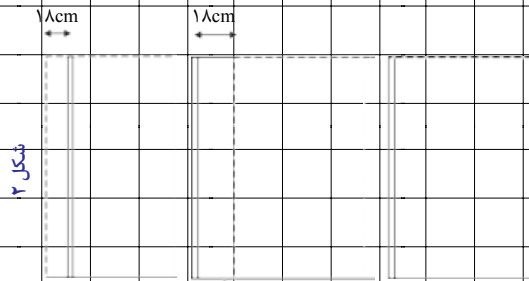
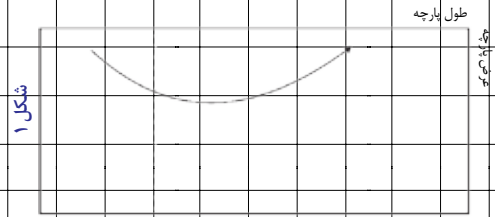
**برهان:** عمه‌جان، اگر بخواهید برای من چادر بدوزید، چه کارهایی باید بکنید؟

**عمه:** بله! پارچه را روی سر شما می‌اندازم و یک طرف پارچه را به اندازه قد شما تنظیم می‌کنم. طرف دیگر پارچه را آن قدر می‌کشیم تا صاف روی سر قرار گیرد و هم‌اندازه طرف اول، علامت می‌زنیم. این قد چادر است. منتها پشت چادر بلندتر است، زیرا این ۱۸-۱۷ سانتی متر کف سر، به قد چادر از پشت اضافه می‌شود. بنابراین اول پارچه را از طول دو تا می‌کنیم (شکل ۱). بعد یک طرف آن را ۱۸-۱۷ سانتی متر تا می‌زنیم (شکل ۲). بعد هم آن را ربع دایره می‌کنیم (شکل ۳).

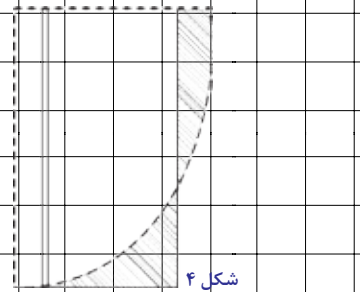
**عمه:** اول از همه باید قد تو را اندازه بگیرم تا بفهمم چه قدر پارچه باید بخریم. افرادی که قد بلندتر هستند، خوب پارچه بیشتری برایشان لازم است. بیشتر پارچه‌های چادری عرض ۱۱۵-۱۱۰ سانتی متر دارند تا عرض ۱۵۰ سانتی متر. اگر عرض پارچه ۱۵۰ سانتی متر باشد، قواره



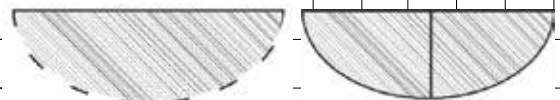




می بینید که اگر عرض پارچه کم باشد، پشت چادر تکه می خورد. اگر بخواهید پشت چادر تکه نخورد، باید عرض پارچه را بیشتر بگیرید. معمولاً تکه پشت چادر را از قسمت بریده شده از کنار پارچه تهیه می کنند (شکل ۴).



تکه پشت چادر این شکلها را استفاده کنید.



بدون درز

با درز

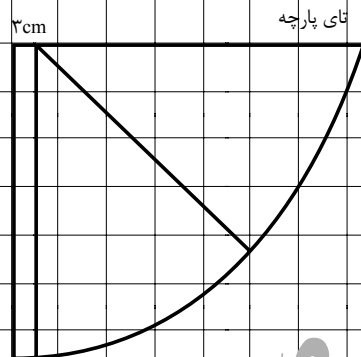


با دو تا درز متقارن

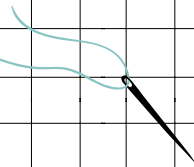
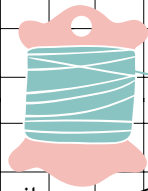
شکل ۵

برهان: مقنعه های کلوش که بعضی از آنها چانه دار هم هستند، خیلی شبیه چادرند. درست است؟ این مقنعه ها هم مثل چادر شبیه نیم دایره هستند.

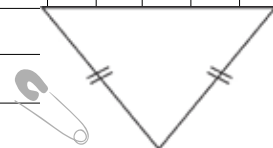
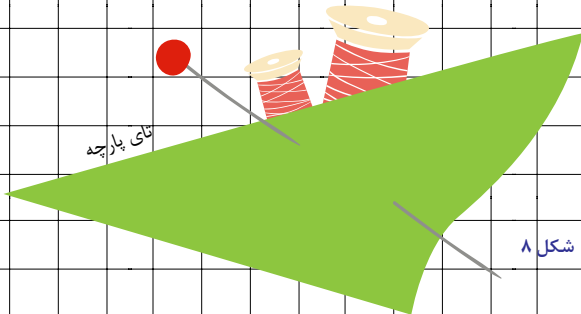
عمه: بله. با این تفاوت که قبل از برش به جای ۱۷-۱۸ سانت، فقط ۳ سانت آن را تا می کنیم. دیگر اینکه وقتی پارچه را داریم می بریم، تا ۴۵° (نصف ربع دایره) به اندازه قد مقنعه می بریم. ۴۵° بقیه را بلندتر می بریم تا پشت مقنعه بالا نیفتد (شکل ۶).



شکل ۶



برهان: برای دوختن جلوی مقنعه باید چکار کنیم؟  
عمه: معمولا ۳۰ سانتی متر را باز می گذاریم و بقیه را می دوزیم. بعد چانه را هم که یک مثلث متساوی الساقین است (شکل ۷)، از دو تا ساقش به مقنعه وصل می کنیم. خودبه خود کمی تنگ تر می شود. اما اگر نخواهیم چانه بگذاریم، باید کمتر از ۳۰ سانت باز بگذاریم: از رستگاه مو تا زیر چانه.

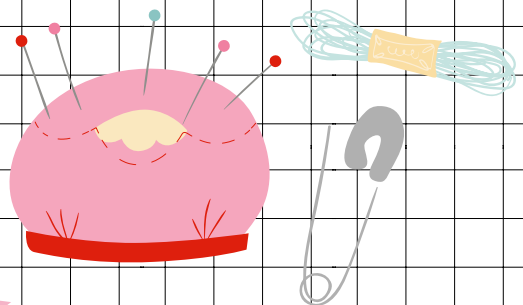


برهان: آهان، مثل همین که سر ماست؟ خوب درباره اندازه ها و شکل آن هم توضیح می دهید؟  
عمه: بله، حتماً نصف مقنعه کله قندی (نُفی) در واقع از داخل یک مربع بریده می شود و از آن شکلی شبیه ربع دایره درمی آید. ولی راستش خیلی هم شبیه ربع دایره نیست. زیرا تا قطر مربع، مثل  $\frac{1}{8}$  دایره است و از قطر به بعد، یک منحنی است که پشت مقنعه را می سازد و برای اینکه پشت مقنعه خیلی بالا نپرد، باید خیلی بلندتر باشد. چون دقت کنید که بالای سرتان به قد مقنعه اضافه می شود

برهان: چقدر پارچه برای این نوع مقنعه لازم است؟  
عمه: ۹۰ سانتی متر پارچه با عرض ۹۰ سانتی متر کافی است. البته اگر عرض پارچه بیشتر از ۹۰ سانتی متر باشد، خوب می شود پشت مقنعه را کمی بلندتر گرفت که خوش حالت تر بایستد



برهان: چقدر پارچه برای این نوع مقنعه لازم است؟  
عمه: ۹۰ سانتی متر پارچه با عرض ۹۰ سانتی متر کافی است. البته اگر عرض پارچه بیشتر از ۹۰ سانتی متر باشد، خوب می شود پشت مقنعه را کمی بلندتر گرفت که خوش حالت تر بایستد





# اقتصادی باشیم

داوود معصومی مهوار

# ریاضی

## گره از قضا ما باز می کند

را بفروشد و خود را بازنشسته کند. به حاج مرتضی، پسر بزرگ مرحوم حاج موسی، خبر داد که اگر می خواهد، او مغازه و سه دانگ انبار را بخرد. ولی با گذشت زمان قیمت مغازه و انبار بالا رفته است و حاج مرتضی گفت که نمی تواند بخرد. ۲۰ سال پیش یک متر مربع مغازه کمی بیشتر از یک میلیون تومان قیمت داشت و هر متر مربع انبار هم تقریباً ۱۰۰ هزار تومان ارزش داشت. ولی الان هر دو ترقی کرده اند. مغازه متری ۴۰ میلیون تومان و انبار متری ۵ میلیون تومان ارزش دارد.

اما بشنوید که حاج مرتضی ساز جدیدی زد و گفت به شرطی رضایت به فروش می دهد که سهم او از کل ملک محاسبه شود، نه از سه دانگ انبار، و در پاسخ به تعجب و پرسش حاج رحیم گفت، درست است که او و برادرش قانوناً سند سه دانگ از انبار را دارند، ولی انصاف این است که در کل ملک شریک باشند و از ترقی بسیار زیاد مغازه نیز سهم ببرند. او از حاج رحیم خواست که همه ملک را بفروشد و به جای اینکه نیمی از بهای انبار را به او بدهد، سهم او و برادرش را از کل ملک محاسبه کند. یعنی قیمت ۲۰ سال پیش ملک را که ۱۱۶ میلیون تومان بوده است، ملاک بگیرند و سهم حاج مرتضی و برادرش را ۲۶ از ۱۱۶

بیست سال پیش حاج رحیم مغازه ۵۰ متر مربعی خود در خیابان شوش و انبار ۲۱۰ متر مربعی خود را فروخت، موقعیت بهتری پیش آمده بود تا یک مغازه ۵۰ متر مربعی و انبار ۶۰۰ متر مربعی پشت آن را یکجا بخرد. هر دو مغازه در خیابان شوش بودند و پلاک آن‌ها حدود ۱۰۰ شماره با هم تفاوت داشت. قیمت آن‌ها هم تفاوتی نداشت. حاج رحیم می توانست

مغازه جدید را به قیمت ۵۶ میلیون تومان بخرد. اما پول فروش انبار ۲۱۰ متر مربعی او و پس اندازش سر جمع ۳۴ میلیون تومان شد، در حالی که انبار ۶۰۰ متر مربعی جدید ۶۰ میلیون تومان قیمت داشت. یاد مرحوم حاج موسی (که قبلاً بسیار با هم شراکت داشتند) افتاد و به پسران حاج موسی خبر داد. آن‌ها هم ملک را دیدند و ۲۶ میلیون تومان دادند و ملک خریداری شد. همان موقع حاج رحیم سه دانگ از شش دانگ انبار را به نام پسران مرحوم حاج موسی سند زد و به آن‌ها گفت که کسی از فردا خبر ندارد. باید این کار درست انجام شود تا خدای نکرده حقی از شما ضایع نشود. سند را به آن‌ها داد و گفت که کم کم ۴ میلیون تومان پرداخت کنند تا پرداختشان هم مثل سهم سندشان نصف باشد. الان پس از گذشت ۲۰ سال حاج رحیم می خواهد مغازه و انبار







آن‌ها تنها در انبار شریک من هستند و من مایلم که قیمت کنونی انبار، یعنی ۳۰۰۰ میلیون تومان را به ۶۰ سهم تقسیم کنم و ۲۴ تا از این سهم‌ها را به آن‌ها بدهم. تو چرا طرف آن‌ها را می‌گیری؟! ۲۰ سال پیش این انبار را ۶۰ میلیون تومان خریدیم و آن‌ها هم ۲۶ میلیون تومان از ۶۰ میلیون تومان را پرداختند. حقشان همین ۲۶ از ۶۰ است، نه بیشتر!»

حسین پاسخ داد: «حاج آقا من حساب می‌کنم و شما خودت ببین. حاج مرتضی حواسش نیست. این جور که حاج مرتضی سهم می‌خواهد، پول کمتری به او می‌رسد. و اگر همان نظر شما را قبول کنند، پول بیشتری گیرش می‌آید.»

حاج رحیم گفت: «شوخی می‌کنی حسین؟ این همه آدم شنیده‌اند و گفته‌اند که حاج مرتضی نباید چشم به قیمت رشد کرده مغازه داشته باشد و حاج مرتضی هم این همه به همین رشد قیمت مغازه چشم دارد و اصرار می‌کند که سهمش را از کل ملک حساب کنم. این همه آدم حواسشان نیست؟»

حسین گفت: «بله حاج آقا، حواسشان نیست. شما ببین این حساب من چه ایرادی دارد؟»

$$\text{قیمت مغازه} = 40 \times 50 = 2000 \text{ میلیون}$$

$$\text{قیمت انبار} = 5 \times 600 = 3000 \text{ میلیون}$$

یعنی مغازه دو میلیارد تومان و انبار سه میلیارد تومان می‌ارزد. حالا سهم پسران مرحوم حاج موسی را آن جور که خودشان می‌خواهند حساب می‌کنم. یعنی همه این ۵ میلیارد تومان را به ۱۱۶ سهم تقسیم می‌کنم و ۲۶ سهم را برای آن‌ها در نظر می‌گیرم:

$$\frac{5000}{116} \times 26 = 1120 / 69$$

حالا سهم آن‌ها را جوری که شما پیشنهاد داده‌اید و آن‌ها نپسندیده‌اند، حساب می‌کنم:

$$\frac{3000}{6} \times 26 = 13000$$

می‌بینید حاج آقا؟ طرح شما به نفعشان و طرح خودشان به ضررشان است. اگر به حرف شما گوش کنند، نزدیک ۱۸۰

محاسبه کنند. (راستی نگفته بودم که پسران حاج موسی همان ۲۶ میلیون را داده بودند و پرداخت دیگری بعد از آن نداشتند.) خلاصه حاج رحیم این درخواست حاج مرتضی را نپسندید و گفت که ۲۰ سال پیش همین اندازه مغازه را داشت و برای خرید انبار بزرگ‌تر به آن‌ها درخواست شراکت داده بود. بر این اساس شراکت آن‌ها تنها در انبار است و سهم شرکاء نیز به نسبت ۳۴ از ۶۰ و ۲۶ از ۶۰ می‌باشد. دیگران نیز داستان را شنیدند و برخی هم برای حکمیت دعوت شدند و همگی نظر حاج رحیم را به انصاف دانستند و ترقی و رشد متری ۳۹ میلیون تومان مغازه را حق حاج رحیم اعلام کردند و سهم پسران مرحوم حاج موسی را

منحصر در بهای فروش انبار و به نسبت ۲۶ از ۶۰ دانستند. ولی باز هم حاج مرتضی از حاج رحیم خواست که خودش کلاه خودش را قاضی کند و حق او و برادرش در کل ملک را به رسمیت بشناسد.

خلاصه این ماجرا نقل کاسب‌ها و آشنایان هر دو طرف شده بود تا اینکه حسین، پسر حاج رحیم نیز با پدرش صحبت کرد و از او خواست که ملک را بفروشد و سهم پسران مرحوم حاج موسی را مطابق نظر خود آن‌ها بپردازد! یعنی ۵۰ متر مغازه را متری ۴۰ میلیون تومان و ۶۰ متر انبار را نیز متری ۵ میلیون تومان بفروشد و کل مبلغ

$$5000 = 3000 + 2000 = 5 \times 600 + 40 \times 50$$

۱۱۶ میلیون تومان را بر ۱۱۶ تقسیم کند و ۲۶ سهم از این ۱۱۶ سهم را به پسران مرحوم حاج موسی بدهد.

حاج رحیم گفت: «چرا باید آن‌ها را در مال خود و ترقی متری ۳۹ میلیون تومان مغازه شریک کنم؟ این حق و انصاف نیست!»

**اولین چیزی که نظر حسین را جلب کرد، این بود که در این ۲۰ سال ترقی قیمت مغازه بیشتر از ترقی قیمت انبار بوده است. همین موضوع دید همه را تار کرده بود و همه فکر می‌کردند که طرح حاج مرتضی به نفعش است**



میلیون تومان به نفعشان خواهد شد!»

حاج رحیم گفت: «مطمئن هستی حسین جان؟ البته من راضی به ضررشان نیستم. همین‌ها را بیا برایشان بگو. خدا را خوش نمی‌آید که ضرر کنند.»

حسین گفت: «چشم حاج آقا، شما چند نفر معتمدشان و کسانی را که قبلاً حَکَم بوده‌اند، بیاور. همه چیز را روشن می‌کنیم و...» اما موضوع برای خود حسین هم جالب بود. اولین چیزی که نظر حسین را جلب کرد، این بود که در این ۲۰ سال قیمت مغازه حدود متری ۳۹ میلیون تومان و قیمت انبار حدود متری ۴/۹ میلیون تومان بالا رفته است. گویا ترقی قیمت

مغازه بیشتر از ترقی قیمت انبار است. همین

موضوع دید همه را تار کرده بود و همه

فکر می‌کردند که طرح حاج مرتضی

به نفعش است. ولی ذهن ریاضی و

منظم حسین او را وادار کرد که بعد

از محاسبه و تحقیق، درباره طرح

حاج مرتضی قضاوت کند. پس از

محاسبه تازه حسین کار خود را آغاز

کرد. چرا چنین شده بود؟ چرا چنین

چیزی از دید همه پنهان مانده بود؟

نخستین چیزی که به ذهن حسین رسید،

نگاه از زاویه‌ای دیگر بود. حسین متوجه شد که در

این ۲۰ سال قیمت مغازه تقریباً  $\frac{35}{7}$  برابر، ولی قیمت انبار

۵۰ برابر شده است.

شما چه فکر می‌کنید؟ آیا اصل مطلب همین جاست؟ آیا

ضریب تغییر قیمت ( $\frac{35}{7}$  و ۵۰) را باید مهم دانست و

خود مقدار افزایش قیمت (۳۹ میلیون تومان در مقابل

۴/۹ میلیون تومان) اهمیت چندانی ندارد؟ چرا باید

این‌گونه فکر کنیم؟ از کجا بفهمیم که عامل مهم و مؤثر

کدام است؟

حسین خیلی زود فهمید که در این مسئله چیزی به نام عامل

مهم و مؤثر وجود ندارد. اهمیت دادن بیجا به یک عامل ما

را به اشتباه می‌اندازد و ممکن است مانند حاج مرتضی دچار

پیش‌بینی و قضاوت ناراست بشویم. حسین عددهای مسئله را عوض کرد تا بتواند دیدگاه‌های جدیدی پیدا کند.

او فرض کرد که مغازه به جای ۵۰ متر مربع یک متر است! و

سپس سرانگشتی حساب کرد. در این حالت حاج مرتضی در

۶۰۰ متر انبار که متری ۵ میلیون تومان می‌ارزد، به نسبت ۲۶

از ۶۰ سهام و شریک است. عدد  $\frac{26}{60}$  خیلی به نصف نزدیک

است. اگرچه قیمت مغازه (متری ۴۰ میلیون تومان) بالاست،

ولی کلاً مغازه یک متری ۴۰ میلیون تومان می‌ارزد و خود انبار

۳۰۰۰ میلیون تومان.

چرا باید به ذهن کسی بزند که سهم  $\frac{26}{60} \times 3000$  را

خود را در انبار رها کند و به دنبال سهم

$\frac{26}{60} \times 3000$  باشد؟ می‌بینید؟

۳۰۰۰ فرق چندانی با ۳۰۴۰ ندارد،

ولی  $\frac{26}{60}$  تقریباً برابر نیم است و

$\frac{26}{116}$  از  $\frac{1}{4}$  هم کوچک‌تر است!

حالا شما هم دست به کار شوید. حالت‌های

مختلفی را در نظر بگیرید و در هر حالت دو

جور (یک بار ۲۶ سهم از ۶۰ سهم انبار و بار دیگر ۲۶

سهم از ۱۱۶ سهم کل ملک) سهم حاج مرتضی را محاسبه

کنید. مثلاً فرض کنید که مساحت مغازه و انبار برابر باشند.

حالت‌های دیگر را با سلیقه خودتان انتخاب کنید.

حسین همین جا به فکر نمودار افتاد. نمودار می‌تواند حالت‌های

زیادی را یک جا به ما نشان بدهد. او از نمودار خط در صفحه

مختصات کمک گرفت. مساحت مغازه را به‌طور ثابت همان ۵۰

متر در نظر گرفت. پس ارزش مغازه هم درست برابر  $40 \times 50$

میلیون تومان، یعنی ۲۰۰۰ میلیون تومان شد. او قیمت انبار را

همان متری ۵ میلیون تومان گرفت. ولی تلاش کرد تا مساحت

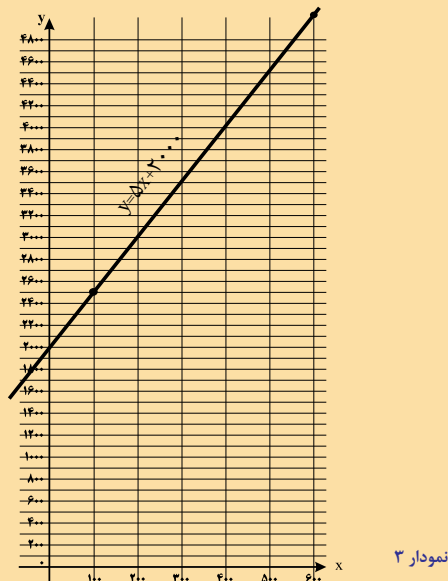
انبار را متغیر بگیرد، نه ثابت. خیلی ساده و سراسر ارزش یک

انبار به مساحت  $x$  متر، برابر  $x$  حاصل ضرب در ۵ میلیون تومان

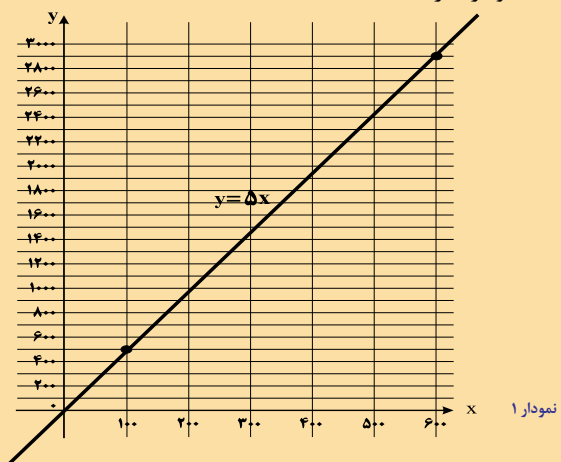
حسین  
خیلی زود فهمید  
که در این مسئله  
چیزی به نام عامل مهم  
و مؤثر وجود ندارد. اهمیت  
دادن بیجا به یک عامل ما را به  
اشتباه می‌اندازد و ممکن است  
دچار قضاوت ناراست بشویم.  
او عددهای مسئله را عوض  
کرد تا بتواند دیدگاه‌های  
جدیدی پیدا کند



ملک را نشان می‌دهیم. پس باید در هر حالت قیمت مغازه ۲۰۰۰ میلیون تومان) را نیز اضافه کنیم (نمودار ۳).



است. حسین نام محور افقی را محور  $x$  گذاشت و نام محور عمودی را  $y$  و به این ترتیب  $y$  (ارزش انبار) را محاسبه کرد و نمودار ۱ را کشید.



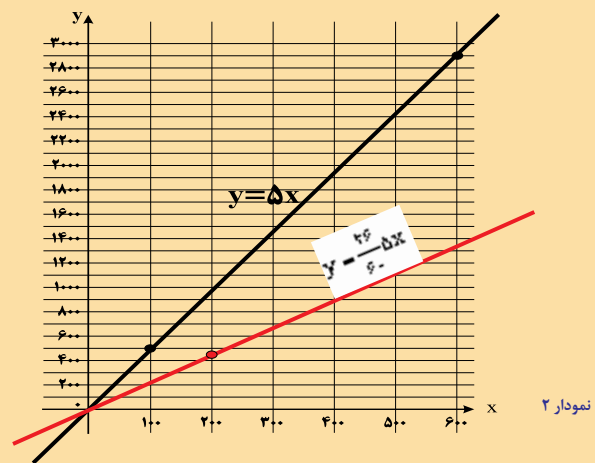
یک انبار ۱۰۰ متری ۵۰۰ میلیون تومان و یک انبار ۶۰۰ متری ۳۰۰۰ میلیون تومان می‌آورد. در نمودار ۲ سهم مرتضی نیز نشان داده شده است.

حالا ارزش مغازه (۲۰۰۰ میلیون تومان) به ارزش انبار اضافه شده است و ملک شامل مغازه و انبار ۱۰۰ متر مربعی ۲۵۰۰ میلیون و ملک شامل مغازه و انبار ۶۰۰ متر مربعی ۵۰۰۰ میلیون تومان می‌آورد.

حاج مرتضی مایل بود که سهمش از کل ملک محاسبه شود و او ۲۶ سهم از ۱۱۶ سهم ملک را داشته باشد. سهمش را در نمودار ۴ ببینید.

اگر انبار ملک ۱۰۰ متر مربعی بود، سهم حاج مرتضی (به روش دلخواه خودش)  $560/4$  میلیون تومان می‌شد و اگر ملک انبار ۶۰۰ متری داشته باشد، سهم او (باز هم به روش دلخواه خودش)  $1120/69$  میلیون تومان خواهد بود.

خوب است که سهم حاج مرتضی را چنان که حاج رحیم پیشنهاد داده و چنان که خودش می‌خواست یکجا و در کنار هم ببینیم (نمودار ۵).



در یک انبار ۲۰۰ متری سهم حاج مرتضی کمی کمتر از نصف ارزش کل انبار (۱۰۰۰ میلیون تومان) است. حالا ارزش کل





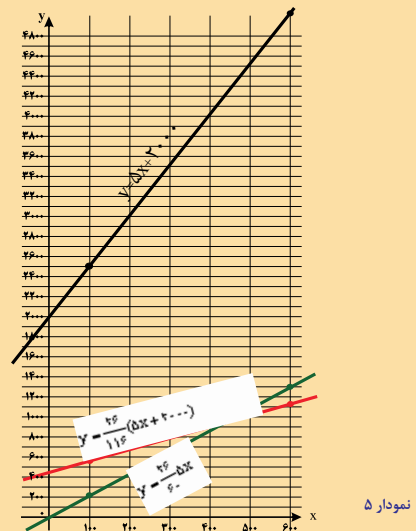
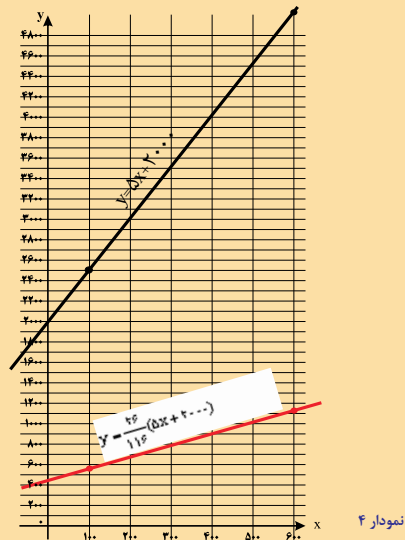
$$\text{سهام حاج مرتضی به روش خودش} = \frac{۲۶}{۱۱۶} (\Delta \times ۱۰۰ + ۲۰۰۰) = ۵۶۰ / ۴$$

$$\text{سهام حاج مرتضی به روش پیشنهادی حاج رحیم} = \frac{۲۶}{۶۰} (\Delta \times ۱۰۰) = ۲۱۶ / ۷$$

کمک گرفتن از نمودار معادله خط به ما نشان داد که روش‌های پیشنهادی حاج رحیم و حاج مرتضی، هیچ‌کدام همواره به نفع یکی و به ضرر دیگری نیستند و در صورت ثابت گرفتن مساحت مغازه، نفع و ضرر هر یک از آن‌ها در هر پیشنهاد، بستگی به مساحت انبار دارد و البته در همه محاسبات و نمودارها، ارزش هر متر مربع مغازه و هر متر مربع انبار به ترتیب ۴۰ و ۵ میلیون تومان در نظر گرفته شد. تغییر این دو عدد نیز تغییراتی در نتیجه پدید خواهد آورد.

آخرین نمودار کشیده شده را بررسی و مطالعه کنید. بکوشید تا پاسخ این پرسش را بیابید که آیا ممکن است در حالتی محاسبه سهم حاج مرتضی در هر دو روش نتیجه و مقدار یکسانی به دست دهد؟

منبع:



می‌بینید که در ملکی با انبار ۶۰۰ متر مربعی پیشنهاد حاج رحیم (رنگ سبز) به نفع حاج مرتضی است. محاسبات حسین هم همین را نشان می‌داد. ولی در ملکی با انبار ۱۰۰ متر مربعی پیشنهاد حاج رحیم به نفع حاج مرتضی نخواهد بود. در این صورت داریم:



# هندسه تقارن

کیان کریمی خراسانی

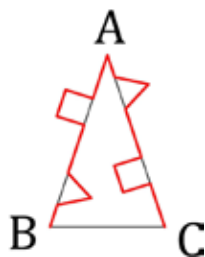
۲ منحنی رسم شده را به طور جداگانه در نظر می‌گیریم. سپس آن را نسبت به یک خط عمود  $RC$  تقارن می‌کنیم.



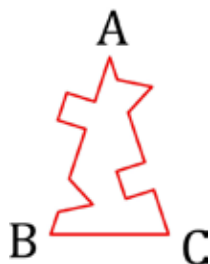
در دو مقاله قبلی (شماره‌های ۷۵ و ۷۷ مجله)، روش‌های ساخت یک الگوی کاشی‌کاری به کمک انتقال و دوران را بیان کردیم. در این مقاله می‌خواهیم به کمک تقارن، یک الگوی کاشی‌کاری بسازیم. همانند دو شیوه قبلی، در این شیوه نیز از «هندسه پس‌زمینه» استفاده می‌کنیم و دو هندسه پس‌زمینه‌ای را که بتوان در آن‌ها الگوی کاشی‌کاری با تقارن را پیاده کرد، معرفی می‌کنیم: **مثلث‌های متساوی‌الساقین** و **دوزنقه‌های متساوی‌الساقین**

## کاشی‌کاری در هندسه پس‌زمینه مثلث‌های متساوی‌الساقین

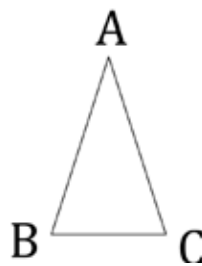
۴ منحنی قرینه شده را روی ضلع  $AC$  منطبق می‌کنیم (دو سر منحنی بر نقاط  $A$  و  $C$  منطبق می‌شوند).



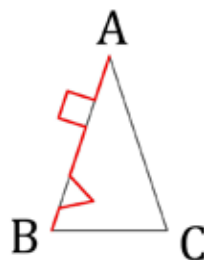
۵ اکنون یک کاشی جدید داریم.

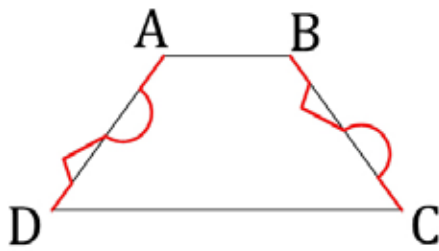


۱ ابتدا مثلث متساوی‌الساقین  $ABC$  (با ساق‌های  $AB$  و  $AC$ ) را در نظر می‌گیریم.

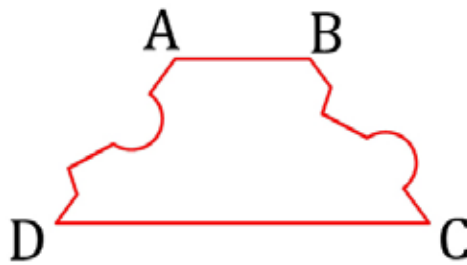


۲ یک منحنی روی ضلع  $AB$  و از  $A$  به  $B$  رسم می‌کنیم.

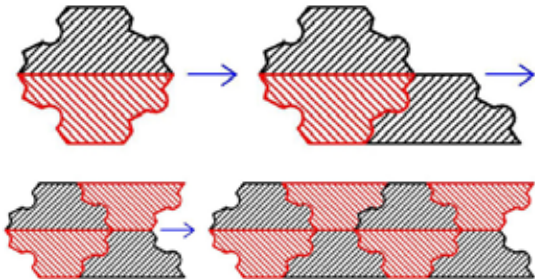




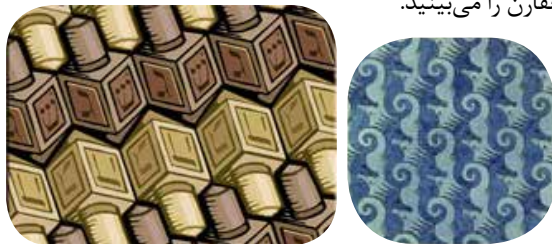
۵. اکنون یک کاشی جدید داریم.



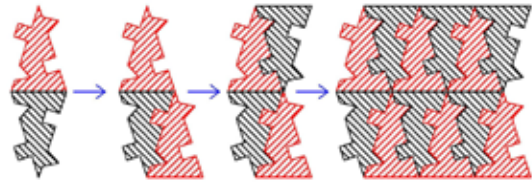
۶. به کمک تقارن و انتقال، یک الگوی کاشی‌کاری پدید می‌آوریم. دقت کنید، دو کاشی قرمز و سیاه (که بالا و پایین یکدیگر قرار دارند) از تقارن محوری نسبت به یکدیگر به دست



در شکل‌های زیر، نمونه‌های زیبایی از کاشی‌کاری به کمک تقارن را می‌بینید.

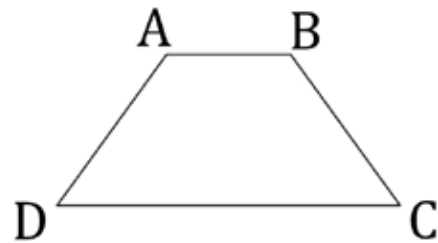


به کمک تقارن و انتقال، یک الگوی کاشی‌کاری پدید می‌آوریم. دقت کنید، دو کاشی قرمز و سیاه (که بالا و پایین یکدیگر قرار دارند) از تقارن محوری نسبت به یکدیگر به دست می‌آیند.

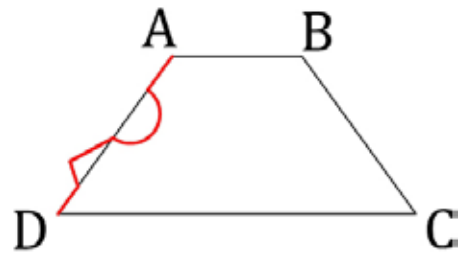


### کاشی‌کاری در هندسهٔ پس‌زمینهٔ دوزنقه‌های متساوی‌الساقین

۱. ابتدا دوزنقهٔ متساوی‌الساقین ABCD (با ساق‌های BC و AD) را در نظر می‌گیریم.



۲. یک منحنی روی ضلع AD و از A به D رسم می‌کنیم.



۳. منحنی رسم شده را به‌طور جدا در نظر می‌گیریم. سپس آن را نسبت به یک خط موازی CD قرینه می‌ک:



۴. منحنی قرینه شده را روی ضلع DC منطبق می‌کنیم (دو سر منحنی بر نقاط B و C منطبق می‌شوند).





# کشف راز داوینچی

نویسنده: حسام سبحانی طهرانی  
تصویرگر: سام سلماسی

امروز می‌خواهم راز یکی از مهم‌ترین فی‌بی‌های دنیا را برایتان کشف کنم: کسی که دانشمند، نقاش، مجسمه‌ساز، معمار، موسیقی‌دان، ریاضی‌دان، مهندس، آناتومیست، زمین‌شناس، جانورشناس، گیاه‌شناس و چندین شناس دیگر بود: لئوناردو داوینچی! که آدم‌ها به دروغ نامش را داوینچی گذاشتند.





در مدرسه کلاً مشکل داشت. سر کلاس ریاضی که اصلاً گوش نمی‌کرد و حواسش به دنیای اطرافش بود.



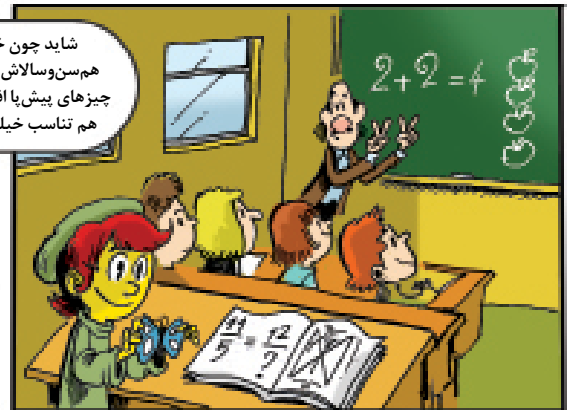
اما او فقط نقاشی نمی‌کرد، بلکه دل و روده جانور بدبخت را هم بیرون می‌ریخت. اسم باکلاش هست: کالبد شکافی یا تشریح.



عده‌ای معتقدند، اگر لئوناردو الان به دنیا می‌آمد، عمراً نقاش نمی‌شد. او دوست داشت همه چیز را ثبت کند، اما چون دوربین و تلفن همراه نبود، ناچار می‌شد نقاشی کند.



سر کلاس «بنویسیم» اوضاع بدتر بود و همه چیز را چیکی می‌نوشت. سال‌ها بعد آدم‌ها فهمیدند که این نوعی رمزنگاری بوده است.



شاید چون خیلی جلوتر از هم‌سن‌وسالاش بود و حوصله این چیزهای پیش‌پا افتاده را نداشت. کلاً هم تناسب خیلی دوست داشت.

او نمی‌خواست که آدم‌ها از اکتشافاتش سر دریاورند و تنها فی‌بی‌ها متوجه یادداشت‌هایش می‌شدند. متأسفانه هیچ آدمی به این قسمت ماجرا اشاره نکرده است.

۱۰ ساله بود که پدرش برای دیدنش به وینفی آمد. وقتی متوجه استعداد عجیب لئوناردو شد، دست او را گرفت و با خودش بُرد به فلورانس.





آن وقت‌ها، برعکس امروز، هنرمندان و پزشکان با هم دوست بودند و گروه تشکیل می‌دادند. همین‌جا بود که استعدادش توی در آوردن دل و روده شکوفا شد و طوری تشریح می‌کرد که هیچ پزشکی نمی‌توانست.

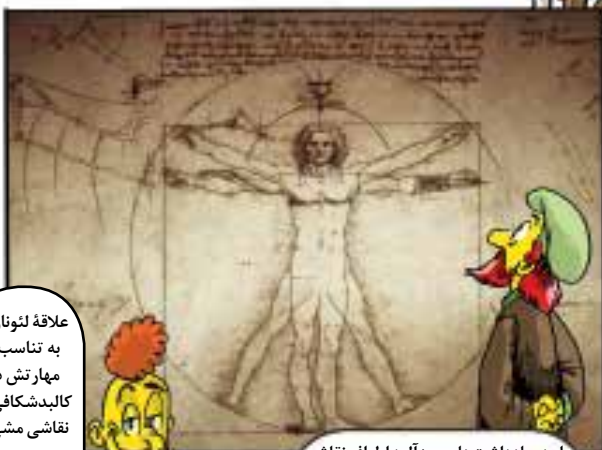


تفاوت اصلی لئوناردو با بقیه شاگردان این بود که علاقه خاصی هم به علم داشت و قبل از کشیدن هر چیزی، ته و توی آن را درمی‌آورد.



بابا استاد دل و روکیو تستی کار میکنه؟

نه پسرم، تشریحی کار می‌کنه. تا دلت می‌خواد، تشریح کن.



علاقه لئوناردو به تناسب و مهارتش در نقاشی کالبدشکافی به «مرد ویتروسی» منجر شد.

او در یادداشت‌های رمز آلود اطراف نقاشی اشاره کرد که در اندام آدم‌ها هم می‌شود نسبت طلایی یا همان عدد فی را دید. اما هیچ‌کس این را نفهمید، جز فی‌بی‌ها.



مهارتش در کالبدشکافی وهمینطور مطالعاتش درباره رنگ و نور، از داوینچی یک نقاش خبره ساخت، به طوری که باعث متحول شدن دل و روکیو در پایان نقاشی «غسل تعمید» شد.

حالا دیگه شاگردم در نقاشی از من استادتره. از امروز دیگه نقاشی نمی‌کشم و تنها مجسمه می‌سازم.

استاد، بهتر بود اینجا رو بیشتر سایه می‌زدید.



این طرح جدیدم درباره سلاح‌های...

بذار برای بعدا به فکری به حال جشن فردا بکن.

چون میلان همیشه در خطر حمله دشمنان بود، داوینچی یک عالمه طرح مهندسی و نظامی برای حفاظت میلان کشید، اما...



بعد از ۲۰ سال تحصیل و تحقیق در فلورانس، داوینچی همه چیزدان راهی میلان شد.





و ساخت مجسمه‌ای از پدرش  
 بر روی اسب می‌گرفت.



حاکم میلان بیشتر وقت داونینی را با طراحی  
 جشن‌ها، نواختن موسیقی



آخر این همه بی توجهی به داونینی مهندس هم شد این!

می‌خواهی بدانی چطور یک مستطیل با نسبت  
 طلایی رسم کنیم؟

ابتدا یک مستطیل رسم می‌کنیم که  
 طولش دوبرابر عرض باشد (درواقع  
 نصف یک مربع است).

سپس قطر مستطیل را رسم می‌کنیم.

در آخر، به عرض مستطیل، به اندازه  
 قطر ش اضافه می‌کنیم.

حالا با تکمیل شکل، یک مستطیل با نسبت  
 طلایی داریم.

$\phi \cdot x \approx 1.618x$

ادامه داستان در شماره بعد...



این جور که داونینی خوش خوشان  
 حرکت می‌کند، یک ماهی توی راه است. پس  
 بقیه قصه را می‌گذاریم برای شماره بعدی تا  
 دانشمند ما به فلورانس برسد.  
 یادت نرود آن را بخوانی. شماره بعدی آخرین  
 مطلبی است که تا پایان عمرت می‌توانی  
 درباره فی‌بی‌ها بخوانی.



هر کو دور ماند از اصل خویش  
 عاقبت باز جوید روزگار وصل خویش



# ماتریک بازی

کلاس درس بازی‌هایی برای

سبا دهقان

## شروع بازی

این یک بازی دو نفره است که برای انجام آن به این چیزها احتیاج دارید:  
✓ یک صفحه کاغذ که روی آن یک محور اعداد از  $-۱۳$  تا  $+۱۳$  کشیده شده است. ✓ یک مداد ✓ دو عدد تاس ✓ یک لوبیا یا نخود یا... به عنوان نشانگر

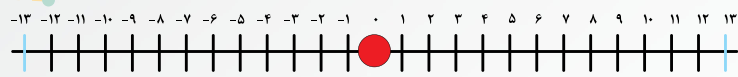
از بین شما دو نفر، یکی باید نقش مثبت را بازی کند و دیگری نقش منفی. مثبت همیشه در جهت مثبت محور اعداد حرکت می‌کند؛ یعنی از چپ به راست. اما منفی همیشه در جهت منفی محور اعداد حرکت می‌کند؛ یعنی از راست به چپ. روی محور اعداد همان‌طور که می‌بینید، یک نشانگر قرار دارد. این نشانگر در ابتدای بازی روی صفر است.

## روش بازی

در هر دور بازی کسی که نوبت اوست، دو تاس را هم‌زمان می‌ریزد و اعداد رو آمده را با هم جمع می‌کند. بعد با توجه به اینکه منفی است یا مثبت، نشانگر را به اندازه حاصل جمع به دست آمده حرکت می‌دهد. حالا نوبت نفر بعدی است که تاس بریزد و باز هم به اندازه حاصل جمع اعداد روی تاس، نشانگر را در جهت خودش حرکت دهد.

## برنده بازی

اگر نشانگر به عدد  $+۱۳$  برسد، بازیکن مثبت برنده بازی است و اگر نشانگر به عدد  $-۱۳$  برسد، بازیکن منفی. صفحه بازی ابتدا به شکل صفحه مقابل است و نشانگر قرمز روی صفر قرار دارد:



من و دوستم بازی می‌کنیم. من مثبت هشتم و دوستم منفی. من تاس می‌ریزم و اعداد ۵ و ۲ می‌آیند. بنابراین من ۷ تا در جهت مثبت حرکت می‌کنم. و صفحه بازی این شکلی می‌شود:



حالا نوبت دوستم است که تاس بریزد. او تاس می‌ریزد و اعداد ۲ و ۴ رو می‌شوند. جمع ۲ و ۴ مساوی ۶ است. دوستم باید از عدد ۷ شروع کند و ۶ تا در جهت منفی حرکت کند. بنابراین صفحه بازی این شکلی می‌شود.



دوباره نوبت من است که تاس بریزم. این بار من خوش‌شانسم و دو تا ۶ رو می‌شود! من باید ۱۲ تا جلو بروم. بنابراین به ۱۳ می‌رسم و بازی را می‌برم:



البته ممکن است بازی به این زودی تمام نشود و کش و قوس ما برای کشیدن نشانگر به سمت خودمان بیشتر ادامه پیدا کند. اگر چند دست بازی کرده‌اید، سعی کنید به این سؤالات فکر کنید:

- به نظر شما بهتر است که شرط برنده شدن در بازی رسیدن نشانگر به عددهای ۱۳ و -۱۳ باشد یا بزرگ‌تر از ۱۳ و کوچکتر از -۱۳ هم قبول باشد؟ مثلاً اگر نشانگر روی عدد ۵ بود و اعداد تاس من ۵ و ۴ آمدند، من باید ۹ تا جلو بروم که در این صورت به عدد ۱۴ می‌رسم. در شیوه قبلی بازی، من در این حالت برنده نیستم و فقط در صورتی برنده می‌شوم که نشانگر دقیقاً روی عدد ۱۳ قرار بگیرد. اما در شیوه جدید، قرار گرفتن نشانگر روی اعداد ۱۳ و بزرگ‌تر از آن باعث برنده شدن من می‌شود. به نظر شما در کدام یک از این شیوه‌ها بازی راحت‌تر است یا زودتر تمام می‌شود؟
- یک شیوه سومی که می‌توان برای بازی پیشنهاد داد این است که هر کس بعد از پرتاب تاس می‌تواند تصمیم بگیرد اعداد رو شده را با هم جمع کند، از هم کم کند، در هم ضرب کند یا بر هم تقسیم کند. پس از این تصمیم او می‌تواند نشانگر را جلو ببرد. به نظر شما در این صورت بازی راحت‌تر می‌شود یا نه؟
- شما چه شیوه‌های جدیدی برای بازی پیشنهاد می‌کنید؟



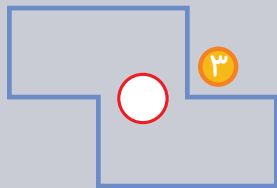
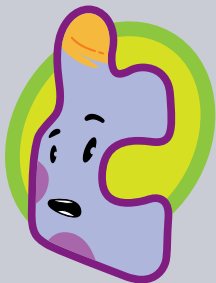
محدثه کشاورز اصلانی

باز آفرینید

# GALAXIES

## کهکشان‌ها

اما اگر شکل ۳ را ۱۸۰ درجه بچرخانیم، باز هم شبیه خودش است. پس این یک شکل متقارن است.



در مورد شکل ۴ چطور؟

در این جدول هفت در هفت شما باید تعدادی کهکشان را رسم کنید.

۴

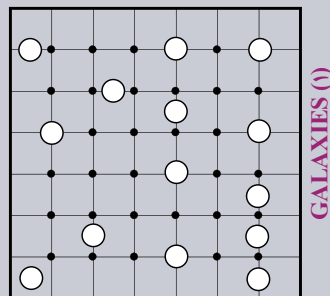
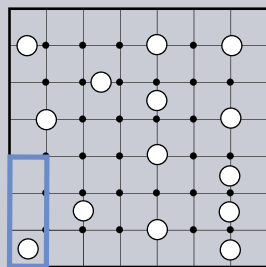
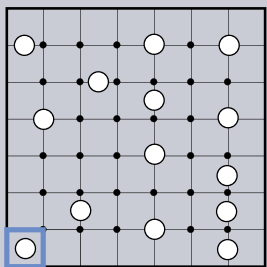
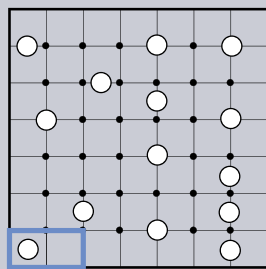
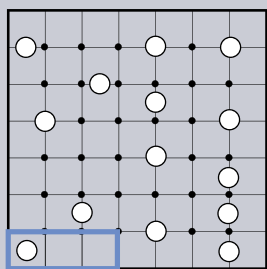


اگر آن را ۱۸۰ درجه بچرخانیم، به صورت شکل ۵ درمی آید:

۵

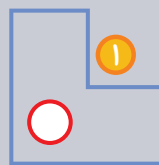


پس این شکل هم متقارن نیست. خب، حالا برگردیم به سراغ پازل کهکشان‌ها. برای حل پازل بهتر است از گوشه‌ها شروع کنیم. در این پازل اگر از گوشه پایین سمت چپ شروع کنیم، این انتخاب‌ها را داریم:

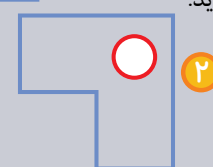


اما کشیدن این کهکشان‌ها قوانینی دارد:

- هر دایره تو خالی مرکز یک کهکشان است. (یعنی تعداد کل کهکشان‌ها به اندازه تعداد دایره‌های تو خالی است.)
- برای رسم کهکشان‌ها باید نقاطی را که در جدول هستند، فقط به صورت افقی یا عمودی به هم وصل کنید.
- کهکشان‌ها نباید یکدیگر را قطع کنند و در پایان باید تمام سطح جدول را پر کنند.
- کهکشان‌های شما باید نسبت به مرکز کهکشان متقارن باشند. یعنی اگر کهکشان را ۱۸۰ درجه بچرخانیم، شکل آن فرقی نکند و باز هم شبیه اول باشد. مثلاً شکل ۱ را در نظر بگیرید:

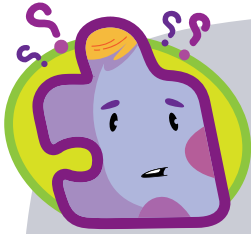


اگر آن را ۱۸۰ درجه بچرخانیم، به صورت شکل ۲ درمی آید:



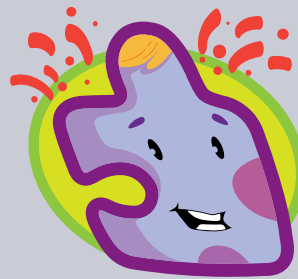
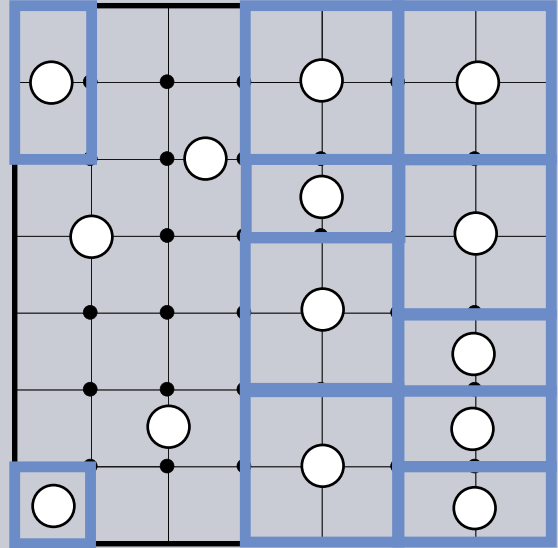
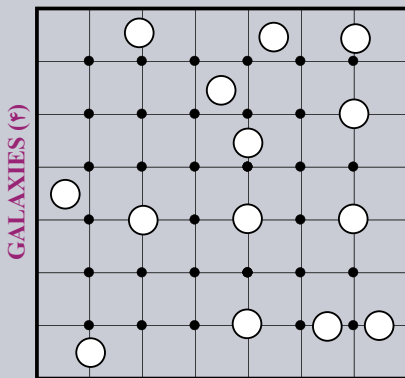
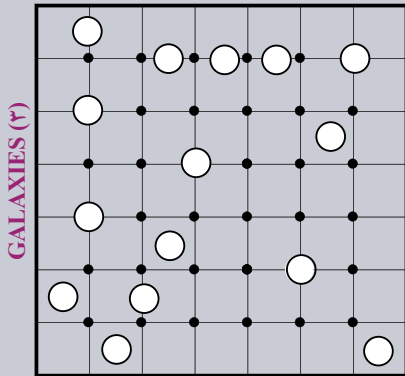
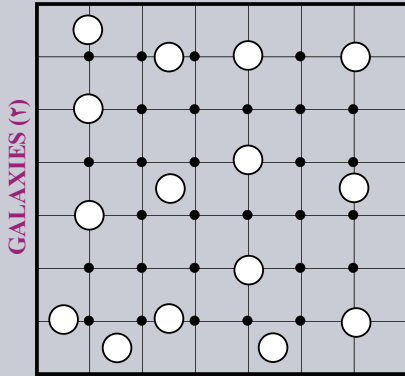
که با شکل اول یکی نیست. پس این شکل متقارن نیست.



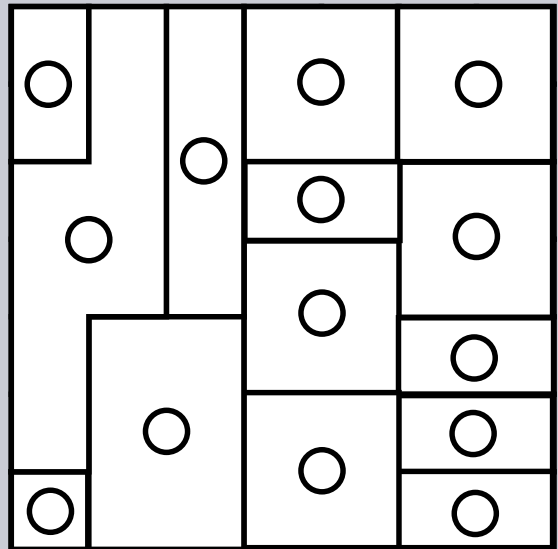


اگر علاقه‌مند به حل این نوع پازل‌ها هستید، می‌توانید نمونه‌های زیر را امتحان کنید:

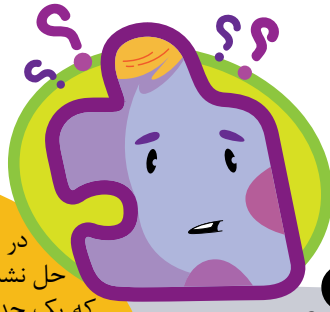
اما از بین آن‌ها فقط شکل آخر، کهکشانی و متقارن است. به همین ترتیب خیلی از کهکشان‌های دیگر را نیز می‌توانیم رسم کنیم.



حالا در این مرحله باید سه کهکشان رسم کنیم، به طوری که همه متقارن باشند، یکدیگر را قطع نکنند و کل سطح باقی‌مانده را بپوشانند. می‌توانید این کار را انجام دهید؟ این پازل در نهایت به این شکل حل می‌شود:



تعداد بیشتری از این پازل‌ها را می‌توانید در سایت [www.krazydad.com](http://www.krazydad.com) به صورت رایگان بیابید.



# پازل حل کنیم بیشتر

در زیر تعدادی پازل SUGURU حل نشده آورده‌ایم. به جز خط‌های کم‌رنگ، که یک جدول ۶ در ۶ درست کرده‌اند، در هر پازل، تعدادی خط پررنگ وجود دارد. خط‌های پررنگ فضایی را می‌سازند که به آن‌ها «جعبه» می‌گوییم. جعبه‌ها ممکن است شامل یک مربع باشند یا بیشتر. مربع‌های مجاور هم (چه به صورت افقی یا عمودی و چه به صورت اریب)، نباید هم‌عدد باشند. ضمناً مهم نیست که این مربع‌ها در یک جعبه باشند یا نباشند.

		۴			
۲					
۱				۳	
		۴			
۲					۴

SUGURU (۱)

۲		۳			
					۴
۴					
۳	۵		۱		

SUGURU (۲)

۳					
				۴	
۴					۲
۲					
					۳

SUGURU (۳)

در زیر، تعدادی پازل حل نشده GALAXIES آورده‌ایم. حل کنید و لذت ببرید.

○					○
○		○	○		○
		○			
○				○	
○					○

GALAXIES (۵)

					○
	○				
					○
○					○
○					○

GALAXIES (۶)

○					○
○		○			○
○				○	
○					○

GALAXIES (۷)

○					○
○		○			○
○				○	
○					○

GALAXIES (۸)

	۴				۵
		۲			
			۲		۲
۴				۴	

SUGURU (۴)

					۱
	۱				
					۳
۲					
		۳			
۱		۴			۲

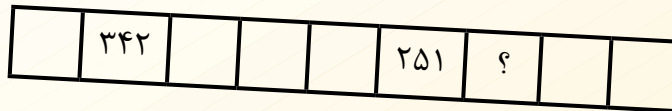
SUGURU (۵)



# کی می تونه حل کنه؟!

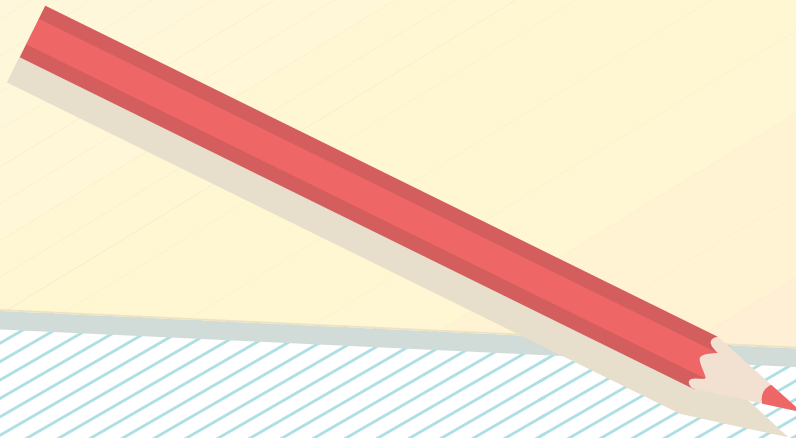
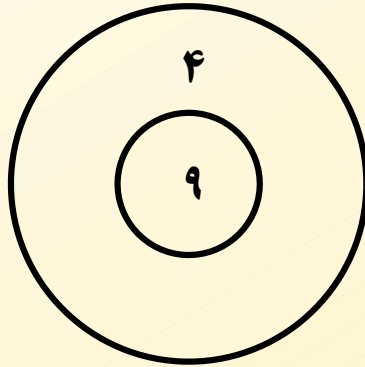
• آمنه ابراهیمزاده طاری

۱ می خواهیم روی هر یک از خانه های شکل زیر، عددی بنویسیم طوری که مجموع اعداد هر سه خانه پشت سر هم برابر ۱۳۹۶ بشود. به جای «؟» باید چه عددی بگذاریم؟



۲ اضلاع مستطیلی بر حسب سانتی متر، اعدادی طبیعی اند. هیچ یک از طول و عرض این مستطیل بر ۶ بخش پذیر نیست. اگر بدانیم مساحت این مستطیل ۳۶ سانتی متر مربع است، محیط آن چقدر است؟

۳ امتیازهای یک صفحه دارت به شکل زیر است. علی چند بار به سمت دارت پرتاب می کند و ۵۱ امتیاز می گیرد. او چند پرتاب انجام داده است؟





# GEOGEBRA

## رسم اعداد رادیکالی روی محور

### پروژه‌های جئوجبرایی!

سید مهدی بشارت • قسمت دوم

مورد نظرمان برسیم. می‌بینید که یک مشکل بزرگ اینجا وجود دارد. برای یافتن جای جذر هر عدد طبیعی روی محور باید جذر همه اعداد قبلش را رسم کرد! آیا راه دیگری وجود ندارد؟ باز هم از رابطه فیثاغورس مدد می‌گیریم.

فرض کنید می‌خواهیم  $\sqrt{14}$  را مشخص کنیم. آیا می‌توانیم مثلث قائم‌الزاویه‌ای رسم کنیم که وتر آن  $\sqrt{14}$  یا خیلی نزدیک به آن باشد؟ یعنی اعداد طبیعی  $a$  و  $b$  را چنان بیابیم که  $a^2 + b^2$  نزدیک‌ترین عدد به ۱۴ باشد؟

به این منظور بزرگ‌ترین مربع کاملی را که از ۱۴ کوچک‌تر است، پیدا می‌کنیم. این عدد ۹ است. پس  $a=3$ . برای تعیین  $b$  توجه داریم که  $a^2 + b^2 \leq 14$ . بنابراین:

$$b^2 \leq 14 - 9 \Rightarrow b^2 \leq 5 \Rightarrow b = 2$$

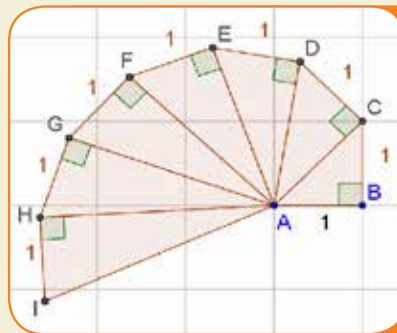
در نتیجه:

$$a^2 + b^2 = 3^2 + 2^2 = 13$$

پس باید مثلثی قائم‌الزاویه به اضلاع ۳ و ۲ بسازیم که وتر آن  $\sqrt{13}$  است.

سپس برای رسیدن به  $\sqrt{14}$  باید یک طبقه دیگر روی آن بنا کنیم.

جذر هر عدد طبیعی را روی محور اعداد نمایش داد. مانند نمودار ۱ که  $\sqrt{8}$  را نشان می‌دهد. برای رسم این نمودار، در نرم‌افزار «جئوجبرا»:



نمودار ۱

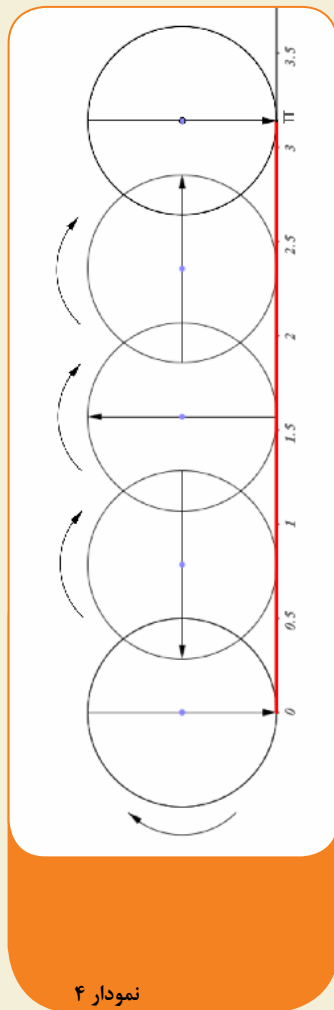
۱. با ابزار مثلث قائم‌الزاویه ABC را می‌کشیم.
۲. به‌منظور رسم عمودی به اندازه ۱ واحد بر ضلع AC، ابتدا با ابزار از نقطه C بر ضلع AC خطی عمود می‌کشیم.
۳. سپس با ابزار دایره‌ای به مرکز C و شعاع ۱ می‌کشیم.
۴. با ابزار نقطه تقاطع دایره و خط عمود (نقطه D) را می‌یابیم.
۵. با ابزار مثلث ACD را رسم می‌کنیم.



## آیا هر عدد گنگی را می‌توان روی محور اعداد نمایش داد؟

هر عدد حقیقی، چه گویا باشد چه گنگ، یک نقطه کاملاً مشخص روی محور اعداد دارد.

مثلاً برای اینکه جای عدد  $\pi$  روی محور مشخص شود، کافی است دایره‌ای به قطر ۱ (شعاع  $0.5$ ) را یک دور روی محور اعداد بچرخانیم. محیط دایره برابر است با حاصل ضرب قطر در عدد  $\pi$ ، پس محیط این دایره، با عدد  $\pi$  برابر می‌شود و وقتی یک دور کامل روی محور می‌چرخد، به اندازه عدد  $\pi$  جلو می‌رود.



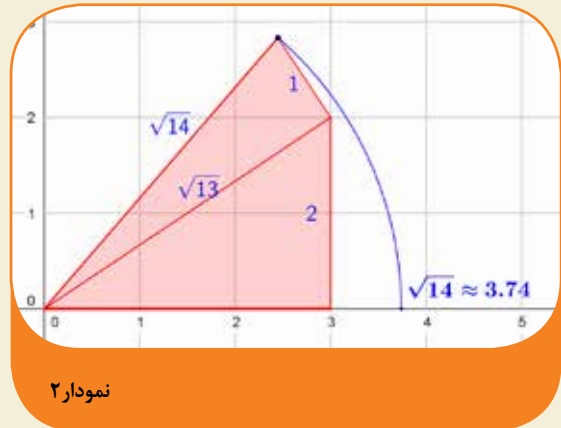
نمودار ۴

برای دیدن پویانمایی نمایش عدد  $\pi$  روی محور، به صفحه زیر مراجعه نمایید:  
<http://www.geogebra.org/m/gXz3zRU7>

گرچه هر عدد حقیقی، چه گنگ و چه گویا، یک نقطه مشخصی روی محور دارد، ولی جای همه اعداد گنگ را نمی‌توان با خط‌کش و پرگار مشخص کرد. مثلاً اعداد رادیکالی با فرجه ۳ را نمی‌توان با خط‌کش و پرگار رسم کرد و روی محور نمایش داد.

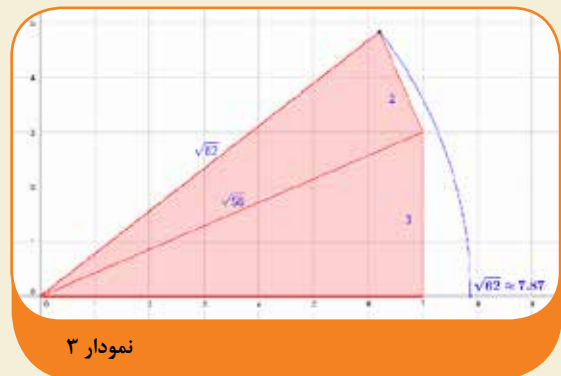
در ریاضیات ثابت می‌شود که فقط اعداد رادیکالی با فرجه ۲ یا توانی از ۲ مثل فرجه ۴ یا ۸ یا ۱۶ و... با خط‌کش و پرگار قابل رسم هستند و دیگر اعداد رادیکالی قابل

رسم نیستند، گرچه هر کدام نقطه کاملاً مشخصی روی محور اعداد دارند.



نمودار ۲

به‌عنوان یک مثال دیگر به  $\sqrt{6}$  می‌پردازیم. بزرگ‌ترین مربع کامل کوچک‌تر از ۶۲، عدد ۴۹ است. فاصله ۴۹ تا ۶۲ برابر با ۱۳ واحد است. بزرگ‌ترین مربع کامل کوچک‌تر از ۱۳، عدد ۹ است. فاصله ۹ تا ۴۹+۹=۵۸، برابر با ۴ واحد است. با توجه به اینکه ۴ خودش مربع کامل است، می‌نویسیم:  
 $62 = 7^2 + 3^2 + 2^2 = 49 + 9 + 4$  را این‌گونه روی محور مشخص می‌کنیم:



نمودار ۳

### نتیجه

برای یافتن جای جذر هر عدد طبیعی روی محور، باید آن را به صورت مجموع مربعات چند عدد نوشت.

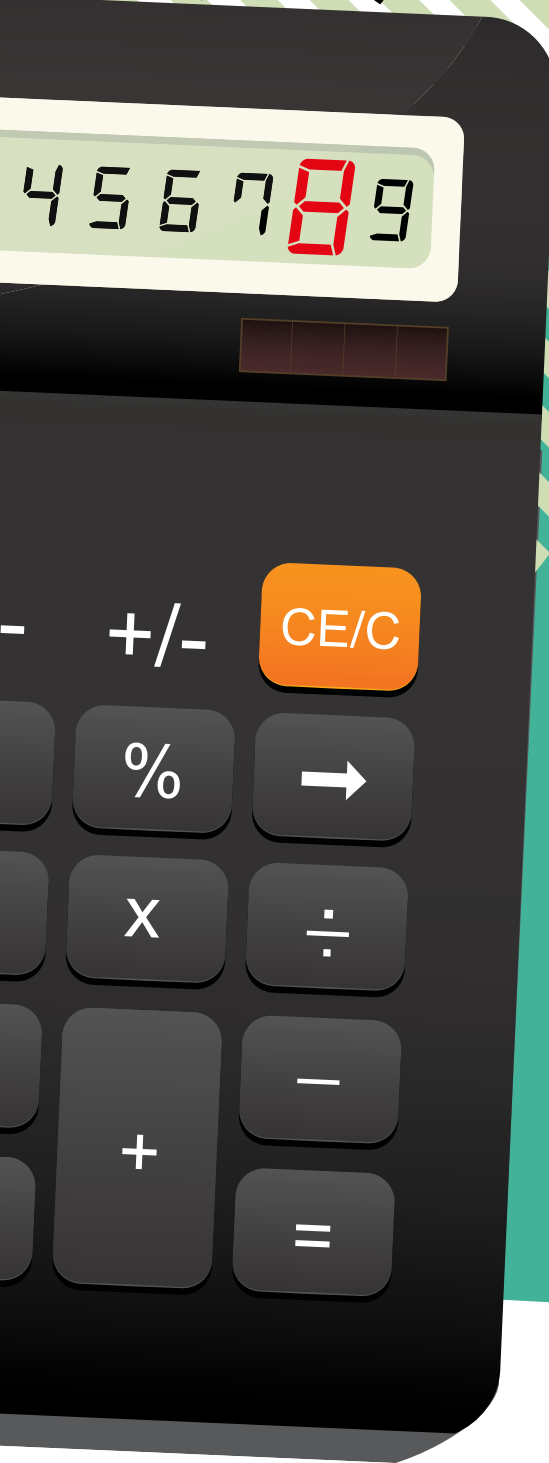
در مثال‌های بالا برای  $\sqrt{14}$  از  $14 = 3^2 + 2^2 + 1^2$ ، و برای  $\sqrt{62}$  از  $62 = 7^2 + 3^2 + 2^2$  استفاده کردیم. حالا نوبت شماست. سعی کنید

$\sqrt{10}$  و  $\sqrt{8}$  را روی محور مشخص کنید. فایل موجود در

صفحه <http://www.geogebra.org/m/jwhMUvnmw> به شما در رسم رادیکال اعداد طبیعی کمک می‌کند.



# محاسبه با ماشین حساب دوست داشتنی من



یک روز از همون روزهایی که بچه‌تر بودم، به خانۀ دوستم رفتم تا با هم درس بخوانیم. وقتی که می‌خواستیم مسائل محاسباتی ریاضی را حل کنیم، دوستم گفت: «حیف که ماشین حسابم خراب شده، وگرنه الان تند تند همه محاسبات رو به کمک ماشین حساب انجام می‌دادیم.» من که عاشق ماشین حساب بودم، با خوش حالی گفتم: «بیارش ببینم چه اشکالی پیدا کرده.» وقتی که دکمه‌های ماشین حساب را بررسی کردم، فهمیدم که فقط دکمه شماره ۸ خراب شده است. خب خیلی هم بد نبود. ما می‌توانستیم عددهایی را که رقم ۸ نداشتند، به راحتی محاسبه کنیم. اما... راستش را بخواهید، من خیلی دوست دارم برای خودم مسئله‌های جدید طرح کنم و در حقیقت خودم را به چالش بکشم. برای همین وقتی به مسئله‌ای رسیدیم که برای حلش باید دو عدد ۱۱۸ و ۲۳۱ را ضرب می‌کردیم، با خودم فکر کردم چطور می‌توانم بدون اینکه نیاز باشد دکمه ۸ را وارد کنم، با ماشین حساب حاصل این ضرب را پیدا کنم. آن موقع فکر کردم به کمک خاصیت‌های جمع و ضرب می‌شود راحت این کار را انجام داد:

$$234 \times 118 = 234 \times (120 - 2)$$

$$= (234 \times 120) - (234 \times 2)$$

$$= 28080 - 468 = 27612$$

باز هم رقم ۸ جایگاه کار نمی‌کند!  
اگر فکر کردید که ماشین حساب‌های آن زمان مانند



# بدون هشت

شراره تقی دستجردی

ماشین حساب‌های امروزی پراتز داشتند، «سخت» در اشتباهید! بنابراین من دوباره باید تفریق ۴۶۸ از ۲۸۰۸۰ را جور دیگری حل می‌کردم (و اگر با خود فکر می‌کنید که: «خب اینکه یک تفریق ساده است و حتی بدون ماشین حساب هم می‌شود جوابش را به راحتی به دست آورد»، باید بگوییم که «سخت‌تر» در اشتباهید! چرا که روش فکر کردن و حل مسئله برای من جالب بوده و هست، نه رسیدن به جواب. خیلی هیجان‌انگیز بود! باید مسئله تفریق را به مسئله دیگری تبدیل می‌کردم. نظر شما چیست؟ به جای این تفریق چه چیز می‌توان نوشت که ارقام آن ۸ نداشته باشد؟

$$۲۸۰۸۰ - ۴۶۸ = ?$$

این اتفاق شروعی بود برای طرح سؤالات بیشتر که دعوت می‌کنم شما هم به چند تا از آن‌ها فکر کنید. فقط یادتان نرود که دکمه شماره ۸ ماشین حسابتان خراب است!

$$۸۹۲ \times ۹۰۸ = ?$$

$$۱۱۸ \div ۳۲ = ?$$

$$۶۴ \div ۱۳۸ = ?$$

لطفاً راه‌حل‌های خلاقانه خود را برای ما بفرستید.

با آرزوی شادی برای شما





# پاسخ کی می تونه حل کنه؟! آمنه ابراهیمزاده طاری

۱ پاسخ: ۸۰۳

راه حل: اعداد خانه‌های جدول را مانند شکل زیر نام گذاری می کنیم:

	۳۴۲	a	b	c	۲۵۱	x	
--	-----	---	---	---	-----	---	--

داریم:  $c=۳۴۲$  پس  $۳۴۲+a+b=a+b+c=۱۳۹۶$

بنابراین  $x=۱۳۹۶-(۲۵۱+۳۴۲)=۸۰۳$

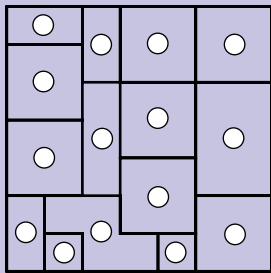
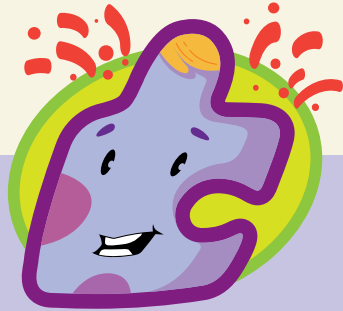
۲ پاسخ: ۲۶

راه حل: تنها حالت ممکن، مستطیلی به طول ۹ و به عرض ۴ است.

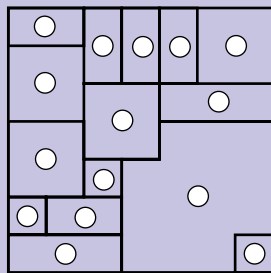
۳ پاسخ: ۹

راه حل: تنها حالت ممکن این است که ۳ بار قسمت ۹ امتیازی و ۶ بار به قسمت ۴ امتیازی برخورد کرده باشد.

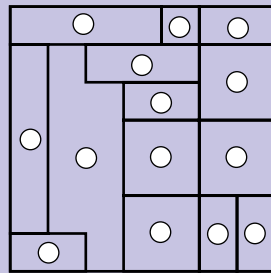
# پاسخ پازلی فکر کنید از صفحه‌های ۲۵ و ۲۶ مجله



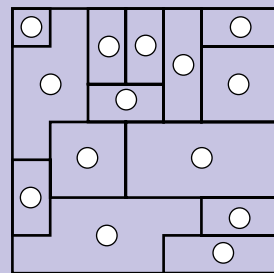
GALAXIES (۲)



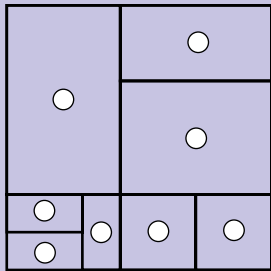
GALAXIES (۳)



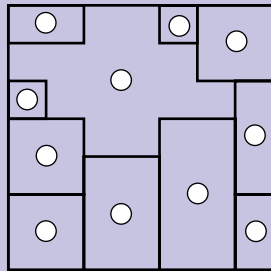
GALAXIES (۴)



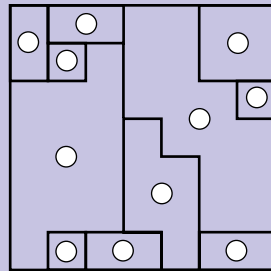
GALAXIES (۵)



GALAXIES (۶)



GALAXIES (۷)



GALAXIES (۸)

۱	۳	۴	۱	۲	۱
۲	۵	۲	۳	۴	۵
۳	۴	۱	۵	۱	۲
۱	۲	۳	۲	۳	۴
۴	۵	۴	۱	۵	۱
۲	۱	۳	۲	۳	۴

SUGURU (۱)

۲	۱	۳	۱	۳	۱
۳	۴	۲	۵	۲	۵
۱	۵	۱	۴	۱	۴
۴	۲	۳	۵	۳	۲
۳	۵	۴	۱	۴	۱
۱	۲	۳	۲	۵	۲

SUGURU (۲)

۳	۲	۱	۳	۱	۴
۱	۴	۵	۲	۵	۳
۵	۲	۳	۱	۴	۱
۴	۱	۴	۲	۵	۲
۲	۵	۳	۱	۴	۱
۳	۱	۲	۵	۲	۳

SUGURU (۳)

۲	۴	۱	۴	۱	۵
۱	۳	۲	۵	۳	۲
۲	۵	۴	۱	۴	۱
۳	۱	۳	۲	۳	۲
۴	۲	۵	۱	۴	۱
۵	۱	۴	۳	۵	۳

SUGURU (۴)

۳	۲	۳	۱	۴	۱
۴	۱	۴	۲	۵	۲
۳	۵	۳	۱	۴	۳
۲	۱	۲	۵	۲	۵
۴	۵	۳	۱	۴	۱
۱	۲	۴	۵	۳	۲

SUGURU (۵)





# اروقلوها

هوشنگ شرقی

مدت‌ها بود که آن‌ها را ندیده بودم تا اینکه چند هفته پیش خودشان به من سر زدند. پرسیدم کدامتان فرهاد و کدامتان فرزاد است؟ آن‌ها گفتند خودتان تشخیص بدهید. پرسیدم: «چه جوری؟ شما همون موقع هم قابل تشخیص نبودید، چه برسه به حالا!»

گفتند: «ما قبل از اومدن با هم توافق کردیم که فقط پیش شما، یکمونه همیشه راست بگه و اون یکی همیشه دروغ بگه. «نمی‌گیم کدومون راست‌گو و کدومون دروغ‌گوست.» این موضوع را به بچه‌ها گفتم و اضافه کردم: «من اونا رو به اینجا دعوت کردم تا شما با یک سؤال ساده از یکی از اونا (به دلخواه) که جوابش بله یا خیر باشه، تشخیص بدین فرهاد کدومشونه و فرزاد کدوم یکی!»

یکی از بچه‌ها گفت: «اگه یکی رو شناسایی کنیم، خودبه‌خود اون یکی هم شناخته می‌شه!»

یکی از شب‌های آخر اسفندماه بود و بیشتر خانواده‌ها سرگرم خانه‌تکانی شب عید بودند. به همین دلیل هم از پیشنهاد من برای جمع شدن بچه‌ها در خانه یکی از آن‌ها و برگزاری آخرین نمایش سال استقبال کردند! (البته به‌غیر از صاحب‌خانه!) وقتی من رسیدم همه آمده بودند و من فوراً اتاق پذیرایی شدم و رو به جمع گفتم: «یادتون نرفته که، قرار بود این جلسه یه برنامه فوق‌العاده داشته باشیم!» و ادامه دادم: «برای امشب دو تا مهمون ویژه داریم... بچه‌ها بیایید تو!»

و در میان تعجب بچه‌ها، فرهاد و فرزاد، دو برادر دوقلو که بی‌نهایت شبیه هم و غیرقابل تشخیص بودند، وارد اتاق شدند. من گفتم: «بچه‌ها معرفی می‌کنم: فرهاد و فرزاد، از شاگردای قدیمی من. هردوشون الان دانشجوی سال سوم رشته برق هستند.»



همان‌ها گفتند: «بازم می‌گه خیرا!» و سهراب ادامه داد: «درسته، چون اون دروغ‌گوس، دروغ‌گو بودن خودشو تأیید نمی‌کنه! پس می‌بینید که اگه اون فرهاد باشه، چه دروغ‌گو و چه راست‌گو، در هر دو حال پاسخش به این سؤال خیره. اما خیلی ساده



گفتم: «درسته. اسماشون رو که می‌دونیم. اگه مثلاً بفهمیم فرهاد کدومشونه، اون یکی هم فرزاده دیگه! خب حالا شما باید با یک سؤال - فقط یک سؤال - که جوابشم بله یا خیر باشه، تشخیص بدید که فرهاد کدوم برادره. یادتون نره، یکی از اونا که نمی‌دونیم کدومشونه، راست‌گو و اون یکی دروغ‌گوئه. بچه‌ها شروع کردند به همهمه و سهراب از میان جمع با صدای بلند گفت: «عمو این مسئله خیلی شبیه معمای ماه قبله!» گفتم: «درسته، اگه موضوع خوب یادتون باشه، جواب این معما رو هم پیدا می‌کنید. فقط فرقی اینه که اونجا شما اسمای دو نفر رو می‌دونستید و نمی‌دونستید کدومشون دروغ‌گو و کدومشون راست‌گوئه، اینجا اسمارو هم نمی‌دونین!» کمی بعد سهراب فریاد زد: «یافتم عمو! یافتم!»

### راه حل معما

سهراب از جا بلند شد و رو به یکی از دوقلوها گفت: «آیا فرهاد دروغ‌گوئه؟» و او پاسخ داد: «بله.» سهراب گفت: «تو فرزادی و برادرت فرهاده!» و او با لبخند حرفش را تأیید کرد. من بعد از آنکه جمع را به تشویق سهراب دعوت کردم، از او پرسیدم: «خودت توضیح بده که چرا این سؤال رو کردی؟» سهراب گفت: «بینید، این شخص که من ازش سؤال کردم، چهار حالت داره: یا فرهاده و راست‌گوس، یا فرهاده و دروغ‌گوس، یا فرزاده و راست‌گوس و یا اینکه فرزاده و دروغ‌گوس. جواب سؤال رو توی همه این حالت‌ها بررسی کنیم: اگه اون فرهاد باشه و راست‌گو، چه جوابی به سؤال من می‌ده؟»

خودتون می‌تونید بررسی کنید که اگه اون فرزاد باشه، چه دروغ‌گو چه راست‌گو، جوابش به این سؤال بله است. «علی از میان جمع گفت: «آره، اگه اون فرزاد باشه و راست‌گو،

چند نفر از میان جمع گفتند: «معلومه که می‌گه خیرا!» و سهراب با تأیید سر تکان داد: «درسته. حالا اگه اون فرهاد باشه و دروغ‌گو، به همون سؤال چه جوابی می‌ده؟» بعد از کمی مکث



و اون یکی فرهاده! خب این یک سؤال خوب بود که این کار رو کرد. فکر می کنید سؤالی دیگه ای هم هستند که بتونند همین کارو بکنند؟»

دخترم ترانه که طبق معمول کنارم نشسته بود، گفت: «آره بابا حتماً. می شه پرسید: آیا فرزاد دروغ گوئه؟ چون بین فرهاد و فرزاد که فرقی نیست. یا اینکه بپرسیم: آیا فرهاد راست گوئه؟ یا اینکه آیا فرزاد راست گوئه؟»

گفتم: «آفرین، درسته! ولی تحلیل حالتها فرق می کنه و باید به دقت بررسی بشه که همتون می تونید این کار رو انجام بدید.»

ترانه باز گفت: «بابا الان فهمیدیم که فرهاد کیه و فرزاد کدومه. از کجا می تونیم بفهمیم کدومشون راست گو و کدومشون دروغ گوئه؟»

شقایق، یکی از دختران فامیل، گفت: «اینکه دیگه کاری نداره. مثلاً از فرهاد بپرس: آیا دو ضرب در دو می شه چهار؟»

من گفتم: «آره درسته، اما اگه قبل از شناختن اونا و همون اول، به جای شناسایی، می خواستیم بدونیم کی راست گو و کی دروغ گوئه چطور؟ آیا می تونید با یه سؤال که اونم جوابش بله یا خیر باشه، این کارو بکنید؟»

همین موقع صدای صاحب خانه به گوش رسید که همه را به صرف شام دعوت می کرد و من با عجله گفتم: «من فقط جواب رو می گم، اما بررسی علت درستی اون با خودتون. می تونستید

از یکیشون بپرسید: آیا تو فرهادی؟ و از روی جوابی که اون می داد، به راحتی بفهمید که فرهاد دروغ گوئه یا راست گو. البته نمی تونستید هویت هیچ کدومشون رو کشف کنید و اون یک سؤال دیگه لازم داشت!»

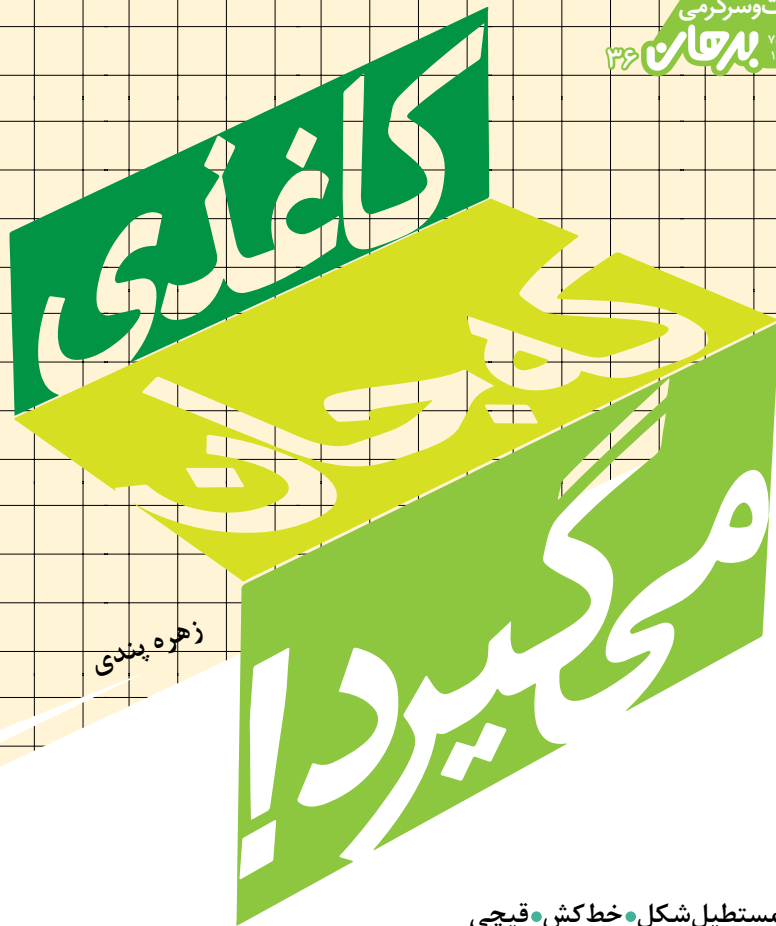
معلومه که فرهاد دروغ گوئه و چون فرزاد راست می گه، پس دروغ گو بودن فرهاد رو تأیید می کنه و...»

و سهراب ادامه داد: «بله و اگه فرزاد باشه و دروغ گو، نتیجه می شه که فرهاد راست گوئه. ولی چون فرزاد دروغ گوئه، اونو به دروغ، دروغ گو»



معرفی می کنه و می گه بله.»

من گفتم: «پس با این حساب، به این سؤال، فرهاد همیشه جواب خیر و فرزاد همیشه جواب بله می ده. پس وقتی سهراب جواب بله گرفت، فوراً نتیجه گرفت که گوینده باید فرزاد باشه»



■ وسایل لازم:

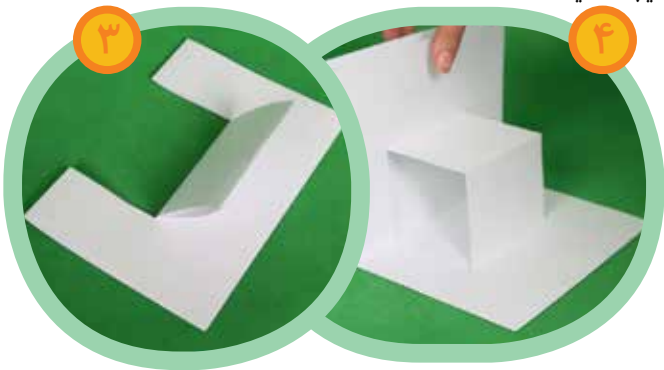
- یک برگه کاغذ مستطیل شکل • خط کش • قیچی



۲. قسمتی را که برش زده‌اید به هر دو طرف تا کنید و خط تا ایجاد کنید.



۱. برگه کاغذ را از وسط طول آن تا کنید.



۴. سپس برگه را باز کنید و قسمت برش خورده را مانند شکل به سمت داخل تا کنید.



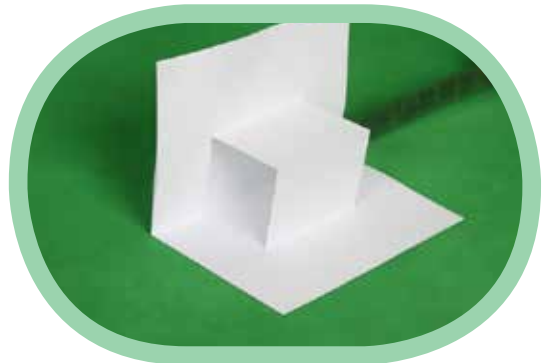
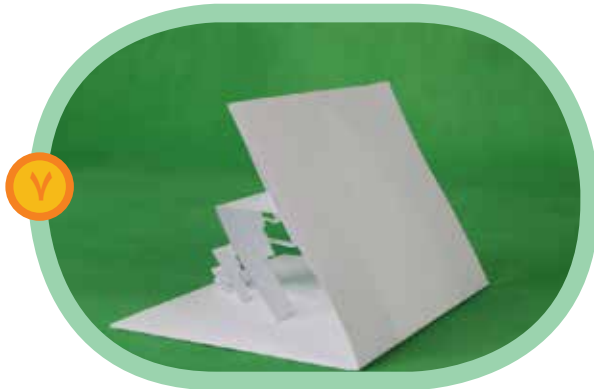
مساحت هر قسمت چه کسری از مساحت کاغذ است؟  
۲. از دو طرف برگه روی خط تا شده به اندازه یک چهارم خط تا که مساوی عرض کاغذتان است، جدا کنید و علامت بزنید. از جایی که علامت زده‌اید، خطی به موازات طول برگه رسم کنید و مانند شکل نصف آن را با قیچی ببرید.



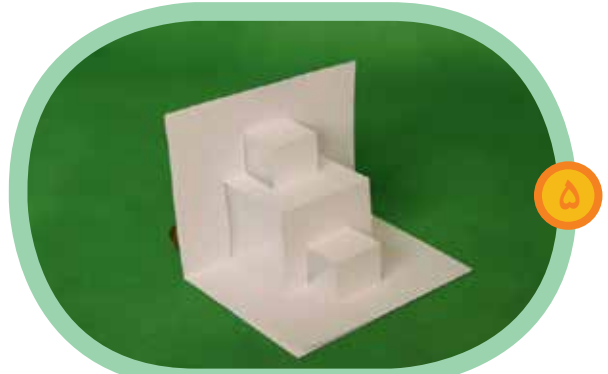


۷. پس از چند بار تکرار با باز کردن برگه کاغذ، کاغذی خواهید داشت که فقط یک کاغذ دوبعدی نیست!

همان طور که در این شکل می بینید، پس از انجام مراحل بالا انگار که یک پله ساخته شده است. مساحت روی این پله چه کسری از مساحت کاغذ است؟



۵. در این مرحله دو تا خط دارید. دوباره از دو طرف روی خط تا شده به اندازه یک چهارم خط جدا کنید و علامت بزنید. از جایی که علامت زده اید، خطی به موازات طول برگه رسم کنید و نصف آن را ببرید. مراحل ۳ و ۴ را هم تکرار کنید.



۶. مساحت روی هر کدام از پله های جدید، چه کسری از مساحت کاغذ است؟

۸. حالا دور تا دور این کاغذ را روی یک مقوای رنگی بچسبانید و یک کارت تبریک زیبا درست کنید و برای تبریک روز معلم به معلمانتان بدهید.



۸. حالا دور تا دور این کاغذ را روی یک مقوای رنگی بچسبانید و یک کارت تبریک زیبا درست کنید و برای تبریک روز معلم به معلمانتان بدهید.



# بدون کنج

# چهار راز این تکه چیست؟

محبوبه رضانی / حمید قراکوزلی

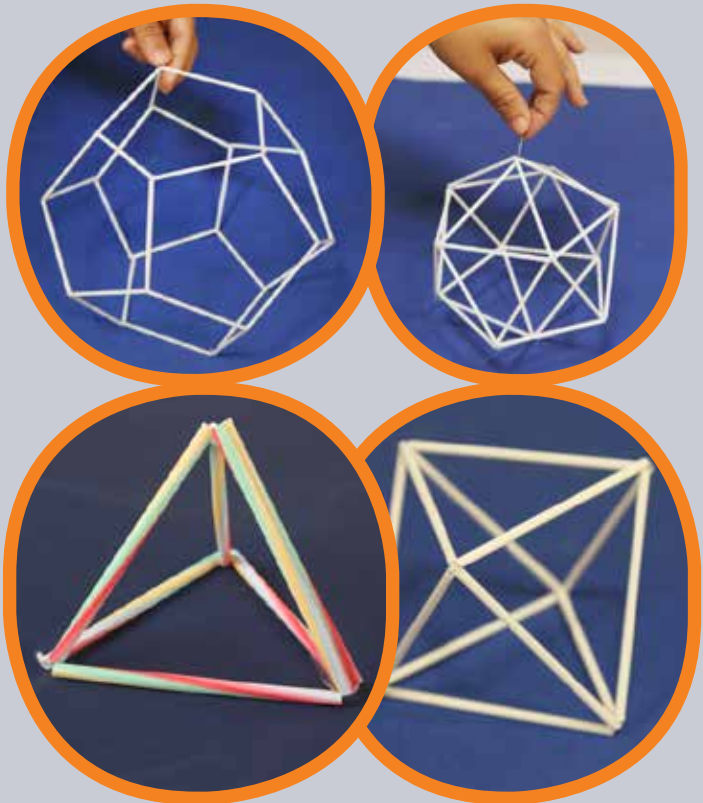
حال می‌خواهیم با توجه به اطلاعاتی که در شماره‌های قبل دربارهٔ چندوجهی‌ها به‌دست آوردیم، به‌سراغ چندوجهی‌های غیرمنتظم محدب برویم. نمونه‌هایی از این چندوجهی‌ها در اطراف ما وجود دارند؛ مانند توپ چهل تکه. جالب است بدانید که توپ چهل تکه، یک ۳۲ وجهی است که ۱۲ وجه آن پنج‌ضلعی منتظم و ۲۰ وجه آن شش‌ضلعی منتظم است. از آنجا که از زمان‌های قدیم مرسوم بوده است، برای تمامی شیء‌هایی که از تعدادی شکل منتظم یا نامنتظم تشکیل شده‌اند، اصطلاح چهل تکه را به‌کار می‌برند، لذا توپ فوتبال هم از این قاعده مستثنا نبوده و این نام را به خود گرفته است. با توجه به اینکه «چندوجهی دارای کنج است» سؤال این است که: چرا هیچ کنجی در توپ چهل تکه مشاهده نمی‌شود؟!

دلیل آن این است که در  $360^\circ$  وجهی در هر کنج دو شش‌ضلعی و یک پنج‌ضلعی منتظم به‌کار برده می‌شود. هر زاویه در هر کنج برابر است با:  $120 + 120 + 108 = 348$ . در واقع

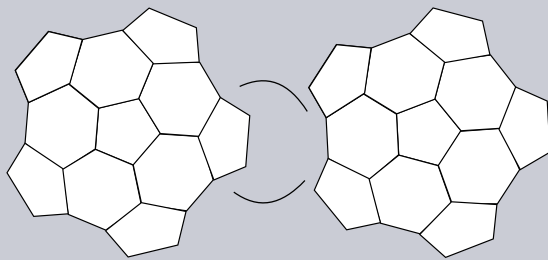
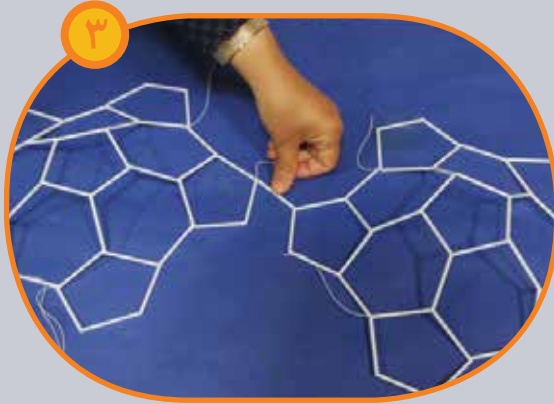


ما در هر کنج، نزدیک‌ترین زاویه به  $360^\circ$  را می‌خواهیم. اگر سه شش‌ضلعی به‌کار ببریم، زاویه  $360^\circ$  درجه را داریم که کنج ایجاد نمی‌شود. اگر از سه پنج‌ضلعی استفاده کنیم، زاویه  $324^\circ = 3 \times 108$  را داریم که این زاویه به اندازهٔ کافی به  $360^\circ$  نزدیک نیست. پس بهترین انتخاب دو شش‌ضلعی و یک پنج‌ضلعی است. با توجه به اینکه هر کدام از وجه‌ها از جنسی انتخاب می‌شوند که منعطف است، با باد کردن توپ چهل تکه زاویه‌ها در کنج باز و به  $360^\circ$  نزدیک می‌شوند. به‌همین دلیل ظاهراً کنجی دیده نمی‌شود.

چندوجهی منتظم، چندوجهی است که تمام وجه‌های آن، با هم برابر و به شکل یک چندضلعی منتظم باشد. فقط پنج نوع چندوجهی منتظم محدب داریم: چهاروجهی منتظم؛ شش‌وجهی منتظم؛ هشت‌وجهی منتظم؛ دوازده‌وجهی منتظم و بیست‌وجهی منتظم. در همهٔ آن‌ها تمام سطح‌ها یا به شکل مثلث متساوی‌الاضلاع هستند، یا مربع یا پنج‌ضلعی منتظم. همهٔ این جسم‌ها محدب یا کوژ هستند. یعنی جسم‌هایی هستند بدون گودی. در واقع همهٔ این جسم‌ها می‌توانند درون یک کره محاط شوند. یعنی به گونه‌ای درون کره قرار می‌گیرند که همهٔ گوشه‌های آن‌ها روی سطح کره باشد.



عملیات فوق را دوباره تکرار و شکل مشابه دیگری درست می‌کنیم. حال این دو شکل را به صورت شکل ۳ به هم متصل می‌کنیم؛ به طوری که با هر اتصال، یک شش ضلعی ایجاد



می‌شود. با ادامهٔ اتصالات، در نهایت اسکلت توپ چهل تکه را خواهیم داشت.

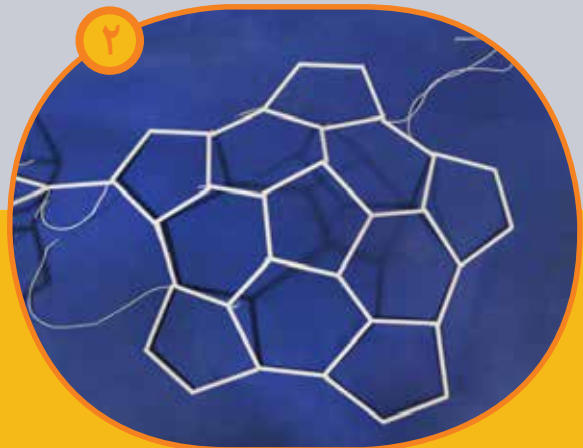


### طرز ساخت ۳۲ وجهی غیرمنتظم (اسکلت توپ چهل تکه) با استفاده از کش و نی

ابتدا تعدادی نی به اندازه‌های یکسان برش می‌دهیم. سپس با عبور دادن کش از پنج قطعه نی و گره زدن ابتدا و انتهای کش، یک پنج ضلعی می‌سازیم. روی هر یک از اضلاع این پنج ضلعی، یک شش ضلعی بنا می‌کنیم. به طوری که در آن پنج کنج که هر کدام از یک پنج ضلعی و دو شش ضلعی تشکیل شده است، ایجاد شود (شکل ۱).



و در گوشه‌های بیرونی که تعداد آن‌ها پنج تا است، ۵ پنج ضلعی درست می‌کنیم (شکل ۲).



# سؤال از احتمال

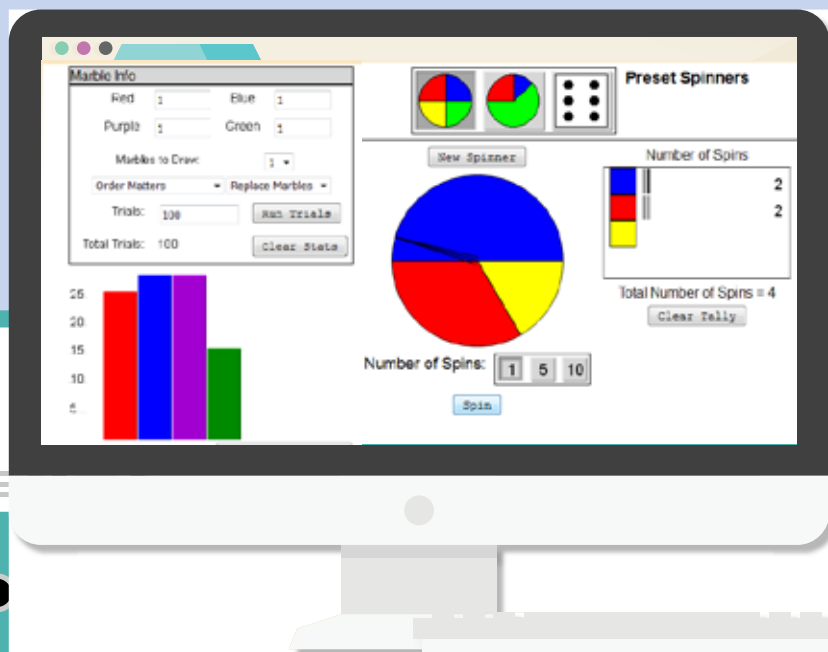
## جواب از اینترنت

زهرا صباغی

دوستان عزیز، در کتاب ریاضی خود با مفهوم احتمال آشنا شده‌اید. در بخش احتمال کتاب، فعالیت‌هایی نظیر پرتاب کردن سکه، درآوردن گوی‌های رنگی از کیسه و چرخنده را انجام داده‌اید. شاید برای شما این سؤال پیش آمده باشد که: «گر این کارها را خیلی بیشتر تکرار کنید، چه اتفاقی می‌افتد؟ آیا نتایج تغییر می‌کند؟» پاسخ دادن به این سؤال کار سختی نیست. شما می‌توانید با مراجعه به سایت

<http://www.internet4classrooms.com>

به راحتی این فعالیت‌ها را هر چند بار که دوست دارید انجام دهید و نتایج را مشاهده کنید. به این منظور، پس از ورود به سایت، از منوی بالای صفحه گزینه «grade level help» را انتخاب کنید. سپس در منوی سمت چپ، روی «پایه هشتم» کلیک کنید. با ورود به قسمت ریاضیات، «بخش احتمال» (probability) را برگزینید. در این قسمت شما می‌توانید فعالیت مورد نظر خود را انتخاب کنید. در فعالیت چرخنده (spinner)، می‌توانید تعداد رنگ‌های صفحه و یا مقدار آن را انتخاب کنید. بازی «marbles» هم مربوط به انتخاب گوی‌های رنگی است.







[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir) **سایت ویژه ریاضیات**

**درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات**

**دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی**

**نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور**

**دانلود نرم افزارهای ریاضیات**

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)